경영학연구논문집 제7권 1호 pp. 73~87, 울산대학교
Journal of Managment Vol. 7, No. 1, pp. 73~87, 2000
University of Ulsan.

이자율의 기간구조 추정 시스템을 이용한 국내 채권시장의 기간구조에 대한 분석

조희연
경영대학 경영학부

<요 약>

이자율의 기간구조 추정은 채권의 이론 가격결정에 필수적인 부분으로 제반 채권전략의 기초가 된다. 특히 2000년 하반기부터 본격적으로 시행될 채권시가평가제로 인하여 시가평가 Pricing Agent들은 모든 채권 종목에 대하여 이론적 가격을 제공해야하기 때문에 정확한 기간구조 추정은 최근에 중요한 문제로 대두되고 있다.

본 연구에서는 시장관측 모형의 대표적인 통계기법인 스플라인 기법들을 이용하여 국내 채권시장에 대한 이자율의 기간구조를 추정하는데 영향을 주는 요인들을 분석하였다. 스플라인 기법 중에서도 대표적인 모형인 McCulloch 모형, Litzenberger & Rolfo 모형, 다중공선성 문제를 해결할 수 있는 B-Spline 모형을 활용하고 이를 바탕으로 국내 상황에 적합한 이자율의 기간구조 추정방향을 모색하였다.

Analysis of the Term Structure of Interest Rates in Korean Bond Market Using TSE Systems

He Youn Cho
School of Business Administration

<Abstract>

Term structure of interest rates provides a characterization of interest rates as a function of maturity. Term structure of interest rates plays a prominent role in many fixed income management strategies. This paper suggests the term structure estimation strategy for Korean bond market. This paper considers three term structure estimation

models (McCulloch model, Litzenberger & Rolfo model, B-Spline model) to estimate the term structure of interest rates of the domestic bond market.

I. 서 론

향후 채권시장은 최근의 채권시가평가제 등 제도의 변화와 금융 시장 개방화로 인하여 발행시장 및 유통시장 모두 활성화 될 것으로 예상된다. 또한 현재 급속히 발전하고 있는 파생금융상품시장에서는 새로운 금융상품 개발이 활발히 이루어질 것으로 기대되는데 금융 신상품 개발에 있어서 채권의 역할은 매우 크다. 이에 따라 채권의 이론적 가격결정 및 채권 관리전략은 향후의 금융시장에서 중요한 문제가 될 것이다.

채권의 가격결정과 전략수립에 기반이 되는 두 가지 문제는 이자율의 기간구조에 대한 추정과 이자율의 기간구조가 어떠한 확률적 과정을 따라서 움직이느냐 하는 기간구조 모델링 부분이다. 이자율의 기간구조 추정은 채권의 이론적 가격결정에 필수적인 부분으로써 이자율의 기간구조 추정 시스템은 제반 채권투자 지원 시스템의 기초가 된다. 이자율의 기간구조를 추정하기 위한 접근 방식은 세 가지로 분류할 수 있는데 첫 번째 접근방식은 균형 모형에 기반을 두고 기간구조를 추정하는 균형 기간구조추정 모형이고 두 번째는 시장의 거래 데이터를 기반으로 통계적 방법에 의하여 기간구조를 추정하는 시장관측 기간구조추정 모형이다. 세 번째는 시장관측 모형의 문제점인 선도 이자율 곡선의 불안정성을 해결하기 위한 수정 모형이다.

첫 번째의 균형기간구조 추정 모형은 Vasicek(1977), Cox, Ingersoll, Ross (CIR, 1985), Dothan (1978), Hull &White (1990) 등의 균형 모형을 가정하고 시장 거래 데이터를 통하여 모형가격과 거래가격과의 오차를 최소화 시키도록 모형의 모수를 추정한 후 이를 바탕으로 수익률곡선과 선도 수익률 곡선을 계산하는 방식이다. 이러한 접근방법은 기본적으로 이자율의 확률과정을 미리 가정하므로 시장 거래데이타가 가정과 다른 경우에는 시장의 기간구조와 괴리된 기간구조를 추정할 가능성이 있다. 그러나 균형기간구조 추정모형은 가정된 모형 하에서만 변동하므로 시장관측 모형에 비해서 안정된 형태의 수익률곡선과 선도 수익률 곡선을 얻을 수 있다.

시장관측 모형은 이자율의 확률과정을 미리 가정하지 않고 시장에서 거래된 자료만을 대상으로 통계적 방법을 이용하여 적합한 수익률 곡선과 선도 수익률 곡선을 추정하는 방법이다. 따라서 이 방법은 시장의 자료를 잘 반영한다는 장점은 있지만 시장의 거래 데이터가 안정적이지 못한 경우에는 불안정한 수익률 곡선 및 선도 수익률 곡선이 나타나게 된다. 이에는 McCulloch (1971, 1975), Vasicek & Fong (1982), Chambers & Waldman (1984), Litzenberger & Rolfo (1985), Steeley (1991) 등의 모형이 있다. 세 번째의 수정모형들은 다양한 제약 식을 이용하여 안정된 수익률 곡선 및 선도 수익률 곡선을 추정하고자 하는 방법이다. 이에는 Houglet (1980), Barret (1988), Adams & Deventer (1994), Frishling & Yamamura (1996) 등의 모형이 있다. 국내에서는 동양증권과 한국투자신탁에서 개발한 채권투자시스템에 기간구조 추정 시스템이 포함되어 있으며 이들 시스템은 McCulloch와 Vasicek & Fong의 연구를 기반으로 구축되어 있다. 그러나 이들 시스템은 상용 시스템으로 그 구체적인 결과가 발표되어 있지 않다.

본 연구에서는 시장관측 모형의 대표적인 통계기법인 스플라인 기법을 이용하여 국내

채권시장에 대한 이자율의 기간구조를 추정한다. 스플라인 기법 중에서도 대표적인 모형인 McCulloch 모형, Litzenberger & Rolfo 모형, 다중공선성 문제를 해결할 수 있는 B-스플라인 기법을 활용하고 이를 바탕으로 국내 상황에 적합한 이자율의 기간구조 추정방향을 모색한다.

II 장에서는 기간구조 추정에 활용되는 기존 연구들에 대하여 비교 분석하고 III 장에서는 국내 채권시장에 대하여 다양한 스플라인 모형을 적용하여 국내 이자율의 기간구조에 영향을 주는 주요 요인을 분석한다. IV장에서는 결론을 제시한다.

II. 기간구조 추정 모형에 대한 분석

이자율의 기간구조는 이자율을 만기의 함수로써 표시해 준다. 그러므로 이자율의 기간구조는 채권의 가격결정모형 및 제반 채권전략구사에 필수적인 역할을 한다. 이자율의 기간구조추정에 있어 두 가지 목적은 첫째로 이자율의 기간구조 (Yield Curve)를 거래 데이터에 잘 적합(Fitting)시키는 것이며 둘째로는 이자율 곡선의 형태가 가능하면 평활화된 형태가 되도록 하는 것이다. 이에 추가적으로 할인함수가 단조 감소함수의 형태를 갖는 조건이 만족 되여야 한다.

2.1 균형기간구조 모형과 관측기간구조 모형의 비교

균형 기간구조추정 모형은 이자율의 균형 모형에 기반을 두고 기간구조를 추정하는 방법으로 시장에서 거래된 실제 자료와의 괴리가 발생할 수 있는 문제점이 있다. 시장관측 기간구조추정 모형은 시장의 거래 데이터를 기반으로 통계적 방법에 의하여 기간구조를 추정하는 방법으로 자료 의존적 특성 때문에 선도곡선의 불안정성이라는 문제점이 발생할 수 있다. 이 두 접근방법을 비교하면 <표 1>과 같다.

<표 1> 균형 기간구조 추정모형과 시장관측 기간구조 추정모형과의 비교

구분 \ 모형	균형 기간구조 추정모형	시장관측 기간구조 추정모형
목적	경제의 균형금리 수준의 도출	시장에서 관측되는 금리 기간구조의 도출
기간구조의 결정 방식	시장과 관계없이 사전에 가정된 이자율의 확률적 과정이 기간구조의 기본형태 결정	이자율의 확률적 과정을 설정하지 않고, 시장 채권가격 자체가 기간구조의 형태를 결정
추정 방법	수리적 방법 (몇 개의 이자율(r,l)과 파라메터 정보만 사용)	통계적 방법 (가격오차를 최소화 시키는 회귀식 사용)
기간구조 수준 /형태오차의 주 요인	가정된 이자율 확률과정 형태 및 모수의 추정방법	시장 관측치의 오차, 기저함수 형태, Knot 수 등
-선도이자율의 방지	이자율의 확률적 과정에서 고려	RLS에서 제한조건으로 부과 가능
결정적 단점	기간구조 모양이 신뢰도가 크지 않은 모수의 값에 전적으로 의존. (모수의 값이 시간에 따라,채권에 따라 불안정하게 됨)	시장 거래 자료의 신뢰도가 떨어질 경우 기간구조 모양의 신뢰도도 하락하여 급락(급등)의 선도곡선이 나타나게 됨
단점 개선 방향	모수 추정의 신뢰도를 높임	선도곡선의 불안정성을 줄일 수 있는 방법 강구

2.2 시장 관측 기간구조 추정모형

시장의 거래데이터에서 이자율의 기간구조를 추정하는 방법에는 부스트래핑 방법, 스플라인 방법, 비 스플라인 방법 등이 있으나 일반적으로 많이 사용되는 방법은 스플라인 방법이다. 스플라인 방법의 기본 개념은 추정 구간을 몇 개의 소구간으로 나누고 이들 구간에 적합한 기저함수를 가정하여 다중회귀 모형식을 만들고 계수를 추정하면 할인함수가 추정된다. 따라서 이자율의 기간구조를 추정하기 위해서 첫 번째로 고려해야 할 사항이 할인함수를 위한 기저함수의 선택이다. 기저함수란 거래 데이터에 적합시키기 위한 할인함수의 기본적인 함수형태로써 일반적으로 많이 사용되는 함수 형태는 다항 함수 (Polynomial function) 형태이다. 이자율의 기간구조 추정에 사용되는 기저 함수를 무엇으로 사용하느냐에 따라 모형의 차이가 발생하는 바 McCulloch 모형은 기저 함수로써 이차함수 (Quadratic function)와 삼차함수 (Cubic function)를 사용하였고 Litzenberger & Rolfo는 삼차함수를 기저함수로 사용하였다.

그러나 위의 방법은 할인함수 추정 시 다중공선선의 문제를 야기할 수 있다. 이를 보완하기 위하여 B-스플라인 방법은 Bell 형태의 기저함수를 다기간에 걸쳐 겹치게 사용하여 각 구간에 있어서 기저함수의 기본형태가 다르도록 하여 다중 공선성 문제를 해결하고자 하였다.

2.2.1 Litzenberger & Rolfo 모형

스플라인을 이용하여 기간구조를 추정하는 모형들은 유사한 절차를 갖는다. 모형간 차이는 가정된 기저함수에 따라 발생한다. 따라서 본 장에서는 Litzenberger & Rolfo 모형을 이용하여 추정절차에 대하여 설명하고 나머지 모형은 기저함수에 대하여만 설명한다. Litzenberger & Rolfo 모형은 기저함수로써 삼차함수를 사용하였다. 기저함수의 선택 후 이 함수에 대한 계수추정은 다음의 절차를 통하여 이루어진다. 만기를 k+1개의 연속된 구간으로 나누면 각 구간에서 할인함수는 삼차 다항식이 된다. 만기를 k+1개의 구간으로 나누므로 만기 상에는 k+2 개의 knots들이 존재하게 되고 이들을 $0,\ t_1,\ t_2, \ldots t_{k+1}$로 표시하자. 인접된 두 구간에 있어서 할인함수가 곡선으로 연결되기 위해서는 각 knot에서 할인함수의 1차 및 2차 미분 값이 같아야 한다. 그러므로 연속된 삼차 다항식의 일반적 형태는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$m(t) = a_1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 t^3 + \sum_{i=0}^{k} [\ A_{i+1} + B_{i+1}(t-t_i) + C_{i+1}(t-t_i)^2 + F_{i+1}(t-t_i)^3]\ D_i(t) \quad (1)$$

$$where\ D_i(t) = 0,\ t < t_i,\quad D_i(t) = 1,\ t \geq t_i,\ i = 1, \ldots, k$$

위에서 언급했듯이 각 knot에서 할인함수는 연속적이어야 하므로 모든 A_i는 0값을 갖게 된다. 그리고 각 knot에서 할인함수의 일차미분과 이차미분의 연속성을 보장받기 위해

서는 모든 B_i 와 C_i 가 0이 되어야 한다. 또한 현재시점 (t = 0)에서의 할인함수 값은 1 이므로 할인함수는 다음과 같은 형태로 간단히 나타날 수 있다.

$$m(t) = 1 + b_1 t + c_1 t^2 + d_1 t^3 + \sum_{i=0}^{k} F_{i+1}(t-t_i)^3 D_i(t) \qquad (2)$$

그러므로 할인함수는 k+3 개의 계수들, b_1, c_1, d_1, F_2, . . . , F_{k+1} 에 의해서 결정된다. 채권의 가격은 이자소득세율이 τ일 때 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$P = C(1-\tau)\ [\sum_{t=T_1}^{T_n} m(t)] + 100 * m(T_n) \qquad (3)$$

where, P = 채권의가격, C = 지급이자,
$m(t)$ = 만기가 t 인 할인함수.

위 가격 공식 (3)에 할인함수인 식 (2)을 대입하면 할인함수 추정문제는 k+3개의 계수를 갖는 다중회귀 모형(Multiple Regression)이 된다. 즉, 다중회귀모형은 종속변수가 $(P - nA - B)$ 이고 b_1, c_1, d_1, F_2, . . . , F_{k+1}를 독립변수로 갖는 다음의 식이 된다.

$$\begin{aligned} &P - nA - B \\ &= b_1\ [\sum_{t=T_1}^{T_n} t + BT_n] + c_1\ [\sum_{t=T_1}^{T_n} t^2 + BT_n^2] + d_1\ [\sum_{t=T_1}^{T_n} t^3 + BT_n^3] \qquad (4) \\ &+ \sum_{i=1}^{k} F_{i+1}[A \sum_{t=T_1}^{T_n} (t-t_i)^2 D_i(t) + B(T_n - t_i)^3 D_i(T_n)] + u \end{aligned}$$

where, $A = C(1 - \tau)$, $B = 100$, u = 오차항.

데이터 베이스의 테이블 중 발행데이터 테이블에서 각 채권의 지급이자율, 이자 지급횟수, 만기, 채권종류의 자료를 읽어오고 거래 데이터 테이블에서 채권의 거래가격을 읽어 위의 다중 회귀식의 계수들을 추정한다.

추정과정에서 결정해야할 중요한 문제는 knot 개수 및 위치 결정에 관한 것이다. knot란 할인함수를 구성하기 위하여 몇 개의 함수를 결합할 것인가를 나타낸다. knot의 개수에 관한 문제는 다음의 두 요인에 의해서 영향을 받게 된다. 첫 번째 요인은 할인함수의 거래데이터에 대한 적합 능력이고 두 번째 요인은 할인함수의 평활성이다. knot의 숫자가 커지면 추정 할인함수는 거래 데이터를 잘 적합시키게 되는 반면에 할인함수의 평활성은 약화된다. 반대로 knot의 숫자가 작아지면 추정 할인함수의 적합 능력은 약화되는 반면에 할인함수의 평활성은 증가된다. McCulloch (1975)의 연구에 따르면 knot의 수는 사용된 거래데이터 수가 n일 때 $\sqrt{n}$에 가장 근접한 정수로 설정하면 효과적이라고 제안했지만 이것은 자료의 분포에 따라서 다른 성과를 준다.

다음으로는 knot의 위치에 대한 결정으로 두 가지 방법이 있다. 첫 번째는 시장의 자연적인 구분에 따라 knot의 위치를 설정하는 방법으로 1년, 2년, 3년, 4년, 5년 등으로 설정된다. 두 번째는 각 구간에 같은 수의 데이터가 포함되도록 하는 방법으로 j번째 knot의 위치 L_j는 다음과 같은 식으로 표현된다.

$$L_j = m_h + \theta(m_{h+1} - m_h) \tag{5}$$

여기서, $h = \frac{(j-1)n}{k-2}$ 을 넘지 않는 최대정수,

$\theta = \frac{(j-1)n}{k-2} - h,$

m_i = 만기에 따라 정렬된 자료중 i번째 자료의 만기.

2.2.2 McCulloch 모형

McCulloch (1975)는 삼차 스플라인의 경우 k 개의 knot가 존재할 때 (knot(1) = 0, knot(k) = 만기 시점) 각 knot 사이에서 사용되는 할인함수에 대한 기저함수의 형태를 다음과 같이 설정하였다. 만기를 k개의 구간으로 나누고 이들을 $t_1, t_2, \ldots t_k$ 로($t_1=0$, $t_k=$ 만기) 표시할 때 할인함수 $m(t)$는 다음과 같다.

$$m_j(t) = 0 \qquad \text{for } t < t_{j-1}$$

$$m_j(t) = \frac{(t-t_{j-1})^3}{6(t_j-t_{j-1})} \qquad \text{for } t_{j-1} \le t < t_j$$

$$m_j(t) = \frac{c^2}{6} + \frac{ce}{2} + \frac{e^2}{2} - \frac{e^3}{6(t_{j+1} - t_j)}$$

$$\text{where, } c = t_j - t_{j-1},\ e = t - t_j$$

$$\text{for } t_j \le t < t_{j+1}$$

$$m_j(t) = (t_{j+1} - t_{j-1}) * \left[\frac{2t_{j+1} - t_j - t_{j-1}}{6} + \frac{t - t_{j+1}}{2} \right]$$

$$\text{for } t_{j+1} \le t \le t_k \tag{6}$$

2.2.3 B-스플라인 모형

B-스플라인 (1991) 모형은 2.2.1과 2.2.2의 모형에서 발생하는 다중공선성 문제를 해결하기 위하여 개발되었다. 이를 위하여 B-스플라인 방법에서는 할인함수의 기본형태를 구간별로 다르게 구성하고 제약식을 갖는 회귀식인 RLS를 사용한다. 본 모형에서는 할인함수를 위한 기저함수를 식 (7)과 같이 구간별로 다른 형태가 되도록 선택한다. Litzenberger

& Rolfo 모형에서는 구간별로 할인함수의 기본형태가 유사하여 다중공선성 문제를 발생시키는데 비하여 본 모형에서는 구간별로 할인함수의 기본 형태가 다르게 된다. knot의 수를 n으로 잡았을 때 3차 B-스플라인 모형에서 구간 t_p와 t_{p+1}사이에서의 할인함수($m(t)$)의 형태는 다음과 같다.

$$m(t)=\sum_{j=p-3}^{p} a_j B_j^3(t) \tag{7}$$

$$where,\quad t_p \le t < t_{p+1},\ p=0,\ldots,n-1$$

$$B_j^3(t) = \sum_{l=j}^{j+4}\left[\prod_{h=j}^{j+4}\frac{1}{(t_h-t_l)}\right](t-t_l)_+^3$$

$$m(0)=\sum_{j=-3}^{0} a_j B_j^3(0)=1$$

2.3 기타 수정 모형

스플라인 방법의 근본적인 약점은 거래 데이터가 불안정한 경우 안정된 수익률 곡선과 선도 수익률곡선이 도출되지 못한다는 점이다. 따라서 이를 보완할 수 있는 다양한 수정모형들이 개발되었다. Houglet 모델 (1980)은 관측치가 부족한 부분에서 선도이자율의 안정성을 얻기 위해 데이터의 적합성 부분의 특징을 부분적으로 포기하였다. 즉, 관측치가 부족한 구간에서 선도이자율을 상수로 고정시킴으로써 선도이자율의 안정성을 확보하고자 하였다. Adams-Deventer (1994), Frishling-Yamamura (1996)등도 Houglet과 유사한 방법으로 선도이자율의 안정성을 확보하고자 하였다. Barret (1988)는 할인함수 추정 과정을 2단계로 나누어서 1단계에서는 기본적인 스플라인 방법을 통해서 기간구조를 추정하고 추정된 기간구조를 활용하여 모든 만기의 인공 관측치를 생성한다. 2단계에서는 1단계에서 얻어진 데이터를 이용하여 다시 기간구조를 추정하는 방식을 사용함으로써 관측치가 부족한 문제를 해결하고자 하였다. 스플라인을 이용한 이자율의 기간구조 추정에 대한 개선 방법은 다음의 세 가지로 요약할 수 있다. 첫째는 추정시 제약조건을 주는 방법으로 할인함수의 기울기를 모든 구간에서 음이 되도록 하는 제약식이나 선도곡선의 형태가 불안정한 부분의 기울기를 상수로 고정시키는 방법이다. 둘째는 스플라인 함수의 차수를 조정하는 방법으로 기저함수의 차수(order)가 크면 비정상적 거래 데이터 (outlier)에 민감하게 된다. 따라서 거래데이터가 적은 부분에서는 기저함수의 차수를 낮추고 거래데이터가 많은 부분에서는 기저함수의 차수를 높이는 방법이다. 셋째는 knot의 위치를 조정하는 방법으로 선도곡선이 불안정한 부분에는 knot사이의 범위를 넓게 잡고 비교적 안정적인 부분에는 좁게 잡음으로써 선도곡선의 안정성을 높일 수 있다.

III. 이자율의 기간구조 추정에 대한 실증 분석

3.1 데이터 분석

본 이자율 기간구조추정에 사용되는 거래 데이터는 1997년 5월과 1996년 12월의 거래 데이터를 사용한다. 각 달의 자료는 각 달 말의 5일간 자료를 이용한다. 또한 잔존만기 6년 이상의 거래 데이터는 자료가 부족하기 때문에 제외시킨다. 한국 채권유통시장은 제도적인 측면과 효율성 측면에서 미국의 채권 유통시장과 차이가 발생한다. 따라서 기간구조 추정에 영향을 주는 요인도 다를 것으로 판단된다. <표 2>는 한국과 미국에 있어서 채권 유통시장의 차이점을 요약하고 있다.

<표 2> 한국과 미국 채권유통시장의 차이

미국	한국
다양한 만기의 동질적 채권 (T-Bond, T-Bill) 및 strips 존재	다양한 만기의 동질적 채권이 없음 (기간구조 추정시 필요한 경과물 부재)
활발한 차익거래를 가능케 하는 파생상품 존재:이자율 선물, coupon stripping, rebundling, 채권 옵션 등	채권 파생상품이 없음 : 차익거래 보다는 이면거래, 만기보유, 이자율 예측에의한 단기 거래가 중심
기간구조 추정 데이터로 적합한 국채시장의 규모가 크고, 유동성이 풍부하며 최장만기도 30년임	기간구조 추정 데이터로 적합한 채권이 없는 상황이며 경과물의 유동성이 결여되어 있고 회사채 최장만기도 5년에 불과
국채수익률이 금융상품의 기준금리 역할을 함	채권수익률과 여타 금융상품과의 연계성이 결여됨

본 연구에서는 <표 2>와 같은 특징을 갖는 한국채권시장에서 기간구조 추정에 영향을 주는 요인이 무엇인지 분석하고 이를 바탕으로 바람직한 국내 이자율의 기간구조 추정 방향을 모색한다. 본 연구에 사용되는 기간구조 추정 모형은 기존의 대표적인 3가지 추정 모형들인 McCulloch, Litzenberger & Rolfo, Steeley 모형이다.

3.2 기간구조 추정에 있어 Knot의 개수와 위치의 효과 분석

기간구조 추정과정에서 중요한 결정 중에 하나는 Knot 개수 및 위치를 결정하는 것이다. Knot의 개수는 할인함수를 구성하기 위하여 몇 개의 함수를 결합할 것인가를 나타낸다. knot의 숫자가 커지면 추정 할인함수는 거래 데이터를 잘 적합시키게 되는 반면에 할인함수의 평활성은 약화된다. 반대로 knot숫자가 작아지면 추정 할인함수의 적합 능력은 약화되나 할인함수의 평활성은 증가된다. 본 장에서는 McCulloch (1975)와 Litzenberger & Rolfo (1985)의 모형을 사용하여 Knot의 개수와 위치를 변경해 가면서 기간구조를 추정해 추정된 기간구조와 실제 거래 데이터의 Residual Mean Square Error (RMSE = $\sum_{i=1}^{n}(\text{오차})^2/n$)와 평활성을 구함으로써 적절한 Knot의 수와 위치 결정방법을 모색한다. 추정 데이터는 1997년 5월과 1996년 12월의 월말에 거래된 자료로 국채, 금융채, 회사채, 특수채가 포함되어 있으며 자료수는 1997년 5월에 352개와 1996년 12월에 116개가 사용되었다. 이들 자료에 대하여 각 방법의 RMSE를 구한 결과가 <표 3>에 나타나 있다. <표 3>에서 시장경계방법은 시장의 자연적인 만기 구분에 따라서 knot 위치를 고정한다. 시장

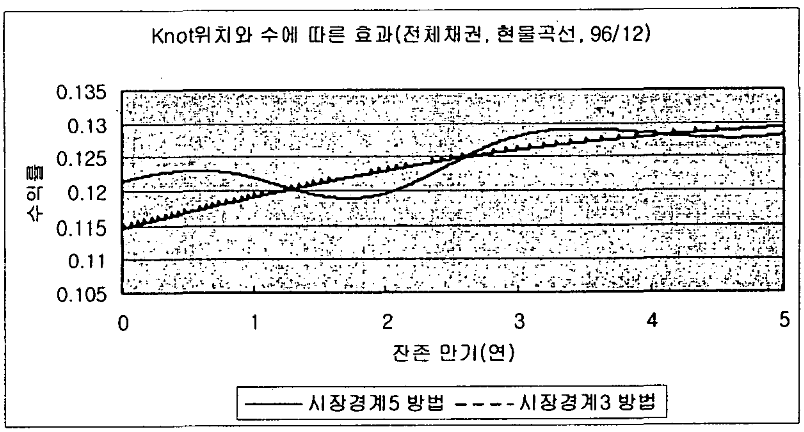
의 자연적인 만기 구분은 잔존 만기 1년, 2년, 3년, 4년, 5년과 최대 잔존 만기를 갖는 거래 데이터로 구성된다. 수정 McCulloch 방법 및 변동 방법은 각 knot 사이에 같은 수의 데이터가 위치하도록 knot 위치를 변동적으로 구성한다. <표 3>을 볼 때 knot 수가 증가하면 RMSE가 감소하여 추정된 기간구조의 적합력이 증가함을 알 수 있으며 같은 knot수에서는 시장 경계 방법보다는 각 knot사이에 같은 수의 데이터를 위치시키는 변동 방법이 RMSE를 줄여 보다 효과적인 방법임을 알 수 있다.

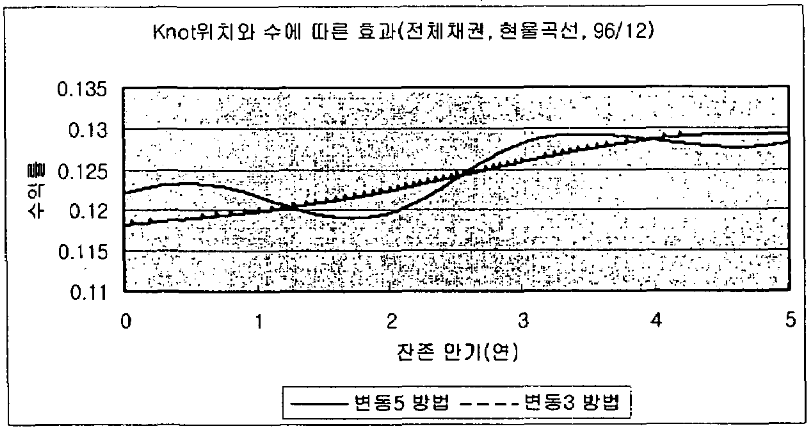
<표 3> knot의 수와 위치 변경에 따른 추정된 기간구조의 RMSE

추정 시점	Knot의 위치	RMSE
97/05	시장경계 5 [0, 1, 2, 3, 5.5]	60.51
	시장경계 4 [0, 1, 3, 5.5]	60.63
	시장경계 3 [0, 3, 5.5]	60.61
	수정 Mc 4 [0, 1.46, 2.8, 5.5]	60.63
	변동 5 [0, 1.22, 2.75, 2.99, 5.55]	60.48
	변동 3 [0, 2.77, 5.55]	60.62
96/12	시장경계 5 [0, 1, 2, 3, 6.07]	54.96
	시장경계 4 [0, 1, 3, 6.07]	57.46
	시장경계 3 [0, 3, 6.07]	59.13
	수정 Mc 4 [0, 0.91, 2.8, 6.07]	57.79
	변동 5 [0, 0.89, 2.16, 3, 6.07]	54.88
	변동 3 [0, 2.16, 6.07]	58.90

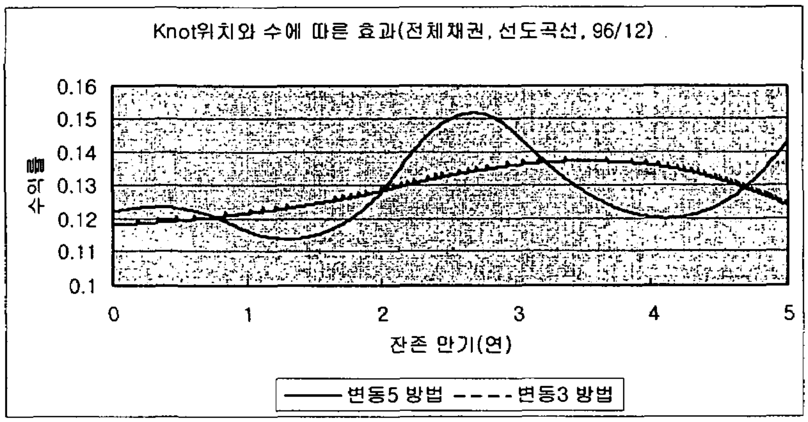
Knot의 개수와 위치는 추정된 기간구조와 실제 거래 데이터의 RMSE에 영향을 주는 동시에 선도이자율과 현물이자율의 기간구조 형태에도 영향을 준다. 1996년 12월의 자료에 대하여 각 방법에 따른 기간구조 형태를 구하면 <그림 1>과 <그림 2>와 같다. <그림 1>과 <그림 2>에서 볼 수 있듯이 knot 수가 증가할수록 기간구조의 안정성(기간구조의 평활성)은 떨어짐을 알 수 있다.

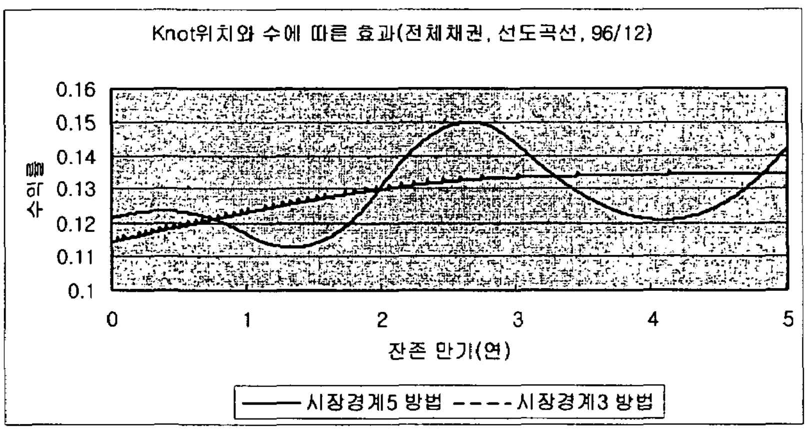
<그림 1> knot의 수와 위치에 따른 추정된 현물 기간구조의 형태





<그림 2> knot의 수와 위치에 따른 추정된 선도 기간구조의 형태



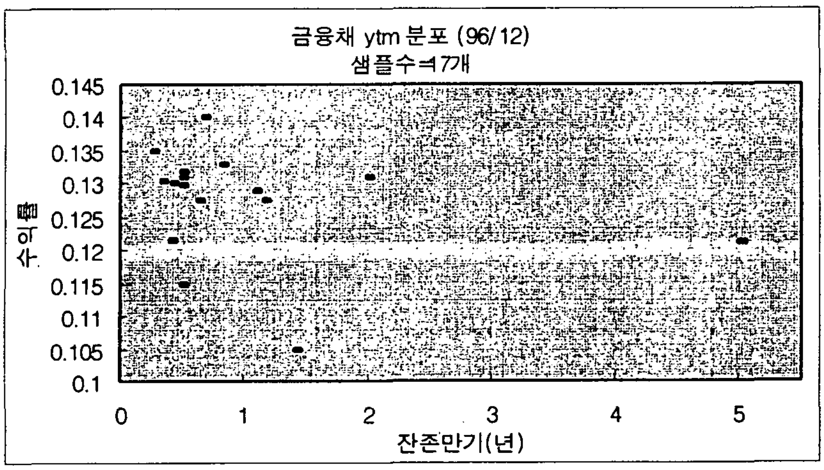


따라서 knot의 수가 증가하면 추정 기간구조의 적합도 측면에서는 유리하지만 평활성 측면에서는 불리해지고 knot의 수를 줄이면 반대의 경우가 발생하는 Trade off 현상이 발생한다. 위의 결과를 볼 때 knot의 수를 5개에서 3개로 줄이면 적합도를 나타내는 RMSE 측면에서는 약간의 손실(1996년 12월에는 4.02, 1997년 5월에는 0.14)이 발생하나 그래프의 평활성은 상당히 향상됨을 알 수 있다. 따라서 국내 채권 시장의 기간구조 추정에 있어서 Knot의 수는 3개 정도가 적절한 것으로 판단되며 knot의 위치 결정방법은 변동 방법이 효과적임을 알 수 있다.

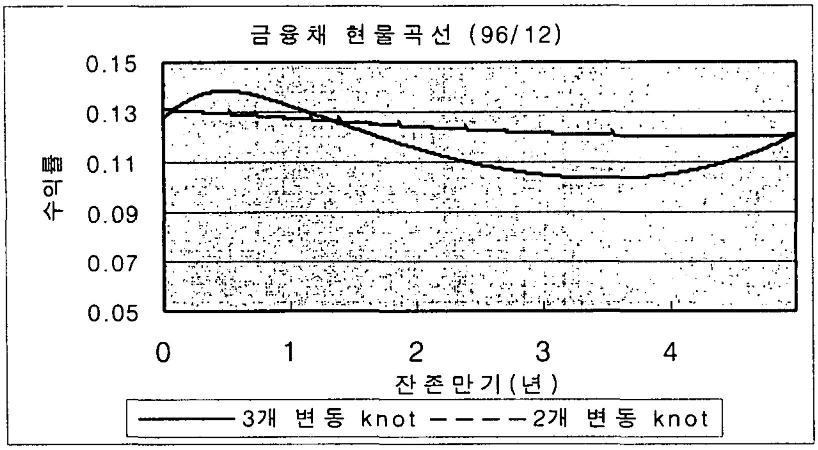
3.3 거래 자료가 편중된 경우 Knot의 개수와 위치의 효과 분석

거래자료의 구조가 심하게 편중되어 있는 경우에는 추정된 현물이나 선도이자율의 기간구조가 더욱 불안정하게 된다. 따라서 이러한 경우에는 knot의 수를 더욱 줄이는 것이 필요하다. 예를 들어 1996년 12월의 금융채에 대한 기간구조를 추정하는 경우 거래 데이터의 수는 총 17개이지만 <그림 3>에서 볼 수 있는 바와 같이 잔존만기가 주로 단기에 편중되어 있다. 이에 대하여 변동3 (knot의 수를 3개로 잡고 위치를 변동으로 함)방법으로 이자율의 기간구조를 추정하면 <그림 4>와 같이 불안정한 현물곡선을 갖게 된다. 이를 해결하기 위하여 knot의 개수를 2개로 줄이면 현물곡선의 안정성을 높일 수 있다. 그러나 적합도 측면에서는 추정된 기간구조의 RMSE가 89.45에서 95.04로 증가하기 때문에 약간의 손실이 발생한다.

<그림 3> 1996년 12월 금융채 거래 자료의 잔존만기와 YTM



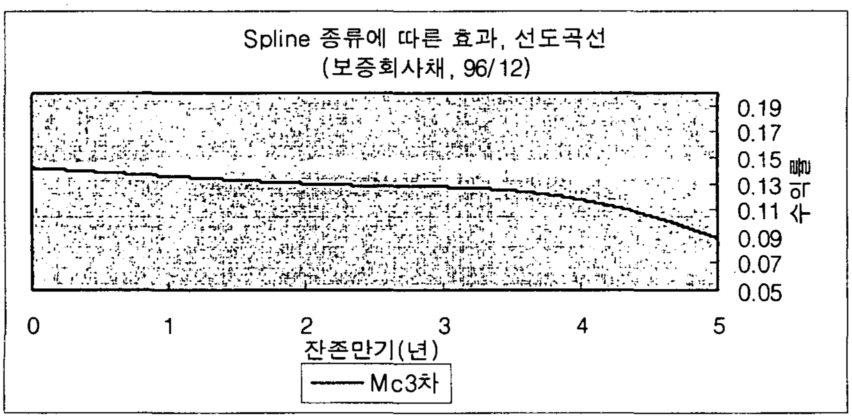
<그림 4> knot의 수와 위치에 따른 추정된 현물 기간구조의 형태

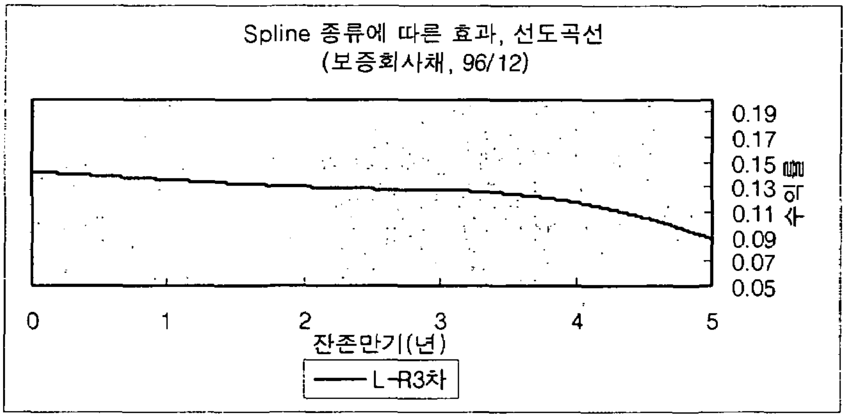


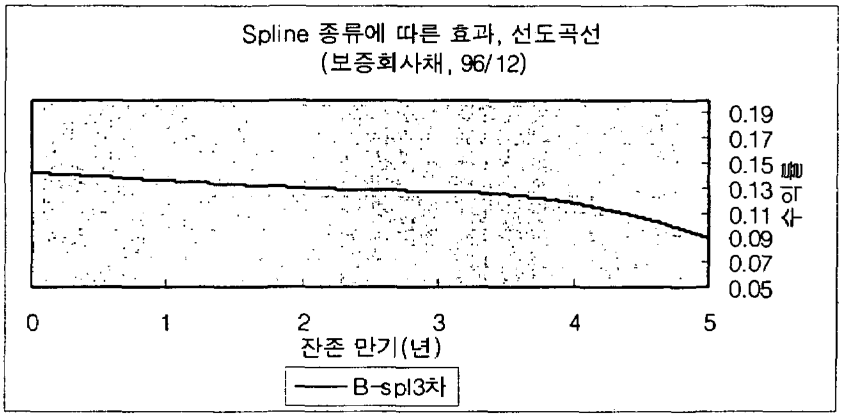
3.4 스플라인 기저함수의 선택에 따른 효과 분석

이자율의 기간구조를 추정하는데 영향을 주는 두 번째 요인은 할인함수를 위한 기저함수의 선택이다. 기저함수란 거래 데이터에 적합시키기 위한 할인함수의 기본적인 함수형태로써 일반적으로 많이 사용되는 함수 형태는 다항 함수 형태이다. 본 장에서는 McCulloch의 3차 함수와 Litzenberger & Rolfo의 3차 함수, B-스플라인의 3차함수를 비교해 봄으로써 각 기저함수의 선택이 국내 이자율의 기간구조 추정에 주는 효과를 분석해 본다.

<그림 5> 기간구조 추정에 있어 기저함수의 따른 효과 분석







<그림 5>에서 볼 수 있는 바와 같이 1996년 12월의 보증회사채(자료수 = 41)에 대하여 기간구조를 McCulloch의 3차 함수와 Litzenberger & Rolfo는 3차 함수, B-스플라인의 3차 모형에 대하여 추정한 결과 거의 차이점이 없었다. 따라서 기간구조 추정에 있어 기저함수의 선택은 추정결과에 별다른 영향을 주지 않는다는 것을 알 수 있다.

IV. 결론

이자율의 기간구조 추정은 채권전략의 기본이 되는 채권의 이론 가격결정에 필수적인 부분이 된다. 그러므로 이자율의 기간구조 추정 시스템은 제반 채권투자 지원 시스템의 기초가 된다. 그러나 국내 채권시장은 아직까지 거래가 활발치 못하고 거래 역시 특정만기의 채권에 편중되어 있기 때문에 기간구조 추정시스템을 개발하는데 어려움이 있다.

본 연구에서는 시장관측 모형의 대표적인 통계기법인 스플라인 기법을 이용하여 국내 채권시장에 대한 이자율의 기간구조를 추정하였다. 스플라인 기법 중에서도 대표적인 모형인 McCulloch 모형, Litzenberger & Rolfo 모형, 다중공선성 문제를 해결할 수 있는 B-스플라인 기법을 활용하고 이를 바탕으로 국내 상황에 적합한 이자율의 기간구조 추정방향

을 모색하였다.

이자율의 기간구조 추정에 영향을 주는 세 가지 주요 요인은 knot의 수와 위치, 기저함수의 종류에 대한 결정이다. 국내 채권시장에 대하여 이들 3가지 요인을 분석하여 다음의 결과를 얻었다.

첫째는 knot의 수와 위치에 대한 문제로 knot의 수가 증가하면 추정 기간구조의 적합도 측면에서는 유리하지만 평활성 측면에서는 불리해지고 knot의 수를 줄이면 반대의 경우가 발생하는 Trade off 현상이 발생한다. 본 연구의 결과를 볼 때 knot의 수를 5개에서 3개로 줄이면 적합도를 나타내는 RMSE 측면에서는 약간의 손실(1996년 12월에는 4.02, 1997년 5월에는 0.14)이 발생하나 그래프의 평활성은 상당히 향상됨을 알 수 있다. 따라서 국내 채권 시장의 기간구조 추정에 있어서 Knot의 수는 3개 정도가 적절한 것으로 판단되며 knot의 위치 결정방법은 변동 방법이 효과적임을 알 수 있다. 그러나 거래 데이터의 잔존만기가 주로 편중되어 있는 경우에는 적합도에서 약간의 손실을 보더라도 평활성을 위해 knot 수를 줄이는 것이 효과적이다.

둘째는 기저함수의 형태에 대한 문제로 1996년 12월의 보증회사채에 대하여 기간구조를 McCulloch의 3차 함수와 Litzenberger & Rolfo의 3차 함수, B-스플라인의 3차 함수에 대하여 추정한 결과 거의 차이점이 없었다. 따라서 국내 이자율의 기간구조 추정에 있어 기저함수의 선택은 추정결과에 별다른 영향을 주지 않는다는 것을 알 수 있다.

본 이자율의 기간구조 추정을 위한 데이터베이스는 Oralcle DBMS를 이용하여 구현하였고 채권의 가격계산 및 할인함수 추정을 위한 다중 회귀 모형(Multiple Regression), 수익률 계산 등의 알고리즘 부분은 C언어를 이용하여 개발하였다.

본 논문은 국내 채권시장에의 기간구조를 추정하는데 필요한 고려사항들을 분석함으로써 향후 국내 상황에 적합한 기간구조 추정시 도움을 줄 수 있을 것으로 생각된다. 올해 채권 펀드들에 대한 시가 평가제가 전면 도입될 예정이며 ABS, MBS, REITs 등의 담보부 채권, 금리선물의 도입 등으로 인하여 채권의 평가는 중요한 문제가 되고 있다. 또한 금융시장의 발전으로 옵션 등이 가미된 여러 복합 채권상품들이 개발되고 있어 이들의 정확한 가치평가를 위해서는 이자율의 기간구조 추정문제는 향후 중요한 문제가 될 것이다.

참 고 문 헌

1. M. J. Brennan and E. S. Schwartz. "A continuous time approach to the pricing of bonds." Journal of Banking and Finance 3, 1979, 133-155.
2. H. Y. Cho and K. Y. Lee. "An Extension of the three-jump process model for contingent claim valuation." Journal of Derivatives 3, 1995, 10-108.
3. J. C. Cox, J. E. Ingersoll Jr. and S. A. Ross. "A re-examination of traditional hypotheses about the term structure of interest rates." Journal of Finance 36, 1981, 769-799.
4. J. C. Cox, J. E. Ingersoll Jr. and S. A. Ross. "A theory of term structure of interest rates." Econometrica 53, 1985, 385-467.
5. T. S. Y. Ho and S. B. Lee. "Term structure movements and pricing interest rate contingent claims.", Journal of Finance 41, 1986, 1011-1029.
6. J. Hull and A. White. "Pricing interest rate derivative securities", Review of Financial Studies 3, 1990, 573-592.
7. R. H. Litzenberger and J. Rolfo. "An international study of tax effects on government bonds", Journal of Finance 39, 1984, 1-22.
8. J. H. McCulloch. "The tax adjusted yield curve.", Journal of Finance 30, 1975, 811-829.
9. J. H. McCulloch. "Measuring the term structure of interest rates." Journal of Business 44, 1971, 811-829.
10. C. R Nelson and Sigel, A. F. "Parsimonious modeling of yield curves.", Journal of Business, 60, No. 4, 473-489.
11. G. S. Shea. "Interest rate term structure estimation with exponential splines: A note.", Journal of Finance 40, 1985, 319-325.
12. J. M. Steeley. "Estimating the gilt-edged term structure: Basis splines and confidence intervals, Journal of Business, Finance and Accounting 18, No4, 512-529.
13. O. A. Vasicek. "An equilibrium characterization of the term structure." Journal of Financial Economics 5, 1977, 177-188.
14. O. A. Vasicek and H. G. Fong. "Term structure modeling using exponential splines." Journal of Finance 37, 1982, 339-356.