

偏心 補剛板의 挫屈解析

함 원 국
조선공학과
(1984. 4. 30 접수)

〈요 약〉

本 論文은 四邊 單純支持된 補剛板이 一軸 壓縮荷重 下에 있을때 Mindlin 平板理論을 導入, Ritz 法에 依하여 彈性 挫屈解析을 수행하였다.

解析 結果值들은 이미 잘 알려진 挫屈 解析法에 依한 結果值들과도 잘 一致하며 特히 다른 方法과 比較하여 準解析的인 本 方法은 매우 작은 電算時間이 소요됨을 알 수 있었다

Buckling analysis of eccentrically stiffened plates

Ham, Won Kuk

Dept. of Naval Architecture & Shipbuilding

(Received April 30, 1984)

〈Abstract〉

In this paper, elastic buckling analysis of stiffened plates under uniaxial compression with all edges simply supported is performed by Ritz method, using a mindlin plate theory and Timoshenko beam theory.

The present results show good agreement with those obtained with a simplified buckling analysis, especially compared with other methods, the present method is more effective in computing time for buckling analysis of a rectangular plate with stiffeners under simple loading and boundary condition.

I. 緒 言

船體는 比較的 弱은 板으로 組立된 補剛平板으로 構成된 복잡한 부정적 構造物이라 할 수 있다. 따라서 壓縮이나 剪斷力의 發生으로 挫屈을 일으키기 쉽고 挫屈은 外力의 크기가 一定한 限界를 넘을때 지금까지 安定狀態에 있었던 變形이 不安定하게 되어 外力을 지탱할 能力이 감퇴된다.^(1,4)

이와 같이 補剛板의 挫屈問題는 많은 研究者들의 관심의 對象이었으나 古典的인 解析의 方法으로는 다루기 힘들었고 最近에는 補剛板의 挫屈解析 問題들이 有限要素法 등의 數值解析法으로 다루어졌다.

분명 有限要素法을 利用한 數值解析法이 一般的인 方法이며 梁의 形狀과 荷重條件 및 境界條件에 對하여도 유용한 方法이긴 하나 프로그램의 大型化, 데이터 準備 및 結果值의 解析에 많은 時間과 努力이 필요하다.

本 論文은 이와 같은 점을 감안하여 補剛板의 挫屈問題에 有限要素法의 結果보다 더 精確度가 높고 時間과 努力이 덜 드는 準解析的인 方法을 使用, Mindlin 平板理論과 Ritz 法을 應用하여 挫屈解析을 수행하였다.^(2,10)

特히 本 論文에서는 一軸 壓縮荷重을 받는 補剛板의 四邊 單純支持 狀態의 경우 荷重方向과 平行한 方向의 補剛材를 갖는 경우, 수직인 方向의 補

剛材만을 갖는 경우, 相互 수직으로 補剛된 平板의 경우 등을 檢討하였다.

結果值의 比較에서 本 論文의 경우 補剛材가 적은 경우(板의 中央部에 한개)는 解析的인 方法^{1),2)}에서 結果值와 精確度가 매우 높으나 補剛材의 數가 增加할수록 다소 精確度가 낮아진다. 그런데 本 論文의 경우는 板과 補剛材의 剪斷效果를 고려한 結果值이므로 위의 解析的인 方法보다 더 바람직한 解析結果라 생각된다.

II. 補剛板의 挫屈解析

1. 概 要

船體構造를 形成하는 大部分의 構造物은 다른 수치에 比하여 얇은板에 해당하나 補剛材의 值數에 따라 挫屈에 미치는 영향은 크게 달라진다. 本 論文에서는 平板은 2次元的으로 Mindlin 平板 理論을 적용하였으며 補剛材는 Timoshenko 보 理論을 적용 平板과 補剛材를 別個로 하여 平板이 挫屈 變形을 일으킬 때의 補剛材의 저항을 무시하였다.

Fig. 1.에서와 같이 一軸 壓縮荷重을 받는 相互 垂直으로 補剛된 比較的 두께가 두꺼운 平板의 挫屈變形 에너지를 考察하고 이것을 最少 포텐셜 에너지 原理를 使用하여 準解析的인 方法으로 定式化하여 挫屈解析을 하였다. 여기서 N_x 는 힘의 單位로 板寬단에 均一分布하는 單位길이당 荷重을 나타내며 t_p, t_s, h_s 는 板두께, 補剛材의 두께 및 높이를 나타낸다.

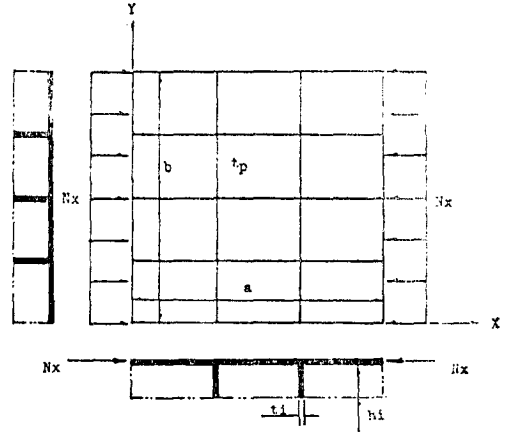
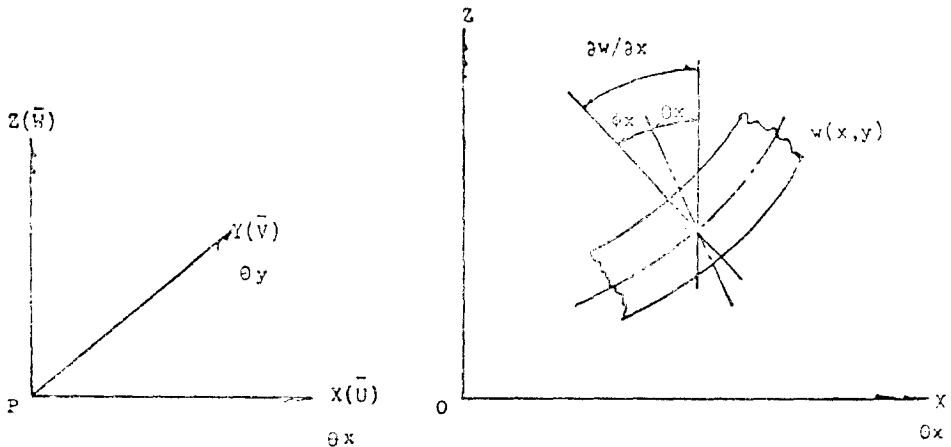


Fig. 1. Orthogonally Stiffened Square Plate.

2. 假 定

두께가 比較的 두꺼운 平板 및 補剛材의 2次元的 解析을 爲하여는 아래와 같은 假定이 必要하다.

- 平板의 材料는 완전 彈性體로서 等質, 等方性이며 Hooke의 法則이 적용된다.
- 板의 中立面에 對한 伸張은 무시하고 彎에 依한 變位만을 고려한다.
- 板의 두께방향으로의 伸張은 무시하며 板두께에 比해 變形은 작은 것으로 한다.
- 平板의 中立面에 作用하는 剪斷力은 平板 自體에만 국한한다.
- 平板挫屈時 補剛材의 비틀림으로 인한 저항은 무시하며 平板과 補剛材 모두 初期 變形은 없는 것으로 한다.



(a) Midplane deformation

(b) Rotation of Cross Section on X-Z Plane

Fig. 2. Deformation

3. 平板과 보에 對한 基本理論

(1) 平板要素

Fig. 2(a)에서와 같이 一般的으로 임의의 點 P (x, y, z)에서의 變位成分 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ 는 아래와 같다.

$$\bar{u} = u(x, y) - z\theta_x(x, y)$$

$$\bar{v} = v(x, y) - z\theta_y(x, y)$$

$$\bar{w} = w(x, y)$$

여기서 u, v, w 는 中立面에 對한 變位成分이며 θ_x, θ_y 는 中立面에 垂直한 斷面의 回轉을 나타낸다. (5)

1) 變形度-變位 關係式

$\frac{\partial w}{\partial x} = \theta_x + \phi_x$ 이므로 $\phi_x = \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x$ 이고 같은 方法으로 $\phi_y = \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y$ 이다.

그러므로 線形 剪斷 變形度 $\{\epsilon_s\}$ 와 稜變形度 $\{\epsilon_s\}$ 는 아래와 같다.

$$\{\epsilon_s\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\{\epsilon_s\} = \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ -\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}\right) \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

式 (2.1), (2.2)로부터 變形度 項은 式(2.3)으로 表現된다.

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_s \\ \dots \\ \epsilon_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \\ \dots \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ -\left(\frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x}\right) \\ \dots \\ \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} - \theta_y \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

2) 應力-變形度 關係式

單位길이당 稜 모멘트와 剪斷力을 각각 M_{xx}, M_{yy}, M_{xy} 및 S_{xx}, S_{yy} 라 두면

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \\ \dots \\ S_{xx} \\ S_{yy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & & \\ & D_{22} & \\ & & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_{xy} \\ \dots \\ \phi_x \\ \phi_y \end{Bmatrix} = [D] \{\epsilon\} \quad (2.4)$$

여기서 $[D]$ 는 剛性係數 行列로 等方性 平板과 相互 垂直으로 補剛된 平板에 對하여는 아래와 같다.

$$[D_s] = \begin{bmatrix} D_x & \nu_y D_x & 0 \\ \nu_x D_y & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$[D_s] = \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & S_2 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

等方性 平板에 對하여는

$$[D_s] = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.5)'$$

$$[D_s] = \frac{Et}{\alpha(1+\nu)} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)'$$

위에서 α 는 平均 剪斷應力의 剪斷角變形 ϕ_x, ϕ_y 에 對한 剪斷應力의 比로서 等方性 平板의 경우는 一般的으로 2.4를 使用한다.

3) 平板 全體의 포텐셜 에너지 Π_p

變形 에너지를 U_p , 포텐셜 에너지를 V_p 라 하면 式 (2.7a), (2.7b), (2.7c) 및 (2.7d)를 얻는다.

$$U_p = \frac{1}{2} \int_A \{\sigma\}^T \{\epsilon\} dA \quad (2.7a)$$

$$V_p = -\frac{1}{2} \int_A \{G\}^T \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} \{G\} dA = -\frac{1}{2} \int_A \{G\}^T [S_0] \{G\} dA \quad (2.7b)$$

$$\text{여기서 } \{G\} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (2.7c)$$

$$[S_0] = \begin{bmatrix} N_x & N_{xy} \\ N_{xy} & N_y \end{bmatrix} \quad (2.7d)$$

그러므로

$$\Pi_p = U_p + V_p \quad (2.7)$$

(2) 보 要素

Fig. 2(b)에서 x座標 方向의 變位를 \bar{u} 라고 하면

$$\bar{u} = u(x, y) - z\theta_x(x, y), \quad \phi_x = \frac{\partial w}{\partial x} - \theta_x$$

이다.

1) 應力一度變形 關係式

$$\{\epsilon'\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_b' \\ \epsilon_x' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \phi_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\partial\theta_x/\partial x \\ +\partial w/\partial x - \theta_x \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

$$\{\sigma'\} = \begin{Bmatrix} M_x' \\ S_{xz}' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} EI \\ S' \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_x \\ \phi_x \end{Bmatrix} = [E] \{\epsilon'\} \quad (2.9)$$

2) 보全體의 포텐셜 에너지 Π_b

變形 에너지를 U_b , 포텐셜 에너지를 V_b 라 하면 式(2.10), (2.11)를 얻는다.

$$U_b = \frac{1}{2} \int_x \{\sigma'\}^T \{\epsilon'\} dx \quad (2.10a)$$

$$V_b = -\frac{1}{2} \int_x \{G'\}^T [S_b] \{G'\} dx \quad (2.10b)$$

여기서 $\{G'\} = \frac{\partial w}{\partial x}$

$[S_b] = [N_b]$

그러므로 $\Pi_b = U_b + V_b$ (2.10)

4. Ritz 法에 依한 挫屈方程式의 誘導

(1) 平板要素

중래의 解析方法에는 Kirchhoff 板理論을 근거로 中立面의 처짐에 對한 境界條件을 만족하는 函數만을 선정하여 解析하였다. 本論文은 Mindlin 平板理論을 기초로한 中立面의 처짐과 回轉을 考慮한 境界條件을 滿足하는 變位函數를 獨立의로 선정하여 板挫屈解析을 수행하였다. 이점이 종래의 解析方法과의 차이점이다. 또한 本論文의 경우는 有限要素法보다도 經濟的 側面에서 有利한 方法이다. 獨立인 變位函數는 아래와 같다.

1) 처짐 w 에 對하여

$x=0, a$ 일때 $w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$ (2.11a)

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_b \\ \epsilon_x \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 & \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ 0 & -\frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} & -\frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \\ -\frac{m\pi}{a} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} & -\cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} & 0 \\ \frac{n\pi}{b} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} & 0 & -\sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{mn} \\ \theta_{xmn} \\ \theta_{ymn} \end{Bmatrix}$$

$$= \begin{Bmatrix} B_1 \\ \dots \\ B_2 \end{Bmatrix} \{\epsilon\} = [B] \{\epsilon\} \quad (2.12)$$

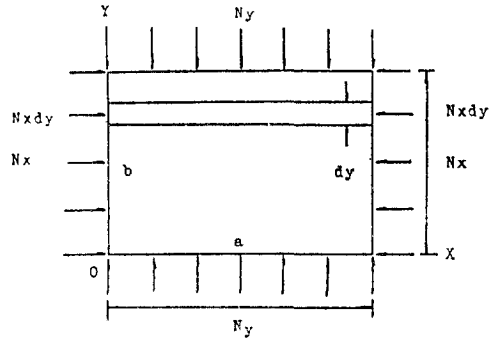


Fig. 3. Inplane loads.

$y=0, b$ 일때 $w = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0$

2) 회전과 θ_x, θ_y 에 對하여

$x=0, a$ 일때 $\theta_x = 0$ (2.11b)

$y=0, b$ 일때 $\theta_x = 0$

3) 式(2.11a), (2.11b)의 境界條件을 滿足하는 變位函數를 式(2.11)과 같이 假定한다.

$$w = W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b}$$

$$\theta_x = \theta_{xmn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.11)$$

$$\theta_y = \theta_{ymn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \cos \frac{n\pi y}{b}$$

여기서 $W_{mn}, \theta_{xmn}, \theta_{ymn}$ 은 미지계수이며 m, n 은 x, y 座標軸 方向의 半波의 數이다.

1) 變位函數에 依한 變形度 表示

假定된 變位函數式(2.11)을 使用하여 剪斷變形度 式(2.3)을 나타내면

$$[K_c] = \begin{bmatrix} \frac{\pi^2}{4} \left\{ N_{x_0} m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + N_{y_0} n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

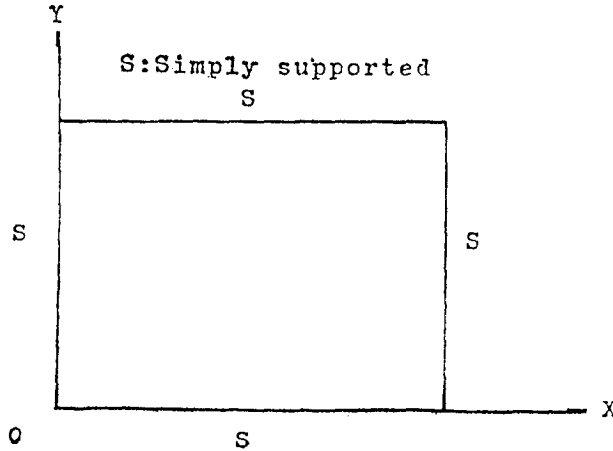


Fig. 4. Boundary Condition

그러므로

$$[K] - \lambda [K_c]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{\pi^2}{4} \left\{ S_1 m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + S_2 n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} & -\frac{\pi}{4} S_1 m b & -\frac{\pi}{4} S_2 n a \\ -\lambda \frac{\pi^2}{4} N_{x_0} \left\{ m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{N_{y_0}}{N_{x_0}} n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} & & \\ -\frac{\pi}{4} S_1 n b & \frac{\pi^2}{4} \left\{ D_{11} m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + D_{33} n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} + \frac{1}{4} S_{1ab} & \frac{\pi^2}{4} m n \{ D_{12} + D_{33} \} \\ -\frac{\pi}{4} S_2 n a & \frac{\pi^2}{4} m n \{ D_{21} + D_{33} \} & \frac{\pi^2}{4} \left\{ D_{33} m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + D_{22} n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} + \frac{1}{4} S_{2ab} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C_{11} - R & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$\{ [K] - \lambda [K_c] \} = 0$ 에 서

$$(C_{11} - R) \{ C_{22} C_{33} - C_{23} C_{32} \} + C_{12} \{ C_{23} C_{31} - C_{21} C_{33} \} + C_{13} \{ C_{21} C_{32} - C_{22} C_{31} \} = 0$$

위식의 $\{ C_{22} C_{33} - C_{23} C_{32} \}$ 와 $C_{12} \{ C_{23} C_{31} - C_{21} C_{33} \} + C_{13} \{ C_{21} C_{32} - C_{22} C_{31} \}$ 를 CONS 1, CONS 2라 두면

$$R = C_{11} + \frac{\text{CONS 2}}{\text{CONS 1}} = N_x \pi^2 \left\{ m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{N_{y_0}}{N_{x_0}} n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\}$$

$$\text{그러므로 } N_x = R / \pi^2 \left\{ m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{N_{y_0}}{N_{x_0}} n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} \quad (2.19)$$

여기서 $\frac{N_{x_1}}{N_{x_2}}$ 는 應力比(σ_{cr}/σ_s)이다. 또한 임계응력 $\sigma_{cr} = N_{x_1}/t$ 이므로

$$\sigma_{cr} = \frac{K\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 = K \cdot \sigma_s \quad (2.20)$$

그러므로 挫屈荷重係數 $K = \sigma_{cr}/\sigma_s \quad (2.20a)$

(2) 要素

1) x軸 方向의 補剛材

補剛材의 y軸 方向의 座標를 y_i 라 하면 變位函數 (2.11)은 아래와 같다.

$$\left. \begin{aligned} w &= W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = W_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot S_y \\ \text{여기서 } S_y &= \sin \frac{m\pi y_i}{b} \quad (\text{상수}) \\ \text{따라서 방법 으로} \\ \theta_x &= \theta_{xmn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot S_y \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

式(2.8) 및 (2.10b)의 $\{G'\}$ 를 式(2.21)을 使用하여 나타내면 아래와 같다.

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon'_x \\ \varepsilon'_y \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \chi_x \\ \phi_x \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} -\partial\theta_x/\partial x \\ \partial w/\partial x - \theta_x \end{matrix} \right\}$$

$$\left\{ \varepsilon'_y \right\} = \left[-\frac{m\pi}{a} S_y \cdot \sin \frac{m\pi x}{a} \right] \left\{ \theta_{xmn} \right\} = [B_x] \{ \delta \} \quad (2.22a)$$

$$\left\{ \varepsilon'_x \right\} = \left[-\frac{m\pi}{a} S_y \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \right] \left[-S_y \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \right] \left\{ \frac{W_{mn}}{\theta_{xmn}} \right\} = [B_x] \{ \delta \} \quad (2.22b)$$

$$\{G'\} = \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} \right\} = \left[\frac{m\pi}{a} S_y \cdot \cos \frac{m\pi x}{a} \right] \{W_{mn}\} = [C] \{ \delta \} \quad (2.22c)$$

그러므로 剛性行列 $[K]_x$, $[K_c]_x$ 를 나타내면 式(2.22), (2.23)을 얻게 된다.

$$[K]_x = S_y^2 \begin{bmatrix} GA_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} & -GA_x \frac{m\pi}{2} & 0 \\ -GA_x \frac{m\pi}{2} & GA_x \frac{a}{2} + EI_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$[K_c]_x = \int_0^a [C]^T [S_y] [C] dx = \sigma_s A_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} \cdot S_y^2 \quad (2.23)$$

2) y軸 方向의 補剛材

補剛材의 x座標의 位置를 x_i 라 하면

$$w = W_{mn} S_x \cdot \sin \frac{m\pi y}{b}$$

$$\theta_y = \theta_{ymn} S_x \cdot \cos \frac{n\pi y}{b}$$

여기서 $S_x = \sin \frac{n\pi y}{b}$: (상수)이다.

1)의 過程과 같이 $[K]_y$, $[K_c]_y$ 를 求하면 式(2.24a) 및 (2.24b)를 얻는다.

$$[K]_y = S_x^2 \begin{bmatrix} GA_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} & 0 & -GA_y \frac{n\pi}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -GA_y \frac{n\pi}{2} & 0 & GA_y \frac{b}{2} + EI_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} \end{bmatrix} \quad (2.24a)$$

$$[K_c]_y = \int_0^b [C]^T [S_0] [C] dy = \sigma_y A_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} \cdot S_y^2 \quad (2.24)$$

그러므로 보에 대한 $[K]$ 와 $[K_c]$ 를 구하면 식(2.24) 및 (2.25)를 얻는다.

即 $[K]_0 = [K]_x + [K]_y$, $[K_c]_0 = [K_c]_x + [K_c]_y$ 이다.

여기서

A_x : x 軸 方向의 補剛材의 斷面積

I_x : 補剛材의 2次 慣性모멘트

G : 剪斷係數

다른가지로 y 軸의 境遇도 같다.

그러므로 $[K]_0$, $[K_c]_0$ 를 구하면 아래와 같다.

$$[K]_0 = \begin{bmatrix} S_y^2 \cdot GA_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} + S_y^2 GA_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} - S_y^2 GA_x \frac{m\pi}{2} & -S_y^2 GA_x \frac{n\pi}{2} \\ -S_y^2 GA_x \frac{m\pi}{2} & S_y^2 \left\{ GA_x \frac{a}{2} + EI_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} \right\} & 0 \\ -S_y^2 GA_y \frac{n\pi}{2} & 0 & S_y^2 \left\{ GA_y \frac{b}{2} + EI_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} \right\} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$[K_c]_0 = \begin{bmatrix} \sigma_x \left\{ A_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} S_y^2 + \frac{\sigma_y}{\sigma_x} A_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} \cdot S_x^2 \right\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

5. 補剛平板

(1) 補剛平板의 $[K]_{,p}$ 와 $[K_c]_{,p}$

式(2.16), (2.17)위에 式(2.24), (2.25)를 代入하여 補剛平板의 剛性行列 및 幾何學的 剛性行列을 求하면 아래와 같다.

$$[K]_{,p} = \begin{bmatrix} \frac{\pi^2}{4} \left\{ S_1 m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + S_2 n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} & -\frac{\pi}{4} S_1 mb - GA_x \frac{m\pi}{2} S_y & -\frac{\pi}{4} S_2 na - GA_y \frac{n\pi}{2} S_x \\ +G \left\{ A_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} \cdot S_y^2 + A_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} \cdot S_x^2 \right\} & & \\ -\frac{\pi}{4} S_2 mb - GA_x \frac{m\pi}{2} S_y & \frac{\pi^2}{4} \left\{ m^2 D_{11} \left(\frac{b}{a} \right) + n^2 D_{33} \left(\frac{a}{b} \right) \right\} & \frac{\pi^2}{4} mn \{ D_{12} + D_{21} \} \\ +\frac{1}{4} S_1 ab + S_y^2 \left\{ GA_x \frac{a}{2} + EI_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} \right\} & & \\ -\frac{\pi}{4} S_2 na - GA_y \frac{n\pi}{2} S_x & \frac{\pi^2}{4} mn \{ D_{12} + D_{21} \} & \frac{\pi^2}{4} \left\{ D_{33} m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + D_{11} n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} \\ +\frac{1}{4} S_2 ab + S_x^2 \left\{ GA_y \frac{b}{2} + EI_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} \right\} & & \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

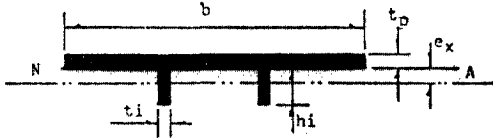
$$[K_c]_{,p} = \begin{bmatrix} \frac{\pi^2}{4} \left\{ N_x m^2 \left(\frac{b}{a} \right) + N_y n^2 \left(\frac{a}{b} \right) \right\} + \sigma_x \left\{ A_x \frac{m^2 \pi^2}{2a} \cdot S_y^2 + \frac{\sigma_y}{\sigma_x} A_y \frac{n^2 \pi^2}{2b} \cdot S_x^2 \right\} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

(2) 固有值 方程式의 構成

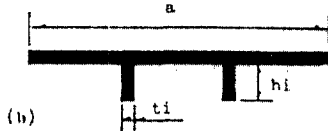
$|[K]_{i,p} - \lambda[K_c]_{i,p}| = 0$ 은 式(2.26)의 K_{11} 要素에서 式(2.27)의 K_{c11} 要素를 除함으로 $[K]_{i,p} - \lambda[K_c]_{i,p}$ 의 最終 行列은 構成된다.

(3) 補剛平板의 斷面 特性值 計算

i) x 軸 方向의 斷面 特性值



(a)



(b)

Fig. 5. Section of Stiffened Plate and its Dimension

Fig. 5(a)에 의하면

$$A_i = b \cdot t_s + \sum h_i \cdot t_i$$

$$M_i = b \cdot t_s \cdot \frac{t_s}{2} + \sum h_i \cdot t_i \cdot \frac{t_i}{2}$$

$$= \frac{b \cdot t_s^2}{2} + \sum \frac{h_i \cdot t_i^2}{2}$$

$$e_x = M_i / A_i$$

$$I_{xi} = \frac{1}{12} h_i^3 \cdot t_i + (h_i \cdot t_i) \left(\frac{h_i}{2} - e_x \right)^2$$

$$A_i = t_i \cdot h_i$$

Table. 1. Stress ratio of equidistant longitudinally stiffened plate according to the various area ratio when $b/t=100$, $a/b=1.0$ simply Supported boundary Condition.

Number of Stiffener	δ	δ					
		0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
LS=1	T	0.326	0.348	0.445	0.634	0.942	1.393
	P	0.316	0.384	0.445	0.633	0.940	1.387
LS=2	T	0.316	0.364	0.504	0.776	1.213	1.849
	P	0.315	0.363	0.504	0.774	1.210	1.839
LS=3	T	0.315	0.378	0.560	0.908	1.463	2.261
	P	0.315	0.378	0.559	0.906	1.457	2.246

2) y 軸 方向의 斷面 特性值

Fig. 5(b)에서

$$A_i = a \cdot t_s + \sum h_i \cdot t_i$$

$$M_i = \frac{1}{2} a t_s^2 + \frac{1}{2} \sum t_i \cdot h_i^2$$

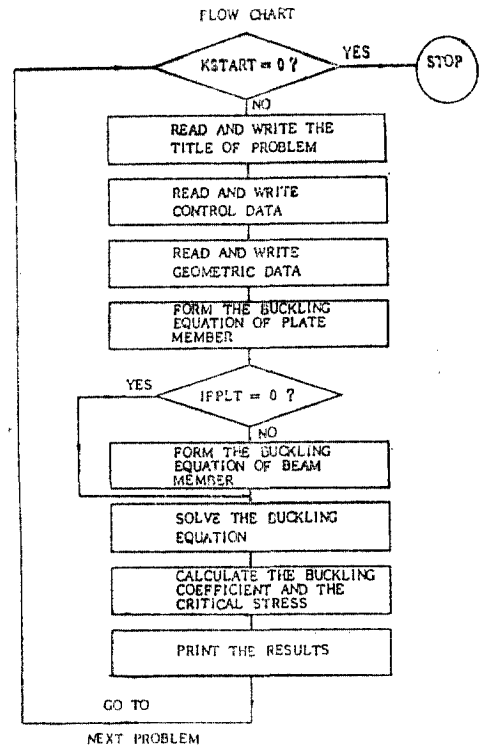
$$e_y = M_i / A_i$$

$$A_i = t_i \cdot h_i$$

$$I_{yi} = h_i \cdot t_i \left\{ \frac{h_i^2}{12} + \left(\frac{h_i}{2} - e_y \right)^2 \right\}$$

III. 電算 프로그램과 解析例

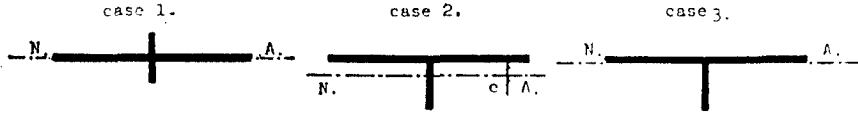
1. 電算 프로그램의 흐름도



2. 解析例

(1) 解析精度의 比較

길이와 폭이 $a=1,200\text{mm}$, $b=1,200\text{mm}$ 이고 平板과 補剛材의 두께가 모두 12mm 이다. 補剛材가



CASE 1; 전체 structure의 N. A.를 Plate의 Midplane에 일치
 CASE 2; 전체 structure의 N. A.를 e만큼 수정
 CASE 3; 전체 structure의 N. A.를 Plate와의 접합점에 일치

Fig. 6. Selection of N. A. of total structure for each case.

Table 2. Comparison of Numerical Values of Factor K for the Case of one and three longitudinal Ribs

MODEL CASE	MODEL-1			MODEL-2		
	Troitsky	Author	Error (%)	Troitsky	Author	Error (%)
CASE 1.	5.1278195	5.1261889	-0.03	6.306569	6.125133	-2.8
2	7.594776	7.5906390	-0.05	10.553361	10.245538	-2.9
3	9.233082	9.2265187	-0.07	14.277372	13.855600	-2.9

a=500 b=500 $T_p=3.2$ $T_i=3.2$ $h_i=16$ $E=21,000$ $\nu=0.3$

Table 3. Comparison of stress ratio according to various area ratio when $b/t=100$, $a/b=1.0$ one longitudinal stiffened square Plate.

Model CASE	$\delta=0.01$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
CASE 1	0.316	0.348	0.445	0.633	0.940	1.387
CASE 2	0.286	0.297	0.350	0.469	0.675	0.984
CASE 3	0.311	0.315	0.335	0.378	0.451	0.559

Table 4. Comparison of stress ratio according to various area ratio when $b/t=100$, $a/b=1.0$ two longitudinal stiffened square late.

MODEL CASE	$\delta=0.01$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
CASE 1	0.315	0.363	0.504	0.774	1.210	1.839
CASE 2	0.284	0.299	0.374	0.536	0.808	1.207
CASE 3	0.309	0.315	0.343	0.405	0.509	0.662

等間隔으로 荷重과 平行한 方向으로 配置될때(이후는 LS-1, LS-2, LS-3: 여기 숫자는 補剛材의 數)와 荷重과 垂直 方向의 補剛材만을 가질때(TS-1, TS-2, TS-3) 그리고 相互 垂直으로 補剛된 平板의 境遇(CS-1, CS-2, CS-3), 單純支持 條件과 一軸 壓縮荷重 下에서 이들 補剛平板이 나타내는 挫屈 거

동을 조사하였다.

解析精度的 確認을 爲하여 이미 잘 알려진 結果 值들(1,3)과 比較하였다. Table-1에서 알 수 있는바와 같이 길이 方向의 補剛材를 갖는 경우, 補剛材의 높이를 變化시켜가며 應力比의 값(σ_r/σ_p)을 조사한 결과 대단히 높은 精度를 얻었다. 또한 Fig. 6에서와 같이 補剛材 全體의 中立軸의 位置 選定을 Case-2와 같이 修正하여 Timoshenko 나 Troitsky

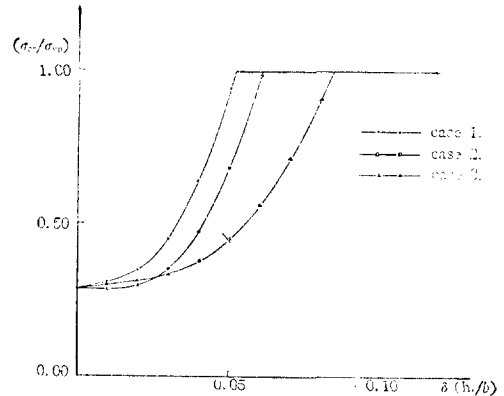


Fig. 7. Comparison of stress ratio for a plate stiffened by one longitudinal (aspect ratio=1.0)

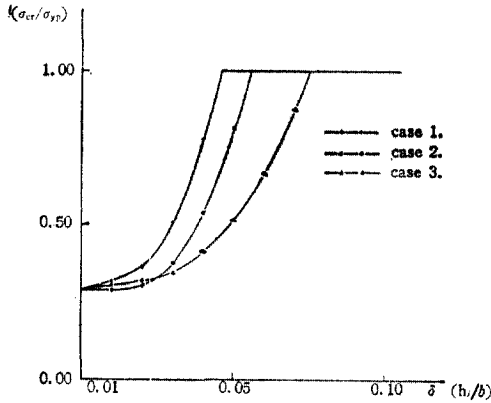


Fig. 8. Comparison of stress ratio for a plate stiffened by tow longitudinal ($a/b=1.0$)

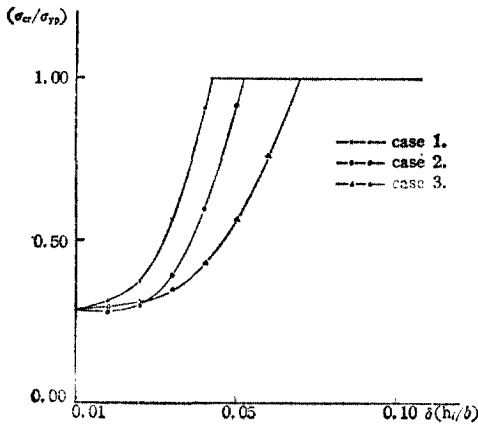


Fig. 9. Comparison of stress ratio for a plate stiffened by three longitudinal ($a/b=1.0$)

에 의해 소개된 Case 1, 3과 比較하여 Table-2에 나타내었다. 여기 Model-1, 은 補剛材가 1個인 境遇이며 Model-2는 3個인 境遇이다. (1,3)

Table-2의 Case-1의 境遇는 補剛材의 影響을 過小評價한 結果이며 Case-3는 過大評價한 結果를 나타낸다. 本論文의 境遇 中立軸의 位置는 補剛平板 自體 斷面의 實際 中立軸이긴 하나 平板 自體의 剛性度 計算時 中立軸에 對한 修正을 고려치 않았으므로 補剛平板 自體의 正確한 剛性度와는 多少 차가 있겠으나 實際에 가장 가까운 近似值로 간주될 수 있다. Fig. 7, 8, 9는 補剛平板 LS-1, LS-2, 및 LS-3에 對하여 補剛材의 높이 變化에 따른 應力

比의 變化를 나타내었다.

(2) 補剛 效果의 比較

Fig. 10, 11에서 알 수 있는 바와 같이 LS-1과 TS-1의 境遇, 補剛材의 높이가 增加됨에 따라 應力比의 增加를 볼 수 있다. 즉 荷重方向과 平行한 補剛材 配置가 바람직한 方法이며 TS-1의 境遇는 面積比(h_i/b)가 0.05 전후에서 補剛材는 더 이상 補剛效果에는 기여하지 못하는 panel braker의 역할만을 하게된다.

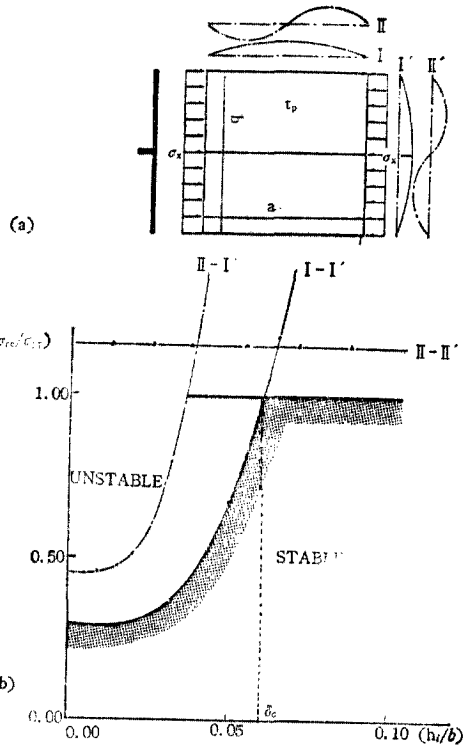


Fig. 10. (a) Buckling Mode shape of plate with LS=1, available.

(b) stress ratio of one stiffened square plate.

Fig. 12, 13에서 TS-3의 境遇 補剛材 치수가 적을 때는 補剛平板 全體 極屈이 발생되나 치수가 增加함에 따라 補剛材의 一部가 Panel Braker의 役割만을 하게되어 局部 極屈形態로 同一한 寸法의 LS-3

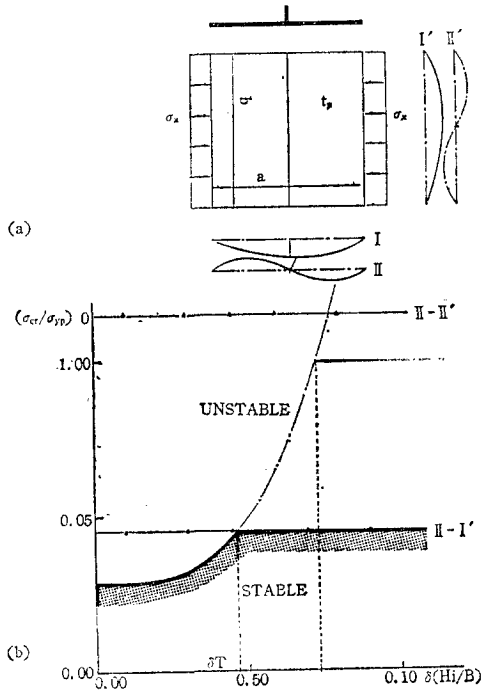


Fig. 11. (a) Buckling Mode shape of plate with TS=1, available.
(b) stress ratio of one Transversly stiffened plate.

에 비하여 應力비가 떨어짐을 알 수 있다. 즉 Fig. 12, 13은 같은 條件 下에서는 同一한 荷重을 걸 때는 荷重에 平行한 補剛材를 갖는 것 보다 垂直方向의 補剛材를 갖는 경우가 더 큰 寸法의 補剛材가 要求됨을 알 수 있다.

(3) 相互 垂直으로 補剛된 平板

Fig. 14는 $a/b=1.0$ 이고 荷重 方向으로 3개의 補剛材가 等間隔으로 配置된 補剛板에, 이에 垂直方向으로 補剛材를 等間隔配置하여 控屈거동을 조사하였다.

CS-1의 경우 Fig. 14(a)에서 알 수 있는바와 같이 補剛板 全體控屈이 발생하기전 Fig. 14(b)에서와 같이 1차적으로 II-I'로 표시된 局部控屈을 일으키며 補剛材의 높이가 더 增加하면 彈性控屈의 限界를 벗어나게 된다.

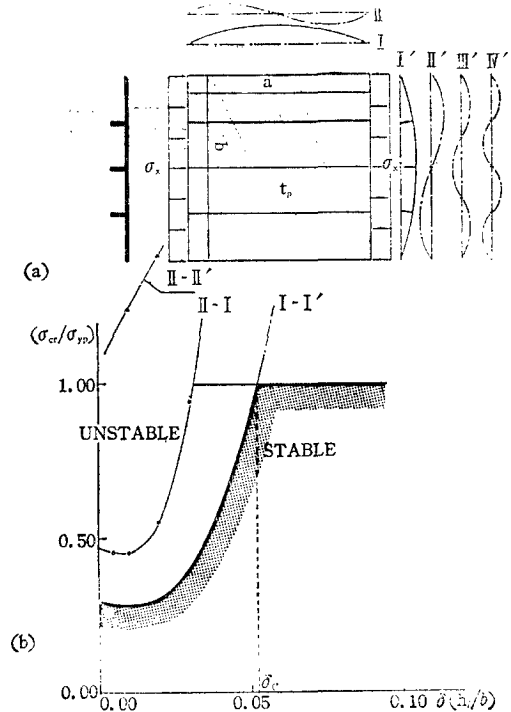


Fig. 12. (a) Buckling Mode shape of plate with LS=3, available.
(b) stress ratio of three stiffened square plate.

Table. 5. Comparison of stress ratio according to various area ratio when $b/t=100$, $a/b=1.0$ three longitudinal stiffened square Plate.

MODEL CASE	$\delta=0.01$	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
CASE 1	0.315	0.378	0.560	0.906	1.457	2.246
CASE 2	0.282	0.301	0.394	0.592	0.915	1.378
CASE 3	0.307	0.314	0.352	0.431	0.563	0.755

특히 Fig. 12와 比較하여 보면 CS-1이 LS-3에 使用된 補剛材의 寸수를 半程도 줄일 수 있는 効果가 있음을 나타낸다. 이는 船體의 外板 또는 甲板에 거더나 特設 骨格 및 船側중거더등을 설치하므로 骨格이나 骨의 寸法을 줄일 수 있는 것과 같은 것이다.

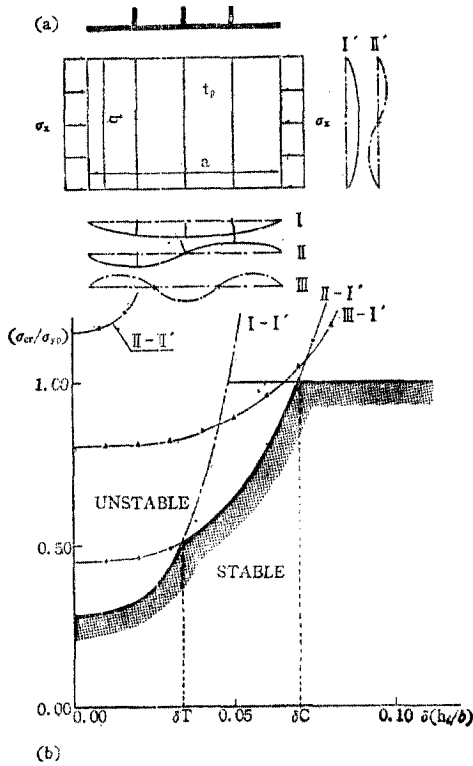


Fig. 13. (a) Buckling Mode Shape of plate with TS=3, available.
(b) Stress ratio of three Transversely stiffened plate.

그러나 CS-2, CS-3의 경우는 剛性이 대단히 커서 彈性挫屈을 일으키기 전에 塑性域으로 들어감을 알 수 있었다.

3. 電算時間의 比較

本 論文의 方法과 有限要素法에 依한 方法과의 電算時間을 比較한 結果 Table-6에서와 같은 時間

Table. 6. Comparison of Computational effort

method	time used			FEM: Present method
	CPU	I/O	CON.	
F. E. M	0:00 1:29	0:00 48:35	0:01 14:12	8.0×10^4
Present method	0:00 0:02	0:00 0:57	0:03 0:07	1

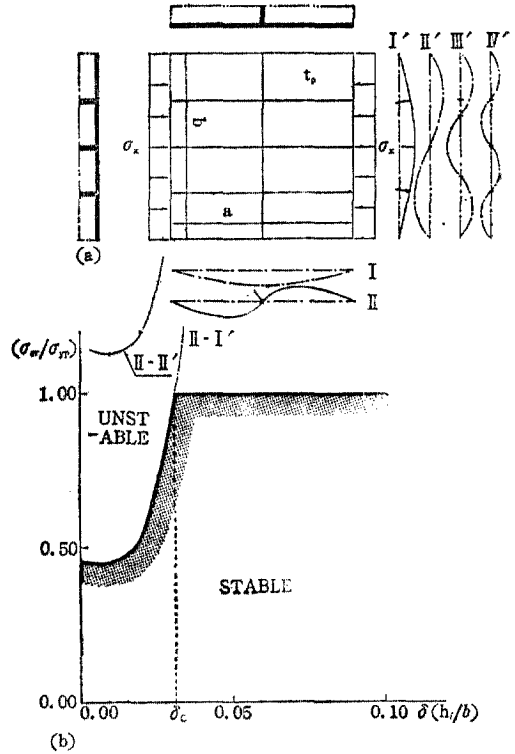


Fig. 14. (a) Buckling Mode shape of plate with LS=3, TS=1, available.
(b) Stress ratio of orthogonally stiffened square plate.

적인 利點이 있음을 알게 되었고, 直四角形 補剛平板의 挫屈解析에는 추진할만한 方法이라 생각된다.

Ⅶ. 結 言

本 論文은 補剛平板의 挫屈解析을 Ritz法을 利用한 準解析的인 方法을 적용하여 다음과 같은 結論에 도달했다.

(1) 等間隔으로 配置된 補剛平板의 挫屈解析을 통해 補剛材는 荷重方向으로 配置하는 것이 垂直方向 配置보다 훨씬 유리하며 $a/b=1.0$ 以下에서는 全體 挫屈 狀態에서 補剛材 寸數 增加에 따라 塑性域에 도달한다.

(2) 相互垂直 補剛平板에서는 荷重方向의 垂直方

向補剛材의 配置數에 따라 荷重方向 補剛材단을 갖는 補剛板의 補剛材 寸法의 50%以上 감소시킬 수 있다.

(3) 荷重方向에 垂直한 補剛材는 面積比의 增加에 따라 構造物 全體 挫屈로부터 局部挫屈 形態로 變하여 塑性域에 이른다. 이때 補剛材의 一部는 挫屈剛度 增加에는 影響을 주지 못하는 Panel Braker의 역할단을 담당하게 된다.

(4) 本 論文의 方法은 補剛平版 挫屈解析에서 잘 알려진 解析結果와도 잘 一致하며 다른 어떤 方法들 보다는 電算時間 面에서 有利한 方法[Table-6 參照]임을 알 수 있다.

(5) 本 論文의 프로그램은 有限要素法에 依한 解析보다도 直四角形 偏心 補剛板 挫屈解析에서는 經濟的 側面에서 有利하며 더 擴張하여 大變形 또는 後挫屈 理論에도 適用할 수 있다.

참고 문헌 목록

1. S.P. Timoshenko and J.M. Gere "Theory of Elastic Stability" 2nd ed. McGraw-Hill Ltd. 1961.
2. Szilard "Theory and Analysis of Plates" Prentice-Hall Inc. 1974.
3. M.s. Troitsky "Stiffened Plates Bending, Stability and Vibration" Elsevier Scientific Publishing Co. 1976.
4. E. Hinton "A Thick Finite Strip Solution for Static, Free Vibration and Stability Problem" J. J. N. M. E. Vol. 10, 1976.
5. E. Hinton "Buckling of Initially Stressed Mindlin Plates Using a Finite Strip Method" Computers and Structures Vol. 8, 1978.
6. Klaus-Jurgen Bathe and Edward. L. Wilson "Numerical Method in Finite Element Analysis" Prentice-Hall Inc. 1976.
7. G. V. Rao, J. Venkataraman and K. Kanaka Raju. "Stability of Moderately thick Rectangular Plates Using a high Precision Triangular Element" Computers and Structures Vol. 15, 1975.
8. Kanwar K. Kapur and B. J. Hartz "Stability of Plates Using The Finite Element Method" ASCE. Engineering Mechanics Div. 1966.
9. D. J. Allman "Calculation of the Elastic Buckling Loads of Thin Flat Reinforced-Plates using Triangular Finite Element." I. J. N. M. E. Vol. 9, 1975.
10. 양박달지, "보강관의 파손해석", 공학석사 학위논문, 서울대학교, 1981.
11. 이재신, "선체구조역학", 초판, 재단법인 한국해사문제연구소
13. S. Srinivas and A.K. Rao "Buckling of thick rectangular Plates" AIAAJ. 7(8), 1645-1646 (1969)
14. Ir. H. Geertsema "Buckling analysis of ship Plate-structures" Report No 207s, Netherlands Ship Research Centre TNO, Delft, The Netherlands.
15. Hinton, E., Razzaque, A., Zienkiewicz, O.C., and Davies, J.D., "A Simple Finite element Solution for Plates of Homogeneous, Sandwich and cellular construction", Proc. Inst. Civ. Eng. 59, Part 2. 43-65 1975.
16. 이용재, "압축을 받는 판 및 보강관의 유한대관법에 의한 기하학적 비선형 해석", 공학박사 학위논문 서울대학교 1978.