

LDPC부호화를 적용한 영상통신시스템설계

최태식 · 공형윤 · 최원호
전기전자 및 자동화공학부

<요약>

다양한 멀티미디어 통신이 발달함에 따라 채널부호화를 사용하여 오류를 정정하는 기술이 발달되어 왔다. 본 논문에서는 압축영상의 전송에서 LDPC 부호화를 이용하여 영상통신채널에서의 오류를 복원하고, 영상을 재구성할 수 있는 영상통신시스템을 제안한다. 제안된 영상통신시스템은 패리티검사행렬을 사용하여 가장 많은 오류를 발생하는 열과 가장 적은 오류를 발생하는 열을 교환하는 방식을 사용하였고, 가우시안 노이즈를 가지는 통신채널의 신호 대 잡음비는 0dB에서 4dB의 범위로 설정하였다. 패리티 검사 행렬이 작은 경우 제시한 교환 방식을 사용하였을 때 사용하지 않은 경우보다 BER 성능이 우수함을 확인하였으며, 영상을 재구성한 경우에도 PSNR 성능이 우수함을 확인할 수 있었다.

Design of an Image Communication System Using LDPC Decoding Technique

Tae-Sik Choi · Hyung-Yun Kong · Won-Ho Choi
School of Electrical, Electronic and Automation

<Abstract>

As a various multimedia communication has been developed, the error correction technique using the coding method was improved. In this paper, an image communication system using the LDPC decoding method for restoring the error and reconstructing the image in the image compression transmission is proposed. The

* 본 연구는 반도체교육설계센터의 지원으로 수행되었음

proposed system has a parity check matrix that can alternate the least occurring error column with the most occurring error column. The signal to noise ratio of a communication channel with the gaussian noise was determined the range between 0dB and 4dB. When a parity check matrix was a small size, the system's BER efficiency with the parity check alternating method was better than the parity check without it. Also in reconstructing image, the proposed system's PSNR efficiency was superior to system without alternating method.

I. 서론

다양한 멀티미디어 데이터통신이 발달함에 따라 데이터를 압축하는 기술과 이를 잡음이 존재하는 채널을 통해 전송하는 경우 채널부호화를 이용하여 오류를 정정하는 기술이 발달되어 왔다. 멀티미디어 중 영상데이터는 가장 큰 데이터량을 가지고 있으며 무선채널을 통해 효율적으로 전송하기 위해서는 적절한 압축방법 뿐만 아니라 적절한 채널부호화가 필수적이게 된다[4][5][8]. 영상의 압축 방법은 영상 데이터에서의 중복성을 제거하는 작업이다. 따라서 압축된 영상은 원 영상보다는 적은 데이터량을 가지며, 이렇게 압축된 영상은 채널을 통해 전송되면서 채널잡음에 매우 민감하여 이렇게 수신된 데이터를 복원하는 경우 오류가 발생하게 된다. 따라서 채널잡음을 포함한 전송된 데이터의 축퇴(degradation)를 방지하는 일이 매우 중요하며, 영상데이터의 축퇴를 방지하기 위해서는 주로 다음과 같은 세 가지 방법이 이용된다. 첫째는 전송단에서 영상압축 부호화를 채널의 잡음에 보다 견고하도록 설계하는 방법이며, 둘째는 채널잡음과 같이 전송된 영상으로부터 주위 블록과의 관계를 이용하여 오류를 최대한 숨기는 오류 은닉 기법(error concealing method)이며, 마지막으로 본 논문에서 이용한 방법과 같이 오류를 찾고 정정하기 위해 여분의 용장 비트(redundancy bit)를 추가하여 오류를 정정하는 방법이 있다.

본 논문에서는 그림 1과 같이 현재 일반적으로 압축률이 우수하며 압축 후 다시 복원한 영상의 품질도 우수한 JPEG으로 영상을 압축하고 채널부호화로 LDPC(Low Density Parity Check) 부호화를 적용한 영상통신 시스템을 기술하며[1][2][3], 부가적으로 DC 계수 보상법을 이용하였다.

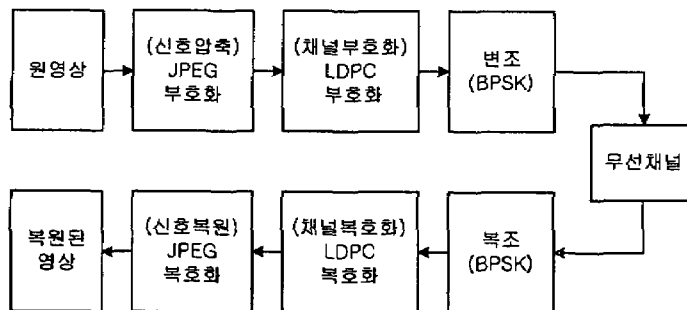


그림 1 제안된 시스템의 기본적인 개념도

압축된 영상의 헤더부분은 데이터 재전송 방식 (Auto Repeat reQuest : ARQ)를 통해 오류가 발생하지 않을 때까지 재전송을 요구받고, 영상 데이터 부분은 전방 오차 제어 방식(Forward Error Correcting : FEC)을 이용하여 오류를 정정하는 방법을 사용하였다. 또한 DC 값은 다음 블록으로의 오류전파현상을 막기 위해 PCM을 적용하였다.

본 논문은 다음과 같은 구성으로 이루어진다. 2장에서는 채널부호화로서 1962년 Gallager에 의해 제시된 LDPC에 대한 소개한다. 3장은 제안한 영상통신시스템을 언급하는 부분으로 LDPC의 패리티 검사 행렬의 성능을 개선하기 위해 전송한 비트열과 복원한 비트열의 간의 오류의 수를 측정하여 가장 많은 오류를 발생한 열과 가장 적은 오류를 발생한 열을 교환하는 방법을 제시하였으며, 4장에서는 컴퓨터 모의실험의 결과를 제시하였으며, 마지막으로 5장에서는 본 논문의 결론을 나타내었다.

II. LDPC채널 부호화

채널을 통해 보낸 신호가 잡음, 페이딩, 전파방해 등의 여러 가지 채널의 손상에 대해 보다 잘 극복할 수 있게 함으로써 통신 성능을 향상시키기 위한 신호변환의 일종으로, 부가적인 비트에 의한 보다 넓은 주파수 대역을 사용하여 BER을 줄이거나 요구되는 SNR을 낮추기 위해 채널 부호화를 사용한다. LDPC부호는 패리티 검사 행렬의 원소들이 대부분 0인 선형 블록 부호의 일종으로 반복 복호에 의해 복호가 이루어지며 Shannon의 성능 한계에 근접하는 성능을 보인다. 또한 부호어의 최소거리 특성이 좋기 때문에 오류마루(error floor) 현상이 보이지 않으며 복호기도 간단히 구성할수 있다.

2.1 선형블록 부호화

1948년 Calude Shannon은 그의 논문 "A Mathematical Theory of Communication"에서 잡음성 채널에서의 신뢰할 수 있는 통신을 수행하는 작업을 하였으며, 그림 2와 같이 정보가 부호화 되고, 전송되고 최종적으로 오류 정정 부호에 의해 복호화 되는 전송과정을 제시하였다.

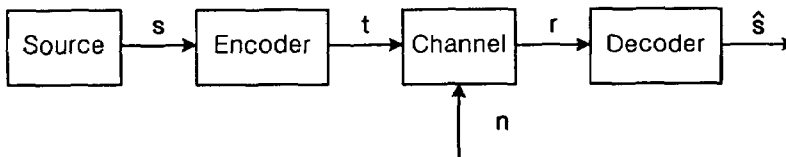


그림 2 일반적인 에러 정정 통신시스템의 블록 다이어그램

블록 부호화는 모든 정보블록 s 를 블록의 크기 n 으로 변환해 주며, 실제 k 개의 정보를 n 비트로 전송하게 되므로, 이러한 부호의 부호률은 k/n 가 된다. 이러한 선형 블록 부호화는 차수가 $k \times n$ 인 생성행렬 G 에 의해 정의되며, 정보부호 s 는 $t = G^T s$ 에 의해

부호어 t 로 바뀌어진다. G 를 systematic한 형태로 생각하는 것이 일반적이며, $G \equiv [I_k | P]$ 로 나타낼 수 있다. 여기서 $[A|B]$ 라는 표현은 행렬 A 와 행렬 B 의 연결된 형태를 나타내며, I_k 는 $k \times k$ 차수의 정방행렬을 나타내며, $m = n - k$ 는 패리티 검사 비트 수를 나타낸다.

패리티 검사 행렬 H 는 $m \times n$ 의 차수를 가지며, H 는 $[-P | I_m]$ 형태를 가지고 있으며, GF(2)에서 적용되는 부호화의 경우에는 $P \equiv -P$ 인 특성을 가진다. 각 행의 패리티 검사 행렬은 $HG^T = 0$ 의 조건을 만족하며, 따라서 다음 식과 같이 수신된 벡터의 오류를 정정할 수 있다.

$$Hr = H(t + n) = HG^T s + Hn = Hn = z \quad (2-1)$$

여기서 신드롬 벡터(syndrome vector) z 라는 개념을 도입하게 되는데, 만약 신드롬 벡터가 널 벡터(null vector)라면, 오류가 없는 것으로 가정을 하고, 만일 신드롬 벡터가 0이 아니라면 주어진 채널의 특성을 고려해서 주어진 신드롬으로부터 최적의 잡음 벡터(noise vector)를 찾게 된다. 선형 오류 정정 부호는 다음 그림 3으로 나타낼 수 있다.

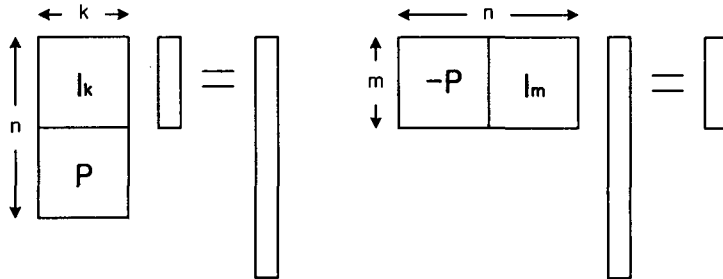


그림 3 선형 블록 부호화

2.2 LDPC의 개요 및 Gallager의 패리티 검사 행렬 구성

LDPC 부호화 역시 선형 에러 정정 부호화의 일종이다. 따라서 LDPC 부호화는 정보블록 s 를 생성 행렬 G 를 이용하여 전송하고 블록 즉 부호어(codeword) t 로 변형해 준다. 이러한 부호어는 패리티 검사 행렬 H 와는 $Ht = 0$ 를 만족하여야 한다. LDPC 부호는 패리티 검사행렬 H 가 대부분이 0인 행렬로 구성되어 있다. Gallager는 블록의 크기가 n 이고 열은 p 개의 1이 존재하고, 행에는 q 개의 1이 존재하는 (일반적으로 $q \geq 3$) (n, p, q) LDPC 부호를 정의하였다. 그림 4는 Gallager에 의해 구성된 $(20, 3, 4)$ LDPC 부호를 나타내었다[1][2]. 만약 모든 열이 선형적으로 독립이라면 부호율은 $(q-p)/q$ 가 되며, 다른 방법으로 표기하면 $(n-p')/n$ 이 되며, 여기서 p' 은 H 의 열의 차수가 된다.

1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1

그림 4. 패리티 검사 행렬의 예 (20,3,4) LDPC

그림 4에서 Gallager의 구성을 살펴보면 아래의 두 행렬 부분은 첫 번째 행렬의 열순열(column permutation)의 형태를 가지는 것을 알 수 있다. 열순열에 의해 구성되어진 모든 행렬의 앙상블(ensemble)을 고려해 봤을 때, Gallager는 충분히 긴 블록길이와 고정된 p 값이 있다면, 이는 최적의 복호화기(optimal decoder)는 에러 발생확률(error probability)을 지수적으로 줄일 수 있으며, 일반적으로 블록길이의 길이가 커짐에 따라 부호어의 최소거리도(minimum distance) 선형적으로 증가함을 증명하였다.

정보 벡터 s 가 생성행렬에 의해 부호화 되었다면, 전송되어지는 벡터는 $t = G^T s$ 와 같이 표현할 수 있다. 무선채널을 통해 전송이 되므로 앞에서 언급한 채널 잡음이 포함되어 수신된 벡터는 $r = t + n$ 이 되며, 수신된 벡터를 패리티 검사 행렬 H 와 연산을 하여 신드롬을 구할 수 있다.

$$z = Hr = HG^T s + Hn = Hn \quad (2-2)$$

LDPC 복호화 역시 블록 부호화의 일종이므로 신드롬 복호화를 수행하며, 신드롬 벡터 $Hx = z$ 를 만족하는 가장 적절한 벡터 x 를 찾는 것이 목적이며, 벡터 x 는 잡음이 첨가된 수신된 벡터에서의 추측값이 된다.

LDPC 복호화는 sum-product 알고리즘 혹은 belief propagation이라 불리는 반복 확률적인 복호 알고리즘을 이용한다[3][7]. 각 단계마다 각각의 잡음이 첨가된 심볼의 최후 확률(posteriori probability)을 측정하는 방법으로 진행된다. 패리티 검사 행렬 H 의 각 노드(node)에 대해 그림 5와 같은 bipartite graph의 형태로 나타내면 쉽게 설명이 가능하다.

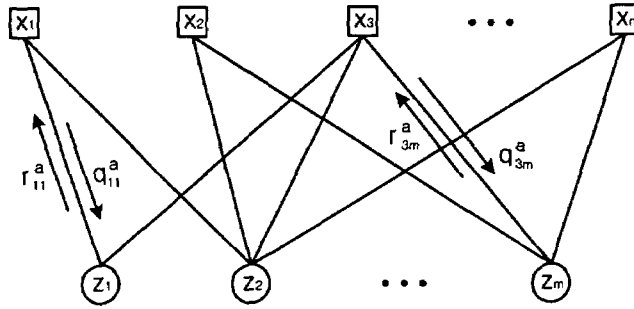


그림 5 패리티 검사 행렬의 그래프 구조

패리티 검사 행렬의 노드는 잡음이 첨가된 심볼을 나타내는 노드와 검사 심볼을 나타내는 노드의 두 종류가 있다. 그림 5에서 사각형으로 표시한 부분이 잡음이 첨가된 심볼을 나타내는 노드이며, 원으로 표시한 부분이 검사 심볼을 나타내는 노드이다. 노드 z_i 와 x_j 는 H_{ij} 가 0이 아닐 때 연결되어있는 상태가 된다. 연결된 에지(edge)는 각 노드간의 관계를 나타내며, 검사 노드의 상태는 연결된 잡음이 첨가된 심볼 노드에 의해 결정된다. 복호 알고리즘의 단계는 각각의 잡음노드 x_i 는 q_{ij}^a 정보를 검사노드 z_i 에 전달해주고 각각의 z_i 는 다른 잡음노드로부터 받은 정보를 이용하여 a 상태를 예측한다. 또한 각각의 검사노드는 r_{ij}^a 를 각각의 잡음노드 다른 심볼노드로부터 받은 정보를 x_i 에 전달해 주는데, 복호 알고리즘을 정리하여 나타내면 다음과 같다. 먼저 x 에 대한 우도(likelihood)를 다음과 같이 정의한다.

$$f_n^1 = 1 / (1 + \exp(-2ay_n / \sigma^2)) \quad (2-3)$$

$$f_n^0 = 1 - f_n^1 \quad (2-4)$$

여기서 y_n 은 시간 n 일 때 채널의 출력이다. 먼저 q_{mn}^0 와 q_{mn}^1 의 값을 초기화 해주어야 하는데, 이 때의 초기값은 f_n^0 와 f_n^1 값을 이용한다. r_{mn}^a 의 수정을 위해서 $\delta q_{mn} = q_{mn}^0 - q_{mn}^1$ 라고 정의하고 각각의 m 와 n 에 대해 다음을 계산한다.

$$\delta r_{mn} = \prod_{n' \in \mathcal{N}(m) \setminus n} \delta q_{mn'} \quad (2-5)$$

그리고 r_{mn}^0 와 r_{mn}^1 을 다음과 같이 둔다.

$$r_{mn}^0 = \frac{1}{2}(1 + \delta r_{mn}) \quad r_{mn}^1 = \frac{1}{2}(1 - \delta r_{mn}) \quad (2-6)$$

$x=0, 1$ 과 각각의 n, m 에 대해 식(2-7)을 계산한다.

$$q_{mn}^x = \alpha_{mn} f_n^x \prod_{m' \in M(n) \setminus m} r_{m'n}^x \quad (2-7)$$

여기서 α_{mn} 은 $q_{mn}^0 + q_{mn}^1 = 1$ 이 되도록 설정해 주며, 준사후 확률(pseudo -posteriori probability) q_{mn}^0 와 q_{mn}^1 은 다음 식으로 구할 수 있다.

$$q_n^x = \alpha_n f_n^x \prod_{m \in M(n)} r_{mn}^x \quad (2-8)$$

q_{mn} 과 r_{mn} 을 구한 후에 각 인덱스 $j \in \{1, \dots, n\}$ 에 대해 중간 복호화(tentative decoding)를 한다.

$$\hat{n}_m = \arg \max_n \alpha_n f_n^a \prod_{n \in M(m)} r_{mn}^a \quad (2-9)$$

벡터 n 이 중간 복호된 값이며, 이 값이 신드롬 계산식 $Hn = z$ 을 만족하면, 복호화를 마치게 되고, 신드롬 계산식을 만족하지 않는 경우에는 r_{mn} 과 q_{mn} 값을 반복해서 업데이트한다. SNR이 낮은 경우에는 많은 반복을 하더라도 신드롬 계산식을 만족하지 않는 경우가 발생하는데, 이 경우에는 최대의 반복횟수를 정해놓고 반복횟수까지 복호한 경우에 오류정정을 하지 못하는 것으로 판정한다. 본 논문에서는 최대 반복 복호횟수를 100으로 설정하였다.

Mackay가 제시한 패리티 검사행렬의 구성방법은 다음과 같다.

Construction 1A

가장 기본적인 구성으로 열은 고정된 무게 t (예, $t=3$)를 갖고 행의 무게 t_r 은 가능하면 균일한 값을 갖도록 랜덤하게 행렬을 구성한다. 그리고 임의의 두 행렬간의 내적 값이 1보다 크지 않도록 구성한다.

Construction 2A

1A의 구성과 유사하나 $m/2$ 까지의 열은 무게가 2가 되도록 구성한다. 열의 무게가 2인 행렬은 크기가 $m/2 \times m/2$ 인 2개의 단위행렬을 이용함으로써 쉽게 구성할 수 있다.

Construction 1B, 2B

1A와 2A로 구성된 행렬에서 bipartite graph의 구조에서 최소 cycle 길이 l 이 어떤 값이 (예, $l=6$)보다 작은 값을 갖는 열을 제거한다.

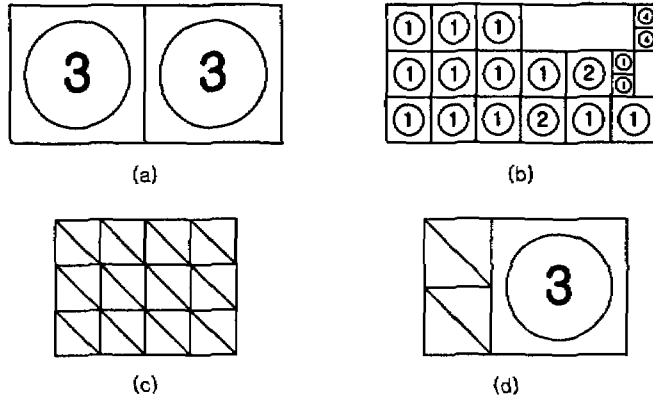


그림 6 LDPC 부호화의 구성

그림 6에서 (a)는 Mackay의 구성방법 중 construction 1A를 나타낸 것이며, (b)에 부호율 1/2인 비균일한 패리티 검사행렬을 나타내었으며, (c)에 Gallager의 구성방법중 부호율이 1/4인 행렬을 나타내었고, (d)는 Mackay의 구성방법 중 Construction 2A를 나타낸 것이다.

III. 제안한 영상 통신 시스템

균일한 LDPC 부호에서 열의 무게가 2로 일정한 경우에는 부호어의 적은 최소거리로 인해 매우 나쁜 성능을 보인다. 열의 무게가 3인 경우는 부호어의 최소거리가 10이하라는 것이 증명되었다. Mackay의 Construction 1A방법으로 행렬을 구성하고, 구성한 행렬의 블록 크기가 작은 경우에 성능개선을 위해 본 논문에서는 패리티 검사 행렬의 행과 열을 교환한다. 정보 비트와 복원한 비트를 비교해서 발생한 오류의 수를 그림 7-1에 나타내었고, 부호어와 잡음이 첨가된 부호어를 수신단에서 복원한 각각의 비트를 비교해서 발생한 오류의 수를 그림 7-2에 나타내었다. 그림 7-3, 7-4, 7-5, 7-6, 7-7, 7-8에 128*256, 256*512, 512*1024 크기를 가지는 각각의 경우에 대해 나타내었으며, 각 비트마다 오류가 발생한 수가 다른 것을 알 수 있는데, 오류가 많이 발생한 열과 행을 오류가 적게 발생한 열과 행으로 교환하여 패리티 검사 행렬을 재구성하여 모의 실험하였다.

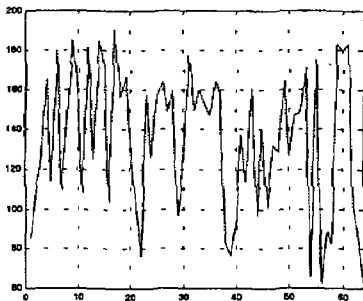


그림 7-1 행 에러의 수 (64*128)

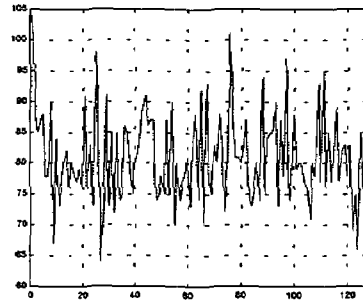


그림 7-2 열 오류의 수 (64*128)

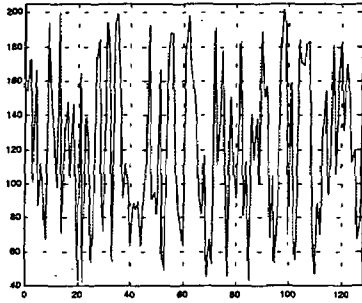


그림 7-3 행 에러의 수 (128*256)

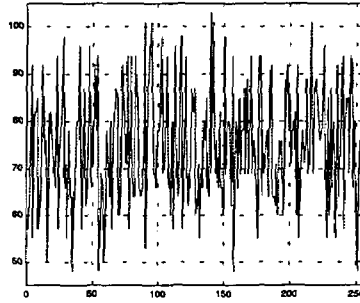


그림 7-4 열 오류의 수 (128*256)

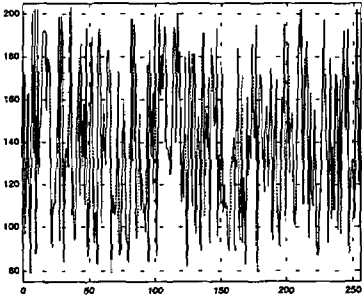


그림 7-5 행 오류의 수 (256*512)

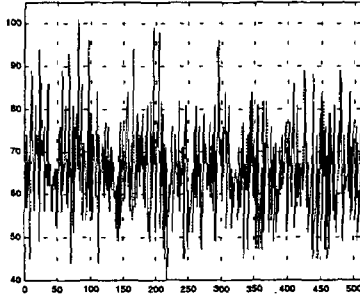


그림 7-6 열 오류의 수 (256*512)

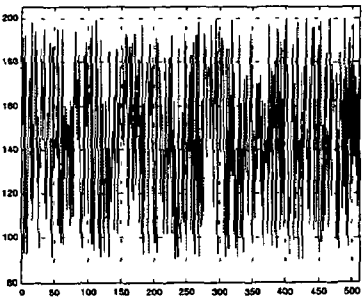


그림 7-7 행 에러의 수 (512*1024)

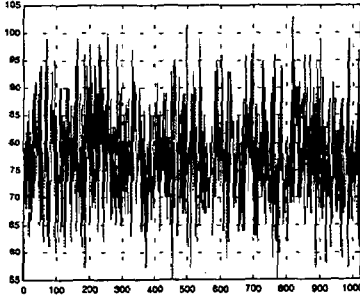


그림 7-8 열 오류의 수 (512*1024)

IV. 실험결과 및 고찰

그림 8은 패리티 검사행렬의 크기가 64×128 , 128×256 인 경우에 대해 열과 행 교환방식을 사용한 경우와 사용하지 않은 경우에 대해 비교 실험한 결과이다. 64×128 의 크기를 가지는 행렬의 경우 교환방식을 적용하였을 때, 0.2 dB정도의 부호화 이득을, 128×256 의 크기를 가

지는 행렬의 경우에는 0.1dB정도의 부호화 이득을 얻는 것을 확인하였다. 그림 9는 패리티 검사 행렬의 크기가 각각 256*512, 512*1024의 크기를 가지는 경우에 대해 나타내었다. 행렬의 크기가 커지면 부호어의 최소 거리도 선형적으로 증가하므로 열과 행을 교환하더라도 성능에는 큰 이득을 얻지 못하는 것을 알 수 있었다.

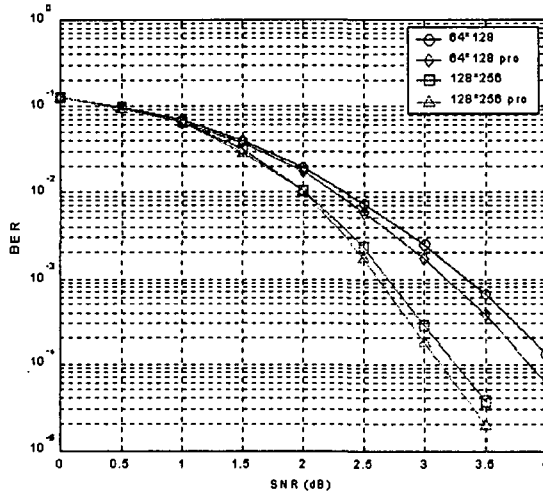


그림 8 BER 성능분석 (64*128, 128*256)

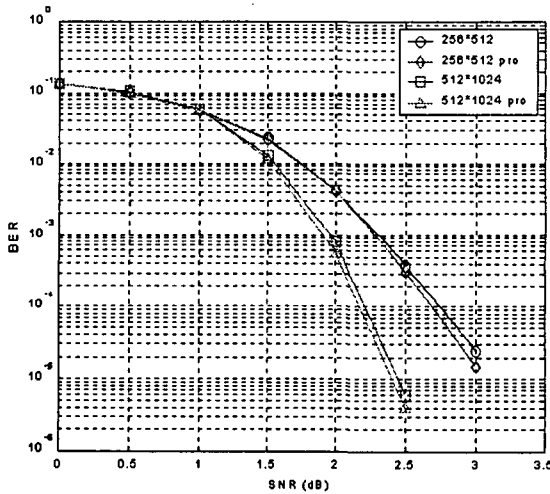


그림 9 BER 성능분석 (256*512, 512*1024)

그림 10과 그림 11은 64*128의 크기를 가지는 행렬을 이용해서 영상전송에 대한 실험 결과이다. 그림 10은 교환방식을 적용하지 않은 경우이며, 그림 11은 오류가 발생한 빈도에 대해 오류가 많이 발생한 행과 열을 오류가 적게 발생한 행과 열로 교환하여, 패리티 검사 행렬을 재구성하여 모의 실험한 결과이다.

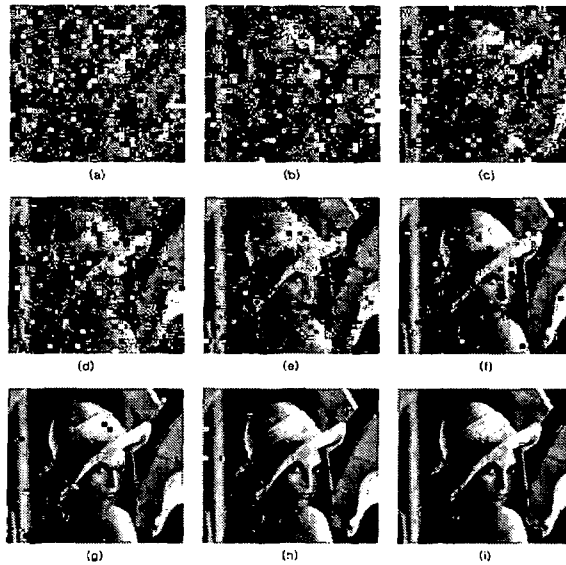


그림 10 Lena 영상의 전송 실험 (64*128)
SNR (a) 0dB (b) 0.5dB (c) 1dB(d) 1.5dB
(e) 2dB (f) 2.5dB (g) 3dB (h) 3.5dB (i) 4dB

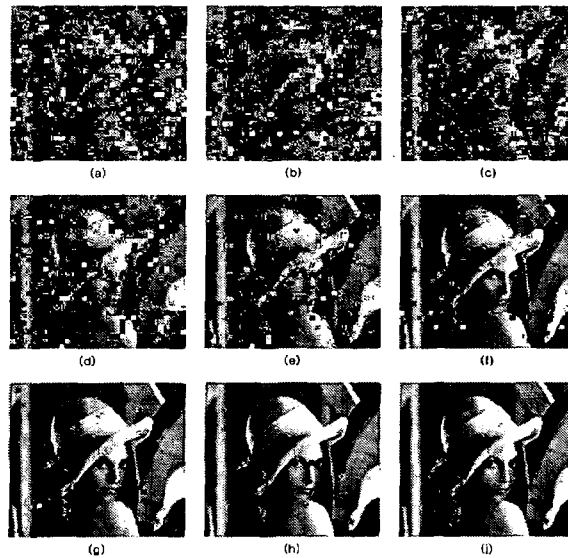


그림 11 Lena 영상의 전송 실험(64*128)
(교환방식적용)

SNR (a) 0dB (b) 0.5dB (c) 1dB(d) 1.5dB (e) 2dB
(f) 2.5dB (g) 3dB (h) 3.5dB (i) 4dB

표 1은 제안된 시스템을 적용했을 때의 PSNR을 나타내었다. SNR이 4dB인 경우 교환

방식을 적용하지 않은 시스템의 PSNR이 28.98dB이고, 교환방식을 적용한 경우 PSNR이 32.17dB로 높은 성능을 나타내었다.

표 1 복원된 Lena 영상의 PSNR의 비교

	SNR (dB)	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
교환방식비적용	PSNR (dB)	9.18	9.69	10.57	11.73	14.08	16.96	20.94	26.11	28.98
교환방식적용	PSNR (dB)	9.40	9.74	10.47	11.73	14.46	18.28	22.69	26.72	32.17

V. 결 론

본 논문에서는 잡음이 존재하는 채널에서 영상전송의 품질을 향상시키기 위하여 무선채널에서 발생하는 오류를 정정하기 위해 채널부호화를 적용하는 결합 부호화(joint coding)에 관하여 연구를 하였다. 영상통신시스템을 구성하는데 있어, 전송하고자 하는 데이터에 오류 정정능력을 가지는 LDPC기법을 이용하여 AWGN이 존재하는 무선채널에서 발생하는 오류를 줄일 수 있게 하였다.

패리티 검사 행렬을 Gallager가 제시한 Construction 1A에 64*128, 128*256, 256*512, 512*1024의 네 가지 크기로 구성하고 각각의 BER 성능을 분석하였다. 또한 균일한 LDPC 패리티 검사 행렬은 전송단에서 정보 비트열과 부호화된 비트열을 수신단에서의 각각의 비트열과 비교하여 오류가 많이 발생한 비트열과 행을 교환함으로써 64*128, 128*256의 크기를 가지는 행렬을 이용하는 경우에는 BER 성능을 0.1dB~0.2dB 정도 개선할 수 있음을 확인하였고, 압축된 영상을 전송한 경우에도 교환방식을 사용한 패리티 검사행렬을 이용한 경우 PSNR성능이 우수함을 확인할 수 있었다. 이와 같이 일반적으로 적은 크기의 비 균일한 LDPC 부호화의 경우는 규모가 작은 home-networking이나 blue tooth와 같은 근거리 통신에 적합하며, 부호화에서 열과 행의 교환을 통해 BER성능 개선이 가능한지에 대한 연구와 MPEG와 H.261과 같은 동영상 전송에 대한 연구도 병행되어야 할 것이다.

참고문헌

1. R.G. Gallager, "Low Density Parity Check Codes", IRE Trans. Info. Theory, 8:21-28, Jan 1996
2. R. G. Gallager, "Low Density Parity Check Codes", Cambridge, Massachussets, M.I.T. Press, 1963
3. D. C. Mackay, "Near Shannon Limit Performance of Low Density Parity Check Codes", Electronics Letter, pp. 457-460, Vol. 33, No. 6, Mar, 1997
4. J. He, D. J. Costello Jr, Huang, Y, F, R. L. Stevenson, "On the application of turbo

- codes to the robust transmission of compressed images”, *International Conference on Image Processing*, pp. 559-562, Vol. 3, 1997
5. N. Rozic, D. Begusic, J. Ursic, “Least squares based decoding for BCH codes in image applications”, *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, pp. 3161-3164. Vol. 6, 1999,
 6. Z. Peng, Y. F. Huang, D. J. Costello Jr., “Turbo codes for image transmission-a joint channel and source decoding approach”, *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, Vol. 18 6 , June 2000, pp.
 7. M. C. Davey, “Error-correcting using Low-Density Parity-Check Codes”, University of Cambridge, Dec, 1999
 8. S. Emami, S. L. Miller, “Error correction codes with even minimum distance for DCT image transmission”, *Military Communications Conference*, 1995. Vol. 1. pp. 269-273