

전달함수를 이용한 부유식 해양구조물의 저주파 진동 해석

안종구 · 황영도
전자공학과

<요 약>

불규칙파에 의한 부유식 해양 구조물의 진동에는 2차 비선형성이 주된 역할을 한다고 알려져 있다. 2차 비선형성이란 2개의 주파수 성분이 상호작용하여 그 합 혹은 차의 주파수 성분이 결과로서 생기는 경우인데 볼테라 급수를 이용하여 이러한 2차 비선형성의 커플링(coupling) 현상을 해석하였다. 본 논문에서는 불규칙 해상에서 해양구조물의 진동을 해석하기 위하여, 불규칙파를 입력으로 하고 해양구조물의 진동을 출력으로 하는 해양구조물이라는 시스템의 선형 전달함수와 2차 비선형 전달함수를 추정하고, 불규칙파에 의하여 부유식 해양 구조물에서 생기는 3개의 주파수 성분의 커플링 현상을 해석하였다.

Analysis of Low-Frequency Oscillation of a Floating Sea Structure by Using Transfer Functions

An, Chong Koo and Hwang, Young Do
Dept. of Electronic Engineering

<Abstract>

One of the examples of the three-wave coupling phenomena is the low-frequency oscillation of floating sea structures. The second-order Volterra series, which is one of the the simplest Volterra series, is used in order to analyze the three-wave coupling phenomena in the second-order nonlinear system. The objects of this research are (1) the analysis of the oscillation of the floating sea structure by using the estimation of the linear transfer functions and the quadratically nonlinear transfer functions of the

structure of which the input is the random waves and of which the output is the oscillation of the structure and (2) the analysis of the three-wave coupling phenomena by using the transfer functions.

1. 서 론

불규칙파에 의한 부유식 해양 구조물의 진동을 해석하는데는 2차 비선형성이 주된 역할을 한다고 알려져 있는데, 이러한 경우에는 적당한 방법으로 비선형시스템을 모델링하여야 한다. 2차 볼테라 모델은 세 개의 주파수 성분이 서로 커플링(coupling)된 현상을 해석하는데 적당하다. 즉 2개의 주파수 성분이 상호작용하여 합(合) 혹은 차(差)의 주파수 성분이 그 결과로서 생기는 경우인데 이러한 현상의 일례로 부유식 해양 구조물의 저주파 진동을 들 수 있다.[1,2] 볼테라 모델을 이용할 경우의 중요한 장점은 시스템의 내부 구조에 대한 지식이 거의 필요하지 않다는 점이다. 이러한 점 때문에 볼테라 해석법과 같은 적분방정식 방법이 여러 가지 종류의 시스템 해석에 널리 쓰인다고 할 수 있다.[3]

어느 시스템의 내부 구조를 잘 알지 못할 때, 입력과 출력은 대개의 경우 측정할 수 있으므로 이들로부터 전달함수를 추정하여 미지의 시스템의 특성을 설명하는 방법들이 자주 이용된다. 어떠한 비선형시스템에 대하여 비선형 전달함수에 의한 접근 방법은 선형 시스템을 선형 전달함수로 표현하는 방법의 일반화라고 할 수 있다. 비선형 전달함수라는 용어는 볼테라해석법에서 생기는 주파수영역에서의 커널을 설명하기 위하여 Bussgang에 의해 처음 도입되었다.[4,5] 비선형 시스템을 설명하기 위하여 전달함수를 이용할 경우의 장점은 전달함수를 이용한 선형 시스템 이론의 많은 연구 결과가 있으므로 이러한 이론들의 도움을 받을 수 있다는 점이다.

불규칙파에 의한 부유식 해양 구조물의 진동은 2차 비선형성이 주된 역할을 하므로 불규칙파에 의한 부유식 해양 구조물의 진동을 정량적으로 해석하기 위하여서는, 불규칙파를 입력으로 하고 해양 구조물의 진동을 출력으로 하는 해양 구조물이라는 시스템의 선형 전달함수와 2차 비선형 전달함수를 구하는 것이 한가지 방법이다. 본 논문에서는 초대형 부유식 해양 구조물의 선형 및 2차 비선형 전달함수를 구하여 불규칙 입력파에 대한 해양 구조물의 성질을 규명하고자 한다.

2. 볼테라 급수 (Volterra Series)

테일러급수(Taylor series)는 기억 능력이 없는 비선형시스템을 표현하는데 이용된다. 테일러급수(Taylor series)는 기억 능력을 포함하지 않는 급수라 한다면 볼테라급수(Volterra series)는 콘볼루션 적분의 형태로 기억 능력을 표현할 수 있는 급수라 할 수 있다. 따라서 볼테라급수는 Wiener가 비선형회로를 해석하는데 이용한 이래 비선형시스템을 모델링하는데 널리 쓰이게 되었다.[4]

시스템의 기억(memory) 능력은 수학적으로는 콘볼루션 적분(convolution integral)으로 표현된다. 시스템이 기억 능력을 갖고 있는 선형 시불변 시스템이라면 그 출력 $y(t)$ 는

입력 $x(t)$ 와 임펄스 응답 $h(t)$ 의 콘볼루션 적분으로 표현된다는 것은 잘 알려져 있는 사실이다. 이러한 관계를 비선형 시불변 시스템에 일반화하여 적용하면 그 출력은 볼테라 급수로 다음 식과 같이 표현된다.

$$y(t) = h_0 + \sum_{l=1}^{\infty} y_l(t) \quad (1)$$

여기서 $y_l(t)$ 는 다음과 같다.

$$y_l(t) = \int \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_l(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_l) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) \dots x(t-\tau_l) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_l \quad (2)$$

비선형시스템은 입력이 없을 경우에도 그 출력은 0 이 아닐 수 있다. 그러나 본 논문에서 다루고자 하는 시스템은 일반적으로 입력이 0이면 출력도 0 인 경우이므로 상수항이 없는 볼테라급수로 표현할 수 있으며, 또한 본 논문에서는 선형 및 2차 비선형성을 갖고 있는 시스템을 다루므로 식(1)에서 l 의 값은 2가 된다. 이와 같은 2차 비선형 시스템은 볼테라급수로 표현되는 비선형 시스템 중 가장 간단한 경우라 할 수 있으며 2차 볼테라 모델(quadratic Volterra model)은 세 개의 주파수 성분이 서로 커플링된 현상을 해석하는데 적합하다. 즉 2개의 주파수 성분이 상호작용하여 합 혹은 차의 주파수 성분이 그 결과로서 생기는 경우인데 이러한 현상의 예는 여러 참고문헌[2,6]에서 다루고 있다.

본 논문에서는 시스템을 시간영역에서 다루기보다는 전달함수의 개념을 도입하여 주파수영역에서 다루므로 선형 및 2차 비선형성을 갖는 볼테라급수를 푸리에 변환하여 이산 주파수 영역에서 표현한 다음과 같은 시스템 모델을 이용한다. 즉, 주파수 영역에서 2차 비선형 시스템의 출력은 입력과 선형 전달함수 및 2차 비선형 전달함수를 이용하여 아래와 같이 표현할 수 있다.

$$Y(f_m) = L(f_m) X(f_m) + \sum_{i=-M}^M \sum_{j=-M}^M Q(f_i, f_j) X(f_i) X(f_j) \quad (3)$$

여기서 $X(f_m)$ 및 $Y(f_m)$ 은 입력신호 $x(t)$ 와 출력신호 $y(t)$ 의 이산푸리에변환 (Discrete Fourier Transform: DFT) 이다. $L(f_m)$ 은 선형전달함수(linear transfer function: LTF)이며 식(10-1)에서 $h_1(t)$ 를 DFT 한 것이고, $Q(f_i, f_j)$ 는 2차 비선형 전달함수(quadratically nonlinear transfer function: QTF)로 $h_2(t_1, t_2)$ 를 DFT한 것이다. 편의상 f_m, f_i 및 f_j 등은 m, i 및 j 로 표시한다.

이산 선형 시스템을 다룰 때 신호가 갖는 최대 주파수 성분의 2배 이상의 주파수로 표본화해야 한다는 사실은 널리 알려져 있다. 한편 이산 2차 비선형 시스템에서는 입력신호의 두 주파수 성분이 상호작용하여 제3의 주파수 성분을 만드는데 이 주파수가 나이퀴스

트 주파수보다 커질 수 있다. 따라서 선형 시스템의 경우와 달리 2차 비선형 시스템에서는 기존의 표본화 이론에 어떠한 제한조건이 추가되어야 한다. 즉 2차 비선형 시스템에서는 입력신호의 최대 주파수 성분보다 표본화 주파수가 4배 이상 커야 출력에서 앨리어싱(aliasing)이 생기지 않는다. 즉, 2차 비선형시스템의 입력신호의 대역 폭이 표본화 주파수의 1/4일 때, 출력신호의 대역 폭은 표본화 주파수의 1/2이 된다.

3. 전달함수의 추정

입력신호의 확률분포가 일반적인 경우에는 식(3)에 regression 해석법을 적용하여 선형 전달함수 및 2차 비선형 전달함수를 구한다.[6] 식(3)을 벡터 식의 형태로 표현하면 아래와 같다.

$$Y(m) = h'x \quad (4)$$

식(4)의 양변에 x 의 전이 공액복소수 벡터 x^* 를 곱한 후 기대치를 구하면

$$E[x^* Y(m)] = E[x^* x'] h \quad (5)$$

식(5)로부터 전달함수 벡터를 구하면 다음 식과 같다.

$$h = E[x^* x']^{-1} E[x^* Y(m)] \quad (6)$$

식(6)에 보인 전달함수 벡터 h 를 구하면 h 의 첫항은 출력신호의 주파수 성분이 f_m 일 경우의 선형 전달함수 $L(m)$ 이며, h 의 나머지 항들은 출력신호의 주파수 성분이 f_m 일 경우의 비선형 전달함수 $Q(i, j)$ 가 된다. 즉 입력의 두 주파수성분이 2차 비선형성에 의해 출력에 새로운 주파수 성분을 만드는데 입력의 f_i 및 f_j 주파수 성분이 얼마나 큰 출력의 f_m 주파수 성분을 만드느가를 나타낸다.

결과적으로 LTF 및 QTF를 구하기 위해서는 식(5)로 주어지는 선형 대수 방정식을 풀어야 한다. 각 행렬 방정식을 풀기 위해서는 입력과 출력 데이터로부터 계산되는 2차, 3차, 혹은 4차 스펙트럼을 구해야 한다. 본 논문에서는 입력이 가우시안이 아닌 일반적인 경우이므로 평균값이 0인 가우시안 분포가 갖는 여러 가지 유용한 성질들을 이용할 수 없다. 식(5)의 왼편은 입력과 해당 출력의 상호 파워스펙트럼과 상호 바이스펙트럼으로 구성되어 있고, 오른편의 $E[x^* x']$ 는 입력의 자기 파워스펙트럼, 상호 파워스펙트럼, 자기 바이스펙트럼, 상호 바이스펙트럼, 자기 4차스펙트럼, 상호 4차스펙트럼으로 구성된다. 바이스펙트럼과 4차스펙트럼은 다차원 함수(multidimensional function)이므로 계산하는데 많은 시간이 소요된다.

4. 부유식 해상 구조물의 전달함수 추정

길이 250 m 의 수조에서 불규칙파에 대한 부유식 구조물의 진동 실험을 행하였다. 실험을 위한 부유식 구조물의 크기는 다음과 같다. 먼저 가로와 세로가 각각 1.4 m 인 정사각형이고 그 두께는 5 cm 인 데크(deck)을 나무를 이용하여 만들었다. [즉 1400 mm x 1400 mm x 50 mm] 이 데크 지름이 269 mm 이고 높이가 137 mm 인 푸팅(footing)을 포함하여 전체 길이가 619 mm이고 지름이 165 mm 인 9개의 컬럼(column)을 등간 격으로 3개씩 3열로 부착하였다.

그림 1에는 불규칙파 발생기에서 발생하는 불규칙파의 파워스펙트럼을 보였고, 불규칙파를 구조물에 가했을 때 구조물의 파의 전파 방향으로의 진동의 파워스펙트럼을 그림 2에 보였다. 푸리에 변환은 1024-point FFT를 이용하였고 직류 성분으로부터 10Hz 까지 보일 수 있으나 대부분의 에너지가 2Hz 이하에 존재하므로 그림에는 2Hz 이하의 자기 파워스펙트럼만을 보였다.

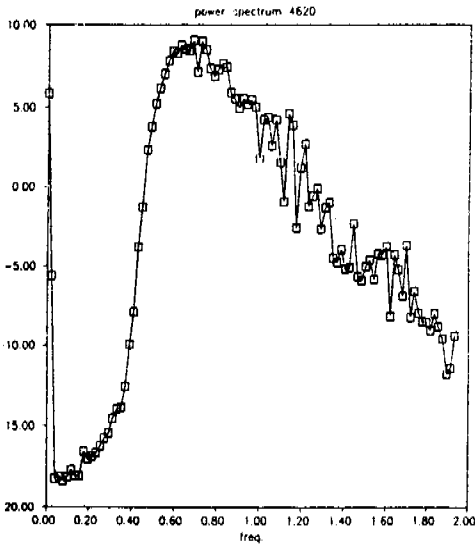


그림1. 불규칙파의 파워스펙트럼

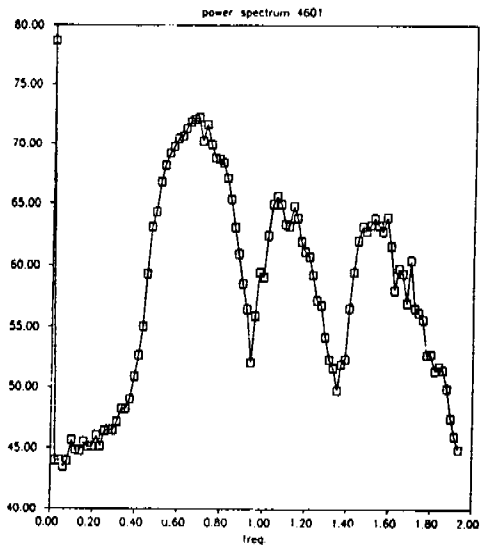


그림2. 구조물 진동의 파워스펙트럼

그림 1에서 보는 바와 같이 입력파로 쓰이는 불규칙파의 자기 파워 스펙트럼은 0.7 Hz의 주파수 성분이 가장 크며 에너지가 0.6 Hz에서 2 Hz 범위에 집중되어 있는 좁은 대역 폭을 갖는 신호임을 알 수 있으며 0.8 Hz 이상에서는 단조 감소하는 것을 알 수 있다. 입력파에 의해 구조물에 미치는 힘은 그림 2에 보인 바와 같이 2.0 Hz 이하에 3개의 피크가 존재함을 알 수 있다. 즉 불규칙파에 의해 구조물은 0.7 Hz, 1.1 Hz 및 1.6 Hz 성분에 대해 크게 반응을 알 수 있으며 1.0Hz 및 1.4 Hz에 대해서는 상대적으로 응답이 작음을 알 수 있다.

그림 3에서는 직류 성분이 없는 불규칙파를 구조물에 가한 경우, 불규칙파를 입력으로 하고 파의 전파 방향으로의 구조물의 진동을 출력으로 하여 추정된 선형전달함수(LTF)의 크기를 보였고, 그림 4에서는 같은 경우에 추정된 2차비선형전달함수(QTF)의 크기를 보였다.

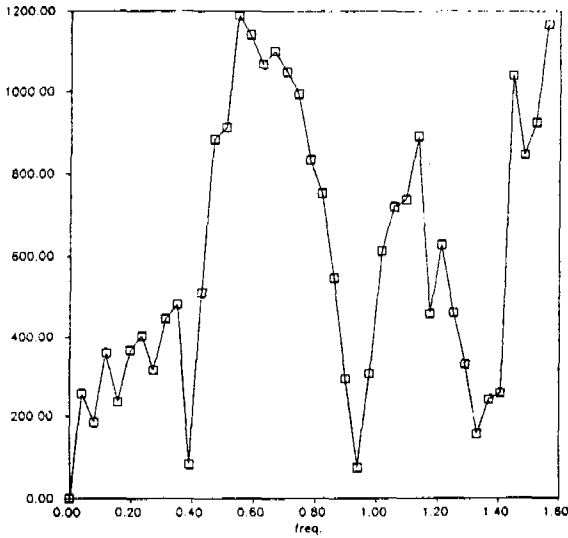


그림3. 구조물의 선형 전달함수의 크기

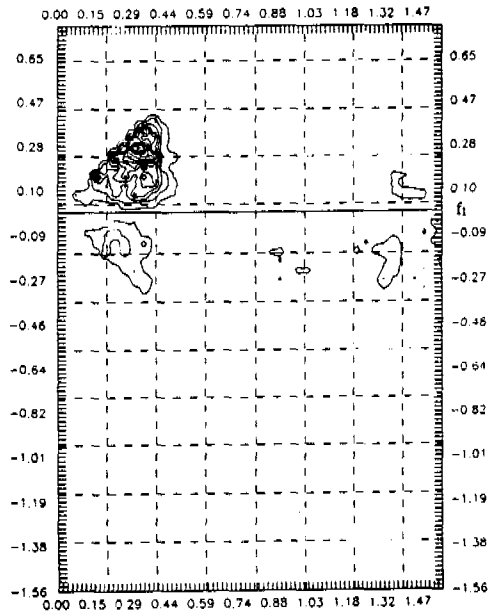


그림4. 구조물의 2차 비선형 전달함수의 크기

그림 2에서는 0.7 Hz, 1.1 Hz 및 1.6 Hz에서 그 값이 큰 반면에 그림 3에서는 0.6 Hz, 1.1 Hz 및 1.6 Hz에서 그 값이 크다. 그림 4에서는 (0.32 Hz, 0.28 Hz) 및 (0.35 Hz, 0.35 Hz)에서 그 값이 크므로, 0.32 Hz와 0.28 Hz가 커플링 되어 출력에 0.04 Hz 및 0.6 Hz 성분을 만들고, 0.35 Hz가 스스로 커플링 되어 출력에 직류 성분 및 0.7 Hz 성분을 만든다. 따라서 구조물이 파의 진행 방향으로 받는 힘[그림 2]의 0.7 Hz 성분은 시스템의 2차 비선형성에 의한 것이라고 할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 입력신호의 확률분포에 어떠한 제한을 두지 않는 일반적인 랜덤입력신호의 경우에 대하여 2차 비선형 시스템의 선형 전달함수 및 2차 비선형 전달함수를 2차 볼테라 급수를 이용하여 구하는 방법에 관하여 다루었다. 그리고 불규칙파에 의한 부유식 해양 구조물의 진동을 해석하는데는 2차 비선형성이 주된 역할을 한다고 알려져 있으므로, 불규칙파를 입력으로 하고 해양구조물의 진동을 출력으로 하는 해양구조물이라는 시스템의 선형 전달함수와 2차 비선형 전달함수를 구하여 불규칙 입력파에 대한 해양 구조물의 성질을 규명하였다.

전 절에서 설명한 것과 같이 구조물이 파의 진행 방향으로 받는 힘의 성분 중에서 0.7

Hz 성분은 시스템의 2차 비선형성에 의한 것이라고 할 수 있다. 즉 (0.32 Hz, 0.28 Hz) 및 (0.35 Hz, 0.35 Hz) 주파수 쌍은 입력에서 그 각각은 별로 크지 않으나 출력에서는 시스템의 2차 비선형성에 의해 무시할 수 없을 정도로 커지는 것을 볼 수 있다. 따라서 불규칙파의 성분 중 0.28 Hz, 0.32 Hz 및 0.35 Hz가 구조물 진동의 2차 비선형성에 역할을 하는 것을 알 수 있다.

전달함수를 구하기 위해서는 시스템 행렬 방정식을 풀어야 하는데 이때 고차 스펙트럼을 계산해야 한다. 특히 일반적인 입력방법에서는 계산의 대부분이 4차 스펙트럼을 구하는 것인데 복소수 곱하기를 여러 번 하여야 한다. 그리고 좀 더 좋은 전달함수를 추정하기 위해서는 많은 횟수의 평균을 해야 하고, 그러기 위해서는 많은 양의 입력 및 출력 데이터가 필요하다. 이러한 점이 본 연구의 결과로서 얻어진 방법의 어려운 점이라 할 수 있다. 한편 시스템 행렬 방정식의 크기와 전달함수의 주파수 영역에서의 해상도는 서로 비례하므로 높은 해상도를 얻기 위해서는 행렬의 크기가 커져야 하나 이 경우에는 커다란 기억 용량 및 많은 계산 시간이 요구되므로 또한 어려운 점이 있다.

참 고 문 헌

- [1] S. Elgar and R.T. Guza, "Observations of bispectra of Shoaling Surface Gravity Waves," *J. Fluid Mech.*, Vol. 161, pp.425-448, Dec. 1985.
- [2] Y.C. Kim, J.M. Beall, E.J. Powers and R.W. Miksad, "Bispectrum and Nonlinear Wave Coupling," *Physics of Fluids*, Vol. 23, No. 2, pp.258-263, Feb. 1980.
- [3] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*, Prentice-Hall, New Jersey, 1987.
- [4] M. Schetzen, "Nonlinear System Modeling Based on the Wiener Theory," *Proc. IEEE*, Vol. 69, No. 12, pp.1557-1573, Dec. 1981.
- [5] J.J. Busgang, L. Ehrman and J.W. Graham, "Analysis of Nonlinear Systems with Multiple Inputs," *Proc. IEEE*, Vol. 62, No. 8, pp.1088-1119, Aug. 1974.
- [6] K.I. Kim and E.J. Powers, "A Digital Method of Modeling Quadratically Nonlinear Systems with a General Random Input," *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, Vol. 36, No. 11, pp.1758-1769, Nov. 1988.