

날개꼴 설계최적화에 대한 형태함수의 영향*

이형민 · 문종윤 · 조창열
수송시스템공학부

<요약>

천음속익형 설계에 있어서 꼴함수의 형태표현능력이 설계최적화에 미치는 영향을 조사하였다. 꼴함수는 천음속익형 설계에 있어서 설계효율성이 뛰어난 것으로 간주되고 있는 Vanderplaats의 기존익형과 형상표현능력이 상대적으로 뛰어난 Hicks-Henne 함수를 사용하여 비교하였다. Hicks-Henne 함수는 익형을 보다 자유롭게 잘 표현할 수 있도록 제어점을 조절하였다. 이와 같이 개량된 꼴함수를 오일러유동해석을 이용한 천음속익형 설계최적화에 적용하였다. 양력최대화 문제에 대해서 설계최적화를 수행한 결과, Vanderplaats 기존익형을 사용하였을 때보다 훨씬 크게 증가된 양력특성을 얻었다. 본 연구의 결과로서 실용적이며 우수한 성능의 최적설계형상을 구하기 위해서는 꼴함수의 형태표현능력이 지극히 중요하다는 사실을 확인하였다.

Effects of Shape-Function Change on Design Optimization of Transonic Airfoils

Hyung-Min Lee · Jong-Yun Moon · Chang-Yeol Joh
School of Transportation Systems Engineering

<Abstract>

The effects of various geometry generating capability of shape functions on the design optimization of transonic airfoils were investigated. Vanderplaats' existing

* 이 논문은 1998년도 울산대학교 학술연구조성비에 의하여 연구되었음.

airfoils and Hicks-Henne functions were tested as shape functions in the investigation. Vanderplaats' existing airfoils are considered as constructing one of the most efficient design optimization procedures, while Hicks-Henne functions can supply a variety of airfoil geometries. The capability of various geometry generation of the Hicks-Henne functions was even more improved by adjusting their control points. These modified Hicks-Henne functions were implemented in transonic airfoil design optimization based on the Euler equations, especially for the lift maximization with wave drag and area constraints. The results show dramatic improvement of lift compared with ones designed with Vanderplaats' existing airfoils. The investigation reveals that the precise geometry generating capability of shape functions plays a decisive role in improving design performance as well as generating practically-useable airfoils.

1. 개요

수치설계최적화 기법은 전산유체역학을 항공기 공력형상 설계에 응용하는 분야로서, 역설계(inverse design)와 더불어 70년대 중반부터 연구되기 시작한 분야이다. 역설계법은 계산시간이 짧다는 장점으로 공력설계도구로 현재 가장 널리 사용되고 있으나, 근본적으로 closure problem 및 최적화 목표를 정하기 어려운 단점 등이 있으므로 이 방법을 효과적으로 사용하려면 많은 설계경험이 사전에 요구된다. 반면 수치최적화법은 상대적으로 계산시간이 많이 소요되므로 실용적인 공력설계 수단으로는 열세이지만, 이 방법은 자동화된 설계능력, 다중설계점(multi-point)설계 및 수많은 제약조건을 가진 항공기 전체에 대한 다중학제(multi-disciplinary)설계 등에 사용될 수 있다는 큰 장점들이 있고 또한 최근의 급속한 컴퓨터기술의 발달에 힘입어 계속적으로 연구가 많이 진행되고 있다.

수치최적화법이 계산시간이 많이 소요되는 이유는 설계를 수렴시키는데 수 많은 전산해석이 반복되어야하기 때문이다. 이를 개선하기 위하여 Vanderplaats와 Hicks[1]은 꿀함수(shape function) 개념을 최초로 도입하였고, Aidala et al[2]은 역설계법을 응용해서 개량된 꿀함수를 사용하였으며 Vanderplaats[3] 및 Joh et al[4]은 수치최적화 과정을 보다 효율적으로 향상시키고 있다. 최근에 와서는 아직까지 설계 소요시간 면에서 만족스럽지는 않지만 수치최적화 기법에 유전이론[5]을 도입하기도 하고, 다중설계점(multi-point) 설계최적화[6] 및 접성을 고려한 Navier-Stokes[7]방정식을 이용한 설계최적화도 많은 연구가 진행되고 있는 추세이다. 그러나, 이와 관련하여 국내에서는 아직 많은 연구가 행하여지지 않고 있다. 대부분 부분적으로 외국에서 개발한 방법을 시험해보는 선에서 그치고 있으며, 보다 실용성 있는 설계최적화기법의 개발은 아직 수행하고 있지 못하다. 전산유체역학과 수치최적화의 결합으로 이루어지는 수치설계최적화기법은 현재 선진국에서는 컴퓨터의 급격한 발전과 더불어 함께 발전하고 있는 분야이다. 국내에서는 현재까지 이에 대한 연구가 미미하였다. 그러나 구성분야인 전산유체역학은 그 동안 많은 연구가 이루어져 있으므로, 이를 토대로 수치최적화를 이용한 설계도구로 연결 발전시킨다면, 막연하다고 할 수 있는

전산유체역학 자체의 연구에 중요한 동기부여가 될 뿐만 아니라 실용적이며 자동화된 항공기 형상설계능력을 구비한다는 점에서 의의가 크다 할 수 있다.

본 연구와 관련된 기반연구[4]에서는 오일러방정식에 근거하여 천음속익형에 대한 설계최적화기법을 개발한 바 있다. 그러나 연구[4]에서 설계최적화과정은 상당히 효율적이며 강건하였으나, 최종 설계된 익형(날개풀)의 기하학적 형상이 smooth하지 못하여 실용성 면에서 문제가 있었다. 본 연구에서는 이를 개선하기 위하여 다른 형태의 꼴함수를 사용하여 형태를 가능한 정밀하고 smooth하게 표현할 수 있도록 하고, 또한 이를 이용하여 설계최적화를 시행함으로써 꼴함수의 변화가 설계최적화에 최종적으로 어떠한 영향을 미치는지를 조사하였다.

2. 형상생성능력의 개선

익형의 형상은 다음과 같이 기저익형(base airfoil)과 꼴함수를 가중조합(weighted superposition)하여 설계한다.

$$Y = Y_0 + \sum_{i=1}^n X_i Y_i(\frac{x}{c})$$

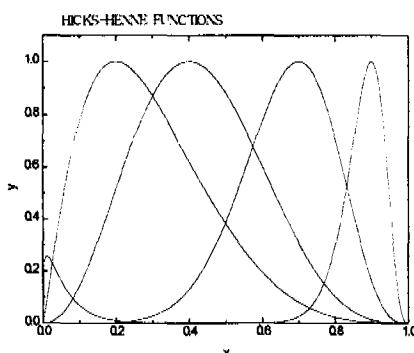
여기서, Y 는 설계된 날개풀의 좌표로서, $Y=y/c$ 로 표시되고, Y_0 는 기저익형, X_i, Y_i 는 설계변수 및 꼴함수를 각각 나타낸다.

본 연구와 관련된 기반연구[8]에서는 익형의 형상을 표현하는 능력을 개선하기 위하여 다양한 꼴함수를 시험하여 보다 원만하고 복잡한 형상을 무리 없이 생성할 수 있는 함수를 조사한 바 있다. 이때에는 익형의 윗면만을 가지고 설계를 수행하였으며, 결과는 다음과 같이 표현되는 Hicks-Henne 함수가 가장 표현 능력이 우수한 것으로 나타났었다.

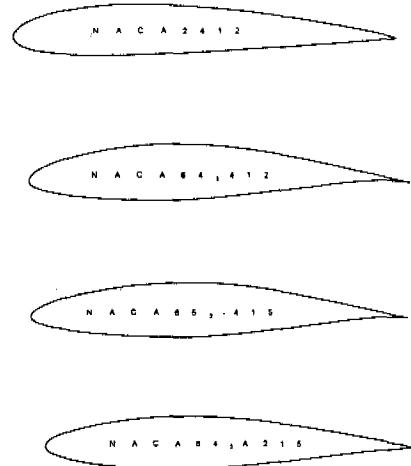
$$Y_1(x) = x^{0.25} (1-x) e^{-20x}$$

$$Y_k(x) = \sin^3(\pi x^{e(k)}) \quad k > 1$$

where $e(k) = \log(0.5)/\log(x_k)$, x_k : 제어점



(a) Hicks-Henne Functions



(b) Vanderplaats' Existing Airfoils

그림 1. 꼬함수의 비교

그림 1은 연구[4]에 사용하였던 Vanderplaats의 기존의 형 꼬함수와 연구[8]에서 사용하였던 Hicks-Henne 꼬함수를 보여주고 있다. Vanderplaats의 꼬함수는 Y_1 (NACA 2412), Y_2 (NACA 64₁-412), Y_3 (NACA 65₂-415), Y_4 (NACA 64₂A215)의 4개의 익형이다.

형상표현능력에 대한 시험기준으로는 다음과 같이 목표익형(target airfoil)과 설계익형 사이의 형상차이의 합(sum of residuals)을 선정하였고, 수치최적화기법을 사용하여 이를 최소화하도록 하였다.

$$S_r = \sum_{i=1}^N [y/c(x_i)_{target} - y/c(x_i)]^2$$

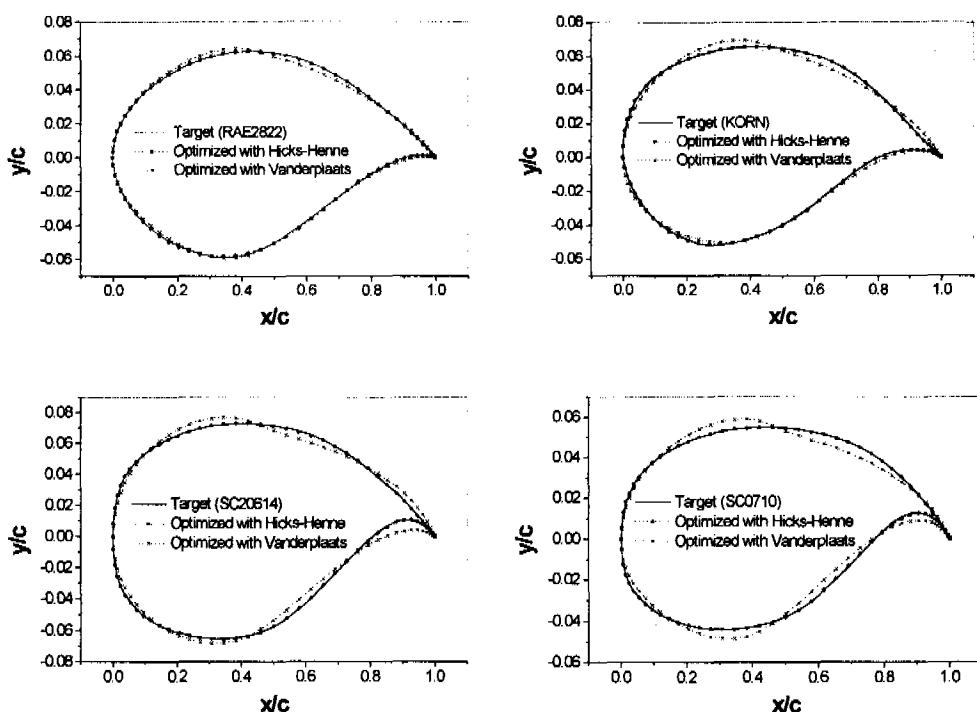
이는 비제약최적화(unconstrained minimization)문제로서 Fletcher와 Reeves의 공액경사도법[9]을 사용하였다. 일반적으로 설계최적화과정에 있어서 꼬함수의 수를 작게 하여 설계소요시간을 감소시키는 것은 상당히 중요시되지만, 다른 한편으로는 복잡한 형상을 잘 표현할 수 있는 능력을 가져야만 최적화된 형상도 가장 균질하게 표현할 수 있기 때문에 실제로 실용적으로 사용할 만큼의 최적화된 형상을 얻기 위해서는 꼬함수의 수를 어느 정도까지는 증가시켜야 한다.

본 연구에서는 이와 같은 Hick-Henne 꼬함수를 사용하여 익형의 윗면 뿐만 아니라 아랫면에 까지도 적용하도록 하였다. 목표익형으로는 RAE2822, Korn, SC20614, SC07010, SC0414 등 5개의 대표적인 천음속익형을 선정하였다. 시험 결과, 익형의 아랫면이 S-형태로 윗면보다 약간 더 복잡한 모양이며 이를 제대로 나타내기 위해서는 Hicks-Henne 함수의 경우 최소 6개의 꼬함수가 필요함이 밝혀졌다. 또한 $\sin^3(\pi x^{e(k)})$ 보다 $\sin(\pi x^{e(k)})$ 가 뒷면 근처의 aft-camber를 더 잘 표현하였으므로 윗면, 아랫면의 마지막 꼬함수는 모두 이들로 대체

하였다. 추가적으로 Hicks-Henne 함수의 제어점을 조절하여 목표형상을 더 잘 표현하도록 하였으며, 이때 선정된 제어점의 위치는 시위선상으로 윗면이 (0.1, 0.37, 0.45, 0.7, 0.83)이며 아랫면이 (0.1, 0.28, 0.46, 0.74, 0.8)이다. 최종적으로는 익형의 윗면과 아랫면 각각 6개로 총 12개의 꼴함수를 사용하도록 하였다. 이는 연구[4]에서 사용한 Vanderplaats의 꼴함수 4개에 비하면 3배나 증가한 셈이다. 그러나 표 1과 그림 2에서 보는 바와 같이 형상생성능력의 개선 정도를 보면, 이로 인해 계산상의 큰 부담을 지더라도 충분히 사용할 만한 가치가 있음을 판단할 수 있다.

표 1. Vanderplaats 꼴함수와 Hicks-Henne 함수의 형상표현능력 비교

목표 익형	최적해의 목적함수(S_r) 값	
	Vanderplaats' Existing Airfoils	Modified Hicks-Henne Functions
RAE2822	1.6679E-4	1.6334E-5
KORN	5.4484E-4	4.1421E-5
SC20614	1.0580E-3	1.3400E-5
SC0710	7.0196E-4	7.7370E-6
SC0414	1.2323E-3	1.0679E-5



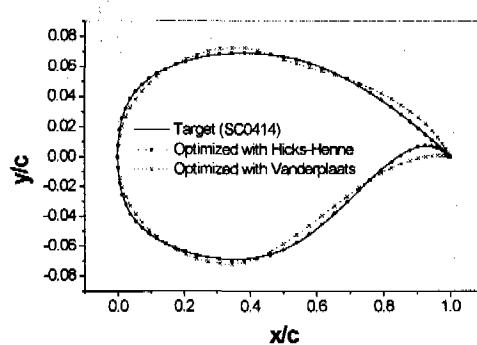


그림 2. Hicks -Henne 및 Vanderplaats 꼴함수에 의한 형상생성

3. 설계최적화 적용

꼴함수의 기하학적 형태표현 능력의 개선이 실제로 유동현상이 개입되었을 경우에 설계 결과에 미치는 영향을 조사하기 위하여, 앞서 개량된 Hicks-Henne 꼴함수를 근간으로 한 형상생성 모듈과 유동해석을 수치최적화를 통해 결합하여 천음속익형의 설계최적화에 적용하였다.

3.1 설계문제

설계문제는 다음과 같이 웨이브드래그(wave drag), C_d , 와 익형의 단면적, A ,에 대한 제약조건을 가진 양력최대화 문제이다.

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} && C_l(\bar{X}) \\ & \text{Subject to} && C_d(\bar{X}) \leq 0.01 \\ & && A(\bar{X}) \geq 0.075 \end{aligned}$$

여기서 C_l 은 양력계수이며, \bar{X} 는 설계변수 벡터이다. 유동해석은 압축성 특징을 잘 나타내는 오일러방정식[10]을 사용하였다. 오일러방정식은 유동의 박리가 없는 천음속영역의 충격파를 잘 모사할 수 있으며, Navier-Stokes방정식에 비하여 간단하며 상대적으로 계산시간이 훨씬 작기 때문에 시간이 많이 소요되는 수치최적화에 사용하기가 유리하다. 코드는 Jameson 형태의 4차 Runge-Kutta 시간적분법과 공간이산화를 위해 셀 중심 유한체적법(Cell-centered Finite Volume Method)과 2차의 중앙차분법(central difference)을 사용하고 있다. 다중격자(multigrid)와 국부시간간격(local time step) 및 총엔탈피 감쇄(total enthalpy damping)등을 사용하여 수렴성을 증진시키고 있다. 계산에 사용한 격자는 C-형

태의 쌍곡선형 격자(hyperbolic grid)로 크기는 224×32 이다.

3.2 수치최적화기법

수치최적화는 비선형 최적화문제에 많이 사용되고 있는 범용 최적화 프로그램인 DOT[9]를 사용하였다. 제약최적화문제를 위해 유용방향법(Feasible Direction Method), 선형계획법(Linear Programming Method), 이차계획법(Quadratic Programming Method) 등의 3가지 방향탐색 알고리즘을 선택하여 사용할 수 있으며, 다항식보간법(Polynomial Interpolation)을 일차원 탐색(One-Dimensional Search) 알고리즘으로 사용한다. 또한 비제약최적화문제의 방향탐색을 위해 유사뉴턴법(BFGS)과 공액경사도법(Conjugate Gradient Method)을 제공한다. 본 연구에서는 비제약최적화를 위해서는 공액경사도법과 제약최적화를 위해서는 수정유용방향법(Modified Feasible Direction Method)[9]을 사용하였다.

공액경사도법은 최속강하법(Steepest Descent Method)을 매우 간단하고 효율적으로 수정한 것이다. 최속강하법의 경우 두 연속단계의 최속강하방향이 서로 수직인데 반해서, 공액경사도법은 수직의 최속강하방향의 대각선 방향, 즉 공액경사도 방향을 통과하여 최속강하법의 수렴률을 향상시킨 것이다. 첫 단계는 최속강하법과 같으며 공액경사도법과 최속강하법의 유일한 차이는 공액방향에 있다. 유용방향법(Feasible Direction Method)의 기본원리는 제약조건을 만족시키는 한 유용설계에서 목적함수를 감소시키는 보다 개선된 유용설계로 이동시키는 방법으로서 유용지역(feasible region)을 항상 유지하면서 선형화시킨 부문제를 통하여 목적함수가 감소되는 방향을 찾아내는 방법이다. 따라서 유용설계가 주어지면 목적함수를 감소시키는 방향인 유용방향을 찾은 다음 선탐색을 하여 유용지역으로 이동하고 이 과정을 수렴조건을 만족할 때까지 반복하게 된다. 이 방법의 단점은 유용시작점이 요구되며 등호제약조건은 적용하기 어렵다는 것이지만 본 연구에 사용한 방법은 이를 개선한 수정유용방향법(Modified Feasible Direction Method)으로서 불용지역(infeasible region)에서 시작하더라도 유용지역으로 이동하여 목적함수를 감소시키는 새로운 설계변수를 찾아 낼수 있는 방법이다. 불용지역에서 최적화를 시작할 경우에는, 설사 목적함수가 증가되더라도 유용지역으로 되돌아 갈 수 있는 방향을 탐색하여야 한다. 이를 위해 인공변수를 새로이 목적함수와 제약조건에 추가한다. 이 인공변수는 특별한 물리적 의미는 없고 제약조건을 얼마나 위배하는지를 측정한다. 수정유용방향법에 의한 최적화 문제는 다음과 같이 표현된다.[11]

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \nabla F(\bar{X}) \cdot S - \phi W \\ & \text{Subject to } \nabla g(\bar{X}) \cdot S + \theta_j W \leq 0 \\ & \quad S \cdot S + W^2 \leq 1 \end{aligned}$$

여기서 F 는 목적함수, g 는 제약조건, S 는 탐색방향 벡터를 각각 나타낸다. W 는 인공변수로서 값이 커질수록 유용영역쪽으로 방향을 더 기울이는 역할을 하며, θ_j 는

push-off 인자로서, 위배된 제약조건으로부터 멀리 밀어내는 정도를 나타낸다. ①는 반복적으로 바뀌는 상수로서 그 크기는 제약조건의 위배를 극복하면서 목적함수의 감소를 이를 수 있도록 조절된다. 이렇게 불용영역에서 유용영역으로 이동한 후에는 유용방향법으로 되돌아 가서 최적화를 진행한다.

4. 설계 결과

표 2는 Vanderplaats 익형과 개량형 Hicks-Henne 함수를 사용하여 양력최대화를 수행한 결과를 각각 보여주고 있다. 두개의 서로 다른 초기설계로부터 설계최적화를 진행하였다. 최종설계는 완전히 일치하지는 않지만 거의 서로 인접해 있으므로 전역최적해일 가능성이 크다. 결과 중 가장 주목해야 할 점은 Hicks-Henne 함수를 사용하였을 경우가 Vanderplaats 익형을 사용하였을 때 보다 훨씬 큰 폭으로 양력을 향상시키고 있다는 것이다. case 1의 경우 C_l 의 증가율은 Hicks-Henne 함수를 사용하였을 때가 Vanderplaats 익형을 사용하였을 때 보다 약 3배 정도에 이르고 있으며, 제약조건은 초기의 불용영역으로부터 이동하여 모두 활성화(active)되고 있다. case 2의 경우도 초기설계는 아주 큰 항력 제약조건의 위배가 있었으나 최적화 과정이 완료된 후에는 모든 제약조건을 만족시키면서 양력이 증가한 폭은 무려 0.4335 정도나 된다. Vanderplaats 익형을 사용시에 해당값이 0.0078 정도인데 비하면 엄청나게 성능이 향상되었다. 즉 다양한 형상을 자유롭게 표현할 수 있는 풀함수의 능력이 실제 최적화 중의 성능향상에 얼마나 큰 영향을 주는지를 확연히 볼 수 있는 결과라 하겠다.

표 2. 설계최적화 결과

		cases	C_l	C_d	A	설계 반복수
1	초기설계 (NACA2412)		0.4891	0.0118	0.0810	
	최종설계	Vanderplaats Existing Airfoils 사용시	0.7051	0.0101	0.0750	9
		Modified Hicks-Henne Function 사용시	1.1497	0.0096	0.0750	7
2	초기설계 (NACA 64 ₁ -412)		0.6977	0.0266	0.0759	
	최종설계	Vanderplaats Existing Airfoils 사용시	0.7055	0.0101	0.0750	8
		Modified Hicks-Henne Function 사용시	1.1390	0.0100	0.0750	7

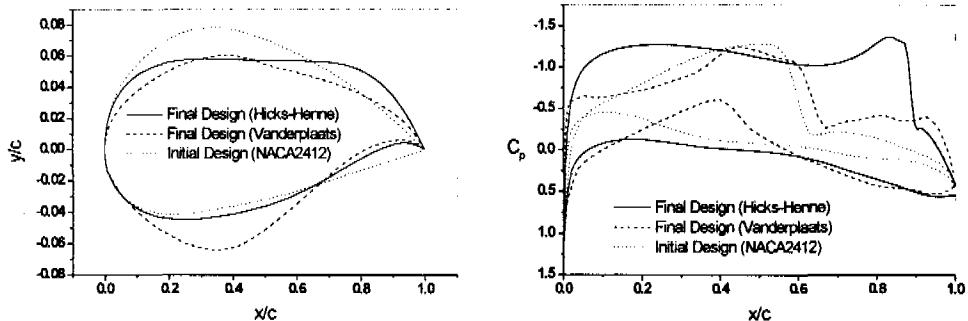


그림 3. 설계최적화 결과 비교(case 1)

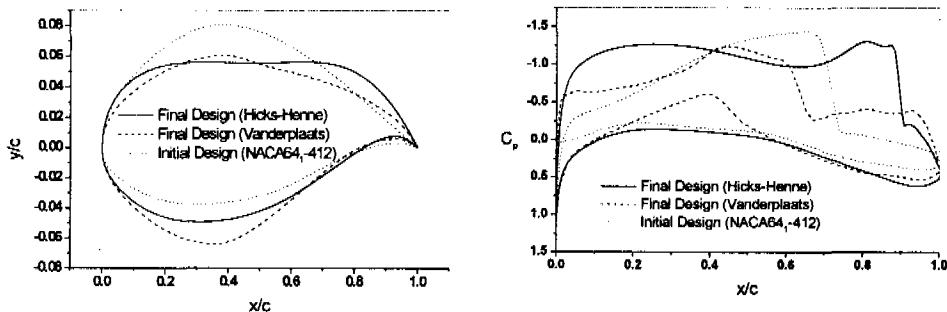


그림 4. 설계최적화 결과 비교(case 2)

그림 3과 4는 case 1 과 case 2에 대해서 초기설계점과 설계최적화된 결과의 형상 및 공력특성을 각각 보여 주고 있다. 공통적으로 Vanderplaats의 경우에 비해 Hicks-Henne 함수를 사용하였을 때가 훨씬 양력의 증가가 를 뿐만 아니라, 실용적이며 실제로 사용가능한 smooth한 천음속 초임계익형(supercritical airfoil)을 자동적으로 생성시키고 있음을 알 수 있다.

그림 5는 case 1의 설계최적화 수렴과정인 데 최적화가 원활히 진행되었음을 볼 수 있다. 첫 번째 반복에서 양력의 감소는 항력제약조건을 만족시키기 위해 설계가 유용영역으로 이동하면서 발생한 손실이다. 이는 앞서 언급한 것과 같이 수정유용영역법에 따른 현상이다.

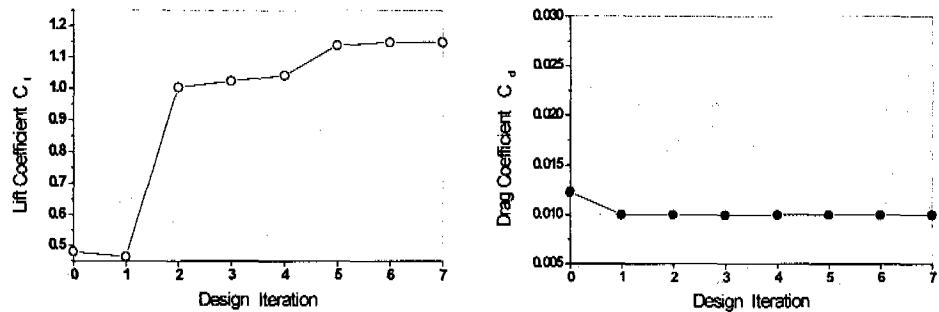


그림 5. 설계최적화 수렴과정 (case 1)

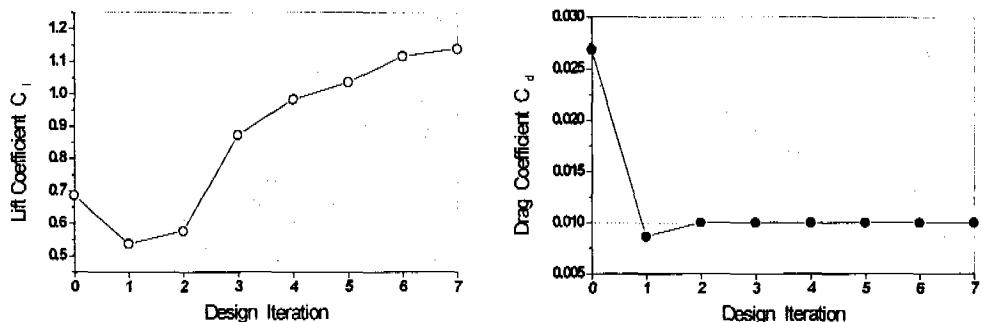


그림 6. 설계최적화 수렴과정 (case 2)

이 후, 두 번째 반복부터는 항력제약조건을 활성화시킨 상태에서 양력이 큰 폭으로 증가되고 있으며, 7번째에서 목적함수는 더 이상 증가하지 않아 설계는 거의 수렴되었다. 그림 6은 case 2의 설계최적화 수렴과정을 보여주고 있으며, 역시 case 1과 유사한 경향을 보여주고 있다. 이 경우는 초기의 항력제약조건의 위배정도가 아주 크기 때문에 수정유용영역법에 따라 이를 극복하고 유용영역으로 이동하기 위해서는 목적함수가 case 1 보다 더 많이 감소하였다. 설계가 유용영역으로 이동한 후에는 유용영역법에 따라 제약조건을 활성화 된 상태로 매 설계반복마다 목적함수를 착실히 증가시켰으며 case 1과 마찬가지로 7회의 설계반복 후에 수렴하였다. 이상의 수렴과정에 의해 판단해 본 결과, 본 연구에서 사용한 수정유용영역법은 원활히 작동하고 있으며 그 결과 설계최적화도 성공적으로 진행되었음을 알 수 있다.

5. 결 론

천음속 유동영역에서 실용적인 익형설계의 일환으로 꼴함수의 형태표현능력을 개선하여

이것이 실제로 설계최적화에 미치는 영향을 조사하였다. 꼴함수는 개량된 Hicks-Henne 함수를 사용하였고, 익형의 윗면, 아랫면에 대해 각각 6개씩 총 12개를 사용하였다. 천음속 익형설계에 있어서 가장 효율적으로 간주되고 있는 Vanderplaats의 기존익형형과 형상표 현능력을 비교하여 본 바, 개량된 Hicks-Henne 함수의 형상표현능력이 Vanderplaats 기존 익형에 비해 훨씬 우수하였으며, 이 자체만으로도 실제의 최적해에 더욱 더 가까이 접근할 수 있는 가능성을 크게 증가시켜 주고 있음을 예측할 수 있었다.

또한 개량된 꼴함수를 천음속 오일러 유동해석과 수치최적화를 결합한 천음속익형 설계 최적화과정에 적용하였다. 전통적인 양력최대화문제에 대해서 설계최적화를 수행한 결과, Vanderplaats의 기존익형을 사용했을 때와 비교하여 최종설계해의 양력이 상당히 증가하였다. 이로써 비점성 천음속영역에서 익형의 설계최적화시 형태함수의 영향은 일반적으로 예상하고 있는 것보다 훨씬 큰 것을 발견하였고, 아울러 실용적이며 실제적인 최적설계형상을 구하기 위해서는 꼴함수의 자유로운 형태생성능력이 지극히 중요하다는 사실도 확인하였다.

6. 참고문헌

- [1] Vanderplaats, G. N. and Hicks,, R. M., "Numerical Airfoil Optimization Using a Reduced Number of Design Coordinates", NASA TM X-73151, July 1976.
- [2] Aidala, P. V., Davis, W. H. Jr. and Mason, W. H., "Smart Aerodynamic Optimization", AIAA Paper 83-1863, July 1983.
- [3] Vanderplaats, G. N., "Approximation Concepts for Numerical Airfoil Optimization", NASA TP 1370, 1979.
- [4] Joh, C.-Y., Grossman, B. and Haftka, R. T., "Design Optimization of Transonic Airfoils", *Engineering Optimization*, Vol. 21(1), pp. 1-20, 1993.
- [5] Quagliarella, D. and Cioppa, A. D., "Genetic Algorithm to the Aerodynamic Design of Transonic Airfoil", AIAA Paper 94-1894, 1994.
- [6] Hager, J. O., Eyi, S. and Lee, K. D., "Two-Point Transonic Airfoil Design Using Optimization for Improved Off-Design Performance", *Journal of Aircraft*, Vol. 31, No. 5, Sept.-Oct. 1994.
- [7] Eyi, S., Hager, J. O. and Lee, K. D., "Airfoil Design Optimization Using the Navier-Stokes Equations", *Journal of Optimization Theory and Application*, Vol. 83, No. 3, pp. 447-461, Dec. 1994.
- [8] 이형민, 조창열, "Navier-Stokes 방정식을 이용한 천음속익형의 설계최적화 연구", 한국전산유체공학회 춘계학술대회논문집, pp.177-185, 대전롯데호텔, 1999. 5. 28.
- [9] Vanderplaats, G. N. and Hansen, S. R., "DOT Users' Manual", VMA Engineering, 1989.
- [10] Jameson, A., "Solution of the Euler Equations for Two-Dimensional Transonic

- Flow by a Multigrid Method", *Applied Mathematics and Computation*, Vol 13, pp. 327-335, 1983.
- [11] Vanderplaats, G. N., "Numerical Optimization Techniques for Engineering Design : with Applications", McGraw-Hill, 1984.