

회전원판 내에 존재하는 균열에 대한 응력확대계수

주석자
기계공학과
(1985. 9. 23 접수)

〈요약〉

회전원판 내에 존재하는 균열에 대한 응력화대계수를 J 적분과 유한요소법을 이용하여 구하였다. 회전으로 인한 원심력이 존재하기 때문에 J 적분식을 다소 수정하였다. 오소의 원심력은 각 node에 고르게 나누어 각 node에서의 반경 방향으로 가하였다. 균열길이가 같은 경우 원판 밖으로 터진 균열에 대한 응력화대계수가 원판 내에 갇힌 균열의 두 배가량이었다. 원판 내에 갇힌 균열의 경우 원판의 중심에서 가까운 균열선단에 대한 응력화대계수가 중심에서 먼 균열선단보다 높았다.

The Stress Intensity Factors of a Crack in a Rotating Disk

Chu, Seok-Jae
Dept. of Mechanical Engineering
(Received September 23, 1985)

〈Abstract〉

The stress intensity factors for a crack in a rotating disk were calculated using the concept of J -integral and the finite element method. J -integral formula was modified in consideration of the presence of a centrifugal force due to rotation. The centrifugal force of an element was divided equally and applied in a radial direction at each node of the triangular element. The stress intensity factor for an edge crack is always larger than that for an internal crack of the same crack length and the maximum ratio reaches about two. For an internal crack with two crack tips the stress intensity factor at inner crack tip is always larger than that at outer crack tip.

〈기 호〉

- | | |
|--------------------------------------|--|
| A: 경로 Γ 로 둘러싸인 면적 | 성분. |
| a: 균열의 길이 | u_1, u_2 : 변위의 x 축방향 성분, y 축 방향 성분 |
| C: 원판의 중심과 균열선단간의 거리 | w : 단위체적당의 스트레인 에너지 |
| E: 탄성계수 | x, y : x, y 좌표 |
| F: 단위체적에 작용하는 원심력 | Γ : 척분경로 |
| K₁: 응력확대계수(mode I) | ν : Poisson 비 |
| J: J 척분 | $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$: 응력 |
| R: 원판의 반경 | |

I. 서론

근래에 turbine, pump, flywheel 등에 고속회전부품의 사용이 점점 빈번해지고 있다. 회전체의 회전속도가 증가하고 회전체가 커짐에 따라 회전체의 잠재적인 파열위험이 급격히 증대하고 또 파열시의 피해가 대단히 심각해진다. 이런 고속회전체의 파열은 그 내에 존재하던 균열에 기인하는 것으로 판명되었다. 따라서 고속회전체의 파열을 방지하기 위하여 고속회전체에 대한 파괴역학적 해석이 필요하게 되었다.

이제까지 발표된 연구를 간단히 살펴보면 Rooke 등은 회전원판 내에 존재하는 반경방향 균열에 대하여 적분방정식을 유도하고 수치적으로 응력확대

계수를 구하였다.⁽¹⁾ Blauel⁽²⁾등은 균열이 없는 회전원판의 응력분포와 Green 함수를 이용하여 Tweed 와 같은 문제를 풀고 또 Stroboscopic light를 이용하여 광단성적으로 응력확대계수를 측정하였다. Chen⁽³⁾등은 회전원판 내에 임의의 방향으로 존재하는 혼합모드 균열에 대하여 수정된 J_s 개념을 사용하고 유한요소법에 의해 혼합모드 응력확대계수를 계산하였다.

본 논문에서는 J 적분 개념을 사용하고 유한요소법에 의해 회전원판 내에 간힌 균열(internal crack)과 회전원판 내에서 밖으로 터진 균열(edge crack)(Fig. 1 참조)에 대한 응력확대계수를 구하여 서로 비교하여보고 또 균열의 길이와 위치를 넓은 범위에 걸쳐 변화시키며 응력확대계수의 변화를 살펴보고자 한다.

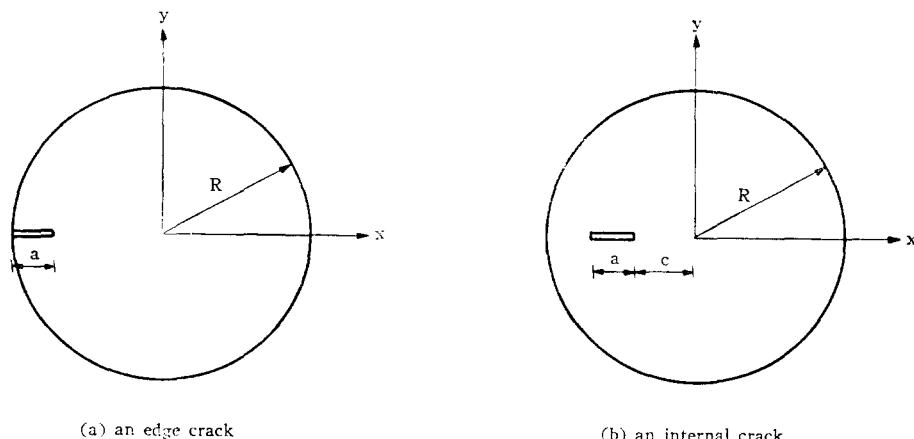


Fig. 1. A circular disk with a radial crack

II. 이론

1. J 적분

J 적분은 균열길이가 da 만큼 미소량 증가했을 때 경로 Γ 로 둘러싸인 부분에 대하여 포텐셜 에너지의 출입을 계산하는 것으로서 다음과 같이 주어진다.⁽¹⁾

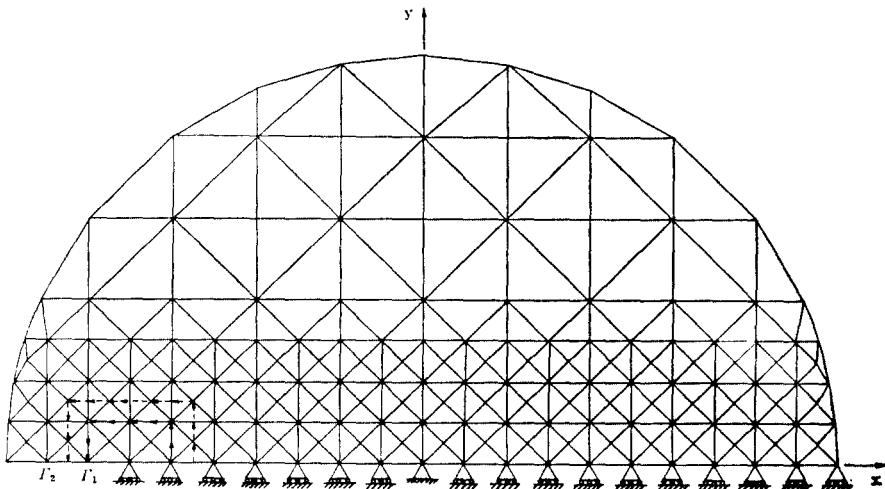
$$J = \int_{\Gamma} \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) \quad (1)$$

J 적분은 선형탄성체이든 비선형탄성체이든 탄성체에 대하여는 적분값이 경로에 의존하지 않는, 즉

임의의 경로에 대하여도 적분값이 변하지 않고 일정한 성질을 가지고 있다. 그리고, 선형탄성체에 대하여는 J 가 스트레인 에너지 해방률 G 와 같다. 따라서 G 와 응력확대계수 K_1 과의 관계를 이용하여 J 로 K_1 을 구할 수 있다.⁽¹⁾ 즉

$$K_1 = \begin{cases} (JE)^{1/2}, & \text{평면응력} \\ \left(\frac{JE}{1-\nu^2}\right)^{1/2}, & \text{평면스트레인} \end{cases} \quad (2)$$

그런데, 회전원판에 대하여 body force 와 역할이 같은 원심력이 작용하므로 J 의 수정이 필요하다. 균열이 전전할 때 원심력도 일을 해주기 때문에 J 적분에 원심력의 일을 계산하는 항을 추가시킨다. 따라서 (1)식을 다음과 같이 수정한다.⁽³⁾

Fig. 2. Finite element model for an edge crack, $a/R=0.3$, and J -integral paths.

$$J = \int_r \left(w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right) - \int_A F_i \frac{\partial u_i}{\partial x} dA \quad (3)$$

(3)식을 살펴보면 경로표면요소 ds 에 작용하는 힘 T 와 내부체적요소 dA 에 작용하는 원심력 F 가 같은 취급된 것을 볼 수 있다.

2. 유한요소법

J 적분값은 적분경로에 의존하지 않기 때문에 적분경로로 균열선단 부근의 특이응력장에서 멀리 떨어진 경로를 취해도 무방하다. 따라서 균열선단 부근에 특이요소를 사용하지 않아도 좋기 때문에 유한요소응력해석에는 가장 간단한 요소인 3개의 node를 가진 삼각형요소만을 사용하였다.

J 적분의 경로는 Fig. 2에 도시한 좌우 대칭의 mesh 위에 표시하였다. 적분경로는 가급적 요소의 도심을 지나도록 하였다. 이 이유는 삼각형요소 내에서는 어느 점에서나 스트레인이 일정하다고 가정하였지만 요소의 도심에서 실제의 스트레인과 가까울 것이라 생각했기 때문이다. 적분경로가 요소와 요소의 경계를 따라갈 때는 양측 요소의 strain의 평균값을 구하여 사용하였다.

표면요소에 작용하는 힘 Tds 는 Fig. 3을 참고하여 다음과 같이 계산하였다.⁽⁴⁾

$$T_s ds = \sigma_s dy - \tau_{sy} dx \quad (4)$$

$$T_y ds = -\sigma_y dx + \tau_{sy} dy$$

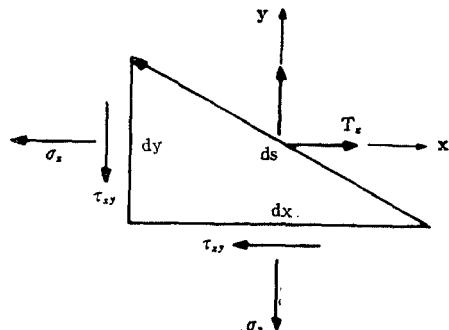


Fig. 3. Surface traction on a contour element

요소의 원심력을 계산할 때 요소에 대한 회전반경은 요소의 도심까지의 반경을택하였다. 그리고, 한 요소에 대한 원심력을 계산한 뒤 3개의 node에 고르게 나누고 각 node에서의 반경방향으로 가하였다.

III. 결과 및 고찰

먼저 균열이 없는 회전원판에 대하여 구한 변위와 응력을 이론적인 값⁽⁵⁾과 비교하여 Fig. 4에 도시하였다. 접선방향 응력이 이론적인 값보다 약간 낮

았지만 반경 방향 변위와 응력은 잘 일치하였다. 이 것으로써 원심력을 작용시킨 방법이 그릇되지 않았음을 확인하였다. 접선방향 응력에서 약간의 차이가 나타난 것은 원판 상부의 mesh가 거칠기 때문이라고 추측한다.

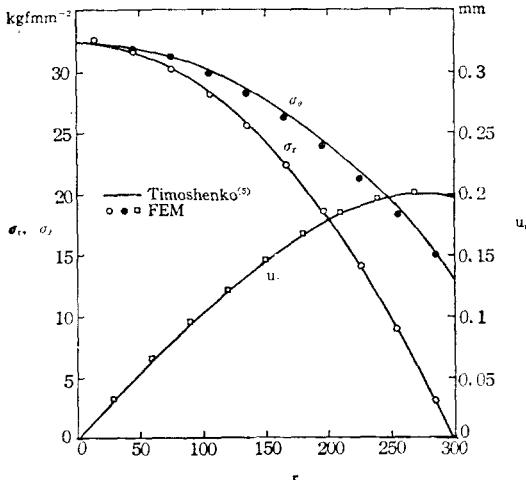


Fig. 4. Distributions of stress and displacement in a rotating circular disk: $\rho=7.8 \times 10^{-6}$ kg/mm³, $R=300$ mm, $n=10,000$ rpm, $E=21,100$ kgf/mm², $\nu=0.292$

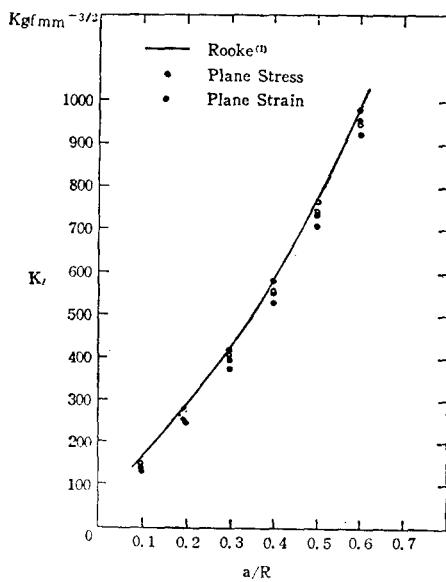


Fig. 5. Stress intensity factors for an edge crack: $\rho=7.8 \times 10^{-6}$ kg/mm³, $R=300$ mm, $n=10,000$ rpm

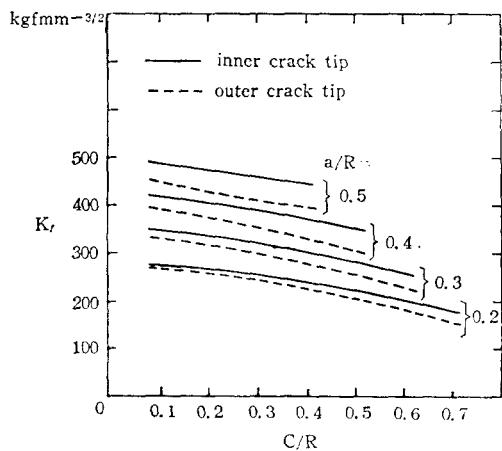


Fig. 6. Stress intensity factors for an internal crack: plane stress state, $\rho=7.8 \times 10^{-6}$ kg/mm³, $R=300$ mm, $n=10,000$ rpm

회전원판 밖으로 터진 균열에 대하여 구한 응력 확대계수를 Fig. 5에 도시하였다. J 적분값은 이론적으로는 적분경로에 의존하지 않지만 실제적으로는 약간의 변동이 있었다. Rooke 등이 발표한 값⁽⁴⁾ 보다 약간 낮았다.

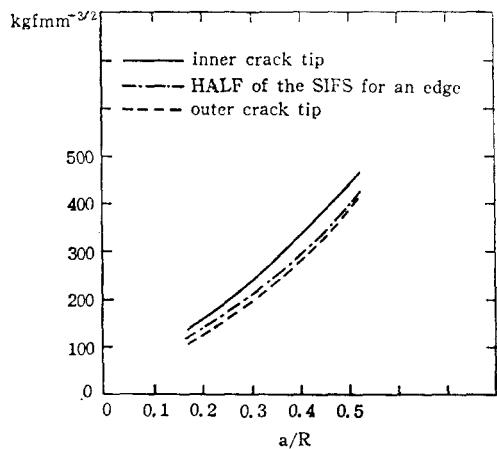


Fig. 7. Stress intensity factors for an internal crack brought to contact the circumference are obtained by extrapolation and compared with those for an edge crack.

회전원판내에 갇힌 균열에 대한 응력확대계수를 Fig. 6에 도시하였다. 원판의 중심에서 먼 균열선단보다 원판의 중심에 가까운 균열선단에 대한 응력확대계수가 높았다. 또 그 차는 균열이 중심에서 멀어질수록 증가하였다. 이것은 Fig. 4의 접선방향 응력분포와 유사하다. 즉, 접선방향 응력은 원판의 중심에서 최대이고 중심에서 멀어질수록 감소율이 증가한다.

균열길이가 같은 원판 내에 갇힌 균열과 원판 밖으로 터진 균열을 비교하였더니 후자에 대한 응력 확대계수가 높았다. 원판 내에 갇힌 균열에 대한 응력확대계수 곡선을 연장하여 원판 밖으로 터진 균열의 위치에서 읽은 응력확대계수값의 대략 2배가 원판밖으로 터진 균열에 대한 응력확대계수값과 같았다. (Fig. 7 참조)

최소균열길이가 원판 밖으로 터진 균열에 대하여 $0.1R$, 원판 내에 갇힌 균열에 대하여 $0.2R$ 에 한하여였던 것은 원판의 반경을 10등분하여 10개의 node를 배치하였기 때문이다.

IV. 결 론

유한요소법에 의한 회전원판 내에 존재하는 균열에 대한 응력확대계수의 계산 결과 다음과 같은 결

론을 얻었다.

- 같은 균열 길이에 대하여 원판 내에 갇힌 균열보다 밖으로 터진 균열이 파열 위험성이 높다.
- 원판 내에 갇힌 균열의 경우 중심에서 먼 균열선단보다 중심에 가까운 균열선단에 대한 응력확대계수가 높다.

참 고 문 헌

- Parker, A.P., *The Mechanics of Fracture and Fatigue*, E. & F.N. SPON LTD
- Blauel, J.G., Beinert, J. and Wenk, M., "Fracture Mechanics Investigations of Cracks in Rotating Disks," *Experimental Mechanics*, 106~112, (1977)
- Chen, W.H. and Lin, T.C., "A Mixed Mode Crack Analysis of Rotating Disk Using Finite Element Method," *Engineering Fracture Mechanics*, 133~143, (1983)
- 김종배, "응력강도계수의 유한요소 해석에 관한 연구," *한양대학교 석사논문*, 1982.
- Timoshenko, S.P. and Goodier, J.N., *Theory of Elasticity*, 80~83, 1970.