

## 有限要素法에 의한 軸系の 動特性解析

安時榮\* · 池成昊\*\*  
造船 및 海洋工學科

### 〈요 약〉

본 논문에서는 추진축계 횡진동의 근사계산에 사용되는 간이추정법을 요약하여 설명하고, 굽힘모멘트와 전단력은 물론 단면의 회전관성과 축 방향력, 보의 단위길이당의 외력 등의 영향을 동시에 고려하여 축계의 횡진동을 Galerkin 방법을 이용하여 유한요소법에 의하여 이론해석하고, 이 해석방법을 바탕으로 하여 전산프로그램을 작성한다. 해석방법의 유용성을 확인하기 위하여 실험모형 축계의 고유진동수와 진동형에 대한 수치해석을 하고 그 결과를 기 발표된 실험치 및 계산결과와 비교검토한다. 그리고 축계의 동 특성을 검토하기 위하여 이 프로그램을 이용하여 축계의 고유진동수에 미치는 축계의 특성치(system parameter)의 영향에 대한 정량적인 감도해석을 한다. 여기서 고려되는 특성치는 베어링 위치, 베어링부의 강성, 회전관성, 원판의 부가질량, 추력 및 축경 등이다.

본 계산결과와 기 실측치 및 계산치를 비교한 결과, 본 해석방법의 유용성이 확인됨에 따라 본 해석방법이 축계의 횡진동해석에 유용할 것이다. 또한 축계의 정량적 고유진동감도계산 자료는 축계의 초기 설계시 또는 재설계시 공진현상이 운전범위내에서 예상될 경우에 대한 공진 방지대책에 도움이 될 것이다.

---

## Analysis of Dynamic Characteristics of the Shafting by the Finite Element Method

Ahn, Si-Young · Chi, Sung-Ho  
Dept. of Naval Arch. and Ocean Engineering

### 〈ABSTRACT〉

---

\* 울산대 조선 및 해양공학과 교수  
\*\* 현대중공업 기본설계실

Coupled lateral vibrations of a shafting system were analyzed by the Finite Element Method using the Galerkin method. In the problem formulation, shear force, bending moment, external force per unit length of the beam, axial force, added mass and rotary inertia effects were considered.

A computer program was developed to calculate natural frequencies and natural modes of a shafting, and was used to calculate natural frequencies of an experimental model shafting. The results showed good agreement with measured values.

The sensitivity of the system parameters on the natural frequencies was also studied using this program. The calculated results are considered to be useful for prevention of the resonance of lateral vibrations in the initial design stage of shafting systems.

### 기 호 설 명

- f : 축의 횡진동 고유진동수(cpm)  
 EI : 축의 굽힘강성계수( $\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ )  
 I<sub>d</sub> : 프로펠러의 직경관성 모멘트( $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ )  
 m : 프로펠러의 질량( $\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1}$ )  
 $\mu$  : 축의 단위길이당의 질량( $\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-2}$ )  
 b : 프로펠러 날개 정면의 0.7R(R:프로펠러 반경)의 곳으로부터 프로펠러 중심에 내린 수선교점과 선미관 내 지지점과의 거리(cm)  
 p : 고유 각진동수(rad/sec)  
 G = I<sub>d</sub>(KhS-1)  
 K = I<sub>p</sub>/I<sub>d</sub>  
 I<sub>p</sub> : 프로펠러의 질량 극관성모멘트( $\text{kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{sec}^2$ )  
 h =  $\Omega/\omega$ (정선회:h>0, 역선회:h<0)  
 $\omega$  : 축의 선회각속도(rad/sec)  
 $\Omega$  : 축의 회전각속도(rad/sec)  
 S : 선회의 형태에 따른 상수(선회궤도가 원이면 1)  
 $\alpha$  : 프로펠러에 단위힘이 작용한 경우의 축단의 변위(cm/kg)  
 $\beta$  : 프로펠러에 단위모멘트가 작용한 경우의 축단의 변위(cm/kg · cm)  
 $\gamma$  : 프로펠러에 단위힘이 작용한 경우의 축단의 경사각(rad/kg)  
 $\rho$  : 프로펠러에 단위모멘트가 작용한 경우의 축단의 경사각(rad/kg · cm)  
 Z<sub>b</sub> : 프로펠러 날개수  
 I : 보의 단면 2차 모멘트  
 A : 보의 단면적  
 E : 보 재료의 종탄성계수  
 x, y, z : 좌표계  
 u, v, w : 축방향, 수직방향 및 수평방향의 변위

- $V_y, V_z$  : y축, z축 방향의 전단력
- $M_y, M_z$  : y축, z축 둘레의 굽힘모멘트
- $\theta_y, \theta_z$  : y축, z축 둘레의 회전각
- $P$  : 축 방향력
- $f(x, t)$  : 단위길이당 외력

## 1. 서 론

추진축계의 횡진동은 축 자체의 손상, 선미관 베어링의 파손, 선미관 유밀장치의 기능상실, 선미구조의 국부진동유발 등의 원인이 된다.

추진축계의 횡진동 해석의 간이계산법으로서 Jasper등(1)(2)(3), Panagopulos 등(4), Hayama 등(5)이 추진축계의 고유진동수를 구하는 이론적 약산식을 각각 발표하였다. 1970년대에 전자계산기의 급속한 보급으로 인하여 정밀계산법인 전달매트릭스법과 유한요소법의 계산이 가능하게 되어 Vassilopoulos 등(6), Koike 등(7), 안시영(8)은 전달매트릭스법에 의하여, Hyllarides 등(9), 전효중등(10)은 유한요소법에 의하여 추진축계의 횡진동 해석을 하였다. 그러나 이들의 횡진동 해석의 방법에는 보의 단위길이당의 외력, 축 방향력 및 단면의 회전관성 등의 효과를 고려하지 않고, 굽힘모멘트, 전단력, 축방향력, 탄성지지 등이 개별적으로 고려되어 왔다.

본 논문에서는 추진축계 횡진동의 근사계산에 사용되는 간이추정법을 요약하여 소개하고, 보 단면의 회전관성, 보의 단위길이당 외력 및 축 방향력을 동시에 고려하여 축계의 연성횡진동을 Galerkin방법을 이용하여 유한요소법에 의하여 이론 해석한다. 이 이

론을 바탕으로 하여 전산프로그램을 작성하여 이를 실험장치의 모형축계의 고유진동수 계산에 응용하였으며, 계산결과와 이미 발표된 모형축계의 실험결과 및 계산결과를 서로 비교함으로써 본 해석방법의 타당성을 확인하였다. 따라서 이 방법에 의하여 축계의 동특성을 검토하기 위해서 축계의 고유치에 미치는 각 특성치들의 영향에 관한 정량적인 고유치 감도계산을 수행하였다. 여기서 고려된 축계의 특성치는 베어링의 위치, 베어링부의 강성, 원관의 부가질량, 회전관성, 추력 및 축경 등이다. 축계의 고유치 감도계산결과 베어링부의 강성, 원관의 부가질량, 축경, 베어링지위치, 축방향력, 회전관성 등의 순으로 이들 특성치가 축계의 고유진동수에 큰 영향을 미침을 확인 하였다.

## 2. 축계의 횡진동계산법

### 2.1 간이추정법

추진축계의 횡진동에 대한 고유진동수의 근사계산에 이용되는 여러가지 방법들 중에서 Panagopulos의 식, 수정 Panagopulos의 식, Jasper의 식, Jasper-Rayleigh의 방법을 요약하면 다음과 같다.

#### 2.1.1 Panagopulos의 식

Panagopulos(4)는 Fig.1과 같이 프로펠러의 축을 선미관 후단베어링과 중간축 최후단부 베어링만으로 지지되어 있는 것으로 보고(선미관 전단베어링 무시) 진동변형

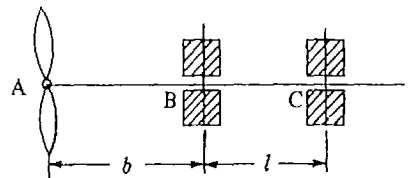


Fig.1 Calculation model of panagopulos formula(4)

곡선에서는 프로펠러에 일정한 굽힘모멘트가 작용하였을 때의 정적 변형곡선을 취하였으며, 여기에 축의 분포질량에 대한 보

정을 넣어서 추진축계 횡진동의 고유진동수 계산식을 다음과 같이 구하였다.

$$f = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{EI}{I_d \left(b + \frac{l}{3}\right) + mb^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{l}{3}\right) + \mu \left(\frac{b^4}{3} + \frac{lb^3}{9} + \frac{7l^4}{300}\right)}} \quad (1)$$

여기서

- $f$  : 축의 횡진동 고유진동수(cpm)  
 $EI$  : 축의 굽힘강성계수(kg · cm<sup>2</sup>)  
 $I_d$  : 프로펠러의 직경관성 모멘트(물의 부가수효과 60%가산)(kg · cm · sec<sup>2</sup>)  
 $m$  : 프로펠러의 질량(물의 부가수효과 30%가산)(kg · sec<sup>2</sup> · cm<sup>-1</sup>)  
 $\mu$  : 축의 단위길이당의 질량(kg · sec<sup>2</sup> · cm<sup>-2</sup>)  
 $b$  : 프로펠러 날개 정면의 0.7R(R:프로펠러 반경)의 곳으로부터 프로펠러 중심에 내린 수선교점과 선미관 내 지지점과의 거리(cm)  
 $l$  : 선미관내 지지점과 최후부 베어링 지지점과의 거리(cm)

Panagopulos는 (1)식을 유도함에 있어 Fig.1에서 B점에서의 반력모멘트와 외력 모멘트 및 프로펠러 축계의 관성력의 B점 둘레 모멘트가 같다고 가정하였다. Panagopulos는 이 식의 정당성을 실증하기 위하여 1인치 축径의 모형을 이용하여 실험을 행하여 타당성을 확인했다고 주장하였으나 프로펠러와 축계의 운동에너지 및 축계의 휨에 의한 운동에너지가 바르게 평가되지 못함으로써 물리적인 엄밀성이 결렬되고 있는 것으로 지적되고 있다. 계산결과를 실측결과

에 가까운 값을 주었기 때문에 비교적 최근까지 근사식으로서 때때로 사용되어 왔으나 대체로 실제값보다 낮은값을 준다.

### 2.1.2 수정 Panagopulos의 식(5)

S.Hayama(5)는 Panagopulos의 식(1)을 물리적으로 엄밀하게 수정한 수정 Panagopulos의 식을 발표하였다. 이 식은 다음과 같으며 각 기호가 뜻하는 바는 (1)식과 같다.

$$f = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{EI \left(b + \frac{l}{3}\right)}{I_d \left(b + \frac{l}{3}\right)^2 + mb^2 \left(\frac{b}{2} + \frac{l}{3}\right)^2 + \mu \left(\frac{b^5}{20} + \frac{lb^4}{12} + \frac{l^2 b^3}{27} + \frac{2l^5}{945}\right)}} \quad (2)$$

### 2.1.3 Jasper의 식

이 식에 대해서는 최근 모형에 의한 실험치와 계산치를 비교한 결과 비교적 좋은 결과를 주는 근사식으로 평가되고 있다.[11]

Jasper[1][2][3]는 최후부 중간축 베어링에서 축이 고정되어 있다고 생각하고 수

평 및 수직방향의 베어링 지지강성이 동일한 경우와 수직방향의 베어링 지지강성이 다른 경우를 계산하는 방법을 다음과 같이 제안하였다.

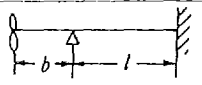
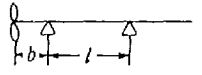
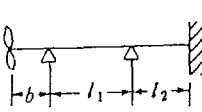
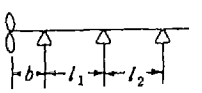
$$p^2 = \frac{(m\alpha - \rho G) \pm \sqrt{(m\alpha - \rho G)^2 - 4mG(\beta\gamma - \alpha\rho)}}{2mG(\beta\gamma - \alpha\rho)} \quad (3)$$

여기서

- p : 고유 각진동수(rad/sec)
- m : 프로펠러 질량(물의 부가수효과10%가산)(kg·sec<sup>2</sup>·cm<sup>-1</sup>)
- G = I<sub>d</sub>(KhS-1)
- K = I<sub>p</sub>/I<sub>d</sub>
- I<sub>p</sub> : 프로펠러의 질량 극관성모멘트(물의 부가수효과 25%가산)(kg·cm·sec<sup>2</sup>)
- I<sub>d</sub> : 프로펠러의 직경관성모멘트(물의 부가수효과50%가산)(kg·cm·sec<sup>2</sup>)
- h = Ω/ω(정선회:h>0, 역선회:h<0)
- ω : 축의 선회각속도(rad/sec)
- Ω : 축의 회전각속도(rad/sec)
- S : 선회의 형태에 따른 상수(선회궤도가 원이면 1)
- α : 프로펠러에 단위힘이 작용한 경우의 축단의 변위(cm/kg)
- β : 프로펠러에 단위모멘트가 작용한 경우의 축단의 변위(cm/kg·cm)
- γ : 프로펠러에 단위힘이 작용한 경우의 축단의 경사각(rad/kg)

α, β, γ, ρ의 영향계수의 값은 축의 진동계를 취하는 방법에 따라 다른값을 갖는데 다음과 같은 지지상태에 따른 영향계수의 값은 Table.1에서와 같다. 선형특성을 가진 구조계에서는 Maxwell의 상반원리에 의하여 β=γ 이 된다.

Table.1. Influence coefficients of shafting(α, β, γ, ρ)(12.13)

type of shaft support	α	β	γ	ρ
	$\frac{b^2}{EI} (\frac{b}{3} + \frac{l}{4})$	$\frac{b}{2EI} (b + \frac{l}{2})$	$\frac{b}{2EI} (b + \frac{l}{2})$	$\frac{1}{EI} (b + \frac{l}{4})$
	$\frac{b^2}{3EI} (b+l)$	$\frac{b}{EI} (\frac{b}{2} + \frac{l}{3})$	$\frac{b}{EI} (\frac{b}{2} + \frac{l}{3})$	$\frac{1}{EI} (b + \frac{l}{3})$
	$\frac{b^3}{3EI} + \frac{b^2 l}{4EI} \times (1 + \frac{l}{4l_1 + 3l_2})$	$\frac{b^2}{2EI} + \frac{bl_1}{4EI} \times (1 + \frac{l}{4l_1 + 3l_2})$	$\frac{b^2}{2EI} + \frac{bl_1}{4EI} \times (1 + \frac{l}{4l_1 + 3l_2})$	$\frac{b}{EI} + \frac{l_1}{4EI} \times (1 + \frac{l}{4l_1 + 3l_2})$
	$\frac{b^3}{3EI} + \frac{b^2 l}{4EI} \times (1 + \frac{l}{3l_1 + 3l_2})$	$\frac{b^2}{2EI} + \frac{bl_1}{4EI} \times (1 + \frac{l}{3l_1 + 3l_2})$	$\frac{b^2}{2EI} + \frac{bl_1}{4EI} \times (1 + \frac{l}{3l_1 + 3l_2})$	$\frac{b}{EI} + \frac{l_1}{4EI} \times (1 + \frac{l}{3l_1 + 3l_2})$

공전시의 프로펠러의 회전수  $N_c$ 는

$$N_c = \frac{30}{\pi \cdot Z_b} p \cdot (\text{rpm}) \quad (4)$$

여기서  $Z_b$ 는 프로펠러 날개수이다.

Jasper의 식은 Panagopoulos식에서 고려하고 있는 축 질량을 무시한 대신에 축의 선회에 의한 자이로효과를 고려하고 있다. 이 식은 축의 질량효과를 무시한 관계상 계산결과는 실제값보다 높은값을 보이는 것이 보통이다.

### 2.1.4 Jasper-Rayleigh의 방법

이것은 Jasper의 식중 프로펠러질량  $m$ 에 축의 등가치환질량  $m'$ 를 부가하여 고유진동수를 구하는 방법이다. 축의 등가치환질량  $m'$ 는 계의 운동에너지의 관계로부터 다음과 같이 구하여진다. 즉 축의 단위

장의 질량을  $\mu$ , 임의점에 있어서의 미소장을  $dx$ , 그의 진폭을  $\delta$ , 위상속도를  $\omega$ 라하면 임의점에 있어서의 운동에너지는  $(\mu/2)(\delta\omega)^2 dx$ 로 되므로 계 전체에 대한 축 자신의 운동에너지는  $\int (\mu/2)(\delta\omega)^2 dx$ 로 표시된다. 따라서 지금 프로펠러의 위치에 질량  $m'$ 를 주어 상기치와 같은 운동에너지가 얻어진다고 하면

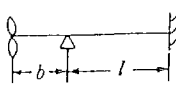
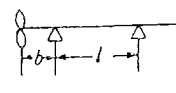
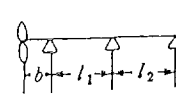
$$\frac{\mu}{2} \int (\delta\omega)^2 dx = \frac{1}{2} m' \delta_p^2 \omega^2 \quad (5)$$

따라서

$$m' = \frac{\mu}{\delta_p^2} \int \delta^2 dx$$

여기서  $\delta_p$ 는 프로펠러의 위치에 단위의 힘이 작용할 경우, 그 위치에 있어서의 변위이다. 다음에 몇가지 경우에 대한 축의 등가치환질량  $m'$ 를 예시한다.

Table.2. Equivalent mass of shaft(13)

type of shaft support	equivalent mass of shaft
	$\frac{\mu}{(3l + 4b)^2} \left( \frac{132}{35} b^3 + \frac{55}{3} l b^2 + 3l^2 b + \frac{3}{35} \frac{l^5}{b^2} \right)$
	$\frac{\mu}{(b+l)^2} \left( \frac{33}{140} b^3 + \frac{11}{20} b^2 l + \frac{1}{3} b l^2 + \frac{2}{105} \frac{l^5}{b^2} \right)$
	$\frac{\mu}{\left\{ b + l - \frac{l_1^2}{4(l_1 + l_2)} \right\}^2} \left\{ \frac{33}{140} b^3 + \frac{11}{20} b^2 l + \frac{1}{3} b l^2 + \frac{2}{105} \frac{l^5}{b^2} - \frac{b l_1^3}{6(l_1 + l_2)} - \frac{11 b^2 l_1^3}{80(l_1 + l_2)} + \frac{b l_1^4}{48(l_1 + l_2)^2} - \frac{31 l_1^4}{1680 b^2 (l_1 + l_2)} + \frac{l_1^2 (l_1^2 + l_2^2)}{210 b^2 (l_1 + l_2)^2} \right\}$

이 계산방법에 있어서는 실제의 진동계에 있어서의 진동 진폭곡선이 프로펠러의 위치에 축의 질량을 등가치환한 진폭곡선과 동일하다고 가정한다.

프로펠러의 질량에 축의 질량을 등가치환하여 합산하는 방법으로 횡진동을 계산하여 실측치와 비교하여 본 결과 비교적 좋은 근사치를 주고 있어서 흔히 이식이 사용되고 있다.

## 2.2 유한요소법 [14, 15, 16]

### 2.2.1 정 식 화

#### (1) 지배방정식

Fig. 2에서와 같이 굽힘모멘트, 전단력, 축 방향력, 단위길이당 외력, 단면의 회전관성 등의 효과를 동시에 받는 보요소의 경계치 문제를 다루고자 한다. 보는 단면이 변형전후 변화하지 않고, 신장률이 극히 적으며, 보의 굽힘경사각은 적고, 단면은 대칭

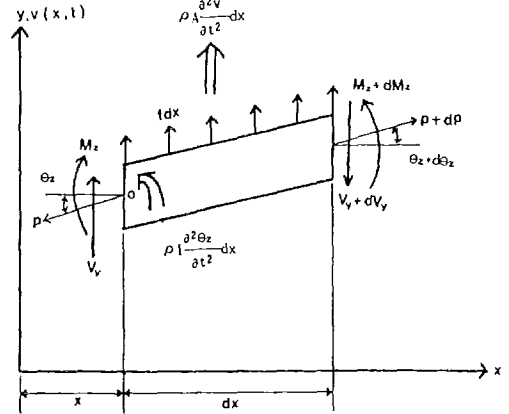


Fig. 2. Beam element model

이며, 축 재료는 균질이라고 가정한다.

Fig. 2에서와 같이 축방향을 x축, 수직방향을 y축, 수평방향을 z축으로 좌표계를 정한다.

x-y 평면(수직면)내에서 힘의 평형과 모멘트의 평형을 고려하면 다음과 같은 평형식을 얻을 수가 있다.

$$-(V_y + dV_y) + f(x,t)dx + V_y + (P + dP)\sin(\theta_z + d\theta_z) - P\sin\theta_z = \rho A(x)dx \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} \quad (6)$$

$$(M_z + dM_z) - (V_y + dV_y)dx + f(x,t)dx \frac{dx}{2} - M_z = \rho I(x)dx \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \quad (7)$$

$$\text{여기서 } dV_y = \frac{\partial V_y}{\partial x} dx$$

$$dM_z = \frac{\partial M_z}{\partial x} dx$$

$$\sin(\theta_z + d\theta_z) \approx \theta_z + d\theta_z = \theta_z + \frac{\partial \theta_z}{\partial x} dx = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} dx \quad (8)$$

라 놓고 식 (6)과 식 (7)를 정리하면

$$-\frac{\partial V_y}{\partial x}(x,t) = \rho A(x) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(x,t) - f(x,t) - P \frac{\partial \theta_z}{\partial x} \quad (9)$$

$$V_y(x,t) = \frac{\partial M_z}{\partial x}(x,t) - \rho I(x) \frac{\partial^2 \theta_z}{\partial t^2} \quad (10)$$

또한

$$M_z(x,t) = EI(x) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(x,t) \quad (11)$$

식(10)과 식(11)을 식(9)에 대입하면 다음과 같이 x-y평면내에서 비 균일보의 강제 횡진동에 대한 지배방정식을 유도할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(x) \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(x,t)] + \rho A(x) \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(x,t) \\ & - \rho I(x) \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2} - P \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(x,t) - f(x,t) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

또 x-z평면(수직면)내에서의 힘과 모멘트의 평형을 고려하면 식(9), (10), (11)과 유사한 식으로 나타낼 수 있으며 비 균일보

에 대한 지배방정식도 식(12)과 유사한 식으로 표시할 수 있다.

균일보의 강제 횡진동에 대한 지배방정식은 x-y평면에서

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4}(x,t) + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}(x,t) - \rho I \frac{\partial^4 v}{\partial x^2 \partial t^2}(x,t) \\ - P \frac{\partial^2 v}{\partial x^2}(x,t) - f(x,t) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

x-z평면에서

$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4}(x,t) + \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}(x,t) - \rho I \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial t^2}(x,t) \\ - P \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}(x,t) = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

(2) 경계조건

식(13)과 (14)의 지배방정식은 4계 미분방정식을 나타내고 있다. 이 식의 특이해를

구하기 위해서는 각 평면내에서 4개의 경계조건이 필요하다.

식(10), (11)등으로부터  $V_y$ ,  $M_z$ ,  $V_z$ ,  $M_y$ 는 다음과 같다.

$$V_y = EI \frac{\partial^3 v}{\partial x^3} - \rho I \frac{\partial^3 v}{\partial x \partial t^2} \quad (15)$$

$$V_z = EI \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} - \rho I \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial t^2} \quad (17)$$

$$M_z = EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \quad (16)$$

$$M_y = EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (18)$$



본 해석에 사용되는 x-y평면내에서의 보 요소에 대한 표시법은 Fig. 3에서와 같으며

x-z평면에 대한 것도 이와 유사하다.

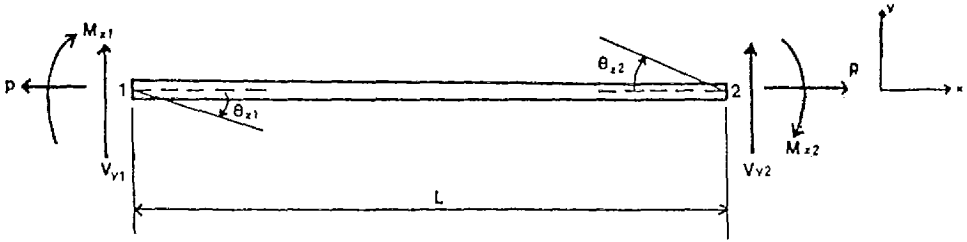


Fig. 3. Notation for the beam element in x-y plane

Fig. 2와 Fig. 3의 표시차를 고려하면 양면내에서 8개의 경계조건이 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}
 V_{y1} &= FVY_1, & V_{y2} &= FVY_2 \\
 M_{z1} &= FMZ_1, & M_{z2} &= FMZ_2 \\
 V_{z1} &= FVZ_1, & V_{z2} &= FVZ_2 \\
 M_{y1} &= FMY_1, & M_{y2} &= FMY_2
 \end{aligned} \tag{19}$$

여기서 FVY<sub>i</sub>, FMZ<sub>i</sub>, FVZ<sub>i</sub> 및 FMY<sub>i</sub>(i=1, 2)는 보 요소 i단에서의 식(15)~(18)들의 우변항에 각각 해당된다. 식(19)의 경계조건들을 갖춘 식(13)과 식(14)는 보 요소의 일반적인 경계치문제를 표시한다.

### 2.2.2 표준이산계의 운동방정식

#### (1) 변위장의 표시

전술한 경계치문제는 해석적 방법으로 해를 구하기 어렵기 때문에 수치해석이나 변분원리로서 해를 구한다. x-y평면내에서의 실변위장 v(x)는 다음의 3차방정식으로 근사화 될 수 있다.

$$v(X) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 \tag{20}$$

여기서 a<sub>i</sub>(i=0, 1, 2, 3)는 보 양단에서의 절점변위 v<sub>1</sub>, v<sub>2</sub>와 θ<sub>z1</sub>, θ<sub>z2</sub>들의 함수로 계산될 수 있으며, 이들 계수들을 식(20)에 대입하면 실변위장 v(x)는 다음과 같다.

$$\bar{v}(x) = \{ N_1(x), N_2(x), N_3(x), N_4(x) \} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_{z1} \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{bmatrix} \tag{21}$$

여기서 ξ = x/L라 놓으면 형상계수 N<sub>i</sub>(x)는 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 N_1(x) &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\
 N_2(x) &= L\xi(\xi - 1)^2 \\
 N_3(x) &= 3\xi^2 - 2\xi^3
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$N_4(x) = L\xi(\xi^2 - \xi)$$

x-z평면내에서의 실변위장 w(x)로 유사한 방법으로 나타낼 수 있다.

따라서 x-y평면과 x-z평면에 대한 실변위장 v(x), w(x)와 가상변위장  $\bar{v}(x), \bar{w}(x)$ 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 v(x) &= \{ N_1(x) \ N_2(x) \ 0 \ 0 \ N_3(x) \ N_4(x) \ 0 \ 0 \} \cdot \begin{bmatrix} v_1 \\ \theta_{z1} \\ w_1 \\ \theta_{y1} \\ v_2 \\ \theta_{z2} \\ w_2 \\ \theta_{y2} \end{bmatrix} \\
 w(x) &= \{ 0 \ 0 \ N_1(x) \ N_2(x) \ 0 \ 0 \ N_3(x) \ N_4(x) \} \cdot \begin{bmatrix} w_1 \\ \theta_{y1} \\ v_2 \\ \theta_{z2} \\ w_2 \\ \theta_{y2} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{v}(x) &= \{ N_1(x) \ N_2(x) \ 0 \ 0 \ N_3(x) \ N_4(x) \ 0 \ 0 \} \cdot \begin{bmatrix} \bar{v}_1 \\ \bar{\theta}_{z1} \\ w_1 \\ \bar{\theta}_{y1} \\ \bar{v}_2 \\ \bar{\theta}_{z2} \\ \bar{w}_2 \\ \bar{\theta}_{y2} \end{bmatrix} \\
 \bar{w}(x) &= \{ 0 \ 0 \ N_1(x) \ N_2(x) \ 0 \ 0 \ N_3(x) \ N_4(x) \} \cdot \begin{bmatrix} \bar{w}_1 \\ \bar{\theta}_{y1} \\ \bar{v}_2 \\ \bar{\theta}_{z2} \\ \bar{w}_2 \\ \bar{\theta}_{y2} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{24}$$

2) 약 정식화 및 운동방정식

해 각각 가상변위장  $\bar{v}(x), \bar{w}(x)$ 을 곱하여 요소길이  $L$ 에 대해 2번 부분적분하면 약 정식화(weak formulation)를 다음과 같이 할 수 있다.

Strang[16]의 방법에 따라 Galerkin 방법을 사용하여, 지배방정식 (13), (14)에 대

$x$ - $y$ 평면에서

$$\begin{aligned}
 &\int_0^L EI \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho A v \cdot \bar{v} dx + \rho I \int_0^L \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \int_0^L P \frac{\partial v}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} dx \\
 &= V_{y1} \bar{v}_1 + M_{z1} \bar{\theta}_{z1} + V_{y2} \bar{v}_2 + M_{z2} \bar{\theta}_{z2} + \int_0^L f \bar{v} dx
 \end{aligned} \tag{25}$$

$x$ - $z$ 평면에서

$$\begin{aligned}
 &\int_0^L EI \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial x^2} dx + \int_0^L \rho A w \cdot \bar{w} dx + \rho I \int_0^L \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \int_0^L P \frac{\partial w}{\partial x} \cdot \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} dx \\
 &= V_{z1} \bar{w}_1 + M_{y1} \bar{\theta}_{y1} + V_{z2} \bar{w}_2 + M_{y2} \bar{\theta}_{y2}
 \end{aligned} \tag{26}$$

윗식들로부터 양 평면내에서 N개의 요소로 구성된 보 전체의 표준이산계는 다음과 같다.

$$\sum_{e=1}^N [K_e] \underline{d} = \sum_{e=1}^N \{ \{A\} + \{D\} \} \quad (27)$$

여기서  $[K_e]$ 는 식(25)과 식(26)의 8개의 좌변항들로부터 구해진 보 요소의 강성 매트릭스를 표시하며,  $\underline{d}$ 는 절점의 변위 벡터,  $\{ \{A\} + \{D\} \}$ 는 9개의 우변항들로부터 구해지는 절점의 외부벡터이며 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} [K_e] &= [S1] + [S2] + \dots + [S8] \\ &= [K1] - \omega^2 [M1] \\ \underline{d} &= [v1 \ \theta_{z1} \ w1 \ \theta_{y1} \ v2 \ \theta_{z2} \ w2 \ \theta_{y2}]^T \\ \{A\} &= [V_{y1} \ M_{z1} \ V_{z1} \ M_{y1} \ V_{y2} \ M_{z2} \ V_{z2} \ M_{y2}]^T \\ \{F\} &= \{A\} + \{D\} \end{aligned}$$

또 보 요소의 단에 베어링부 강성, 집중 질량의 효과를 고려할 경우에는 이들을 각각 대각강성매트릭스  $[K_B]$  및 대각질량매트릭스  $[m]$ 로 처리할 수 있으며 따라서  $[K_e]$ 는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned} [K_e] &= [K1] - [K_B] - \omega^2 ([M1] + [m]) \\ &= [K] - \omega^2 [M] \end{aligned}$$

여기서  $[K] = [K1] - [K_B]$   
 $[M] = [M1] + [m]$

따라서 식(27)은 다음과 같은 축 전체에

대한 운동방정식으로 표시할 수 있다.

$$[K - \omega^2 M] \underline{d} = F \quad (28)$$

$F = \{0\}$ 로 놓으면 다음과 같은 고유치 문제가 된다.

$$[K - \omega^2 M] \underline{d} = \{0\} \quad (29)$$

여기서  $K$ ,  $M$  및  $F$ 는 축 전체의 종합강성 매트릭스, 종합 질량매트릭스 및 종합외력 벡터를 각각 나타낸다. 식(29)으로부터 축 전체의 고유치와 고유벡터를 구할 수 있다.

### 3. 수치계산 예 및 고찰

앞에서 기술한 계산방법의 유용성을 확인하기 위하여 실험장치의 모형축계(17)에 대해서 회전동의 고유진동수를 계산하고, 그 결과를 기 발표된 실측치 및 기 계산결과와 비교한다. 또한 축계의 특성치(system parameter)의 변화가 축계 고유진동수에 미치는 영향에 관한 정량적 감도해석(sensitivity study)을 한다.

#### 3.1 모형축계와 특성치

Fig. 4는 모형축계를 표시한다. 여기서  $m_1$ 은 원판의 집중질량,  $m_2, m_3, m_4$ 는 베어링부의 집중질량을 각각 표시하며,  $K_2, K_3, K_4, K_5$ 는 수직방향 및 수평방향으로 분류한 베어링부의 강성을 각각 나타낸다. 이들 특성치의 값들은 Table.3에서와 같다.

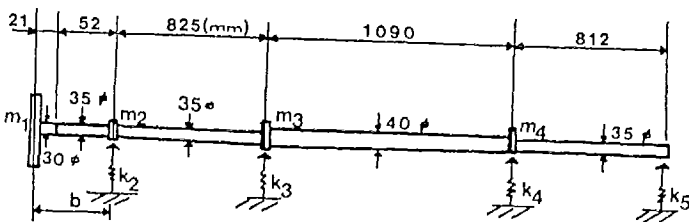


Fig. 4. Calculation model of experimental shafting

Table. 3. Mass, diametrial mass moment of inertia & spring constant

mass (kg. cm <sup>-1</sup> . sec <sup>2</sup> )		dia. mass. of inertia (kg. cm. sec <sup>2</sup> )		spring constant (kg. cm <sup>-1</sup> )		
					Vert	Herz
m1	0.015612	Id1	0.87817	K1	0	0
m2	0.0001224	Id2	0.	K2	425	47.16
m3	0.0010714	Id3	0.	K3	476.20	375.0
m4	0.0010714	Id4	0.	K4	476.20	375.0
m5	0.	Id5	0.	K5	1000000.	1000000.0

3.2 실험치와 계산결과의 비교검토

실험장치를 통한 모형축계의 공진 회전수 (수직평면 및 수평평면내)의 실측치 및 전달매트릭스법(T.M.M)에 의한 축계의 고유진동수 계산결과(17)와 본 해석의 유한요소법(F.E.M)에 의한 계산결과가 Table.4에 표시되어 있다. 여기서 유한요소법에 의한 계산결과는 분할요소의 수를 6개와 12개, 각각에 대해서 계산되었으며 사용컴퓨터는 현대중공업(주)IBM기종이다.

단 여기서 실험에서 추력을 가하지 않았

기 때문에 이 계산에는 추력의 영향을 고려하지 않았다.

Table.4에 표시된 것과 같이 유한요소법에 의한 계산결과를 실측치와 비교하면, N=12일 때 수직면내에서는 +2.2%, 수평면내에서는 +0.79%이고, N=6일 때는 수직면내에서 +1.67%, 수평면내에서는 -2.69%가 나타난다. 이로 보아 N=12일 때가 실측치와 잘 일치하고 있음을 확인 할 수 있다. 또 전달매트릭스법의 계산결과와도 서로 잘 부합된다.

Table. 4. Comparasion of natural frequency for experiment model shafting

measurement & calculation		vib. plane	natural frequency (rad/sec)		ratio of cal. diff. to A(%)	
			V	H	V	H
			measurement (17)	A	V & H	138.2
cal. by T.M.M (17)	B	V & H	141.5	59.0	+2.4	+1.03
cal. by F.E.M(N=12)	C	V & H	141.24	58.86	+2.2	+0.79
cal. by F.E.M(N=6)	D	V & H	140.5	56.87	+1.67	-2.69

단 여기서 N는 분할요소의 수임

Fig.5는 축계의 진동모-드를 나타내고 있으며, (a)는 1차 공진  $\omega_1=58.863(\text{rad/sec})$ 에서 양 평면내에서의 진동모-드를 나타내고 있다. 여기서 수평면내의 공진진폭

은 크나, 수직면내에서의 진폭은 극히 적음을 알 수있다. 또 (b)는 2차 공진  $\omega_2=141.24(\text{rad/sec})$ 일때 양 평면내에서의 진동모-드를 나타내고 있다. 여기서 수직면내

의 공진진폭은 크나 수평면내에서의 진폭은 극히 적음을 알 수있다.

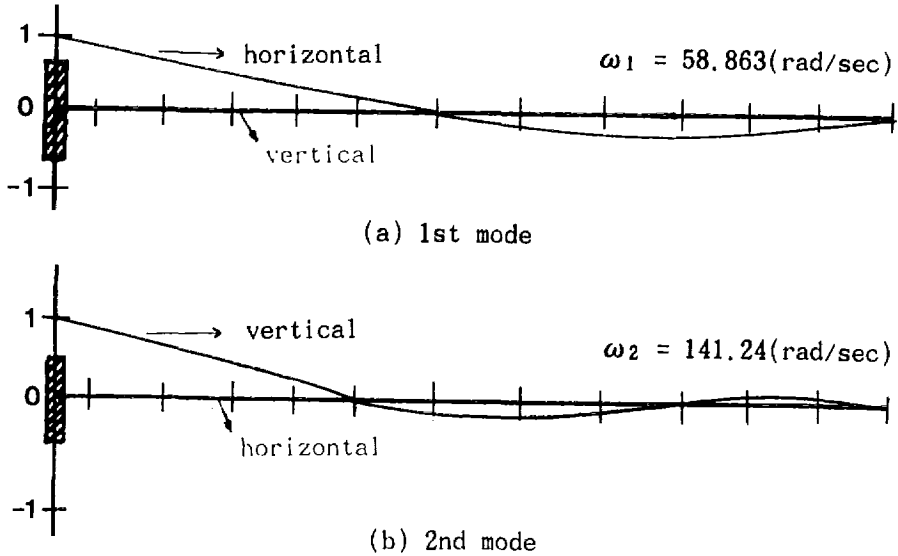


Fig. 5. Vibration mode

### 3.3 모형축계의 동적감도

축계의 횡진동 고유진동수에 대한 축계의 각 특성치의 영향을 분석해본다. 특성치로서 고려하는 것은 최후부 베어링 지지점의 위치, 최후부 베어링의 강성, 회전관성 및 축 방향력, 원판의 부가질량 및 축경 등이다.

#### 3.3.1 최후부 베어링 지지점 위치의 영향

Fig.4에서 최후부 베어링 지지점 위치  $b$

의 변화가 축계 고유진동수에 미치는 영향을 계산하기 위하여 베어링 위치 변화범위를  $b/b_0=0.6\sim 1.4$ 로 하고 최후부 베어링 강성  $K_2$ 는 수직면에서는  $K_{v0}=425$  (kg/cm), 수평면내에서는  $K_{h0}=47.16$  (kg/cm)로 하였다.

Table.5는 계산결과를 나타내고 있으며  $b/b_0=0.8$ 일 때 고유진동수  $\omega_n$ 는 수직면내에서 2.2% 증가하고 수평면내에서는 0.95% 증가하는 반면,  $b/b_0=1.2$ 일 때 고유진동수는 수직면내에서 2.35%, 수평면내에서는 1.04% 감소함을 알 수 있다.

Table. 5. The effects of support position of the last part bearing on natural frequency

b <sub>0</sub> = 7.3cm		K <sub>h0</sub> = 425 (kg/cm)		ω <sub>v0</sub> = 141.24(rad/sec)		
		K <sub>v0</sub> = 47.16(kg/cm)		ω <sub>h0</sub> = 58.863(rad/sec)		
case	b <sub>0</sub>	b/b <sub>0</sub>	ω <sub>n</sub> (rad/sec)		(ω <sub>n</sub> /ω <sub>0</sub> ) × 100	
			V	H	V	H
1	4.38	0.6	147.68	60.09	104.56	102.59
2	5.84	0.8	144.38	59.42	102.2	100.95

3	7.3	1.0	141.24	58.863	100	100
4	8.76	1.2	137.92	58.248	97.65	98.96
5	10.22	1.4	134.56	57.636	95.27	97.91

3.3.2. 최후부 베어링 강성의 영향

Fig.4에서 최후부 베어링 강성  $K_2$  (수직 강성  $K_v$ , 수평강성계수  $K_h$ )의 변화가 축계 고유진동수에 미치는 영향을 계산하기 위하여 베어링의 수평강성  $K_{ho}=47.16(\text{kg/cm})$ 로 고정시키고, 수직강성  $K_v$ 를 변화시켜 고유진동수를 계산하는 경우와, 반대로 수직 강성  $K_{vo}=425(\text{kg/cm})$ 로 고정하고, 수평 강성  $K_h$ 를 변화시켜 고유진동수를 계산하는 두 경우를 고려한다.

Table.6.1은 전자의 경우로서  $K_v$ 가 20% 증가함에 따라 수직면내 고유진동수는 8.37%증가하고 20%감소함에 따라 9.22% 감소하지만 수평면내 고유진동수는 변함이 없으며, 후자의 경우 Table.6.2에 표시된 바와 같이  $K_h$ 가 20%증가함에 따라 수평면내 고유진동수가 5.75% 증가하고 20% 감소함에 따라 6.1%감소하지만 수직면내에서는 변동하지 않음을 알 수 있다. 따라서 최후부 베어링 강성의 증감에 따라 고유진동수는 크게 영향을 받음을 확인할 수 있다.

Table. 6. 1. The effects of vertical stiffness( $K_{vo}$ ) of the last part bearing on natural frequency

$b_o = 7.3\text{cm}$		$K_{ho} = 47.16(\text{kg/cm})$		$\omega_{vo} = 141.24(\text{rad/sec})$		
		$K_{vo} = 425 (\text{kg/cm})$		$\omega_{ho} = 58.863(\text{rad/sec})$		
case	$K_o$	$K_v/K_{vo}$	$\omega_n(\text{rad/sec})$		$(\omega_n/\omega_o) \times 100$	
			V	H	V	H
1	255	0.6	113.58	58.863	80.42	100
2	340	0.8	128.22	58.863	90.78	100
3	425	1.0	141.24	58.863	100	100
4	510	1.2	153.06	58.863	108.37	100
5	595	1.4	163.94	58.863	116.07	100

Table. 6. 2. The effects of horizontal stiffness( $K_{ho}$ ) of the last part bearing on natural frequency

$b_o = 7.3\text{cm}$		$K_{vo} = 425 (\text{kg/cm})$		$\omega_{vo} = 141.24(\text{rad/sec})$		
		$K_{ho} = 47.16(\text{kg/cm})$		$\omega_{ho} = 58.863(\text{rad/sec})$		
case	$K_h$	$K_h/K_{ho}$	$\omega_n(\text{rad/sec})$		$(\omega_n/\omega_o) \times 100$	
			V	H	V	H
1	28.296	0.6	141.24	51.428	100	87.38
2	37.728	0.8	141.24	55.273	100	93.90
3	47.16	1.0	141.24	58.863	100	100
4	56.592	1.2	141.24	62.245	100	105.75
5	66.024	1.4	141.24	65.449	100	111.19

3.3.3. 회전관성 및 축 방향력 변화의 영향

단면의 회전관성 및 축 방향력이 모형축계의 고유진동수에 미치는 영향을 수치실험적으로 검토하였다. 회전관성의 효과를 고려하지 않을 때의 고유진동수 계산결과와 그의 효과를 고려하였을 때의 고유진동수 계산결과는 수평방향, 수직방향에서 각각 58.86(rad/sec) 및 141.45(rad/sec)로 동일하게 나타났다. 회전관성효과는 축의 길이와 직경과의 비에 영향을 받지만 그의 비가 증가함에 따라 그의 영향이 감소된다.

상기결과는 축의 길이와 직경과의 비가 70 정도로 큰 모형축계인데 실선의 경우에도 동 비가 매우 큼으로 단면 회전관성의 영향은 무시할 수 있다고 판단된다.

축 방향력의 효과를 고려하지 않을 때의 고유진동수 계산결과와 축 방향력의 효과를 고려하고 축 방향력을 변화시켰을 때의 고유진동수 계산결과가 다음 Table.7에 나타나 있다. 여기서 (+)는 인장을, (-)는 압축을 표시한다. 축계의 고유진동수는 압축 축 방향력의 크기에 따라 점점 감소하고, 인장 축 방향력의 크기에 따라 증가하는 경향을 나타내고 있다.

Table. 7 The effects of disc thrust on natural frequency

bo = 7.3cm		Kvo = 425 (kg/cm)		ωvo = 141.24(rad/sec)	
		Kho = 47.16(kg/cm)		ωho = 58.863(rad/sec)	
case	THRUST(kg)	ωn(rad/sec)		(ωn/ωo) × 100	
		V	H	V	H
1	-500	139.65	56.577	98.87	96.12
2	-100	140.64	58.327	99.58	99.09
3	0	141.24	58.863	100	100
4	+100	141.49	59.282	100.18	100.71
5	+500	142.46	60.903	100.69	103.47

3.3.4. 원판의 부가질량의 영향

Fig.7에서 원판의 부가질량의 변화가 축계 고유진동수에 미치는 영향을 계산하기 위하여 부가 직경질량 관성모멘트(ΔId)를 원판의 직경관성모멘트(I<sub>do</sub>)의 50%, 80%, 120%(12)의 세 가지 경우로 선정하고, 부가질량(Δmi)을 변화시켜 고유진동수를 계산하였다.

Table.8.1, Table8.2, 및 Table8.3은 원판의 부가질량의 변화가 고유진동수에 미치는 영향을 보여주고 있다. Table8.1은

ΔId/I<sub>do</sub>=0.5인 경우로서 Δmi/mio=0.2일 때 즉 부가질량의 원판의 질량의 20%일 때 수직면내 고유진동수는 7.94%, 수평면내 고유진동수는 7.54% 감소함을 나타내고 있으며, Table8.2는 ΔId/I<sub>do</sub>=0.8인 경우로서 Δmi/mi=0.2 일 때 수직면내 고유진동수는 8.12%, 수평면내 7.63% 감소함을 보인다. 또 Table 8.3은 ΔId/I<sub>do</sub>=1.2인 경우로서, Δmi/mio=0.2 일 때 수직면 고유진동수는 8.37%, 수평면내 고유진동수는 7.74% 감소함을 알 수 있다.

Table. 8. 1. The added mass effects of the disc on natural frequency  
 $(\Delta I_d = 0.5I_{d0})$

$b_0 = 7.3$ [cm] $\Delta I_d = 0.5I_{d0} = 0.702536(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm})$ $K_{ho} = 47.16$ [kg/cm] $m_{io} = 0.015612(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1})$ $K_{vo} = 425$ [kg/cm] $\omega_{vo} = 141.24(\text{rad/sec})$ $\omega_{ho} = 58.863(\text{rad/sec})$						
case	$\Delta m_i/m_{io}$	$\Delta m_i$	$\omega_n(\text{rad/sec})$		$(\omega_n/\omega_o) \times 100$	
			V	H	V	H
1	0.1	0.0015612	135.06	56.486	95.62	95.96
2	0.2	0.0031224	130.02	54.423	92.06	92.46
3	0.3	0.0046836	125.51	52.571	88.86	89.31
4	0.4	0.0062448	121.43	50.895	85.97	86.46

Table. 8. 2. The added mass effects of the disc on natural frequency  
 $(\Delta I_d = 0.8I_{d0})$

$b_0 = 7.3$ [cm] $\Delta I_d = 0.8I_{d0} = 0.702536(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm})$ $K_{ho} = 47.16$ [kg/cm] $m_{io} = 0.0156120(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1})$ $K_{vo} = 425$ [kg/cm] $\omega_{vo} = 141.24(\text{rad/sec})$ $\omega_{ho} = 58.863(\text{rad/sec})$						
case	$\Delta m_i/m_{io}$	$\Delta m_i$	$\omega_n(\text{rad/sec})$		$(\omega_n/\omega_o) \times 100$	
			V	H	V	H
1	0.1	0.0015612	134.77	56.430	95.42	95.87
2	0.2	0.0031224	129.77	54.374	91.88	92.37
3	0.3	0.0046836	125.28	52.526	88.70	89.23
4	0.4	0.0062448	121.22	50.855	85.83	86.40

Table. 8. 3. The added mass effects of the disc on natural frequency  
 $(\Delta I_d = 1.2I_{d0})$

$b_0 = 7.3$ [cm] $\Delta I_d = 0.2I_{d0} = 0.702536(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm})$ $K_{ho} = 47.16$ [kg/cm] $m_{io} = 0.015612(\text{kg} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{cm}^{-1})$ $K_{vo} = 425$ [kg/cm] $\omega_{vo} = 141.24(\text{rad/sec})$ $\omega_{ho} = 58.863(\text{rad/sec})$						
case	$\Delta m_i/m_{io}$	$\Delta m_i$	$\omega_n(\text{rad/sec})$		$(\omega_n/\omega_o) \times 100$	
			V	H	V	H
1	0.1	0.0015612	134.38	56.357	95.14	95.74
2	0.2	0.0031224	129.42	54.308	91.63	92.26
3	0.3	0.0046836	124.96	52.466	88.47	89.13
4	0.4	0.0062448	120.94	50.800	85.63	86.30



3.3.5. 축경의 영향

축경의 변화가 축계 고유진동수에 미치는 영향을 계산하기 위하여 축경의 변화를  $d/d_o=0.6\sim 1.2$ 로 하고 최후부 베어링 강성  $K_2$ 는 수직면내에서  $K_{vo}=425(\text{kg/cm})$ , 수평면내에서는  $K_{ho}=47.16(\text{kg/cm})$ 로 하였다.

Table.9는 계산결과를 나타내며,  $d/d_o=0.8$ 일 때 고유진동수는 수직면내에서 3.21% 감소하고, 수평면내에서는 6.65% 감소하는 반면,  $d/d_o=1.2$ 일 경우 고유진동수는 수직면내에서 1.11%, 수평면내에서는 2.64%가 증가함을 알 수 있다.

Table. 9 The effects of disc thrust on natural frequency

bo = 7.3(cm)		Kvo = 425 (kg/cm)		ωvo = 141.24(rad/sec)		
do = 7.3(cm)		Kho = 47.16(kg/cm)		ωho = 58.863(rad/sec)		
case	d/do	d	ωn(rad/sec)		(ωn/ωo) × 100	
			V	H	V	H
1	0.6	2.1	125.02	49.713	88.52	84.46
2	0.8	2.8	136.70	54.950	96.79	93.35
3	1.0	3.5	141.24	58.863	100	100
4	1.2	4.2	142.81	60.416	101.11	102.64

4. 결 론

굽힘모멘트와 전단력은 물론 축 방향력, 단위길이당의 외력 및 단면회전관성 등의 영향을 동시에 고려하여 축계의 연성횡진동을 유한요소법에 의하여 계산하는 방법을 정식화하고, 베어링부의 강성, 집중질량 및 질량관성모멘트의 영향을 고려하여 고유진동수 계산을 위한 전산프로그램을 작성하였다. 이 방법을 이용하여 모형축계의 고유진동수를 계산한 결과는 Table.4에 표시된 바와 같이 실측치와 잘 부합하고, 전달매트릭스법에 의한 계산치와도 대등함을 확인할 수 있었다. 따라서 이 전산프로그램을 사용하여 모형축계의 고유진동수에 미치는 축계의 특성치의 영향에 관한 정량적 감도계산을 하였다. 그 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

2. 모형축계의 각 특성치는 고유진동수에 크게 영향을 미침을 정량적으로 확인 할 수 있다. 특성치별 감도가 큰 순으로 나열하면 다음과 같다.

- ①최후부 베어링 강성 ②원판의 부가질량
- ③축경 ④최후부 베어링 지지점의 위치
- ⑤축방향력 ⑥회전관성

3. 모형축계와 같이 길이와 축경의 비가 큰 경우에는 회전관성이 축계의 횡진동에 미치는 영향이 극히 작음으로 보아 실제 선박의 추진축계의 경우는 단면의 회전관성효과를 무시할 수 있으나 축방향력(추력)이 클 경우에는 그의 영향은 무시할 수 없음을 알 수 있다.

4. 상기 모형축계의 각 특성치에 의한 축계의 고유치 감도계산결과는 축계의 초기설계시 또는 재 설계시 공진위험이 야기될 경우 공진점을 회피할 수 있는 방안을 모색하는데 도움이 될 것이며 또는 실선의 추진축

1. 본 해석방법은 축계의 연성횡진동해석에 유용함을 확인할 수 있다.

계의 초기설계시 또는 재 설계시 참고자료가 될 것이다.

5. 실선 추진축계의 초기설계시 공진위험이 야기될 경우 공진을 회피할 수 있는 실용적인 대책제시를 위해서는 앞으로 많은 실선의 추진축계에 대한 감도해석을 할 필요가 있다. 추진축계의 공진을 피하기 위한 대책으로 배어링 지지부의 강성변경, 축경의 변경, 배어링지지점의 위치변경 등을 1차적으로 고려함이 권장된다.

### 참고문헌

- 1) Jasper N.H. and Rupp L.A., "An Experimental and Theoretical Investigation of Propeller Shaft Failure", SNAME, Vol. 60, pp.314~381, 1952.
- 2) Jasper N.H., "A Theoretical Approach to the Problem of Critical Whirling Speed of Shaft Disc System", DTMB Report 827, Dec., 1954.
- 3) Jasper N.H., "A Design Approach to the Problem of Critical Whirling Speed of Shaft-Disc System", DTMB Report 890, Dec., 1954.
- 4) Panagopoulos E., "Design Stage Calculation of Torsional, Axial and Lateral Vibration of Marine Shafting", SNAME, Vol.58, pp. 329~384, 1950.
- 5) Hayama S., "A Study on Lateral Vibration of Propeller Shafting", Bulletin of MESJ, Vol.3, No.1, pp. 17~24, 1975.
- 6) Vassilopoulos L. and Brawshaw R., "Coupled Transverse Shaft Vibration of Modern Ship", New England SNAME Section Paper, Oct., 1973.
- 7) Koike H. and et al., "Evaluation of Lateral Vibration in Marine Shaft System", Journal of MESJ, Vol.11, No.5, pp.376~384, 1976.
- 8) 안시영, "추진축계의 연성횡진동에 관하여", 대한조선학회지, 제22권, 제1호, 1985.
- 9) Hylarides S., "Transverse Vibration of Ship Propulsion Systems", ISP, Vol. 22, No. 252, 1975.
- 10) 전효종 · 김희철, "선박추진축계의 횡진동 계산에 관한 연구", 한국해양대학, 1979.
- 11) Beek G.H.M., "A Contribution to Tailshaft Dynamics", ISP, July, 1976.
- 12) 日本海事協會, "船舶振動設計指針", 1981.
- 13) 안시영 · 김국천 등, "선박진동 소음제어 지침", 한국선급협회, pp.224~227, 1991.
- 14) Rao, S.S., "Mechanical Vibration", Addison-Wesley Publishing Compant, 1986
- 15) Mourelatos, Z.P. and Parsons, M.G., "Finite Element Analysis of Elastohydrodynamic Stern Bearings", Transaction of SNAME, Vol.93, 1985.
- 16) Strang, G. and Fix, G.J., "Analysis of the Finite Element Method", Prentice-Hall, Inc., 1973.
- 17) 안시영 · 전효중, "진달매트릭스법에 의한 다점지지축계의 연성자유횡진동계산에 관한 연구", 한국박용기관학회, 제7권, 제1호, pp.49~63, 1983.
- 18) 안시영, "추진축계의 시스템파라미터의 변화가 횡진동 고유치에 미치는 영향", 울산대학교 논문집, 제18권, 제2호, pp. 25~34., 1987.