

有限要素法에 의한 誘導電動機의 코깅 토크 解析

具泰萬
전기공학과

〈요 약〉

空隙의 等價 磁氣抵抗의 변화에 의하여 발생하는 코깅 토크는 電動機의 소음, 진동, 공진 등을 유발시킬 수 있다. 또 기동과 정지가 빈번한 제어용 電動機는 이 코깅 토크에 의하여 기동 토크 및 운전 중 토크가 균일하지 못하여 제어 특성이 나빠진다. 본 연구에서는 誘導電動機의 슬롯 설계에서 이러한 코깅 토크를 최소화하는 데 활용할 수 있는 한 방법을 제시한다. 有限要素法을 이용하여 誘導電動機의 磁束分布를 규명하고 이로 부터 誘導電動機에서 발생하는 코깅 토크를 고찰하였다. 코깅 토크는 誘導電動機의 固定子 슬롯과 回轉子 슬롯이 같을 경우에 가장 크게 나타났다. 따라서 誘導電動機의 回轉子 슬롯 수는 固定子 슬롯 수와 같지 않아야 한다. 그리고 回轉子 슬롯 수는, 電動機의 사양이 다를 때 마다 이 사양에 의한 磁界 解析을 행하여 얻어진 발생 토크를 바탕으로 결정되어야 한다는 것을 도출할 수 있었다.

Analysis for Cogging Torque of Induction Motor using Finite Element Method.

Koo, Tae-Man
Dept. of Electrical Eng.

〈Abstract〉

Cogging torque that proceed from unequal equivalent reluctance of air gap in electric machinery may produce noise, vibration and resonance. Cogging torque make control characteristics worse in control motors. A technique to select the number of slot in rotor to be able to minimize these cogging torques is proposed. The magnetic field distributions of induction motors are computed by FEM(finite

element method). Based on this, the cogging torques of the motor are calculated. It is found that cogging torque is maximum when the number of slot of the rotor is same as that of the stator. Therefore the number of slot of the rotor must be chosen not to be equal to that of the stator. And the number of slot in rotor must be confirmed after magnetic flux distributions and cogging torque being computed.

1. 서 론

산업의 발달에 따라 저소음, 고효율, 초정밀, 그리고 제어특성이 우수한 전기기계가 더욱 요구되고 있다. 회轉子에 슬롯이 있는 電動機는 회轉子의 위치 변화에 따라 空隙의 등가 길이가 다르다. 이에 따라 운전 중인 誘導電動機의 固定子 捲線에서 본 磁氣回路의 磁氣抵抗은 固定子 슬롯에 대한 회轉子 슬롯의 상대적인 위치가 늘 변화하므로 일정하지가 않다. 이러한 磁氣抵抗의 변화에 의하여 空隙을 통과하는 磁束은 일정하지 않으며 이로 인하여 電動機에서 발생하는 토크도 일정치 않다. 기동과 정지가 빈번한 서어보 모터, 스텝 모터, 등 제어용으로 사용되는 電動機는 이 코깅 토크에 의하여 기동 토크 및 운전 중 토크가 균일하지 못하여 제어 특성이 나빠지므로 이 코깅 토크를 최소화하는 연구가 활발히 진행되고 있다^{1)~6)}. 그런데 電動機가 운전 중일 때에는 이러한 토크는 일반적으로 회轉子 및 부하의 관성에 흡수되어 회전 속도에는 거의 영향을 미치지 아니하지만 電動機 소음, 진동, 공진 등을 유발시킬 수 있고, 정도가 지나칠 경우에는 기계의 수명에 영향을 미칠 수 있다^{7)~8)}. 지금까지 誘導電動機는 주로 단순 동력용으로 많이 사용되어 왔으나 전력용 반도체와 마이크로프로세서의 기술신장으로 직류 電動機를 대신하여 동력 제어용으로 점차 비중을 높혀가고 있다. 따라서 誘導電動機도 단순 동력용 보

다는 동력 제어용으로 사용되는 경우가 많으므로 이에 적합한 제품을 설계하고 제작하여야 할 것이다. 본 연구에서는 誘導電動機의 특성을 개선할 수 있도록, 스롯 설계에서 코깅 토크를 최소화하는 데 활용할 수 있는 한 방법을 제시하고자 한다. 먼저 誘導電動機에 적용할 磁界 支配 方程式을 誘導하고, 이를 有限要素法에 의하여 해를 구하고, 이로 부터 固定子에 대한 회轉子의 슬롯 수와 상대적인 위치 변화에 따라 코깅 토크가 어떻게 변화하는 가를 고찰하고자 한다.

2. 磁界 支配 方程式

電氣機械의 전기적 특성과 기계적 특성은 기계 내의 電磁界와 밀접한 관계가 있다. 이 電磁界의 分布는 기계의 구조나 자성재료의 특성에 따라 결정된다. 한 영역의 電磁界는 Maxwell 방정식과 주어진 경계조건을 만족하는 해를 구함으로써 얻을 수 있다. 誘導電動機 회轉子의 회전속도는 同期速度가 아니므로 固定子에 대한 회轉子의 상대적인 위치가 항상 변화하며, 슬립속도에 따라 비례하는 주파수의 正弦波 전류가 회轉子 도체에 誘導된다. 전류가 시간에 대해 정현적인 변화를 하고, 계의 모든 재질이 선형성을 갖는다면 이 계의 電磁場 역시 시간에 대해 정현적인 변화를 하게 된다. 誘導電動機의 固定子は 고정되어 있어 속도가 0이며 회轉子は 同期速度 이하의 속도를

갖는다. 따라서 誘導電動機의 磁界分布를 얻기 위해서는, 속도가 있는 回轉子에서의 電磁場 방정식을 誘導하고 固定子 영역에서는 속도를 0으로 놓게 되면 電動機 전체의 磁界分布를 해석할 수 있는 지배 방정식을 얻을 수 있다. 시간에 대해 ω 의 속도로 변화하는 準靜場에서의 Maxwell 방정식은 다음 식으로 표시된다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_e \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j \omega \mathbf{B} \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (2.3)$$

여기서 \mathbf{H} 는 磁界의 세기, \mathbf{E} 는 電界의 세기, \mathbf{B} 는 磁束密度이며, \mathbf{J}_0 나 \mathbf{J}_e 는 각각 원전류와 유기된 전류로서 복소수이다. 그리고 속도 \mathbf{v} 로 움직이고 있는 운동 도체 내에 유기되는 전류 \mathbf{J}_e 는 이 도체의 導電率을 σ 라 할 때 옴의 법칙에 의하여 다음 식과 같다.

$$\mathbf{J}_e = \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (2.4)$$

식 (2.3)에 의해 磁束密度 \mathbf{B} 는 磁氣 벡터 포텐셜 \mathbf{A} 로서 다음 식으로 표시할 수 있다.

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.5)$$

그리고 식 (2.1)에 식 (2.2)과 식 (2.4)를 대입하고, Coulomb 게이지 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ 를 이용하면 다음 식을 얻는다.

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{J}_0 + \sigma (-j \omega \mathbf{A} + \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A}) \quad (2.6)$$

여기서 μ 는 磁性體의 透磁率이며, 回轉機에서 속도 \mathbf{v} 는 회전운동에 의한 것이므로 회전 각속도를 ω_m 이라 할 때 반경 r 에서 \mathbf{v} 는 다음 식과 같다.

$$\mathbf{v} = r \omega_m \hat{\phi} \quad (2.7)$$

2차원 해석이 가능하도록 일반적인 誘導電動機의 구조에 대해 타당성이 있는 다음과 같은 가정을 둔다.

- 1) 축방향의 길이가 반경에 비해 충분히 크므로 전류와 벡터 포텐셜은 축방향 성분인 z 성분만 존재한다.
- 2) 슬롯의 크기는 작아 슬롯의 효과는 무시할 수 있다고 한다.

가정에 의하여 벡터 포텐셜은 다음과 같은 회전방향으로 진행하는 파동 방정식으로 쓸 수 있다.

$$A(r, \phi, z) = A(r, \phi) \exp(j(\omega t - \beta \phi)) \hat{z} \quad (2.8)$$

여기서 $A(r, \phi)$ 는 z 의 함수가 아님을 나타내며, β 는 파수이고, 同期速度 ω_s 는 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_s = \frac{\omega}{\beta} \quad (2.9)$$

식 (2.7), (2.8), (2.9)를 식 (2.6)의 우변 두번째 항에 대입하여 정리하면 다음 식이 된다.

$$-j \omega A \hat{z} + r \omega_m \hat{\phi} \times \frac{A}{\phi} \hat{r} = -j \omega (1 - \frac{\omega_m}{\omega_s}) A \hat{z} = -j s \omega A \hat{z} \quad (2.10)$$

여기서 s 는 誘導電動機의 슬립이다. 따라서 식 (2.6)은 다음 식이 된다^[10].

$$-\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \mathbf{J}_0 - j \sigma s \omega \mathbf{A} \quad (2.11)$$

식 (2.11)은 交流 磁界의 支配 方程式이며, 운동하고 있는 계에 슬립 주파수 $s\omega$ 를 정의할 수 있다면 슬립 주파수를 갖는 고정계와 같이 취급할 수 있다는 것을 의미한

다. 따라서 誘導電動機의 磁界解析에서, 回轉子 영역에서는 식 (2.11)이 그대로 적용되고, 固定子 영역에서는 $s=0$ 을 적용함으로써 전 영역의 磁界解析이 가능하게 된다.

3. 有限要素 方程式^{[11][12]}

식 (2.11)의 해를 有限要素法으로 해석하기 위하여 해석영역을 3각 要素로 분할하고, 각 要素 내에서 벡터 포텐셜 A 는 다음 식과 같은 1차 함수의 근사식으로 표현한다.

$$A^e(x, y) = \alpha_1^e + \alpha_2^e x + \alpha_3^e y \quad (3.1)$$

여기서 e 는 要素를 의미한다.

식 (3.1)을 形狀函數 N_i 와 要素의 節點值 A_i 로 나타내면 다음 식과 같다.

$$A^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e \cdot A_i \quad (3.2)$$

$$N_i^e = \frac{1}{2\Delta^e} (a_i^e + b_i^e \cdot x_i + c_i^e \cdot y_i) \quad (3.3)$$

여기서 a_i , b_i , c_i 는 식 (3.1)과 (3.2)를 이용하면 구할 수 있으며, Δ^e 는 삼각요소들의 면적이다. 그리고 N_i 는 면적 좌표계에서 면적좌표가 된다. 식 (2.11)에 Galerkin 이론을 적용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{j=1}^N -G_j^e = 0 \quad (3.4)$$

$$G_j^e = - \int_{\Delta^e} -N_j^e \left\{ \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial^2 A^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^e}{\partial y^2} \right) - J_0^e + j \sigma s \omega A^e \right\} dx dy \quad (3.5)$$

여기서 N_T 는 해석영역의 전체 要素 수이고, 식 (3.5)는 각 要素에 대한 식이다. 각 要素에 대한 G_j 를 구하고, 이를 전체 要素에 대해 조합하여 식 (3.4)와 같은 방정식을 만들면 식 (3.4)는 전체 節點의 벡터 포텐셜에 대한 대수 방정식이 되고 이로부터 각 節點에서의 벡터 포텐셜 A_i 를 구할 수 있다. 식 (3.5)에서 우변 첫째 항에 Gauss-Green 정리를 적용한 후 정리하면 다음 식이 된다.

$$G_j^e = \int_{\Delta^e} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial A^e}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial A^e}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) dx dy + j \sigma s \omega \int_{\Delta^e} N_j A^e dx dy - J_0 \int_{\Delta^e} N_j dx dy \quad (3.6)$$

식 (3.2)의 근사화 식을 식 (3.6)에 대입하고, Eigenberg-Malvern의 적분공식을 이용하여 정리하면 식 (3.6)는 다음 식이 된다.

$$G_j^e = \frac{1}{4\Delta^e \mu} \left\{ \sum_{i=1}^3 (b_i b_j + c_i c_j) A_i \right\} + \sum_{i=1}^3 m_{ij} A_i - \frac{\Delta^e}{3} J_0^e \quad (3.7)$$

여기서

$$m_{ij} = j s \omega \sigma \frac{\Delta^e}{6} \quad (i=j) \\ = j s \omega \sigma \frac{\Delta^e}{12} \quad (i \neq j)$$

식 (3.7)은 1차 3각 要素 e 에 대한 要素式이다. 각 要素에 대한 要素式인 식 (3.7)을 해석영역의 전체 要素에 대해 적용하고 이를 조합하면 다음과 같은 매트릭스 형태의 界方程式을 얻을 수 있다.

$$[S] \{A\} = \{F\} \quad (3.8)$$

식 (3.8)에서 해석영역의 節點에 대한 벡터 포텐셜 A를 구하면, 식 (2.5)로부터 각 요소 내의 磁束密度는 다음 식으로 부터 구할 수 있다.

$$B_x^e = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\Delta^e} c_i A_i$$

$$B_y^e = - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\Delta^e} b_i A_i$$
(3.9)

4. 모델과 해석

4-1. 해석모델

해석모델은 그림 4.1이며 그 제원은 표

4.1과 같다. 固定子の 슬롯은 12개이며 그 치수는 모두 동일하다. 回轉子 슬롯 수는 10, 11, 12, 13으로 하여 해석하였고, 각 모델에서 回轉子 슬롯의 치수는 동일하다.

표 4.1 해석모델의 제원
Table 4.1 Specification of Model

極 數	2
空 隙 길 이	2.0 [mm]
回 轉 子 외 경	149.0 [mm]
固 定 子 내 경	151.0 [mm]
철심의 비투자율	7000
回轉子 도체의 도전율	5 x 10 ⁷ [S/m]
固 定 子 슬롯 수	12
回轉子 슬롯 수	10, 11, 12, 13

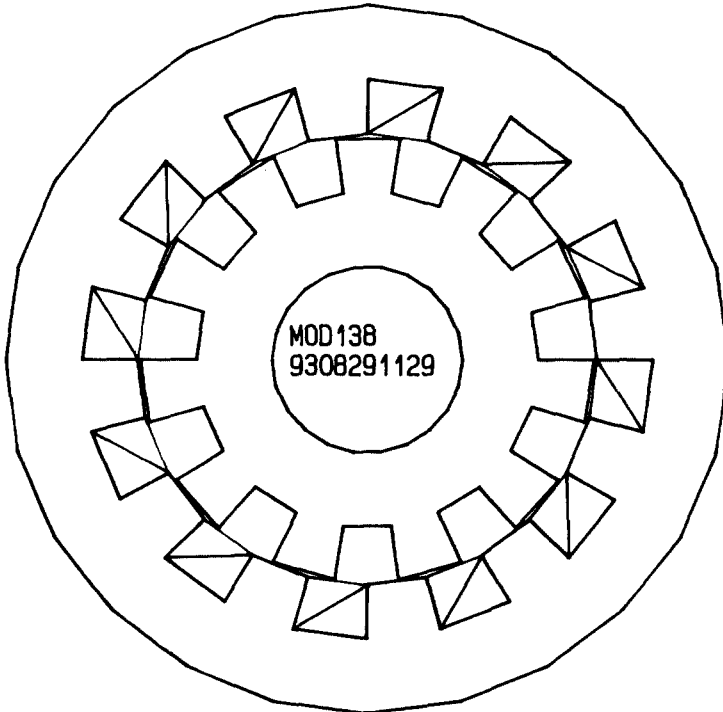


그림 4.1 해석 모델(회전자 슬롯 : 11)
Fig. 4.1 Model for Analysis(Slots in Rotor : 11)

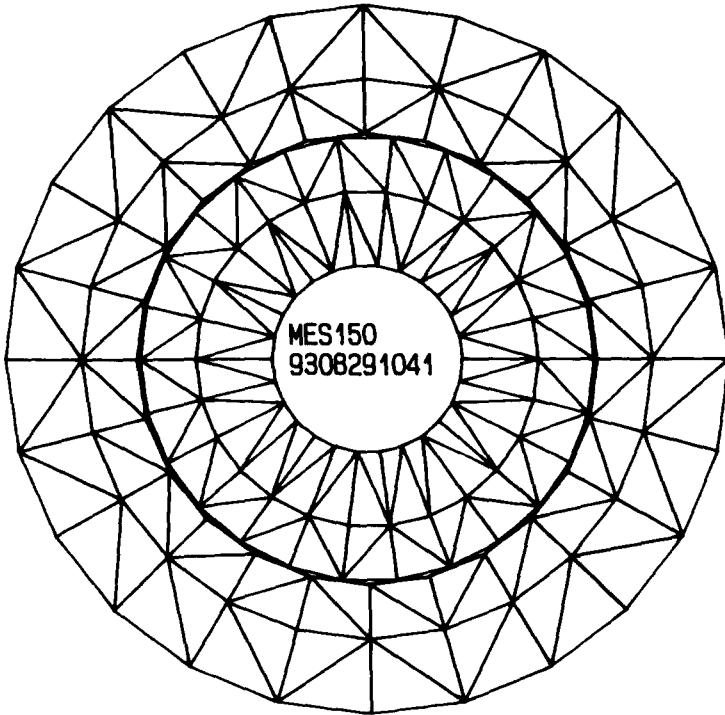


그림 4.2 해석 모델의 要素網(회전자 슬롯 : 13)
Fig. 4.2 Finite Element Mesh(Slot in Rotor : 13)

4-2. 절점 및 요소망의 결정

回轉子 슬롯 수가 변할 때마다 回轉子 영역에서 요소수와 요소를 구성하는 절점의 위치 좌표값, 절점 번호뿐만 아니라 요소를 구성하는 절점번호도 모두 바뀌어야 한다. 또 固定子에 대한 回轉子の 편위각이 변할 때에도 回轉子 영역의 절점의 위치는 달라지고, 이 때 空隙 요소의 절점번호를 그대로 사용하면 요소의 형상이 비합리적으로 되는 경우도 있고, 심한 경우에는 空隙 영역의 요소와 回轉子 영역의 요소들이 서로 겹치게 되는 경우도 있다. 이들이 서로 겹치지 아니하고 타당성 있는 요소형상을 갖기 위해서는 요소를 재구성하여야 한다. 이러한 일련의 일들은 매우 번거롭고 많은 시간을 요하므로 이를 해결하기 위하여, 먼저 절점의 위치와 번호를 계산하여 부여하고,

주어진 절점으로 부터 가장 합리적 모양의 요소를 재구성하는 알고리즘을 개발하여 컴퓨터로 처리하였다.

4-3. 토오크의 산출

전기기계에서 발생하는 힘 또는 토오크는 전기기계의 固定子和 回轉子の 두 起磁力 또는 磁束의 방향이 서로 일치하려는 물리적 성질에 의하여 발생하므로 回轉機에서 발생하는 토오크 T 를 식으로 나타내면 식 (4.1)과 같다^[13].

$$T = k F_s \Phi_r \sin \theta_{sr} \quad (4.1)$$

여기서 k 는 비례상수, F_s 는 固定子 起磁力, Φ_r 는 回轉子 영역에 존재하는 磁束, θ_{sr} 는 F_s 와 Φ_r 가 만드는 電氣角이다. 固定

子 起磁力 축(F_s)을 기준축으로 하면 이 기준축(직축)에 수직인 횡축 磁束($\phi_r \sin \theta_{sr}$)이 토오크를 발생시키는 磁束이 된다. 따라서 回轉子의 磁束分布에서 磁束을 직축분 성분과 횡축분 성분으로 나누면 횡축분 성분은 토오크를 발생시키는 磁束이 된다. 토오크를 산출하는 과정은 먼저 回轉子 영역의 각 要素의 磁束을 要素 節點 A로부터 구한 후, 식 (4.1)에 의하여 回轉子 영역의 각 要素에서 발생하는 토오크를 구하고 이를 모두 합하여 전체 토오크를 산출하게 된다.

5. 해석 결과 및 고찰

해석에서 고정자 도체의 전류밀도는 공극의 평균 자속밀도가 0.6 T가 되게 하였다. 固定子 슬롯 수는 12로 고정하고, 回轉子 슬롯 수는 10, 11, 12, 13으로 변경하여 고찰하였다. 그리고 回轉子의 슬립 주파수는 0 - 60 Hz 사이에 대하여, 固定子에 대한 回轉子의 편위는 기준점에서 1° 씩 증감시켜 回轉子의 1 슬롯 간격까지 편위시켜 고찰하였다. 식 (3.8)의 해로부터 等磁氣 벡터 포텐셜로 표시한 해석모델의 磁束分布는 그림 5.1와 같다. 그리고 回轉子의 주파수와 편위각의 변화에 따라 발생하는 토오크의 상대적인 크기를 나타낸 것은 그림 5.2와 그림 5.3이다. 그림 5.2는 回轉子가 固定子에 대하여 시계방향 또는 반시계 방향으로 편위되는 각도에 따라 발생하는 토오크의 상대적인 크기를 나타낸 것으로, 곡선의 좌측 끝부분에 주파수를 표시하였으며, 그림 5.3은 回轉子의 주파수 변화에 따른 토오크의 크기를 나타낸 것으로, 回轉子의 편위각 마다 한 선을 중첩으로 표시하여 어떤 주파수 범위에서 편위각 변화에 의하여 토오크의 변화가 상대적으로 큰가를 식별할 수 있도록 하였다. 誘導電動機에서는 回轉子 저항과 최대 토오크를 발생하는 슬

립은 서로 비례하는 비례추이 특성이 있는데 이러한 현상은 본 해석을 통해서도 명확히 확인할 수 있었다. 이와 같이 최대 토오크를 발생하는 주파수는 回轉子의 저항에 따라 달라지는 데 여기서는 해석 모델의 回轉子 도체 도전율에 의한 결과이다. 回轉子 슬립 주파수가 1.0 Hz 근방에서 코깅 토오크가 가장 크고, 주파수가 높아짐에 따라 코깅 토오크가 작아지는 것을 인식할 수 있다. 그리고 回轉子 슬롯 수가 固定子の 슬롯 수와 같은 12일때는 최대 토오크가 평균 토오크의 약 120%에 도달하여 코깅 토오크가 가장 크며, 回轉子 슬롯 수가 11일때와 13일때는 최대 토오크가 평균 토오크보다 약 107%, 그리고 슬롯 수가 10일때에는 최대 토오크가 평균 토오크의 약 110%에 도달하였다. 따라서 코깅 토오크를 최소화하기 위해서는 固定子 슬롯 수와 回轉子 슬롯 수를 다르게 해야한다는 것은 거의 확실하지만, 그 외에는 특이할 만한 점을 이끌어 낼 수는 없었다. 따라서 코깅 토오크가 가장 작은 回轉子 슬롯 수를 결정하기 위해서는 여러 모델을 선정하고 각 모델에 대한 磁束分布를 해석하여 코깅 토오크를 산출해 보아야만 코깅 토오크가 최소인 가장 적절한 回轉子 슬롯 수를 포함하는 모델을 결정할 수가 있을 것으로 사료된다. 또 回轉子의 주파수에 따라 발생하는 코깅 토오크가 다르므로 정격속도 또는 특정 주파수에서 코깅 토오크가 가장 작게 발생하는 슬롯 수를 결정하기 위해서는 먼저 정격속도 또는 주파수를 결정한 후에 슬롯 수를 달리하는 여러 모델의 磁束分布 해석과 코깅 토오크를 산출한 결과로서 적절한 모델을 선정해야 할 것이다. 따라서 回轉子 슬롯 수를 결정하는 지침으로 사용할 수 있는 것은 固定子 슬롯 수와 回轉子 슬롯 수는 같지 않아야 한다는 것뿐이며, 보다 적절한 슬롯 수를 결정하기 위해서는 시행착오에 의한 방법으로 코깅 토오크를 가장 작게 발생시키는 슬롯 수를 찾아야 할 것으로 사료된다.

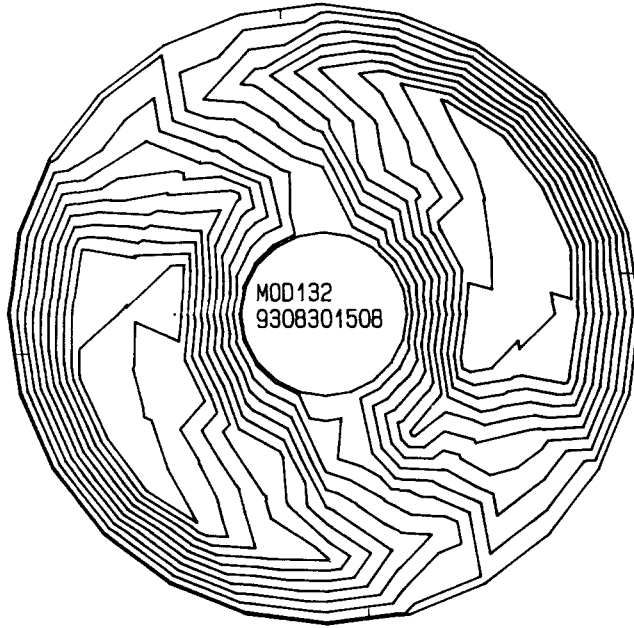


그림 5.1.1 磁束分布(회전자 슬롯 : 10)

Fig. 5.1.1 Flux Distributions(Slot of Rotor : 10)

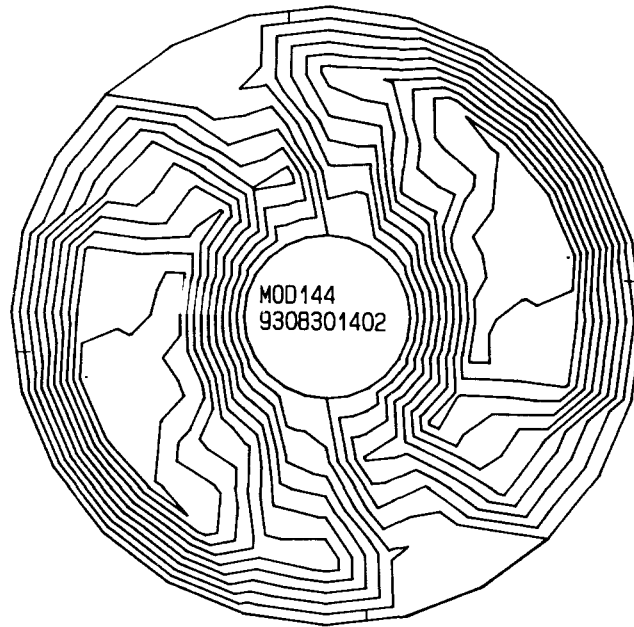
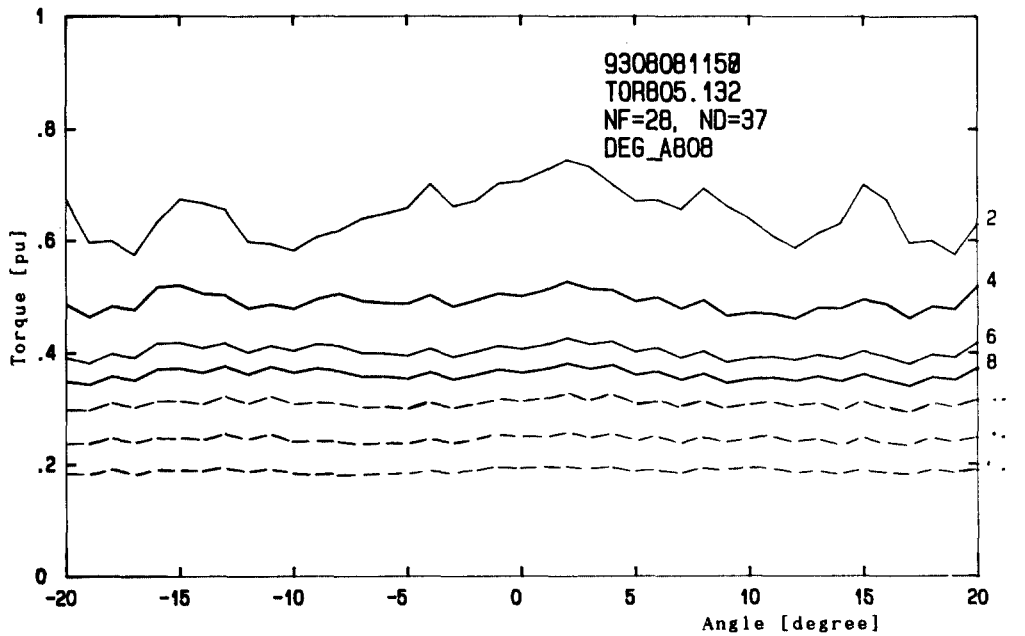
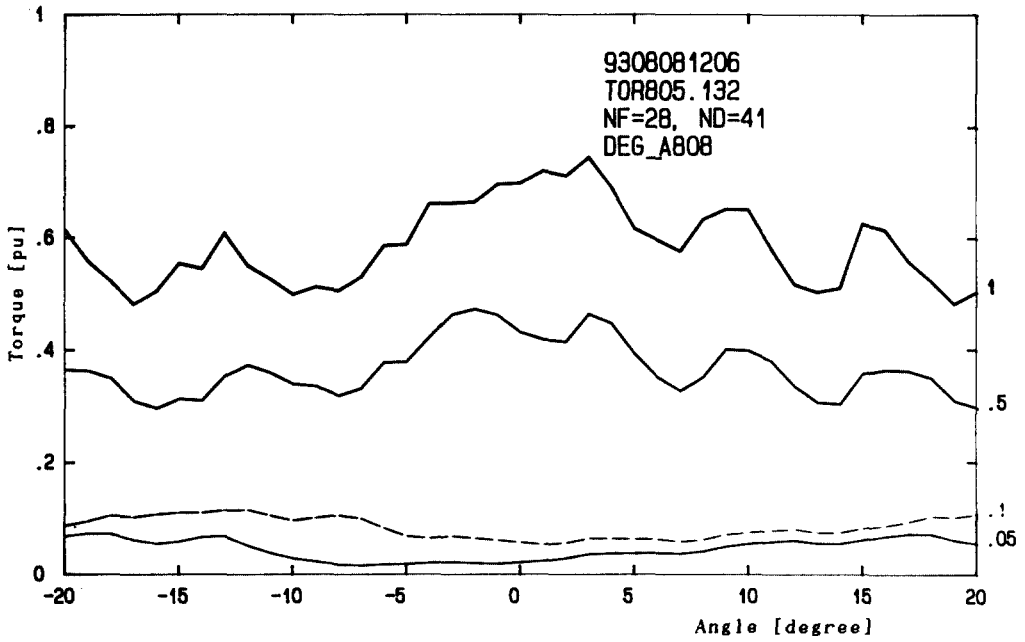


그림 5.1.2 磁束分布(회전자 슬롯 : 12)

Fig. 5.1.2 Flux distributions(Slot of Rotor : 12)



a) Slot of Rotor : 10

그림 5.2 회전자 편위각과 토크
Fig. 5.2 Angle of Rotor vs. Torque

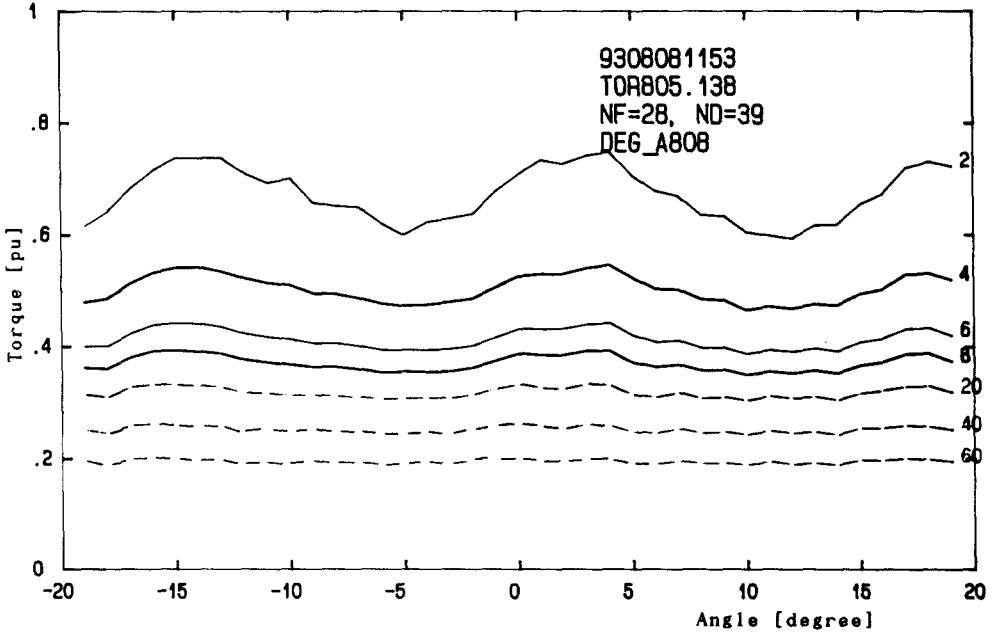
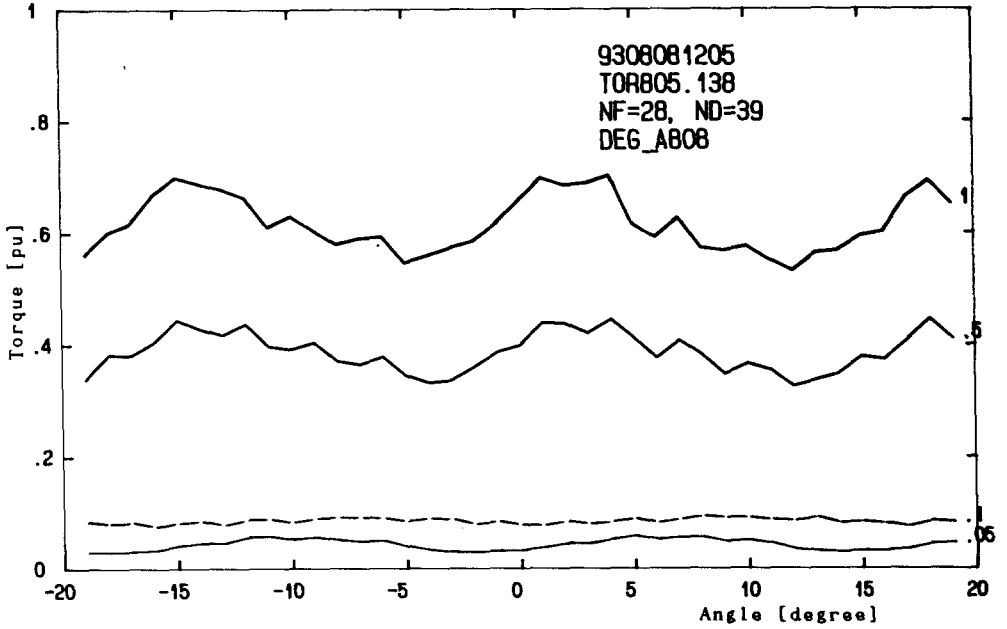
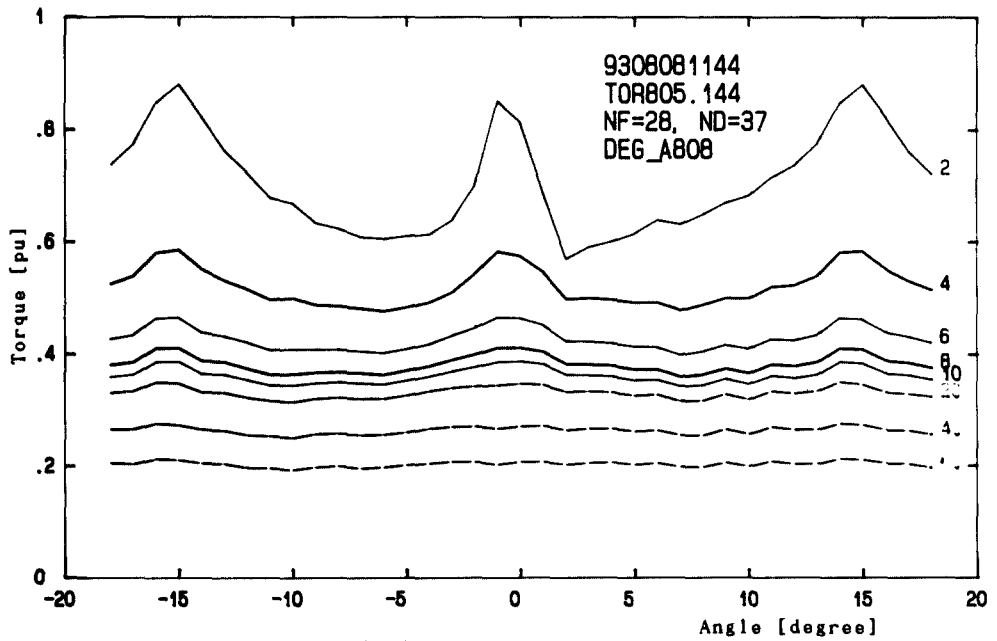
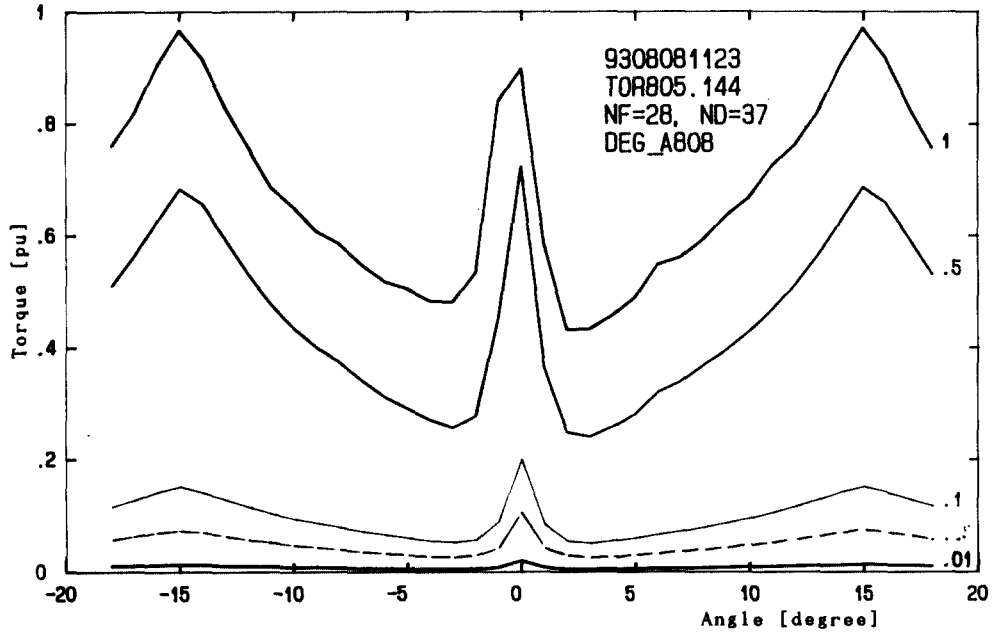
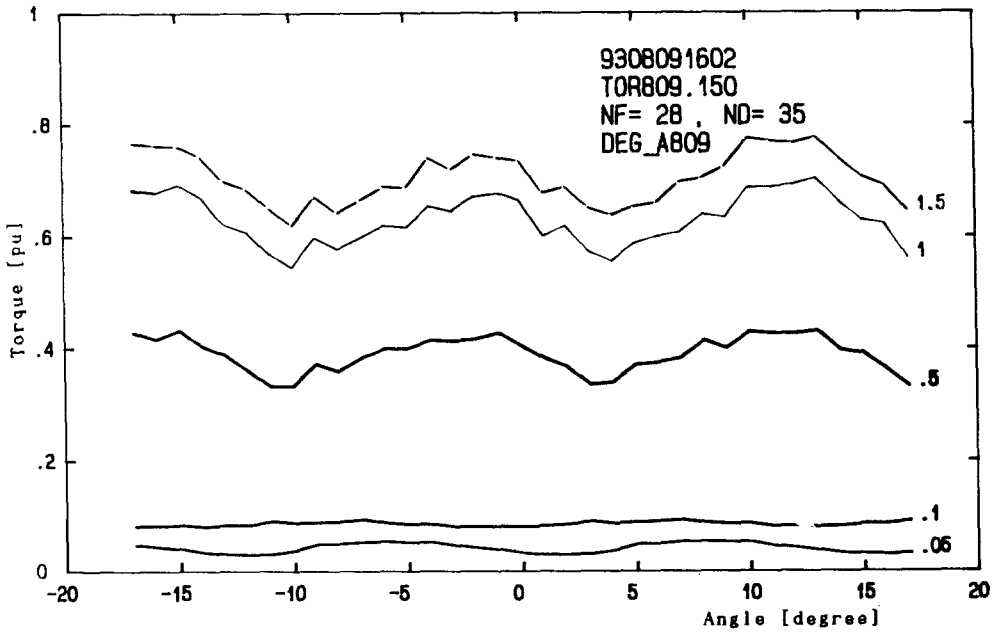
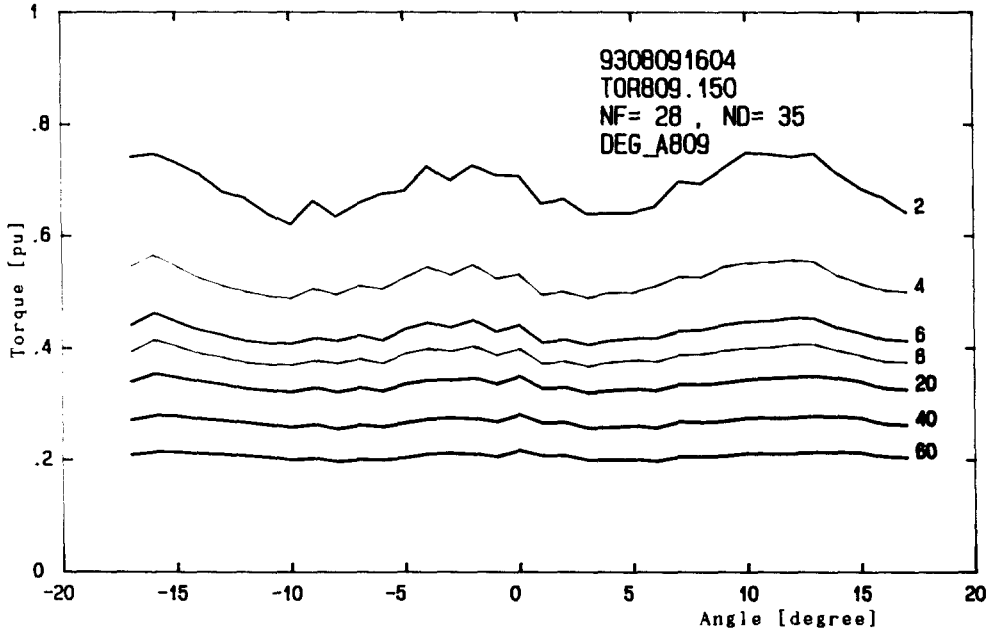


그림 5.2 회전자 편위각과 토크
Fig. 5.2 Angle of Rotor vs. Torque



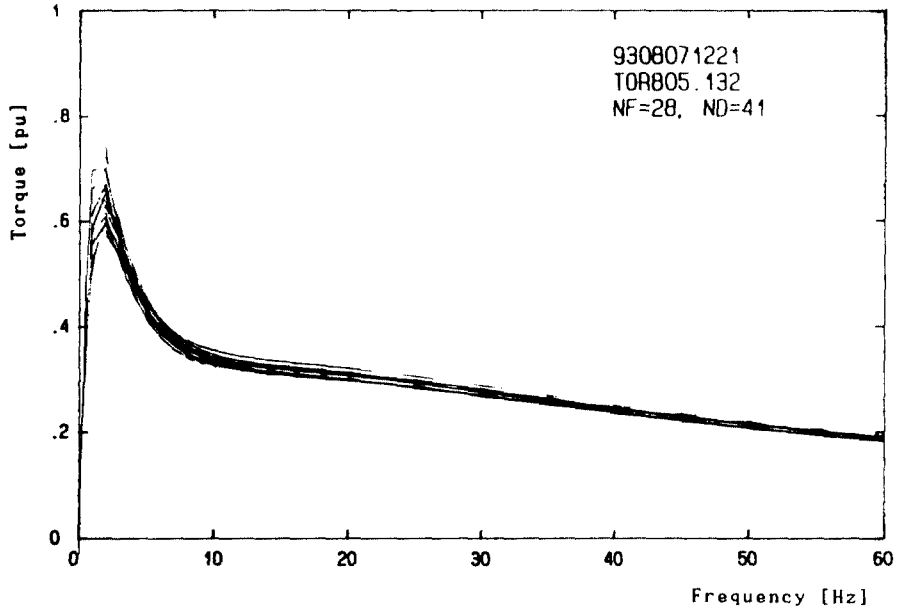
c) Slot of Rotor : 12

그림 5.2 회전자 편위각과 토크
Fig. 5.2 Angle of Rotor vs. Torque

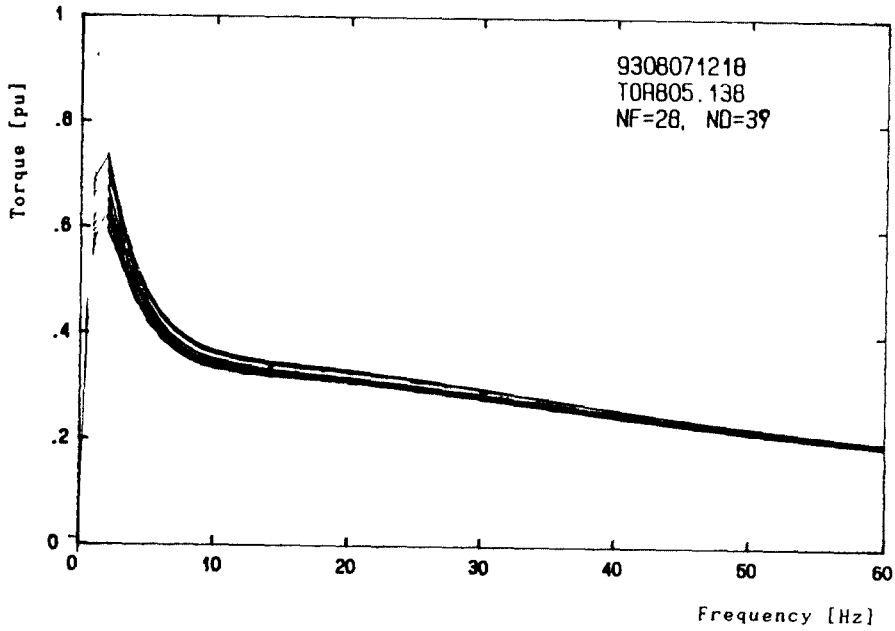


d) Slot of Rotor : 13

그림 5.2 회전자 편위각과 토오크
Fig. 5.2 Angle of Rotor vs. Torque

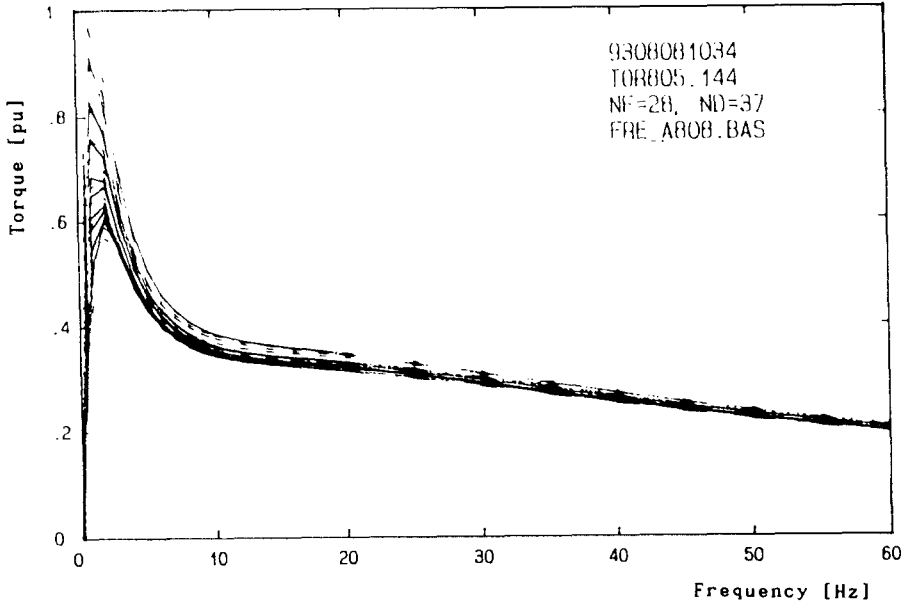


a) Slot of Rotor : 10

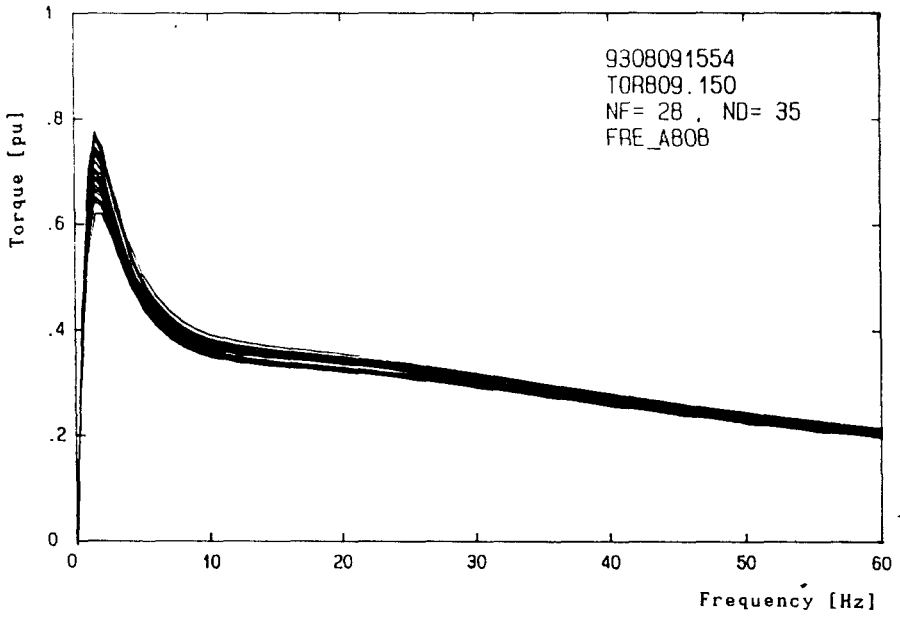


b) Slot of Rotor : 11

그림 5.3 주파수와 토크
Fig. 5.3 Frequency vs. Torque



c) Slot of Rotor : 12



d) Slot of Rotor : 13

그림 5.3 주파수와 토크
Fig. 5.3 Frequency vs. Torque

6. 결 론

有限要素法을 이용하여 誘導電動機의 磁束分布를 규명하고 이로 부터 誘導電動機에서 발생하는 코깅 토크를 고찰하였다. 이러한 해석을 가능하도록 하기 위하여 컴퓨터에 의하여 해석모델의 절점의 위치를 계산하고, 요소를 구성하는 알고리즘을 개발하였다. 코깅 토크는 誘導電動機의 固定子 슬롯과 回轉子 슬롯이 같을 경우에 가장 크게 나타났다. 回轉子 슬롯이 固定子 슬롯보다 많거나 적거나 한 경우에는 슬롯 개수와 관계되는 어떤 일정한 경향을 도출할 수는 없었다. 따라서 誘導電動機의 回轉子 슬롯 수는 固定子 슬롯 수와 같지 않아야 한다는 것과, 回轉子 슬롯 수는, 電動機의 사양이 다를 때 마다 이 사양에 의한 磁界解析을 행하여 얻어진 발생 토크를 바탕으로 결정되어야 한다는 것을 도출할 수 있다. 보다 정교한 요소분할과 비선형 해석을 포함한다면 더욱 정확한 해석이 가능할 것이다.

참고문헌

1. E. S. Hamdi, A. F. Licario-Nogueira, and P.P. Silvester, 'Torque computation by mean and difference potentials', IEE Proceedings-A, Vol.140, No.2, pp.151-154, March 1993.
2. Mitchell Wing and Jacek K. Gieras, 'Calculation of the steady state performance for small commutator permanent magnet DC motors : Classical and finite element approaches', IEEE Vol.Mag-28, no.5, pp.2067-2071, Sept. 1992.
3. D. Howe and Z. Q. Zhu, 'The in-

fluence of finite element discretisation on the prediction of cogging torque in permanent magnet excited motors', IEEE Vol. Mag-28, no.2, pp.1080-1083, March 1992.

4. A. O. Vouk, et al., 'Cogging Effect Modelling in Salient Pole Synchronous Machines During Starting', International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines, Vol.3, pp.1181-1184, 1991.
5. R. Carison, 'A Synthesis of Torque Ripple Problem and Solutions in Electronically Commutated Permanent Magnet Synchronous Machines', International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines, Vol.3, pp. 1077-1082, 1991.
6. E. Ch. Andersen, 'Slot Induced Torque Pulsations in Permanent Magnet Synchronous Motors', International Conference on the Evolution and Modern Aspects of Synchronous Machines, Vol.3, pp.1066-1070, 1991.
7. Z. Q. Zhu and D. Howe, 'Analytical prediction of the cogging torque in radial-field permanent magnet brushless motors', IEEE Vol. Mag-28, no.2, pp.1371-1374, March 1992.
8. B. Ackermann, et al., 'New Technique for Reducing Cogging Torque in a Class of Brushless DC Motors', IEE Proceedings-B, Vol.139, No.4, pp. 315-320, 1992.
9. F. M. Abdel-Kader, 'The Characteristic Performance of Induction Motors with Eccentricity', Electric Machines and Power Systems, pp.61-70, 1984.

10. Genjiro Wakui, Kazumi Kurihara, and Tomotsugu Kubota. 'Radial flux type hysteresis motor with reaction torque-Numerical analysis of hysteresis motor using finite element method'. IEEE Vol. Mag-23, no.5, pp.3845-3852, Setp. 1987.
11. S. Ratnajeevan H. Hoole. 'Computer-Aided Analysis and Design of Electromagnetic Device', Elsevise Science Publishing Co., 1989.
12. Larry J. Segerlind. 'Applied finite element analysis', John Wiley & Sons, 1976.
13. A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Jr., and Stephen D. Umans. 'Electric Machinery', McGRAW-HILL, 1991.