

加重平均資本費用에 관한 理論的 考察

俞 凡 濬

經營學科

(1980. 11. 19 접수)

〈要 約〉

加重平均資本費用이 약간의 制限的 假定하에서 投資決定의 意思決定基準이 되는 眞正한 資本費用이라는 命題가 성립되기 위한 必要條件과 充分條件을 고찰하였다. 현재의 資本構造가 最適狀態이고 資本構成比率이 投資期間동안 일정하다는 基本假定하에 投資案이 반드시 일정기간마다 同一水準의 現金흐름이 아닌 任意水準의 現金흐름을 발생시키더라도 加重平均資本費用이 眞正한 資本費用으로서 역할을 하는 데 充分條件이 成立된다. 最適資本構造와 一定한 負債比率만이 命題가 성립되기 위한 決定的인 條件이다.

A Study on the Weighted Average Cost of Capital

Beom Joon Yu

Department of Management

(Received November 19, 1980)

〈Abstract〉

This study is intended to accomplish the goals as follows:

1. To review the relationship between the project evaluation and and the cost of capital with the two theoretically valid discounted cash flow approaches to capital budgeting, the net present value and the internal rate of return method for project accept or reject decisions, and
2. To show that the weighted average cost of capital is equal to the true cost of capital also for a firm that has an arbitrary cash flow pattern as long as its capital structure at market values is unchanged, and to indicate that the constant level perpetuity assumption is not a necessary condition for the weighted average cost of capital to be equal to the true cost of capital.

I. 序 論

資本費用(cost of capital)의 概念은 1958년 모디글리아니와 밀러(Franco Modigliani and Merton H. Miller)가 「資本費用과 企業財務 및 投資論」이란 論文을 발표한 후 財務管理分野에서 資本豫算(capital budgeting)과 더불어 가장 중요하고 논란이 많은 研究課題로 위치하여 왔다.

企業의 目標은 株主에 대한 富의 極大化(wealth maximization) 또는 企業價値의 極大化(value maximization)로서 성취되는데 이는 企業이 미래에 기대할 수 있는 現金흐름(future expected cash

flow)이 갖는 現在價値(present value)의 量과 質로서 表示될 수 있다. 現在價値는 미래에 기대되는 時間性, 不確實性和 危險度를 동시에 반영하는 資本化率(capitalization rate)로 割引 함으로서 算定될 수 있다.

企業은 新規事業에 投資決定을 할 때 언제나 投資案이 投資所要資本보다 큰 收益(return)을 발생시킬 수 있는냐에 따라 意思決定한다. 이 때에 資本費用이 投資案評價에 있어 投資案의 拒否率(cut-off rate)로서 역할을 한다는 점에서 企業의 新規資를 정당화시킬 수 있는 最少限의 必須收益率(minimum required rate of return)이 되며 意思決定基準이 되기도 한다.

企業의 資本豫算(capital budgeting)과 投資決定(investment decision)에 利用되는 理論的으로 가장 妥當性이 있는 方法은 現金흐름 割引法(discounted cash flow approach)이다. 이 方法은 投資를 위한 의사결정에 있어 資本調達, 配當政策을 비롯한 다른 財務要因과의 관계를 무시하고 投資可能한 事業들로부터 예상되는 現金流出(cash outflow)과 現金流入(cash inflow)을 비교하는 것인데 代表的 方法에는 純現價法(net present value method)과 内部收益率(internal rate of return method)이 있다.

投資案의 價値를 評價할 때 純現價法에서는 未來에 기대되는 現金流出에서 現金流入을 差減한 純現價가 零보다 클 경우 投資決定을 한다. 그리고 内部收益率法은 現金流出의 現金價値와 現金流入의 現在價値를 동일하게 하는 内部收益率이 企業이 內定한 最少限의 必須收益率보다 클 경우 投資決定을 한다.

費用費用의 定義에 대해서는 異論이 없으나 投資案의 採擇與否에 대한 意思決定基準(project acceptance criterion)에는 많은 논란이 있어 왔다. 일반적으로 企業의 資本費用이란 相異한 資金源泉에 따라 調達된 個別資本의 資本費用을 算出한 후 資本構造를 加重價로 하여 적절한 基準에 의거하여 個別資本費用을 加重平均한 加重平均資本費用(weighted average cost of capital)을 말한다.

최근에 加重平均資本費用은 약간의 制限的 假定하에서 投資決定의 基準이 되는 眞正한 資本費用(true cost of capital)이라는 命題가 提示되었다. (Haley and Schall 1979; Arditti 1973; McConnell and Sandberg 1975)

이러한 命題는 아래와 같은 假定에서 主張되고 있다.

(1) 企業의 現在의 資本構造가 最適狀態이고 投資案이 營業 및 財務레버리지(operating and financial leverage)에 영향을 미치지 않는다.

(2) 投資案의 純現金흐름은 일정기간마다 同一水準(perpetuity)이다.

本稿에서는,

첫째, 上記 두 假定을 前提로 할 때, 特定한 投資案이 發生시키는 現金흐름에 대한 적절한 割引率의 유도될 수 있다는 것을 Beranek (1975), Arditti

(1973), [McConnell and Sandberg(1975)의 論據를 토대로 해서 理論的으로 考察한다.

둘째, 加重平均資本費用은 企業의 資本構造가 市場價値에 있어 變動이 없는 限, 任意水準의 現金흐름패턴(arbitrary cash flow pattern)을 가지는 企業에서도 역시 眞正한 資本費用(true cost of capital)으로서 역할한다는 것을 論述할 것이다. 本稿에서는 최근 投資決定의 理論展開에서 자주 강조되는 投資案이 일정기간마다 고정된(동일한) 現金흐름을 발생시킨다는 假定은 加重平均資本費用임을 밝히는 데에 必要條件(necessary condition)이 아니라는 점을 論證할 것이다.

II. 加重平均資本費用의 測定 (1)

—同一水準의 現金흐름하에서—

1. 誘導 (1)

資本豫算에서 일반적 이용되는 投資決定基準은 投資資金에 대한 期待收益率을 企業의 加重平均資本費用과 비교해 보는 것이다. 投資案이 採擇되었을 때 投資案에 대한 企業의 要求收益率(required rate of return)은 加重平均資本費用보다 같거나 커야 한다. 즉, 資本費用은 企業의 市場價値를 減少시키지 않는 最少限의 收益率이다.

資本의 供與者가(他人資本이든 自己資本이든 간에) t 期間중에 기대하는 納稅後 純現金흐름을 x_t 라 하면 企業의 總現在價値, V_0 ,는 未來 期待現金흐름을 割引한 價値와 같다. 즉,

$$V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{x_t}{(1+R)^t} \quad (1)$$

어떤 企業이 所要資金 I 인 新規事業에 投資를 한다면 年現金흐름과 企業의 總市場價値는 變動할 것이다. 이 때 年現金흐름의 増分 Δx_t , 企業의 總市場價値의 増分을 ΔV 라 하자. 新規投資로 인한 危險과 資本調達方法이 投資決定을 하지 않았을 때⁽¹⁾ 企業이 가졌던 營業危險(operating risk)과 財務危險(financial risk)에 영향을 미치지 않는다면 그 投資案은 採擇될 것이다.

이를 式 (2)로 表示해 보면,

$$\Delta V_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\Delta x_t}{(1+k)^t} \geq I \quad (2)$$

(1) 이는 時間의 次元에서가 아니라 投資效果의 次元에 파악한 의미이다. 즉 “before and after” principle이 적용된 것이 아니라 “with and without” principle이 적용된 것이다.

企業이 限界投資를 決定한다면 企業의 總市場價値에서의 増分은 바로 投資의 資本費用과 같아야 할 것이다. 또한 그 投資案의 内部收益率은 資本費用 k 와 동일할 것이다. 그러므로 式(1)에서 資本化率(capitalization rate)로 사용된 k 는 眞正한 企業의 資本費用이 된다.

投資決定基準은 自己資本의 觀點에서도 역시 定立될 수 있다. 自己資本의 現在市場價値 S_0 는 미래의 株主에게 支給될 配當金을 割引한 價値와 같다.

自己資本費用을 k_s 라 하여 自己資本의 現在價値를 나타내 보면,

$$S_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{Dt}{(1+k_s)^t} \quad (3)$$

投資所要資金중 自己資本으로 調達한 部分을 I_s , 自己資本과 配當金の 市場價値의 増分을 각각 ΔS_0 , ΔD_t 라 할 때 投資決定基準은

$$\Delta S_0 = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\Delta D_t}{(1+k_s)^t} \geq I_s \text{가 된다.} \quad (4)$$

이 投資決定의 基準에 의거하여 投資案評價를 좀 더 구체적 살피보기 위해 다음과 같은 假定을 前提로 하자.

1. 投資所要資金 I 는 즉시 調達되고, 投資所要資金중 他人資本比率은 θ 이며 自己資本比率은 $(1-\theta)$ 이다.

2. 他人資本에 대한 利率은 r 이고 元金은 投資가 종료되는 n 年末에 償還한다.

3. 他人資本比率은 企業의 財務危險에 영향을 미치지 않도록 算定되어서 결국 企業의 總資本費用 k 와 自己資本費用 k_s 는 변동하지 않는다. 이 假定의 充分條件(sufficient condition)은 他人資本比率 θ 가 最適資本構造(optimal capital structure)로, 假定된 資本構造를 變動시키지 않는다는 것이다.

4. 納稅前 現金흐름 A_t 는 일정기간마다 동일한 수준으로 發生된다.

5. 投資案은 減價償却을 定額法에 의하고 法人稅率은 v 이다.

上記의 制限的 假定하에서 納稅前 純現金흐름을 株主에게 配當金으로 分配한다면 株主의 觀點에서 分析한 現金흐름은 다음과 같이 表示된다.

$$\begin{aligned} 1. I_s &= (1-\theta)I \quad t=0 \\ 2. \Delta D_t &= (A-r\theta I) - v\left(A - \frac{I}{n} - r\theta I\right) \\ & \quad 0 < t < n \end{aligned} \quad (5)$$

$$3. \Delta D_n = (A-r\theta I) - v\left(A - \frac{I}{n} - r\theta I\right) - \theta I$$

式(5)를 式(4)에 代入해 보면, 投資決定基準은,

$$\begin{aligned} \Delta S_0 &= \sum_{t=1}^n \frac{(A-r\theta I)(1-v) + v\frac{I}{n}}{(1+k_s)^t} \\ & \quad - \frac{\theta I}{(1+k_s)^n} = (1-\theta)I \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

이제 納稅後 現金흐름을 살펴보면,

$$x = A(1-v) + v\frac{I}{n} + vr\theta I \quad (7)$$

위 式(7)에서 보는 바와 같이 總資本에 대한 純現金흐름은 3가지 資本源泉으로 構成되는데 (1) 納稅後 現金流入 $A(1-v)$, (2) 減價償却의 差減으로 인한 稅額減免 $(v + \frac{I}{n})$, (3) 課稅對象所得에서 利子額을 差減함으로써 發生하는 稅額減免 $(vr\theta I)$ 이다. 式(7)에 表示된 純現金흐름(EAIT)이 가지는 投資案의 内部收益率은 다음 方程式을 만족시키는 割引率 i 와 같다.

$$\text{즉, } \sum_{t=1}^n \frac{A(1-v) + v\frac{I}{n} + vr\theta I}{(1+i)^t} = I \quad (8)$$

여기에서 新規事業의 投資로 인한 限界資本費用(marginal cost of capital)을 算出하려면, 式(8)에 나타난 割引率 i 가 式(6)으로 정리된 投資決定基準을 만족시키는 條件을 찾아야 될 것이다. 우선 式(6)을 전개하면 아래와 같이 變形할 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \frac{A(1-v) + v\frac{I}{n} + vr\theta I}{(1+k_s)^t} &> (1-\theta)I \\ & \quad + \frac{\theta I}{(1+k_s)^n} + \sum_{t=1}^n \frac{r\theta I}{(1+k_s)^t} \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)를 살펴보면, 投資案의 經濟性分析을 할 때 投資案이 採擇되기 위해서는 納稅後 現金흐름을 自己資本費用(k_s)로 할인한 金額이 投資所要資金중 自己資本으로 調達된 金額과 역시 自己資本費用(k_s)로 할인한 他人資本의 元金과 利子를 合한 金額보다 반드시 커야 한다는 條件을 만족시켜야 됨을 알 수 있다.

式(9)의 右側에서 總投資額 I 를 빼고, 式(8)에서 定義된 I 를 代入하면 다음과 같이 單純化시킬 수 있다.

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+k_s)^t} &\geq \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t} \left\{ (1-\theta) + \frac{\theta}{(1+k_s)^n} \right. \\ & \quad \left. + \sum_{t=1}^n \frac{r\theta}{(1+k_s)^t} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

위 式은 等式과 不等式關係로 표시되고 있는데,

이 두 幾何數列의 合을 計算한 다음, 各 合으로 양 변을 나누어 보면 더욱 單純化된 式(11)을 유도할 수 있다.⁽²⁾

$$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)-1} > \frac{k_s(1+k_s)^n(1-\theta)}{(1+k_s)^n-1} + r\theta \quad (11)$$

投資案이 가지는 内部收益率이 式(11)의 不等式을 만족시킨다면 그 投資決定은 妥當性이 있다고 評價된다. 또한 式(11)이 等式關係로 成立된다면 그 投資案은 企業의 市場價値를 不變시키는 限界投資案이고 그 内部收益率은 資本費用과 同一한 것이다. 이 경우에 資本費用은 現在의 企業의 資本構造와 提案된 投資案을 反映하는 自己資本費用 k_s , 利率率 r , 總資本에 대한 他人資本比率 θ , 投資期間과 n 과 모두 關聯되어 있다. 投資期間이 1년이거나 무한대(∞)일 때는 式(11)은 아래와 같이 정리된다.

$$\text{즉, } i \geq k_s(1-\theta) + r\theta \quad (12)$$

이 式(12)은 해석해 보면, 投資年限이 1년이거나 最長期일 때 限界資本費用(marginal cost of capital)은 自己資本과 他人資本의 合, 즉 總資本에 대한 加重平均資本費用과 동일하다는 것을 알 수 있다. 그러나 이 例에서 投資期間이 有限인 경우 資本費用은 반드시 加重平均資本費用과 一致하지 않는다. 그 理由는 投資期間이 有限하기 때문이 아니라 投資期間中 他人資本의 償還때문에 負債比率(debt to equity ratio)이 變動하기 때문이다. 다시 말하면 企業의 負債比率를 항상 일정한 수준으로 유지하면서 他人資本을 조달한다면 總資本의 資本費用은 항상 加重平均資本費用과 同一하다고 할 수 있다.

2. 誘導 (2)

本項에서는 2.1.1에서 論述한 負債比率이 變動치 않는 한 資本費用은 加重平均資本費用과 동일하다는 結果를 보다 簡便하게 유도할 수 있는 方法을 찾고자 한다.

企業이 他人資本에 대해 부담하는 利子 F 를 rB 로 表示하고 負債比率를 $\theta = \frac{B_0}{V_0}$ 로 表示해 보자. 企業은 納稅後現金흐름을 配當金과 利子로 分配하므로 前記 記號를 이용하여

$$X = D + F \quad (13)$$

나타낼 수 있다.

항상 동일한 수준의 現金흐름을 갖는 企業에 있어서는 式(1)은

$$V_0 = \frac{X}{k}, \quad (14)$$

式(3)은

$$S_0 = \frac{D}{k_s} \quad (15)$$

나타낼 수 있다.

式(14)를 總資本費用 k 에 대해 풀고, 納稅後 現金흐름 X 를 式(13)에 代入하면

$$k = \frac{X}{V_0} = \frac{D+F}{V_0} \quad (16)$$

된다. 그러면 式(16)은 아래와 같이 表示할 수 있다.

$$k = \frac{D_0}{S_0} \frac{S_0}{V_0} + r \frac{B_0}{V_0} \quad (17)$$

여기에서 總投資資金에 대한 他人資本이 차지하는 比率 θ 는 $\frac{B_0}{V_0}$ 로 表示되므로 自己資本이 차지하는 比率 $1-\theta$ 는 $\frac{S_0}{V_0}$ 로 表示된다. 式(15)에서 $\frac{D_0}{S_0} = k$ 임을 알 수 있으므로

式(17)은 다시

$$k = k_s(1-\theta) + r\theta \quad (18)$$

변형될 수 있으므로, 式(18)은 前記에서 얻은 結果와 동일하다.

III. 加重平均資本費用의 測定 (2)

— 任意水準의 現金흐름하에서 —

本節에서는 企業의 資本構造가 市場價値에 있어 變動이 없는 한, 加重平均資本費用은 投資案이 同一水準이 아닌 任意水準의 現金흐름(arbitrary cash flow)을 가질 때에도 역시 眞正한 資本費用이라는 것을 論述할 것이다.

우선 論理를 展開하기 위해서, 企業이 投資에 調達된 資本에 대한 報償으로 모든 資本供與者에게 分配하는 現金흐름에 대한 明細(specification)부터 먼저 명시시켜야 할 것이다.

$$\text{즉, } X_t = D_t + rB_{t-1} - (B_t - B_{t-1}) \quad (19)$$

$$\frac{B_t}{V_t} = \theta, \quad \frac{S_t}{V_t} = 1 - \theta \quad t=0, 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

式(1)과 式(3)을 變形시킨

$$(2) \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+k)^t} = \frac{(1+k)^n - 1}{k(1+k)^n}, \quad \text{그리고} \quad \sum_{t=1}^n \frac{1}{(1+i)^t} = \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$$

$$V_0 = \sum_{t=1}^n \frac{X_t}{(1+k)^t} + \frac{V_n}{(1+k)^n} \quad (21)$$

$$S_t = \frac{D_{t+1} + S_{t+1}}{1+k_s} \quad (22)$$

式(22)는 다시

$$D_t = (1+k_s)S_{t-1} - S_t \quad (23)$$

나타낼 수 있다.

式(21)의 양변에 $1+k$ 을 곱하고 式(19)의 X_t 를 代入하면

$$(1+k)V_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D_t + rB_{t-1} - B_t + B_{t-1}}{(1+k)^{t-1}} + \frac{V_n}{(1+k)^{n-1}} \quad (24)$$

式(23)을 式(24)에 代入시키고 $V_t = S_t + B_t$ 를 利用하면

$$(1+k)V_0 = \sum_{t=1}^n \frac{k_s S_{t-1} + rB_{t-1} + V_{t-1} - V_t}{(1+k)^{t-1}} + \frac{V_n}{(1+k)^{n-1}} \quad (25)$$

式(20)에 나타난 企業의 資本構造가 一定하게 유지되어야 한다는 假定하에서 式(25)는 式(26)으로 다시 定立된다.

$$\{k_s(1-\theta) + r\theta + k\} \left\{ 1 + \sum_{t=1}^{n-1} \frac{V_t}{V_0(1+k)^t} \right\} = 0 \quad (26)$$

式(26)의 $\left\{ 1 + \sum_{t=1}^{n-1} \frac{V_t}{V_0(1+k)^t} \right\}$ 은 항상 正(+)이므로 式(26)이 다음 條件을 만족시키면 항상 成立될 수 있을 것이다. 즉,

$$k = k_s(1-\theta) + r\theta \quad (27)$$

式(27)은 바로 加重平均資本費用을 나타내고 있으므로 投資案이 任意水準의 現金흐름을 발생시킬 때에도 加重平均資本費用은 眞正한 資本費用임을 論證해 주고 있다.

IV. 結 論

本研究는 加重平均資本費用이 약간의 制限的 假定을 前提로 하였을 때 企業의 投資決定基準이 되는 眞正한 資本費用이라는 命題를 검토하였다.

먼저 資本費用의 意義를 考察하였고, 投資決定이 있어 가장 代表的인 現金割引法인 純現價法과 内部收益率法을 이용하여 投資案의 妥當性 與否에 대한 意思決定基準을 設定하므로써 加重平均資本費用이 眞正한 資本費用으로 역할하는 데 必要條件과 充分

條件을 分析하였다.

本稿의 要約 및 結論은, 加重平均資本費用이 眞正한 資本費用이라는 命題는

(1) 現在의 資本構造가 最適狀態이고 資本構造의 負債比率이 항상 일정하다는 것이 基本假定이며,

(2) 投資案이 現金흐름을 同一水準분단 아니라 任意水準으로 발생시킬 경우에도 成立된다.

다시 말하면 加重平均資本費用이 眞正한 資本費用과 같다는 命題가 성립되기 위해 企業이 最適資本構造하에서 항상 일정한 負債比率을 유지한다는 것은 必要充分條件이며 同一水準 또는 任意水準의 純現金흐름을 갖는다는 것은 充分條件에 지나지 않는다.

참 고 문 헌

1. 朴廷寔 著, 現代財務管理, 茶山出版社, 1980.
2. 任翹淳 著, 財務管理, 博英社, 1975.
3. 沈炳求, 徐相龍, 李正奎 共著, 財務管理, 博英社, 1980.
4. Arditti, Fred, 'The Weighted Average Cost of Capital: Some Questions on its Definition and Use', *The Journal of Finance*, Sept. 1973.
5. Beranek, William, 'The Cost of Capital, Capital Budgeting and the Maximization of Shareholder Wealth', *Journal of Finance and Quantitative Analysis*, March 1975.
6. Bierman, Harold, Jr., and Smidt, Seymour, *The Capital Budgeting Decision*, 4th Ed., New York: The Macmillan Co., 1975.
7. Haley, Charles W. and Schall, Lawrence D., *The Theory of Financial Decisions*, 2nd Ed., New York: McGraw Hill, 1979.
8. McConnell, John and Carl Sandberg, 'The Weighted Average Cost of Capital: Some Questions on its Definitions and Use: Comment', *The Journal of Finance*, June 1975.
9. Miller, Merton H. and Modigliani, Franco, 'The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investments', *The American Economic Review*, Vol. XLVIII, No. 3, June 1958.
10. Mao, James C.T., *Quantitative Analysis*

- of Financial Decisions, New York: The Macmillan Co., 1969.
11. Thomas, George B., Jr., Calculus and Analytic Geometry, 4th Ed., 1973.
12. Van Horne, James, Financial Management and Policy, 3rd Ed., New Jersey: Prentice Hall, 1974.
13. Weston, J. Fred and Brigham, Eugene F., Essentials of Managerial Finance, 4th Ed., Illinois: The Dryden Press, 1973.