

有限要素法에 의한 히스테리시스 電動機의 磁束分布 解析

具泰萬
전기공학과

〈요 약〉

有限要素法에 의하여 히스테리시스 電動機의 磁束分布를 규명하고 토오크 산출 방법을 제시하였다. 電氣機械의 磁束分布 해석에서 해석적인 해를 얻는 것은 매우 까다롭고, 근자에 많이 사용하고 있는 有限要素法의 경우에도 透磁率에 포함되는 경우 히스테리시스 효과를 다룰 수 없어 히스테리시스 電動機의 磁束分布 해석에는 적용할 수가 없다. 본 연구에서는 히스테리시스 電動機의 특성을 규명하기 위하여 磁化의 세기를 포함하는 磁氣 벡터포텐셜의 지배방정식에 有限要素法을 적용하여 回轉子 내의 磁束分布를 구하고 이로부터 回轉子에서 발생하는 回轉力을 고찰하였다. 해석 결과로부터 히스테리시스 電動機의 토오크는 다른 電動機에 비하여 작음을 도출할 수 있었다.

Analysis for Magnetic Field Distribution of Hysteresis Motor using Finite Element Method.

Koo, Tae-Man
Dept. of Electrical Eng.

〈Abstract〉

This paper describes an analysis for the magnetic field distributions of hysteresis motors. Based on this, a method for the calculation of the motor torque is proposed. It is very difficult to obtain a closed form solution for the magnetic field distribution inside the electric motors. FEM(finite element method) is a useful means to magnetic field analysis recently, but it is not able to apply to the magnetic field analysis of hysteresis motor if the governing equation contains the permeability. In order to analyze the field of hysteresis motors, the governing

equation containing magnetization strength and MVP(magnetic vector potential) is derived. The solution is obtained by FEM. The flux distributions and torque are calculated from the solution. From the results, it is found that the torque of hysteresis motor is low compared with other motors.

1. 서 론

히스테리시스 電動機는 回轉子 磁心 재료의 磁氣的 성질에 의해서만 回轉力이 결정되므로 回轉子 슬롯이나 捲線이 필요치 않다. 따라서 구조 및 제작이 매우 간단하고 견고하다. 그리고 토오크는 磁氣 히스테리시스 현상에 의하여 발생하므로 起動時부터 同期速度까지 회전속도에 관계없이 일정하다. 그러므로 매우 큰 관성을 가진 부하라도 부드럽게 가속되어 일정한 同期速度에 도달할 수 있는 큰 장점을 가지고 있다. 동시에 回轉子는 슬롯이 없는 원형이므로 空隙이 균일하고, 발생 토오크가 일정하므로 소음과 진동이 거의 없어 히스테리시스 電動機는 부하가 필요로 하는 回轉力은 작지만 부드럽게 가속되어 소음이나 진동 없이 일정한 속도가 유지되어야 하는 전기시계, 오디오, 비디오, 기록기 등의 정밀기계 구동장치로 주로 사용된다⁽¹⁻⁷⁾. 전술한 바와 같이 히스테리시스 電動機의 토오크는 回轉子 磁心の 磁氣的 성질인 히스테리시스 현상에 의해서만 결정되므로 히스테리시스 현상을 고려한 磁束分布 해석에 의해서만 回轉力에 대한 규명이 가능하다. 電氣機械에 대한 유용한 설계자료를 얻기 위해서는 먼저 磁界의 분포가 규명되어야 하는데 磁界問題는 원래 꽤 복잡하다. 특히 히스테리시스 電動機의 경우에는 히스테리시스 현상에 의한 비선형이 포함되므로 더욱 까다롭다. 최근까지도 히스테리시스 電動機에 대한 연구는 충분하지 못하다. 지금까지 발표된 이에 관한 논문에서는 해석적인 방법에 의한 것이 많았는데 여기서는 해를 얻는 과정에서 히스테리시스 현상을 포함시키지 아니하

고 얻어진 回轉子 磁束密度式에 히스테리시스 현상에 의한 遲相角을 첨가함으로써 히스테리시스 현상을 보상하였다^(3,7). 또 해를 얻는 과정에서 히스테리시스 현상을 포함시킨 경우에도 히스테리시스 루우프를 그대로 적용하지 아니하고 경사진 타원형이나 평형 사변형으로 근사화시켜 적용함으로써 결과에 상당한 오차를 포함시킬 여지를 남기고 있다⁽⁸⁾. 근래에 有限要素法이 磁氣回路 해석에 이용되면서 磁氣回路의 磁束分布 해석은 비교적 용이하지만⁽⁹⁾, 磁氣抵抗이나 磁氣透磁率을 포함하는 磁界方程式을 사용하는 방법으로는 磁氣 히스테리시스 효과를 다룰 수 없어 히스테리시스 電動機의 토오크 특성 해석에는 적용할 수가 없다. 본 연구에서는 히스테리시스 루우프를 근사화 과정 없이 고려할 수 있도록 磁氣透磁率 대신에 磁化의 세기와 磁氣 벡터포텐셜을 포함하는 磁界方程式을 도입하고 이에 有限要素法을 적용하여 回轉子 내의 磁氣 벡터포텐셜과 磁束分布를 규명하고 이로 부터 回轉子에서 발생하는 回轉力을 산출하여 히스테리시스 電動機의 回轉力을 고찰하고자 한다.

2. 磁界方程式

電氣機械의 전기적 특성은 기계 내의 電磁界와 밀접한 관계가 있다. 이 電磁界는 기계의 구조나 재료의 특성에 따라 결정된다. 電磁界의 분포는 Maxwell 방정식과 주어진 경계조건을 만족하는 해를 구함으로써 얻을 수 있다. 磁界 H와 電流密度 J_0 , 磁束密度 B 그리고 磁化의 세기 M의 관계는 다음 식과 같다.

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_0 \quad (2.1)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) = \mathbf{J}_0 \quad (2.3)$$

여기서 μ_0 는 공기의 透磁率이다.
또한 다음의 벡터포텐셜 \mathbf{A} 를 이용하면

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.4)$$

식 (2.3)은 다음과 같이 된다.

$$\nu_0 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J}_0 + \nabla \times \mathbf{M} \quad (2.5)$$

여기서 ν_0 는 공기의 磁氣抵抗率이며 透磁率의 역수이다. 전기-기계 에너지 변환기기인 回轉機는 渦流損을 줄이기 위하여 얇은 磁性材料를 성층하여 鐵心으로 사용한다. 얇은 鐵心 사이에는 일정한 절연층이 존재하므로 2차원 해석을 통해서도 磁氣的 특성을 효과적으로 규명할 수 있다. 히스테리시스 電動機의 回轉子도 磁性材料 및 구조의 특성 상 2차원 磁界解析으로도 충분한 결과를 얻을 수 있다⁽⁸⁾. 식 (2.5)를 2차원의 직교 좌표계로 표현하면 다음 식이 된다.

$$\nu_0 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial y^2} \right) + \mathbf{J}_0 + \left(\frac{\partial \mathbf{M}_x}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{M}_y}{\partial y} \right) = 0 \quad (2.6)$$

식 (2.6)이 본 연구에서 磁束分布 해석을 위한 磁界의 지배방정식이다.

여기서 \mathbf{A} 는 磁氣 벡터포텐셜의 z축 방향 성분이고, \mathbf{M}_x , \mathbf{M}_y 는 磁化의 세기 \mathbf{M} 의 x 및 y의 방향 성분을 의미한다. Maxwell 방정식으로 부터 유도되는 磁界方程式은 해석적인 방법으로는 해를 구하기가 대단히 어렵다. 그래서 구조가 간단하고 재료의 磁氣的 특성이 선형인 경우에도 많은 근사화 과정을 거쳐 해를 구하게 되지만 구조가 복잡하거나 재료가 비선형일 때는 불가능하다. 그래서 磁界方程式은 수치해석법에 의

하여 근사해를 구하게 되는 데 이 수치해석법 중 근자에 有限要素法이 많이 활용되고 있다⁽⁹⁾.

3. 有限要素 方程式⁽¹⁰⁻¹¹⁾

식 (2.6)의 해를 有限要素法에 의하여 구하기 위하여 해석영역을 3角 要素로 분할하고, 각 要素 내에서 벡터포텐셜 \mathbf{A} 는 다음 식과 같은 1차함수의 근사식으로 표현한다.

$$\mathbf{A}^e(x, y) = \alpha_1^e + \alpha_2^e x + \alpha_3^e y \quad (3.1)$$

여기서 e 는 要素를 의미한다.

식 (3.1)을 形狀函數 N_i 와 要素의 節點值 Δ_i 로 나타내면 다음 식과 같다.

$$\mathbf{A}_i^e = \sum_{i=1}^3 N_i^e \cdot \mathbf{A}_i^e \quad (3.2)$$

$$N_i^e = \frac{1}{2\Delta^e} (a_i^e + b_i^e \cdot x_i + c_i^e \cdot y_i)$$

여기서 a_i , b_i , c_i 는 식 (3.1)을 이용하여 구한다. 그리고 N_i 는 면적좌표계에서 면적좌표가 된다. 식 (2.6)에 Galerkin 이론을 적용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{i=1}^{N_T} G_j^e = 0 \quad (3.3)$$

$$G_j^e = \int_{\Delta} N_j^e \left\{ \nu_0 \left(\frac{\partial^2 \mathbf{A}^e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{A}^e}{\partial y^2} \right) + \mathbf{J}_0 + \left(\frac{\partial \mathbf{M}_y^e}{\partial x} - \frac{\partial \mathbf{M}_x^e}{\partial y} \right) \right\} ds \quad (3.4)$$

여기서 N_T 는 해석영역의 전체 要素 수이고, 식 (3.4)는 각 要素에 대한 식이다. 각 要素에 대한 G_j 를 구하고, 이를 전체 要素에 대해 조합하여 식 (3.3)와 같은 방정

식을 만들면 식 (3.3)은 전체 節點의 벡터 포텐셜에 대한 대수방정식이 되고 이로 부터 각 節點에서의 벡터포텐셜 A_i 를 구할 수 있다. 식 (3.4)에서 우변 첫째 항과 세제 항에 Gauss-Green 정리를 적용한 후 정리하면 다음 식이 된다.

$$G_j^e = \nu_0 \int_{\Delta^e} \left(\frac{\partial A^e}{\partial x} \cdot \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + \frac{\partial A^e}{\partial y} \cdot \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) ds - \int_{\Delta^e} \left(M_x^e \frac{\partial N_j^e}{\partial y} - M_y^e \frac{\partial N_j^e}{\partial x} \right) ds - \int_{\Delta^e} N_j^e \cdot J_0^e ds \quad (3.5)$$

식 (3.2)의 근사화 식을 식 (3.5)에 대입하고, Eigenberg-Malvern의 적분공식을 이용하여 정리하면 식 (3.5)는 다음 식이 된다.

$$G_j^e = \frac{\nu_0}{4\Delta^e} \left\{ \sum_{i=1}^3 (b_i b_j + C_i C_j) A_i \right\} - \frac{1}{2} (C_j \cdot M_x^e - b_j \cdot M_y^e) - \frac{\Delta^e}{3} J_0^e \quad (3.6)$$

식 (3.6)은 磁化의 세기 M 을 사용한 1차 3角 要素 e 에 대한 要素式이다. 각 要素에 대한 要素式인 식 (3.6)을 해석영역의 전체 要素에 대해 조합하면 다음과 같은 매트릭스 형태의 界方程式을 얻을 수 있다.

$$[S] \{A\} = \{F\} \quad (3.7)$$

식 (3.7)에서 해석영역의 節點에 대한 벡터포텐셜 A 를 구하면, 식 (2.4)로 부터 各 要素 내의 磁束密度는 다음 식으로 부터 구할 수 있다.

$$B_x^e = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\Delta^e} C_i A_i$$

$$B_y^e = - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2\Delta^e} b_i A_i \quad (3.8)$$

그리고 磁化의 세기 M 은 식 (2.2)에 의하여 다음 식으로 부터 구할 수 있다.

$$M_x = \nu_0 B_x - H_x$$

$$M_y = \nu_0 B_y - H_y \quad (3.9)$$

4. 해석모델과 계산과정

4-1. 해석모델

해석모델은 그림 (4.1)이며 그 치수는 표 (4.1)과 같다. 有限要素法에서 이용하게 될 해석모델의 三角 要素數는 432개이며, 해석영역의 총 節點數는 241개이다. 固定子の 슬롯은 24개이며 그 크기는 모두 일정하다. 동일 슬롯 내의 電流密度는 균일하며, 固定子 捲線에 의하여 만들어 지는 回轉 起磁力の 분포는 정현파에 가까운 파형이 될수 있도록 슬롯의 電流密度에 차등을 두었다.

極 數	2
空 隙 寬 度	0.5 [mm]
回轉子 環의 外徑	19.5 [mm]
回轉子 環의 內徑	12.0 [mm]
固 定 子 內徑	20.0 [mm]
固 定 子 슬롯 寬度	2.0 [mm]
固 定 子 슬롯 폭	2.0 [mm]

표 4.1 해석모델의 치수

Table 4.1 Dimension of model

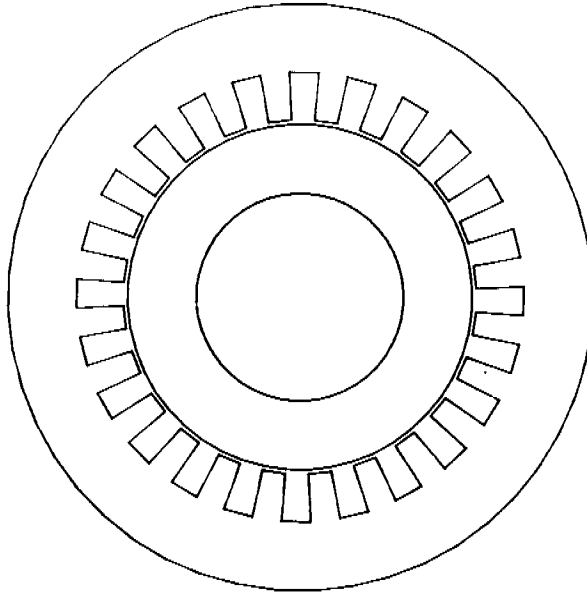


그림 4.1 해석 모델
Fig. 4.1 Model for analysis

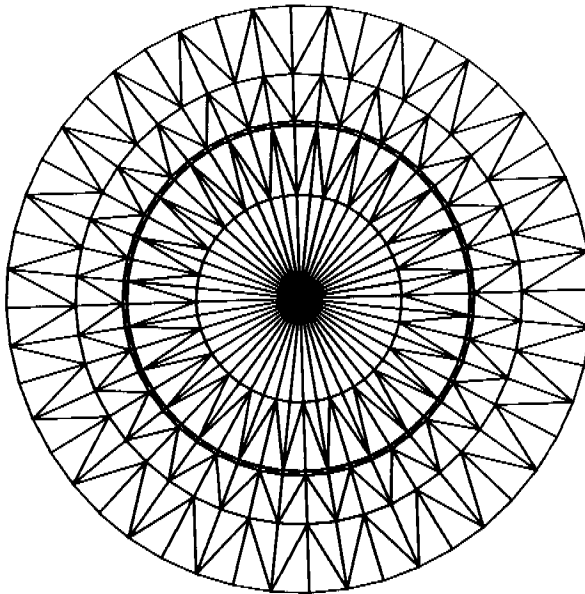


그림 4.2 해석 모델의 要素網
Fig. 4.2 Finite element mesh

4-2. 계산과정

히스테리시스 電動機의 토오크는 히스테리시스 루우프 면적에 비례하는 것으로 알려져 있음으로 보다 큰 토오크를 얻기 위하여 回轉子의 히스테리시스 링은 가능한 히스테리시스 면적이 큰 磁性材料가 선택된다. 固定子에 의하여 발생하는 回轉磁界를 기준 축으로 보면 히스테리시스 현상이 있는 回轉子 링은 그림 4.3의 B-H 곡선에서 磁束密度가 +로 증가하는 영역과 -로 감소하는 영역으로 나누어 진다. B-H 히스테리시스 곡선에서 磁束密度가 증가할 때와 감소할 때의 경로가 다르므로 이를 고려함으로써 히스테리시스 효과를 포함시키게 된다. 본 해석에서는 이 히스테리시스 효과가 충분히 고려될 수 있도록 固定子の 回轉 起磁力 축을 경계로 回轉子 링을 두 영역으로 나누고 각 영역에 적합한 B-H 곡선을 적용시켰다. 한편 固定子 鐵心은 히스테리시스 현상이 가능한 적은 鐵心이 사용되므로 본 해석에서는 히스테리시스 현상이 없는 것으로 하였다. B-H 곡선으로부터 磁化의 세기 M을 구하는 과정은 B-H 곡선을 일정한 磁束密度 간격으로 구분하고 동일 구간 내에서 B-H의 관계는 선형인 것으로 하여 식 (3.9)에 의하여 M을 산출하였다. 초기 M을 결정하기 위해서는 벡터포텐셜 A가 필요한 데 이 초기치 A의 값에 따라 수렴될 때까지 소요되는 계산시간이 크게 다르므로 초기치를 잘 선택하면 계산시간을 크게 단축시킬 수 있다. 본 해석에서는 해석모델에서 磁性體의 非透磁率이 상수인 선형해석으로 얻어진 값을 초기치 A로 하였다.

磁性體의 磁氣 히스테리시스 곡선의 양상

은 사용 주파수에 따라, 최대 磁束密度에 따라 매우 다양하지만 사용 주파수가 50-60Hz 범위까지는 直流 B-H 곡선과 거의 같다. 따라서 여기서는 直流 B-H 곡선을 사용한다. 사용한 磁性材料는 固定子는 電氣硅素鋼, 回轉子 히스테리시스 링은 Oerstit-70(equivalent of 17% cobalt-steel alloy), 回轉子 히스테리시스 링 내부는 3가지의 재료 즉, Oerstit-70, 電氣硅素鋼 그리고 常磁性體를 적용시켜 보았다. 이들 磁性材料의 B-H 곡선은 그림 4.3에서 히스테리시스 루우프가 Oerstit-70의 B-H 곡선이고 다른 하나가 電氣硅素鋼의 특성곡선이다.

回轉機에서 토오크 T는 固定子和 回轉子の 두 起磁力 또는 磁束의 방향이 서로 일치하려는 물리적 성질에 의하여 발생되며 이를 나타내는 식은 다음과 같다^[12].

$$T = k F_s \Phi_r \sin \theta_r \quad (4.1)$$

여기서 k는 비례상수, F_s 는 固定子 起磁力, Φ_r 는 回轉子 영역에 존재하는 磁束, θ_r 는 F_s 와 Φ_r 가 만드는 電氣角이다. 固定子 起磁力 축(F_s)을 기준축으로 하면 이 기준축(직축)에 수직인 횡축 磁束($\Phi_r \sin \theta_r$)이 토오크를 발생시키는 磁束이 된다. 따라서 回轉子の 磁束分布에서 磁束을 직축분 성분과 횡축분 성분으로 나누면 횡축분 성분은 토오크를 발생시키는 磁束이 된다. 토오크를 산출하는 과정은 먼저 回轉子 영역의 각 要素의 磁束을 要素 節點 A로부터 구한 후, 식 (4.1)에 의하여 回轉子 영역의 각 要素에서 발생하는 토오크를 구하고 이를 모두 합하여 전체 토오크를 산출하게 된다.

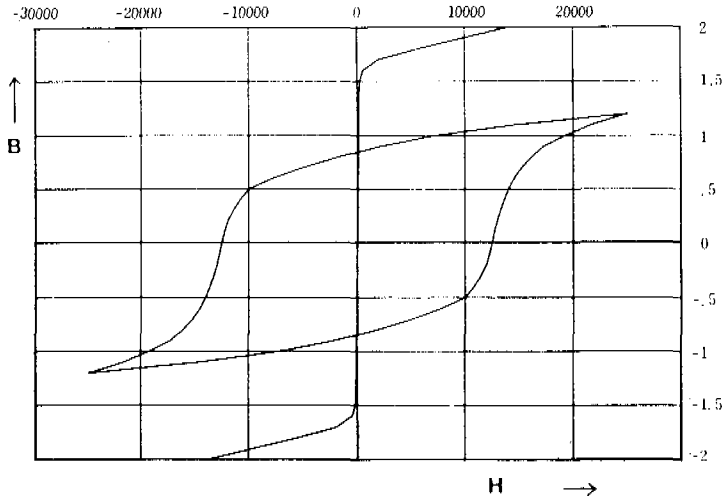


그림 4.3 B-H 곡 선
Fig. 4.3 B-H curve

5. 해석 결과 및 고찰

식 (3.7)로 부터 해를 산출하여 等磁氣 벡터포텐셜로 표시한 해석모델의 磁束分布는 그림 5.1, 그림 5.2와 같다. 그림 5.1는 回轉子 히스테리시스 링에 固定子 鐵心과 같은 히스테리시스 현상이 없는 磁心을 적용한 경우의 磁束分布이다. 그림에서 수평방향인 固定子 起磁力 방향인데 回轉子 영역의 等 벡터포텐셜 선이 거의 수평방향으로 분포되어 있으므로 回轉力이 없음을 식별할 수 있다. 토오크 식, 식 (4.1)에 의한 결과에서도 물론 回轉力은 0이다. 그림 5.2는 回轉子 히스테리시스 링을 Oerstit-70으로 한 경우인데, (a)는 回轉子 링 뿐만 아니라 그 내부도 Oerstit-70으로, (b)는 히스테리시스 링 내부를 固定子 鐵心과 동일한 電氣硅素鋼으로, (c)는 링 내부를 알미늄과 같은 常磁性體로 한 경우의 磁束分布이다. 해석적인 해에서는 히스테리시스 링 내부의 磁束分布는 균일하고 磁束은 원주방향의 磁束만 존재하는 것으로

가정하는 데^[4,6] 이러한 가정은 오차를 수반할 수 있음을 그림 5.2로 부터 예견할 수 있다. 回轉子 영역의 磁束分布는 꽤 복잡하므로 磁束의 분포를 관찰하는 것만으로는 토오크의 발생유무를 식별키는 어렵다. 식 (4.1)에 의하여 구한 토오크를 비교하면, 위 (a), (b), (c)에서 얻어진 토오크를 각각 T_a , T_b , T_c 라 하면 T_a , T_b 와 T_c 는 동일한 固定子 起磁力에서 각각 T_a 의 약 85%, 92%이고, 동일한 回轉子 磁束에서는 93%, 89%로서 큰 차이는 없었다. 그림 5.3은 히스테리시스 면적과 토오크의 관계를 고찰하기 위한 것이다. 먼저 히스테리시스 면적을 변화시키기 위하여 그림 4.3의 Oerstit-70 B-H 곡선에서 磁界의 세기 II에 일정한 배수를 곱하여 새로운 B-H 곡선을 만들고, 이 B-H 곡선에 의하여 산출되는 토오크를 표시한 것인데 히스테리시스 면적이 증가하면 토오크도 증가하지만 직선적으로 비례하지는 않음을 볼 수 있다. 그런데 B-H 곡선에서 磁界 H를 크게 하면 루우프 면적은 크게 되지만, 이로 인하여 동

일한 固定子 起磁力에서 回轉子 磁束密度는 다소 감소하게 되어 결과적으로 토오크는 히스테리시스 면적 만큼 증가하지 못하는 결과가 올 수 있다. 즉, 固定子 起磁력을 일정하게 한 조건에서 磁界를 증가시켜 히스테리시스 면적을 증가시키면 발생하는 토오크는 히스테리시스 면적 만큼 증가하지 못하게 된다. 그러나 이러한 원인에 의한 감소를 검토한 바 비교적 작게 나타났다.

그러므로 토오크는 히스테리시스 면적에 직선적으로 비례하지는 않음을 알 수 있다. 따라서 히스테리시스 면적이 매우 큰 磁性材料가 사용된다 하더라도 발생 토오크에는

한계가 있음을 도출할 수 있다. 해석모델의 기준 데이터에서 발생하는 토오크는 回轉子 영역의 전체 磁束이 모두 횡축 磁束일 때에 발생할 수 있는 토오크의 약 34%로 나타났다. 回轉子 捲線이 있다면 이 捲線의 起磁力에 의하여 回轉子에 필요한 일정한 크기의 磁束을 모두 횡축 磁束으로 만들 수 있기 때문에 전체 磁束에 의하여 발생할 수 있는 토오크는 같은 크기의 電動機에서 얻을 수 있는 최대 토오크로 간주할 수 있다. 이로 부터 히스테리시스 電動機의 토오크는 회전자 권선이 있는 같은 크기의 電動機의 토오크에 비하여 작음을 도출할 수 있다.

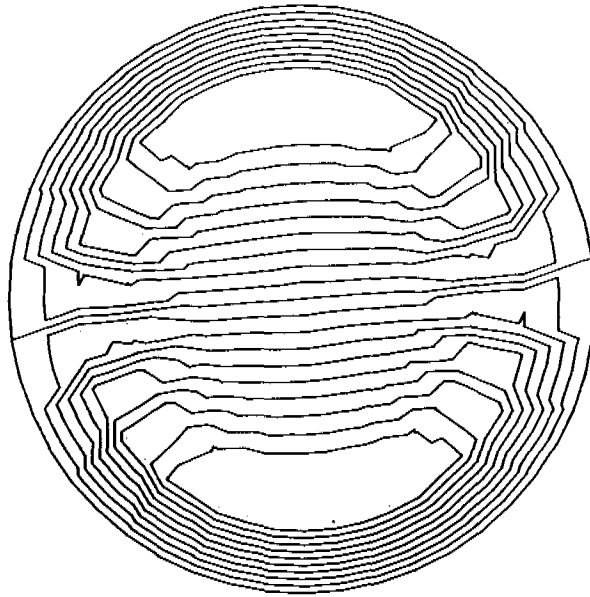


그림 5.1 磁束分布(히스테리시스 현상이 없는 경우)

Fig. 5.1 Flux distributions(no hysteresis)

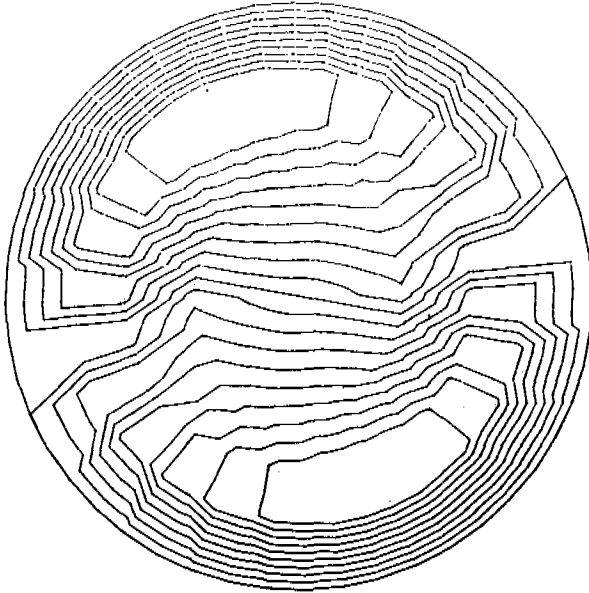


그림 5.2(a) 磁束分布(Oerstit-70)
Fig. 5.2(a) Flux distributions(Oerstit-70)

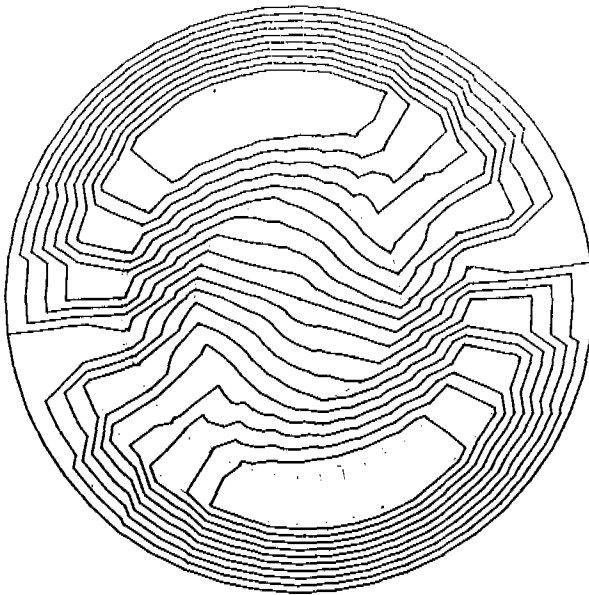


그림 5.2(b) 磁束分布(電氣硅素鋼)
Fig. 5.2(b) Flux distributions(electric silicon steel)

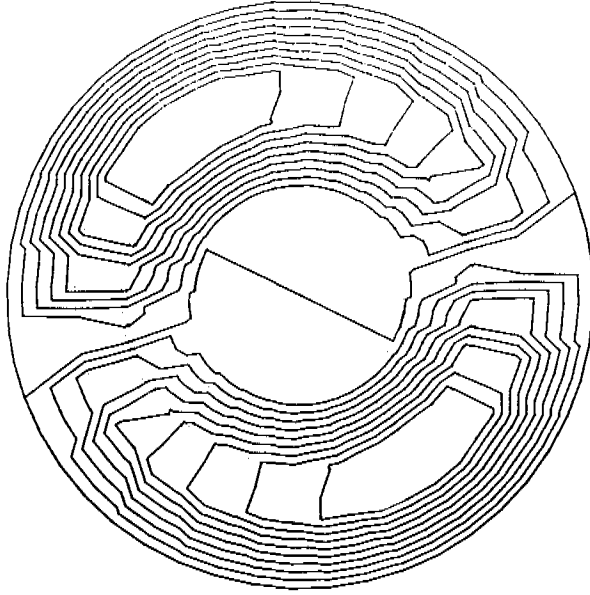


그림 5.2(c) 磁束分布(常磁性體)

Fig. 5.2(c) Flux distributions(paramagnetic substance)

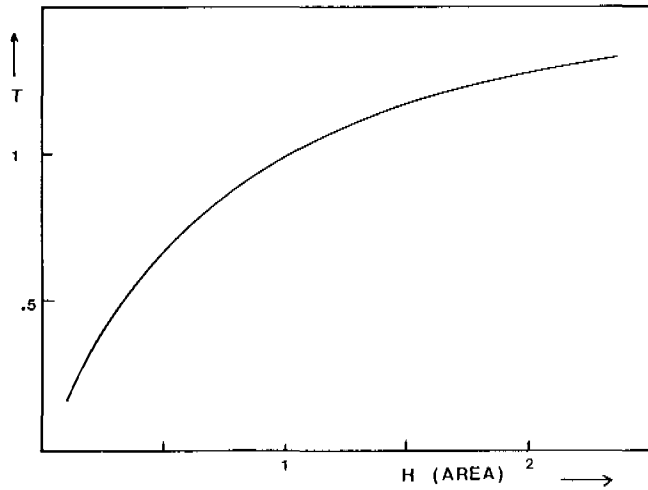


그림 5.3 토오크와 히스테리시스 면적

Fig. 5.3 Torque vs. hysteresis area

6. 결 론

磁化의 세기와 磁氣 벡터포텐셜을 이용한 磁界의 지배방정식에 有限要素法을 적용하여 히스테리시스 電動機의 磁束分布를 규명하고, 발생되는 토오크를 산출하는 방법을 제시하였다. 磁化의 세기와 有限要素法을 이용함으로써 B-H 곡선의 히스테리시스 특성은 근사화 과정없이 적용할 수 있었다. 回轉子의 磁束分布는 回轉子 링 내부의 재질에 따라 다르게 나타나지만 발생 토오크에는 큰 차이가 나지 않았다. 回轉子 링의 히스테리시스 면적이 클수록 토오크는 크지만 비례하게 나타나지는 않았다. 그리고 히스테리시스 電動機의 토오크는 히스테리시스 루우프 면적이 매우 클 경우라도 다른 종류의 일반 電動機의 토오크에는 못 미친다는 것을 도출할 수 있었다. 본 연구에서는 히스테리시스 토오크만 다루었으나 실제 히스테리시스 電動機는 同期化 토오크를 증가시키기 위하여 리력턴스 토오크를 함께 이용하도록 만들어지고 渦電流에 의한 토오크도 다소 존재하므로 이를 함께 고려한다면 더욱 좋은 설계자료가 될 것이다.

참고문헌

1. E. H. Werninck, 'Electric Motor Handbook', McGRAW-HILL, 1978.
2. S. A. Narsar, 'Electromechanics and Electric Machines', John Wiley & Sons, 1979.
3. M. Azizur Rahman, 'Field analysis of polyphase hysteresis motor', IEEE Vol. PAS-99, no.3, pp.1164-1171, May/June 1980.
4. R. D. Jackson, M. A. Rahman, and G. R. Slemon, 'Analysis and determination of ring flux distribution in hysteresis motors', IEEE Vol. Pas-103, no.8, pp.2743-2749, Aug. 1983.
5. M. A. Raham, and A. M. Osheiba, 'Steady-state performance of poly-phase hysteresis reluctance motors', IEEE Vol. EC-1, pp.129-133, Sept. 1986.
6. N. Galan, 'The hysteresis motor with an anisotropic rotor', IEEE Vol. EC-2, no.4, pp.605-614, Dec. 1987.
7. Farouk A. A. Zaher, 'An analytical solution for the field of a hysteresis motor based on complex permeability', IEEE Vol. EC-5, no.1, pp.154-163, Mar. 1990.
8. Genjiro Wakui, Kazumi Kurihara, and Tomotsugu Kubota, 'Radial flux type hysteresis motor with reaction torque-Numerical analysis of hysteresis motor using finite element method', IEEE Vol. Mag-23, no.5, pp.3845-3852, Sept. 1987.
9. 임달호, '電磁場 해석에의 有限要素法 응용', 대한전기학회지 vol.39, no.3, pp.9-14, Mar. 1990.
10. S. Ratnajeevan H. Hoole, 'Computer-Aided Analysis and Design of Electromagnetic Device', Elsevier Science Publishing Co., 1989.
11. Larry J. Segerlind, 'Applied finite element analysis', John Wiley & Sons, 1976.
12. A. E. Fitzgerald, Charles Kingsley, Jr., and Stephen D. Umans, 'Electric Machinery', McGRAW-HILL, 1991.