

波浪의 統計的 特性에 關한 調査 分析

柳 明 辰 · 沈 名 弼

土 木 工 學 科

〈要 約〉

不規則波浪의 統計的 性質을 알기 위해 波高 및 周期等에 關한 統計量을 求하여 理論值과 比較 分析하고 波浪의 Energy spectrum을 分析하므로써 이들間의 關係를 研究하였다.

Investigation and analysis of statistical characteristics of sea waves

Myung-Jin Yu and Myung-Pil Shim

Dept. of Civil Engineering

〈Abstract〉

To study the nature of sea waves, statistics of wave heights and periods by zero up cross method from actual wave records are calculated and compared with the theoretical values.

Wave heights and periods of mean waves are also compared with the values derived from spectral analysis.

I. 序 論

바다의 波浪은 不規則性(irregularity)뿐만 아니라 非線形性(non-linearity)을 나타내므로 波浪에 關한 統計量도 매우 複雜하여 그 取扱이 쉽지가 않다. 港灣이나 海岸構造物을 計劃하거나 設計하는데 있어서 一般的으로 有義波(significant wave)라는 假想的인 波를 생각해서 設計波로 使用하고 있으나 實際의 바다의 波浪은 各波마다 波高나 周期가 달라 이러한 有義波法은 實用的이고 便利한 方法이기는 하나, 波浪의 不規則的인 性質을 簡略化하고 있기 때문에 問題에 따라선 不正確한 答을 줄수도 있다. 그러므로 이러한 不規則波의 性質을 알기 위해서 波浪의 波高, 周期等의 統計的 性質이나 spectrum 特性等에 關해서 많은 研究가 行해지고 있다.

Longuet-Higgins⁽¹⁾는 波浪의 spectrum의 周波數帶(frequency)가 매우 좁은 경우에는 波高의 確率

分布는 Rayleigh分布에 따른다고 提案하고, Bretschneider⁽²⁾는 周期의 자승의 分布도 Rayleigh分布에 가깝다고 한다.

Goodknight와 Russel⁽³⁾, 合田과 永井⁽⁴⁾, Dattati,⁽⁵⁾ Manohar⁽⁶⁾等에 의하면 Zero up Cross法으로 定義된 波高는 Spectrum의 周波數帶에 관계없이 대체로 Rayleigh分布를 따르며, 우리나라 東海岸의 경우도 波高, 周期의 分布가 Rayleigh分布에 近似하다는 것이 立證되었다.⁽⁷⁾⁽⁸⁾

不規則波浪의 平均波의 波高, 周期사이에는 場所에 따라 微小한 差異는 있으나 거의 一定한 關係가 있으며, Tucker⁽⁹⁾ Draper⁽¹⁰⁾等은 實測의 波形記錄으로부터 짧은 時間에 平均波를 求할수 있는 簡略方法을 提案했다.

上記한 方法外에도 波浪의 Spectrum을 分析하므로써 波浪의 發生, 發達, 變形等의 現象을 알수 있으며 平均波의 波高도 Spectrum密度函數를 積分하므로써 求할 수 있다.

本 研究에서는 實測에 의한 波形記錄으로부터 波高, 周期等の 分布와 그들의 統計量을 求하여 理論値와 比較하고, 아울러 Spectrum과의 關係를 調査分析하므로서 不規則 波浪의 統計의 特性을 推定하고자 한다.

II. 觀測資料의 分析方法

波形記錄으로부터 波高 및 周期를 읽는 方法은 여러가지 있으나 一般의 方法으로 Zero up cross法과 Crest to crest^{(9) (11) (12)}法이 主로 使用되며, Zero up cross法은 平均水面을 橫斷하지 않는 波浪은 無示하며 多量의 記錄을 機械的으로 分析하는데는 가장 合理的이나 平均水面을 定해야 하며 潮汐變化가 큰 경우에는 直線 또는 拋物線等으로 平均水面을 定해야 하는 難點이 있으며, Crest to crest法은 平均水面을 求할 必要는 無으나 微小한 물결도 하나의 波浪으로 取하게 되는 缺點이 있으므로 現在에는 Zero up cross法이 主로 使用되고 있다.

波高나 周期가 各各다른 一連의 波形記錄으로부터 不規則波浪을 表示하는 方法으로는 平均波, $\frac{1}{3}$ 最大波 또는 有義波, $\frac{1}{10}$ 最大波, 最高波等을 使用하여 規則波로 假定하는 平均波法과 波浪의 Energy Spectrum에 의한 表示方法이 있다.

本 論에에서는 尾浦港(1976年) 및 墨湖港(1971年)에서 超音波式 및 Step式 自記波高計로 觀測한 20分間의 波形記錄紙에서 任意的인 面을 基準으로 하여 1秒間隔으로 읽은 略 1200個의 data를 使用하여 平均水位를 定하고 Zero up Cross法에 의해 波高 및 周期를 읽어 이들의 關한 統計量을 求하여 理論値와 比較하고 Blackman and Tukey方法에 의해 Energy spectrum을 求하였다.

III. 波高의 分布 및 平均波間의 波高比

不規則波浪의 波高의 出現頻度分布는 波浪의 周波數帶가 좁은 경우에는 Rayleigh分布를 따르는 경우가 많으며 다음 式으로 表示된다.

$$P(H)dH = \frac{\pi}{2} \frac{H}{\bar{H}^2} \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^2\right] dH \quad (1)$$

$P(H) dH$ 는 任意의 波高가 H 와 $H+dH$ 사이의 값을 가지는 確率이고 \bar{H} 는 平均波高이다. 任意의 波

高 H 보다 큰 波高가 나타날 超過確率 $\hat{P}(H)$ 는 式 (1)을 積分하므로서 求할 수 있다.

$$\hat{P}(H) = 1 - \int_0^H P(H)dH = \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{H}{\bar{H}}\right)^2\right] \quad (2)$$

平均波高로부터 波高의 標準偏差 $\sigma(H)$ 는

$$\sigma(H) = 0.522\bar{H} \quad (3)$$

이 된다.

Rayleigh分布의 理論은 Spectrum의 周波數帶가 매우 좁은 場合를 前提로 하기 때문에, Spectrum의 周波數帶가 넓은 實際 바다의 波浪에 對해서도 適用할 수 있는지는 理論的인 問題로 남아 있다.

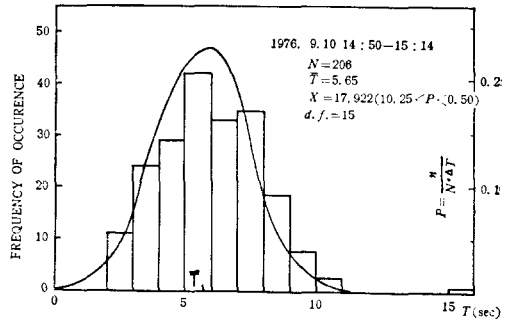


Fig.1 Comparison of wave height frequency with Rayleigh distribution.

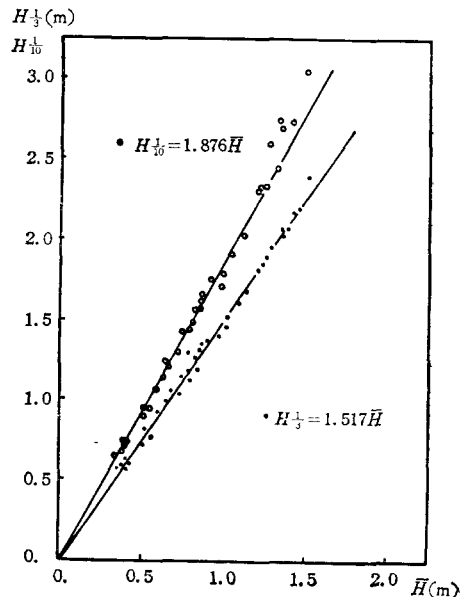


Fig.2 Relation H , $H_{1/3}$ and $H_{1/10}$

Fig.1은 實測值로 부터 求한 波高의 區間內 出現頻度 및 確率을 Histogram으로 나타내고, Rayleigh 分布에 의한 理論值는 實線으로 나타냈다

適合度를 檢正하기 위해 實測值와 理論值로 부터 χ^2 -test를 한 結果 Fig.1에서는 自由度(degree of freedom) 28이고 有義水準(Significance level)은 $0.95 < P < 0.975$ 이며 理論分布와 거의 符合하는 것을 알 수 있다.

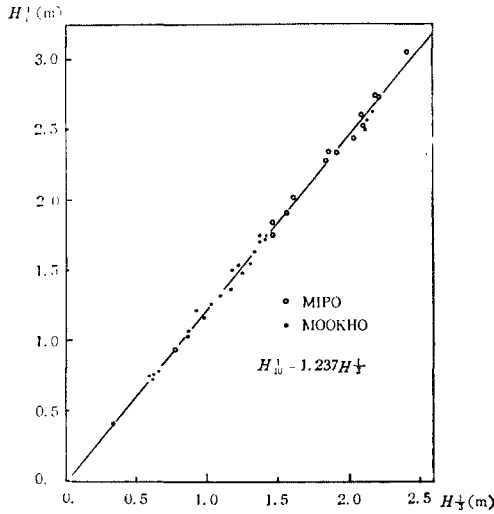


Fig.3 Relation $H_{1/3}$ and $H_{1/10}$

Zero up cross法에 의해 定義된 實測值의 波高 및 周期로 부터 求한 平均波의 波高, 即 $\frac{1}{3}$ 最大波 ($H_{1/3}$), $\frac{1}{10}$ 最大波 ($H_{1/10}$), 平均波(H)의 波高間의 關係를 求해 Fig.2, Fig.3에 plot하고 最小自乘法(The method of least squares)으로 求한 이들의 關係는 다음과 같다.

$$\frac{H_{1/3}}{H} = 1.517$$

$$\frac{H_{1/10}}{H} = 1.876$$

Table.1 Comparison of wave heights \bar{H} , $H_{1/3}$, $H_{1/10}$ and H_{max} from observed and theoretical values^{(4) (6) (7) (8) (13)}

波高比	浦項	濟州	墨湖	太平洋	日本海	名古屋	Taiwan	Egypt	尾浦	Rayleigh dist.	Pearson-III dist.
$H_{1/3}/H$	1.54	1.52	1.515	1.57	1.4	1.60	1.518	—	1.517	1.593	1.59
$H_{1/10}/H$	1.94	1.89	1.898	2.02	1.82	—	1.856	—	1.876	2.032	1.94
$H_{1/10}/H_{1/3}$	1.26	1.25	1.252	1.29	1.3	1.30	1.246	1.17	1.237	1.270	1.29
$H_{max}/H_{1/3}$	1.64	1.64	1.693	1.87	1.8	—	1.611	1.46	1.635	1.713	1.81

$$\frac{H_{1/10}}{H_{1/3}} = 1.237$$

$$\frac{H_{max}}{H_{1/3}} = 1.635$$

Rayleigh 分布에 의한 平均波의 波高間의 關係는 式 (1), (2)를 積分하므로써 求할 수 있다.

$$\hat{P}(x) = \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{x}{H}\right)^2\right] = \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$H_{1/3} = \int_x^\infty \frac{\pi}{2} \frac{H}{H^2} \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{H}{H}\right)^2\right] H dH \quad (5)$$

式 (4), (5)로 부터

$$\frac{H_{1/3}}{H} = 1.598$$

같은 方法으로

$$\frac{H_{1/10}}{H} = 2.032$$

$$\frac{H_{1/10}}{H_{1/3}} = 1.270 \text{ 이 된다.}$$

H_{max} 은 波數에 따라 다르고 Longuet Higgins⁽¹⁾에 의하면 다음 式으로 나타낼 수 있다.

$$H_{max} = 1.128\left(\sqrt{\ln N} + \frac{0.5772}{2\sqrt{\ln N}}\right)H \quad (6)$$

$$H_{max} = 0.706\left(\sqrt{\ln N} + \frac{0.5772}{2\sqrt{\ln N}}\right)H_{1/3} \quad (7)$$

여기서 N 은 波數를 나타내며, 20分間의 波形記錄에서는 波數가 大略 200內外이므로 式 (6), (7)은 다음의 값을 가진다.

$$\frac{H_{max}}{H} = 2.738$$

$$\frac{H_{max}}{H_{1/3}} = 1.713$$

實測值에서 求한 平均波의 波高間의 比는 理論值보다 5%程度 낮은 값을 取하나 거의 近似한 편이며 Wiegel⁽¹⁾은 太平洋의 서로 다른 地點으로 부터 觀測한 結果 10%의 差異가 있을 뿐이라고 밝혔다.

Table. 1은 자기 다른 장소에서 觀測한 實測值 및 Rayleigh 分布, Pearson-III 型 分布에 의한 理論值를 收錄한 것이다.

Table. 1에서 보면 우리나라의 實測值로 부터 求한 波高比는 Rayleigh分布에 의한 理論值보다 약간 낮은 값을 나타내나 거의 비슷하므로, Zero up cross 法으로 얻은 波浪의 波高의 分布는 周波數帶에 關係 없이 Rayleigh 分布에 따른다고 할 수 있으며, 平均波間의 波高의 比는 理論值로 부터 求할 수가 있다.

Ⅳ. 周期的 分布 및 平均波間의 周期比

波高의 分布와 마찬가지로 波長의 分布도 Rayleigh 分布에 따른다고 한다.

$$P(L)dL = \frac{\pi}{2} \frac{L}{L^2} \exp\left[-\frac{\pi}{4}\left(\frac{L}{L}\right)^2\right]dL \quad (8)$$

波長 L 과 周期 T 의 관계는 다음 式으로 表示된다.

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh \frac{2\pi}{L} h = \lambda T^2 \quad (9)$$

式 (8), (9)로 부터 周期的 分布를 求할 수 있다.

$$P(L)dT = 2.7 \frac{T^3}{T^4} \exp\left[-0.675\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4\right]dT \quad (10)$$

$P(T)dT$ 는 임의의 周期가 T 와 $T+dT$ 사이의 값을 가지는 確率이고 \bar{T} 는 平均周期이다. 임의의 周期 T 보다 큰 周期가 나타날 確率 $\hat{P}(T)$ 는 式(10)을 積分하므로써 求할 수 있다.

$$\hat{P}(T) = 1 - \int_0^T P(T)dT = \exp\left[-0.675\left(\frac{T}{\bar{T}}\right)^4\right] \quad (11)$$

平均周期로 부터 周期的 標準偏差值 $\sigma(T)$ 는

$$\sigma(T) = 0.281\bar{T} \quad (12)$$

가 된다.

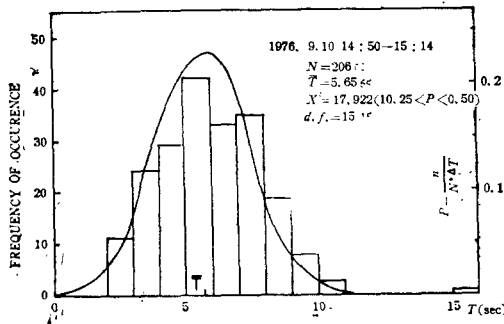


Fig. 4 Comparison of wave period frequency with Rayleigh distribution

合田⁽¹⁴⁾에 의하면 深海性的 風波에서 Single-peaked spectra인 경우는 式(10)의 分布가 大略 成立하나, Swell과 風波가 重疊이 되는 Multi-peaked spectra 혹은 淺海域의 波浪等에서는 周波의 分布幅이 넓어 式(10)이 適用되지 않는다고 한다.

Fig. 4에서는 實測值로 부터 求한 周期的 區間內 出現頻度 및 確率을 Histogram으로 나타내고, Rayleigh 分布에 의한 理論值는 實線으로 나타냈다.

平均波의 周期, 즉 \bar{T} , $T_{1/3}$, $T_{1/10}$, T_{max} 등은 波

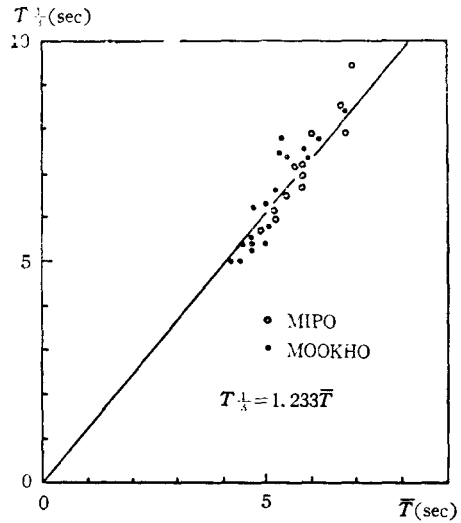


Fig. 5 Relation \bar{T} and $T_{1/3}$

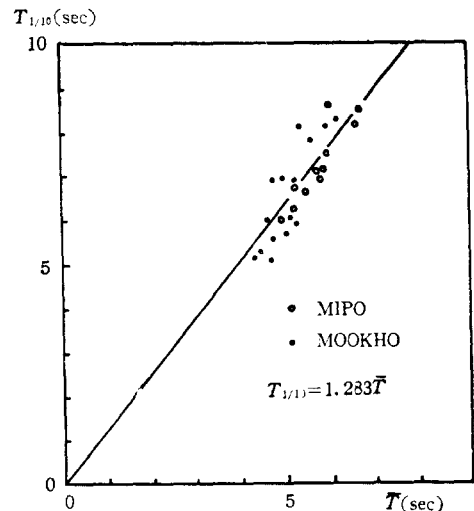


Fig. 6 Relation T and $T_{1/10}$

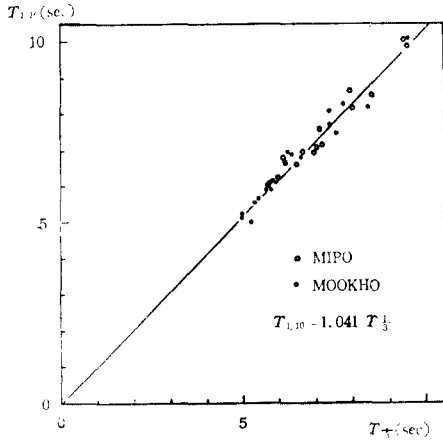


Fig. 7 Relation $T_{1/3}$ and $T_{1/10}$

高와의 關係에 의해 定義되므로 周期 그 자체의 分布로 부터는 理論值를 求할 수 없다.

平均波의 周期 사이의 關係를 Fig. 5~7에 plot하고 이들의 關係를 각기 다른 場所에서 觀測한 값들과 比較한 것이 Table. 2이다.

Table 2. Comparison of wave periods \bar{T} , $T_{1/3}$, $T_{1/10}$ and T_{max} from observed values. (4), (7), (8)

周期比	浦項	濟州	墨湖	日本 (名古屋)	尾浦
$T_{1/3}/\bar{T}$	0.967	0.995	1.120	1.05	1.233
$T_{1/10}/\bar{T}$	0.971	0.978	1.132	0.97	1.283
$T_{1/10}/T_{1/3}$	1.04	0.982	1.010	—	1.041
$T_{max}/T_{1/3}$	1.01	0.964	1.061	—	1.091

V. 波浪의 Spectrum解析

不規則한 波浪은 有義波等の 平均波를 利用하여 變動하는 것가지의 統計量을 求할 수 있으나, 그 性質을 詳細히 表示하기 위해서는 Energy Spectrum 이 使用된다. 이것은 바다의 不規則한 波浪을 周期가 다른 無數한 正弦波의 疊으로 생각하여 各 成分波의 Energy가 그 周波數에 對해서 어떤지 分布해 있는가를 나타내는 것이다.

單位面積當 水面에서 海底까지의 水柱가 갖는 波浪의 Energy는 E 로 表示하면

$$E = \frac{1}{8} W_0 H^2 \quad (13)$$

여기서 W_0 는 海水의 單位重量이다.

式 (13)은 水深에 關係없이 深海波로 부터 長波의 모든 波浪에 對해 成立한다,

平均水位로 부터 水位 $x(t)$ 는 다음 式으로 나타낼 수 있다.

$$x(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi f_n t - \alpha_n) \quad (14)$$

여기서 a_n ; n 번째 波의 振幅

$$f_n; n\text{번째 波의 周波數} \left(= \frac{1}{T_n} \right)$$

α_n ; 位相差

式 (14)에서는 無限個의 成分波를 생각하므로 各 成分波의 振幅 a_n 은 無限小이고 單一 成分波의 Energy를 생각한다는 것은 無意味하다. 그러므로 周波數 $f \sim f+df$ 의 範圍에 있는 모든 成分波의 Energy를 생각하면, 式(13)에서 波浪의 Energy는 波高의 自乘에 比例하므로 다음 式으로 表示할 수 있다,

$$\int_f^{f+df} \frac{1}{2} a_n^2 = E(f) df \quad (15)$$

$E(f)$ 는 波浪의 Energy의 分布를 表示하는 函數로 波浪의 Energy spectrum density 또는 波浪의 Spectrum이라 한다.

時間의 函數 $x(t)$ 가 周期 $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ 의 周期函數인 경우 Fourier series의 Complex exponential form으로 나타내면

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} c_n \exp[in\omega_0 t] \quad (16)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \exp[-in\omega_0 t] dt$$

로 表示되고 $x^2(t)$ 의 平均值 $\overline{x^2(t)}$ 는

$$\overline{x^2(t)} = \sum_{-\infty}^{\infty} |c_n|^2 \quad (17)$$

로 나타낼 수 있다.

이와 같이 周期函數인 경우에는 Fourier Series로 전개하므로 Spectrum을 求할 수 있으나 非周期函數의 경우에는 無限大의 周期를 가진 周期函數로 생각하면 Fourier Series로 나타낼수 있고 ω_0 가 아주 작다고 하고 $\Delta\omega$ 라 하면 式(16)으로부터

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{\Delta\omega}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) \exp[-in\Delta\omega t] dt \exp[in\Delta\omega t] \quad (18)$$

가 되고 $\Delta\omega \rightarrow d\omega$, $T \rightarrow \infty$ 라 하면 $n\Delta\omega$ 는 w 가 되고 $x(t)$ 는 다음式으로 表示된다.

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{dw}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp[-iwt] dt \right] \exp[iwt] \quad (19)$$

式(19)를 式(16)의 형태로 나타내면

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w) \exp[iwt] dw$$

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp[-iwt] dt \quad (20)$$

周波數 $f = \frac{w}{2\pi}$ 관계를 써서 다시 쓰면,

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} F(f) \exp[i2\pi ft] df$$

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \exp[-i2\pi ft] dt \quad (21)$$

$x^2(t)$ 와 $x(t)$ 의 Fourier transform $F(f)$ 와는 다음의 관계가 있다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |F(f)|^2 df = 2 \int_0^{\infty} |F(f)|^2 df \quad (22)$$

實際의 波浪과 같은 不規則 變動에서는 一般의 正常 Fourier Series의 展開 또는 Fourier 積分을 할 수 없다.

不規則 變動의 確率法則이 時間에 따라 變動하는 正常確率過程이 되기 위해서는 無限한 時間에 對해 變動이 계속할 必要가 있어 Fourier transform을 얻을 수 없기 때문이다.

實際의 波浪과 같은 不規則變動은 現象을 充實히 表現하기 위해서는 하나의 變動만을 생각하는 것이 아니고 合成된 變動을 생각해야 한다. 이러한 合成된 變動속에서 하나의 變動만을 빼내어 $t = -\infty$ 에서 $t = \infty$ 까지 계속 된다고 하는 경우에는 Fourier transform을 求할 수 없지마는 變動 $x(t)$ 의 一部區間 $-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$ 에서는 $x_T(t)$, 그 밖의 區間에서는 $x(t) = 0$ 이라 假定하면 Fourier transform을 求할 수 있다.

$$\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x^2_T(t) dt = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2_T(t) dt$$

$$= \frac{2}{T} \int_0^{\infty} |F_T(f)|^2 df \quad (23)$$

$T \rightarrow \infty$ 일 때의 $x^2(t)$ 의 平均値를 求하면

$$\frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_0^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2}{T} |F_T(f)|^2 \right\} df \quad (24)$$

여기서

$$\frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \int_0^{\infty} E(f) df \text{ 라 두면}$$

$$E(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{2}{T} |F_T(f)|^2 \right\} \quad (25)$$

이 $E(f)$ 를 $x(t)$ 의 Spectral density function이라 한다.

自記相關函數 $R(\tau)$ 는 다음式으로 나타낼 수 있다.

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x(t) x(t+\tau) dt \quad (26)$$

$-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$ 에서는 $x(t)$ 와 一致하고 그 밖의 範圍에서는 0이 되는 函數를 $x_T(t)$, 自記相關函數를 $R_T(\tau)$ 라 하면,

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} R_T(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} x_T(t) x_T(t+\tau) dt \quad (27)$$

$R(\tau)$ 의 Fourier transform을 求하면,

$$\int_{-\infty}^{\infty} R_T(\tau) \exp[-i2\pi f\tau] d\tau$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) x_T(t+\tau) dt \right\} \exp[-i2\pi f\tau] d\tau$$

$$= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t) \exp[i2\pi ft] dt \int_{-\infty}^{\infty} x_T(t+\tau) \exp[-i2\pi f(t+\tau)] d(t+\tau)$$

$$= \frac{1}{T} \overline{F_T(f)} \cdot F_T(f) = \frac{1}{T} |F_T(f)|^2 \quad (28)$$

式(27), (28)로부터

$$\int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \exp[-i2\pi f\tau] d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |F_T(f)|^2 \quad (29)$$

式 (25), (29)로부터

$$E(f) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) \exp[-i2\pi f\tau] d\tau$$

$$R(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} E(f) \exp[i2\pi f\tau] df \quad (30)$$

$E(f)$ 는 偶函數이므로 式 (30)은 다음 式으로 表示할 수 있다.

$$R(\tau) = \int_0^{\infty} E(f) \cos 2\pi f\tau df$$

$$E(f) = 4 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos 2\pi f\tau d\tau \quad (31)$$

以上과 같이 Spectrum 密度函數는 自記相關函數의 Fourier transform에 의해 求할 수 있다.

實際의 波浪으로부터 Spectrum을 求하기 위해 特殊한 Spectrum 分析機가 使用되기도 하나, Spectrum 密度函數가 時系列의 自己相關函數와 Fourier transform의 對應이 된다는 것이 Wiener Khinchine에 의해 證明된 後, G.I. Taylor에 의해 처음으로 Spectrum의 解析方法이 紹介되고 Tukey가

算結果의 有意性을 檢討할 수 있는 方法을 提案했으
며 그 後 Tukey의 方法을 더 發展시킨 Blackman
과 Tukey의 方法이 紹介되었다. 現在에는 主로 이
두가지 方法이 使用되고 있으며⁽¹⁵⁾⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾ Blackman
과 Tukey의 方法은 Tukey의 方法과 달리 임의로
基準線으로 읽은 값을 直接 使用할 수 있고 計算의
初期段階에서 白色雜音(white noise)를 包含시키
므로 周波數에 關한 Spectrum 密度의 變動이 적게
되어 平滑한 Spectrum을 얻을 수 있고, 長周期 變動
을 除去하기 위해 基準線으로 부터 약간 비스듬하게
읽을 경우 波浪에 長周期의 變動이 실려 있을
경우도 比較的 正確하게 計算할 수 있는 利點이 있
으므로 本 論文에서는 Blackman과 Tukey의 方法
에 의해 電子計算機를 使用하여 Spectrum을 求했다.
略 20分間의 기록을 1秒 間격으로 읽었으므로 總
data數 N 은 1200內外이고 最大 lag time을 60秒로
하였으므로 分解能(Resolution) R 및 自由度(degree
of freedom) F 는 다음 式에 의해 近似的으로 求할
수 있다.

$$R = \frac{1}{m \cdot \Delta t} = 0.0167$$

$$F = 2 \left(\frac{N}{m} - \frac{1}{4} \right) \quad (32)$$

여기서 m 은 最大 lag time이다.

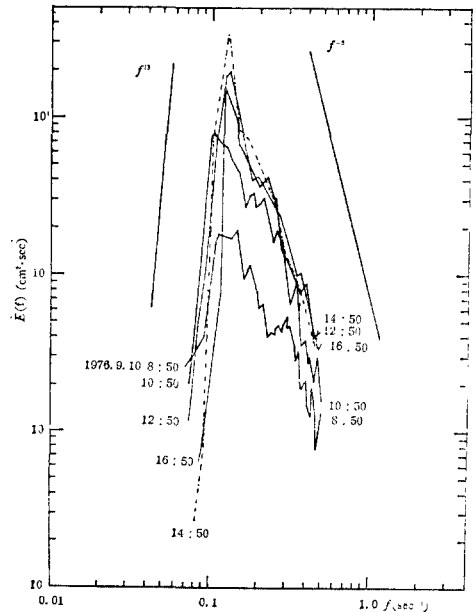


Fig.8 Energy spectrum of sea wave at MIPO

Fig.8은 尾浦港에서의 2時間 間격으로 求한 Spectrum 密度를 나타낸다. Spectrum 密度函數의 全周波數에 對한 積分值를 E 라 하면

$$E = \int_0^{\infty} E(f) df \quad (33)$$

平均波法에 의한 波高들은 E 로 부터 推定할 수가 있다.

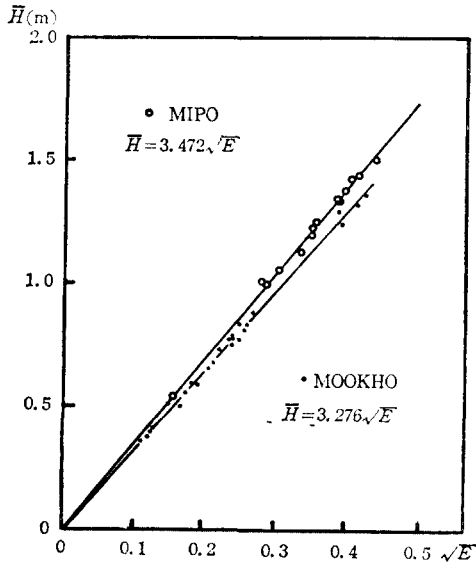


Fig.9 Relation H of the zero up crossing waves and the values as obtained from integration under the spectrum

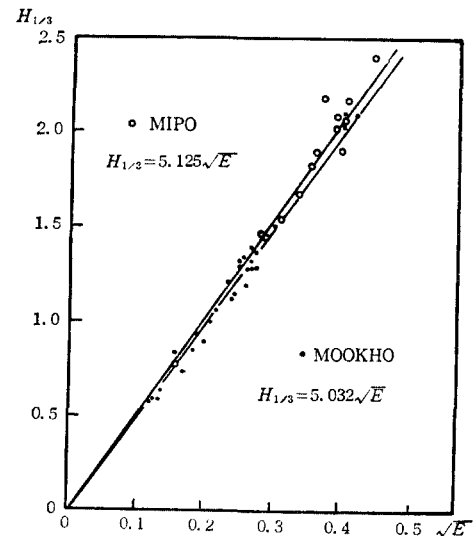


Fig.10 Relation $H_{1/3}$ of the zero up crossing waves and the values as obtained from integration under the spectrum.

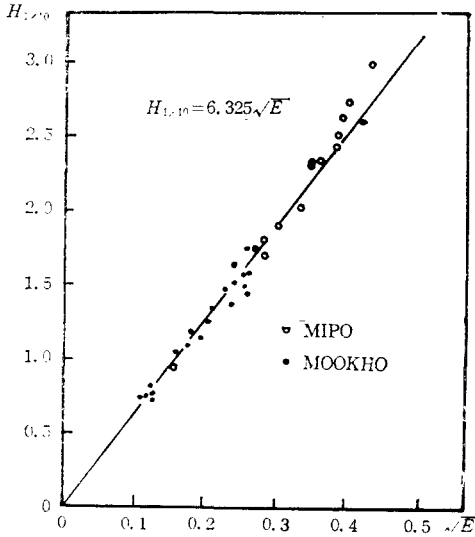


Fig. 11 Relation $H_{1/10}$ of the zero up crossing waves and the values as obtained from integration under the spectrum

Fig. 9~11은 $F, H_{1/3}, H_{1/10}$ 과 \sqrt{E} 와의 關係를 plot한 것이데 最小自乘法에 의해 이들의 關係를 求한 結果는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \bar{H} &= 3.472\sqrt{E}(\text{Mipo}) \\ H_{1/3} &= 5.125\sqrt{E}(\text{Mipo}) \\ H_{1/10} &= 6.325\sqrt{E}(\text{Mipo}) \\ \bar{H} &= 3.276\sqrt{E}(\text{Mookho}) \\ H_{1/3} &= 5.032\sqrt{E}(\text{Mookho}) \\ H_{1/10} &= 6.325\sqrt{E}(\text{Mookho}) \end{aligned}$$

相關係數(Coefficient of correlation)는 0.98 以上으로 높은 相關關係를 나타내며 Cartwright and Longuet-Higgins⁽¹⁸⁾, Wilson and Baird⁽¹⁹⁾에 의한 값보다 대체로 높은 값을 나타낸다.

波浪의 Energy Spectrum의 函數形에 對해서는 波浪觀測記錄이나 理論的 考察에 의해 Newman(1953)⁽²⁰⁾, Phillips(1958)⁽²¹⁾, Burling(1959)⁽²²⁾, Darbyshire(1961)⁽²³⁾, Pierson과 Moskowitz(1964)⁽¹⁵⁾, Bretschneider(1968)⁽¹⁵⁾, 光易(1970)⁽⁴⁾, 等は 波高, 周期 또는 風速을 parameter로 하는 여러가지 式을 提案하고 있다.

Newman은 Spectrum密度函數를 周期와 風速의

函數로 나타냈다.

$$E(f) = 0.78T^6 \exp[-4.87T^2/u^2] \quad (34)$$

여기서 u ; 風速(m/sec)이다.

Phillips는 optimum band 以上の 周波數領域(equilibrium range)에서는

$$E(f) \sim \alpha g^2 f^{-5} \quad (35)$$

로 表示했다.

Bretschneider의 式을 光易이, 實測 혹은 推定에 의해 有義波의 波高와 周期를 알고 있을때 修正한 式은 다음과 같다.

$$E(f) = 0.256 \left(\frac{H_{1/3}}{T_{1/3}^2} \right)^2 f^5 [-1.03(T_{1/3}f)^{-4}] \quad (36)$$

$E(f)$ 의 一般形은

$$E(f) = Af^{-m} \exp[-Bf^{-n}] \quad (37)$$

으로 나타낼 수 있고 該 周波數에 對한 積分値는

$$E = \int_0^\infty E(f)df = \frac{A}{n} \frac{\Gamma[(m-1)/n]}{B^{(m-1)/n}} \quad (38)$$

과 같다.

Fig. 8에서 peak period의 底周波 部分에서는 $E(f) \sim f^{13}$ 의 關係를 나타내며, Equilibrium range에서는 Energy가 감소하며 $E(f)$ 의 기울기는 f^{-5} 에 거의 맞아 들어가는 것을 볼 수 있다.

波浪의 周波數帶에 의해 定해지는 Spectral width parameter ϵ_s 는 $E(f)$ 에 의해 다음 式으로 表示된다.

$$\epsilon_s^2 = 1 - \frac{m_2^2}{m_0 m_4} \quad (39)$$

여기서 m_n 은 $E(f)$ 의 n 次 moment이다.

$$m_n = \int_0^\infty E(f) f^n df \quad (40)$$

Spectrum의 計算幅은 $f_0 < f < kf_0$ 로 限定하면(k 는 任意常數 $E(f) \sim f^{-5}$ 의 關係로부터 式(39), (40)에 의해

$$\epsilon_s^2 = 1 - \frac{k^2 - 1}{k^2 + 1} \frac{1}{\ln k} \quad (41)$$

이 된다.

k 에 다른 ϵ_s 의 값을 求하면 Table.3과 같다.

kf_0 는 分解能의 上限으로 ϵ_s 은 0과 1사이의 값을 가지게 된다.

Spectral width parameter는 Crest to crest法과 Zero up cross 法에 의한 平均周期 T_c, T_z 에 의해 서도 近似的으로 나타낼 수 있다.^{(5) (9) (11) (18)}

Table 3. The values of spectral width parameter ϵ_s , versus k .

k	1	2	3	4	5	10	20	30	40	50	100	∞
ϵ_s	0	0.37	0.52	0.60	0.65	0.76	0.82	0.84	0.85	0.86	0.88	1

Table 4. Results from the calculation of the spectrum

date	wind velocity (m/sec)	ϵ_s	ϵ_T	$T_{1/3}(\text{sec})$	$f_0(\text{sec}^{-1})$	$T_0(\text{sec})$	$E(\text{m}^2)$	$\sqrt{E}(\text{m})$
1976.2.5								
9:50	5.3	0.734	0.577	6.46	0.142	7.042	0.023	0.154
11:50	6.7	0.747	0.626	6.67	0.122	8.196	0.080	0.284
13:50	12.0	0.828	0.589	7.98	0.140	7.143	0.122	0.349
15:50	5.0	0.818	0.683	8.51	0.116	8.621	0.144	0.386
17:50	5.0	0.802	0.630	7.92	0.123	8.130	0.121	0.349
19:50	3.3	0.837	0.688	9.41	0.121	8.264	0.191	0.437
1976.9.10								
01:50	3.7	0.721	0.587	5.93	0.142	7.042	0.090	0.300
06:50	7.7	0.696	0.501	5.68	0.150	6.667	0.079	0.279
08:50	5.0	0.730	0.434	6.12	0.142	7.042	0.012	0.334
10:50	5.3	0.777	0.598	7.01	0.125	8.000	0.160	0.400
12:50	4.3	0.782	0.554	7.13	0.125	8.000	0.154	0.393
14:50	7.7	0.756	0.567	7.08	0.125	8.000	0.354	0.354
16:50	8.0	0.777	0.567	7.17	0.125	8.000	0.171	0.359
18:50	7.0	0.741	0.488	6.10	0.133	7.519	0.144	0.380

total data $N=1170$, time interval $\Delta t=1$ sec, Resolution $R=0.0167$, degree of freedom $d.f.=39.5$ frequency range (Nyquist frequency) $f_n=0.5$, T_0 ; peak period from spectrum.

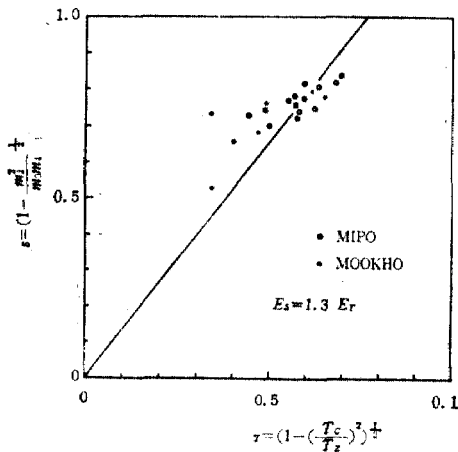


Fig.12 Comparison of spectral width parameter E_s with E_T .

$$\epsilon_T^2 = 1 - (T_0/T_c)^2 = 1 - (N_z/N_c)^2 \quad (42)$$

여기서 N_c , N_z 는 一連의 波形記錄에서 Crest to crest法 및 Zero up cross 法으로 各各 量은 波數이다.

ϵ_T 는 Spectrum의 moment로 부터 求한式(41)보다 간단히 求할 수 있는 利點이 있으며 Fig.12에서

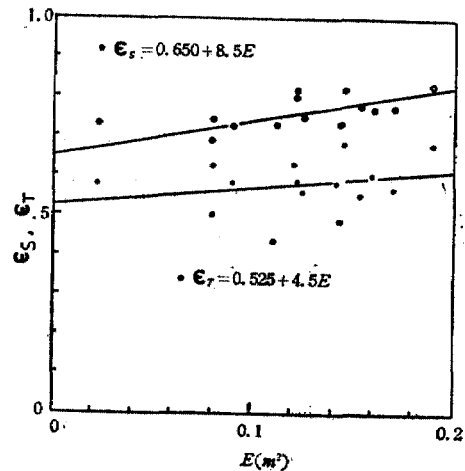


Fig.13 Relation of spectral width parameter and the values as obtained from integration under spectrum

보면 ϵ_T 는 ϵ_s 보다 약 1.3배 큰 값을 가진다.

E 값에 따른 Spectral width parameter ϵ_s , ϵ_T 의 값을 나타낸 것이 Fig.13이며 E 값이 클수록 ϵ_s , ϵ_T 는 當然히 크며 다음式으로 表示된다.

$$\epsilon_s = 0.650 + 8.5E$$

$$\epsilon_T = 0.525 + 4.5E$$

Table.4는 尾浦에서의 Spectrum을 計算하므로써 얻은 結果이다.

Ⅶ. 結 論

우리나라 東海岸에서 實測한 波形記錄으로 부터 波浪에 關한 여러가지 統計量을 求하여 分析한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) Zero up cross法으로 읽은 波浪의 波高 및 周期의 分布는 周波數帶(frequency band)에 關係없이 Rayleigh分布에 따른다고 할 수 있으며, 平均波 高 \bar{H} , $H_{1/3}$, $H_{1/10}$, H_{max} 사이의 波高比는 略 5% 程度 낮은 값을 나타내나 理論值로 부터 求할 수가 있다.

(2) 平均波의 波高들은 Spectrum의 積分值 E 로 부터 推定할 수 있으며 尾浦港에서는 다음과 같은 값을 가진다.

$$\bar{H}=3.472\sqrt{E}$$

$$H_{1/3}=5.125\sqrt{E}$$

$$H_{1/10}=6.325\sqrt{E}$$

(3) Spectrum의 密度函數는 底周波 部分에서는 f^{13} 에 比例하며 高周波 部分에서는 f^{-5} 에 比例한다.

(4) Spectral width parameter (ϵ_s)는 Zero up cross法 및 Crest to crest法에 의한 平均波數로 부터 求한 近似值(ϵ_T)보다 略 1.3배 큰 값을 나타낸다.

(5) Spectral width parameter는 波浪의 Energy가 클수록 큰 값을 나타내며 다음式으로 表示할 수가 있다.

$$\epsilon_s=0.650+8.5E$$

$$\epsilon_T=0.525+4.5E$$

謝 辭

本 研究는 文教部學術研究 助成費로 이루어 졌으며 紙面을 通하여 감사를 드립니다.

參 考 文 獻

1. LONGUET-HIGGINS, M.S., On the statistical distribution of the heights of sea waves, Journal of Marine Research, Vol. XI, No.3, pp.245~266 (1952)
2. BRETSCHEIDER, C.L., Wave variability and wave spectra for wind generated gravity waves, Beach Erosion Board Tech. Memo., No.118, pp.192 (1959)
3. GOODKNIGHT, R.C. and T.L. RUSSEL, Investigation of the statistics of wave heights, Jour. of Waterway and Harbors Div., Proc. ASCE, Vol. 89, No. WW2, pp.29~55 (1963)
4. 合田良實·永井康平, 名古屋港内における 波浪觀測 第二報, 港灣技術資料 No.61, 日本港灣技術研究所(1968)
5. DATTATI, J., Waves off Mangalore harbour-west coast of India, Jour. of W.H.C. E. Div., Proc. ASCE, Vol.99, No.WW 1, pp.39~58 (1973)
6. MANOHAR, M., I.E. MOBAREK, and H. RAHAL, Wave statistics along the Northern Coast of Egypt, Proc. 14th Conf. on Coastal Eng., ASCE, Vol.1, pp.132~147 (1974)
7. 安守漢, 波浪觀測資料 分析研究報告書, 建設部 (1973)
8. 安守漢·沈名弼, 墨湖港의 波浪特性, 韓國水文學會誌, Vol.10, No.1 (1977)
9. TUCKER, M.J. Analysis of records of sea waves, Proc. Inst. Civil Eng. Vol.26, No.10, pp.305~316 (1963)
10. DRAPER, L., Derivation of a design wave from instrumented records of sea waves, Proc. Inst. Civil Eng., Vol.26, pp.291~304 (1963)
11. GODA, Y., Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Tech. Note of Port and Harbour Res. Inst., Vol.9, No.3, pp.3~57 (1970)
12. 村木義男, 波浪觀測, 水工學 Series, 日本土木學會 水理委員會(1970)
13. OU, S.H. and F.L.W. TANG, Wave characteristics in the Taiwan Straits, Proc. Int. Symposium on Ocean Wave Measurement and Analysis, ASCE, Vol.11, pp.139~158 (1974)
14. 合田良實, 波浪의 統計的性質と その應用, 水工學 Series, 日本土木學會 水理委員會, (1975)
15. KINSMAN, B., The determination of spectra from wave measurement, Wind Waves, Prentice Hall Inc., pp.433~487 (1965)

16. 本門 仁, 應用水理學(數值解析, 水文觀測), 日本丸善, pp.81~85, pp.101~105 (1971)
17. 高橋智晴・鈴木禰美・中井徹也, 波高計による觀測 data の處理方法, 港灣技術資料, No. 39, (1967)
18. CARTWRIGHT, D. E. and M. S. LONGUET-HIGGINS, The statistical distribution of the maxima of a random function, Proc. Royal Society, Vol.237, pp.212~232 (1956)
19. WILSON, J. R. and W. F., BAIRD, A discussion of some measured data, Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., ASCE, Vol.1, pp.113~130(1972)
20. NEWMANN, G., On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind-generated sea, Beach Erosion Board Tech. Memo. No. 43, pp.42 (1953)
21. PHILLIPS, O. M., The equilibrium range in the spectra of wind generated waves, Jour. of Fluid Mechanics, Vol.4, pp.426~434 (1958)
22. BURLING, R. W., The spectrum of waves at short fetches, Deut. Hydrograph, Jahr 12, Heft 2, pp.45~117 (1959)
23. DARBYSHIRE, J., The one-dimensional wave spectrum in the Atlantic Ocean and in coastal waters, Proc. Conf. Ocean wave spectra, Prentice Hall Inc., pp.27~31(1961)