

축대칭 국부 하중을 받는 원통관의 극한하중에 관한 연구

주 영 우
기 계 공 학 과
(1981.12.30 접수)

〈 초 목 〉

링하중과 대압력과 같은 축대칭 국부하중을 받는 원통관에 대하여 극한해석을 했다. 원통관의 재료는 균일하고 완전강소성체로 가정하였으며 Tresca 의 항복조건을 만족한다. 정확한 항복곡선에 내접하는 6각형과 8각형항복곡선을 사용하여 극한하중을 구하였다. 이론 결과로부터 극한하중은 8각형 항복곡선을 사용하여 구한 것이 6각형 항복곡선으로 구한 것보다 컸다. 대압력의 경우 정적 붕괴실험을 하여 얻은 실험치와 이론치를 비교하였으며 이것으로부터 이론과 실험사이에 밀접한 관계가 있음을 관찰하였다.

Limit Analysis of Cylindrical Tube Subjected to Axisymmetric Local Load

Zoo, Young Woo
Dept. of Mechanical Engineering
(Received December 30, 1981)

〈 Abstract 〉

The limit analysis is carried out on cylindrical tube under localized axisymmetric ring force and band pressure. The material of cylindrical tube is assumed to be homogeneous and rigid-perfectly plastic, and to obey Tresca's yield criterion. The limit loads are obtained by using hexagonal and octagonal yield curve inscribed to exact yield curve.

The theoretical results indicate that the limit loads determined with octagonal yield curve are larger than that with hexagonal yield curve. In case of band pressure the theoretical limit loads are compared with the experimental results of static-collapse experiment. A close correlation between theory and experiment is observed in this comparison.

1. 서 론

원통관에서 관의 길이에 따라 변하는 내부하중, 관의 이음부 및 국부보강부에 의하여 축대칭 국부하중을 받는 경우가 많다. 이러한 경우에 충분한 강도를 가지도록 설계를 하려면 응력해석을 하여야 한다. 그러나 복잡한 구조물의 경우에 정확한 응력 해석을 하기란 어려우므로 극한해석법을 이용하는 것이 용이하다.

Hodge⁽¹⁾와 Onat⁽²⁾는 Tresca 항복조건을 만족시키는 재료로 된 원통관의 항복곡면을 제시하였으며 Drucker⁽³⁾는 축방향응력이 존재하지 않는 경우에 여러가지 근사화된 항복곡선을 사용하여 링하중과 대압력을 받는 원통관의 극한해석을 하였다. 주영우는⁽⁴⁾ 이 경우를 축방향응력을 고려한 정확한 항복곡면에 외접하는 항복곡선을 사용하여 극한해석을 하였다.

본 연구에서는 원통관이 원통형과 기하학적 형상이 동일하므로 원통관이 링하중과 대압력을 받는

경우에 관한 항복곡면에 내접하는 6각형 및 8각형 항복곡선을 이용하여 극한해석을 하고 정적붕괴 기한은 병하여 이론치와 비교 및 검토한다.

II. 이 론

원통선이 최대칭하중을 받을 때 원통선요소의 응력상태는 Fig.1과 같다. 하중은 원통선의 표면에 수직으로만 작용한다고 하면 다음과 같은 평형방정식을 얻는다.

$$\frac{dN_x}{dx} = 0 \tag{1a}$$

$$\frac{dQ_x}{dx} + \frac{N_\theta}{r} + z = 0 \tag{1b}$$

$$\frac{dM_x}{dx} - Q_x = 0 \tag{1c}$$

여기서 z 는 단위면적당의 반경방향력이다.

식 (1a)는 N_x 가 일정이면 항상 만족한다. 식(1b)와 식 (1c)에서 절단력 Q_x 를 소거하고 반경방향력 z 에서 내압 p 만을 고려하여 무차원변수로 바꾸어 나타내면 다음 식을 얻는다.

$$\frac{d^2m}{d\xi^2} = \phi - n_\theta \tag{2}$$

여기서 무차원변수는 다음과 같이 정의한다.

$$m = \frac{M_x}{\sigma_0 h^2} \quad n_x = \frac{N_x}{\sigma_0 h} \quad n_\theta = \frac{N_\theta}{\sigma_0 h} \tag{3}$$

$$\phi = \frac{pr}{\sigma_0 h} \quad \xi = \frac{X}{rh}$$

여기서 σ_0 는 항복응력이다.

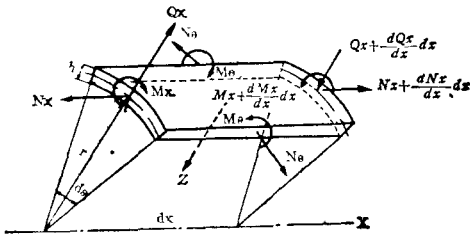


Fig. 1 Stress resultants of the shell element.

축대칭하중을 받는 원통선의 Tresca의 항복조건을 사용한 항복곡면은 Fig.2와 같다. (a) 축방향응력이 존재할 경우에는 Fig.2로부터 Fig.3과 같은 항복곡선은 얻을 수 있다.

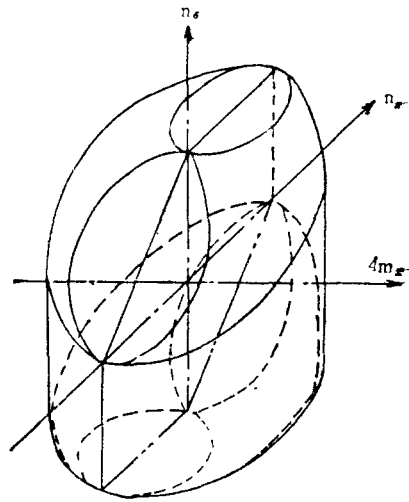


Fig. 2 Yield surface on cylindrical shell.

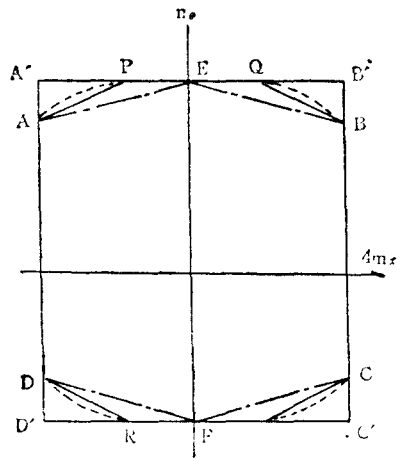


Fig. 3 Yield curve on cylindrical shell with axial stress resultant ($n_x = \text{constants}$)

Fig. 3은 Fig.2에서 얻어지며 Fig.2에서 n_x 가 일정한 면과 항복곡면의 교차되는 선을 나타낸 것이다. A, P, Q, B 등의 교차점들의 좌표값은 Table.1에 정리하였다.

Fig.3에서 점선은 정확한 항복곡선이며 그 밖의 선들은 정확한 항복곡선에 근사화시킨 항복곡선이다.

Table.1 Coordinate of the point on the yield curve

Point	$(4m_x, n_\theta)$	Point	$(4m_x, n_\theta)$
A	$\left[n_x^2 - 1, \frac{n_x + 1}{2} \right]$	Q	$[2n_x(1 - n_x), 1]$
B	$\left[1 - n_x^2, \frac{n_x + 1}{2} \right]$	R	$\left[2n_x(n_x - 1), n_x - 1 \right]$
C	$\left[1 - n_x^2, \frac{n_x - 1}{2} \right]$	S	$\left[2n_x(1 - n_x), n_x - 1 \right]$
D	$\left[n_x^2 - 1, \frac{n_x - 1}{2} \right]$	A'	$[n_x^2 - 1, 1]$
E	$[0, 1]$	B'	$[1 - n_x^2, 1]$
F	$[0, n_x - 1]$	C'	$[1 - n_x^2, n_x - 1]$
P	$[2n_x(n_x - 1), 1]$	D'	$[n_x^2 - 1, n_x - 1]$

III. 해 석

1. 링하중

원통관의 링하중이 극한하중에 도달하면 Fig.4와 같이 소성영역의 중앙점 $\xi=0$ 과 $\xi=\pm\xi_b$ 점에 소성힌지가 발생되면서 소성붕괴가 일어난다.

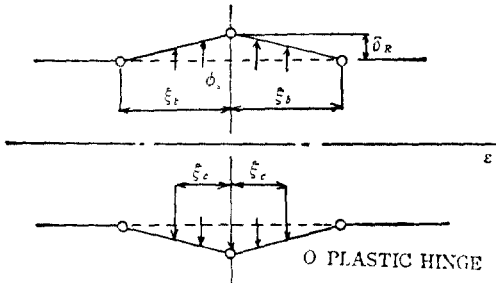


Fig.4 Kinematic pattern under ring force

평형방기식에서 $\phi=0$ 이므로 식 (2)는 다음과 같이 된다.

$$\frac{d^2m}{d\xi^2} + n_\theta = 0 \tag{4}$$

소성힌지가 발생하는 점에서의 모우멘트는 $\xi=0$ 에서 극소가 되고 $\xi=\xi_b$ 에서는 극대가 되며 각각 다음과 같다.

$$m(0) = \frac{n_x^2 - 1}{4} \tag{5a}$$

$$m(\xi_b) = \frac{1 - n_x^2}{4} \tag{5b}$$

6각형 항복곡선은 Fig.3에서 일점쇄선으로 표시 되었으며 $\xi=0$ 은 A점에 $\xi=\xi_b$ 는 B점에 각각 대

응하고 E점에 대응하는 위치를 ξ_e 라고 하면 ξ_e 는 0과 ξ_b 의 사이에 있는 값이 된다.

그러므로 Fig.3과 Table.1으로 부터 n_θ 와 m 의 관계식을 다음과 같이 구간으로 나누어 구할 수 있다.

$$0 \leq \xi \leq \xi_e \text{ 에서 } n_\theta = \frac{2}{1 + n_x} m + 1 \tag{6a}$$

$$\xi_e \leq \xi \leq \xi_b \text{ 에서 } n_\theta = \frac{-2}{1 + n_x} m + 1 \tag{6b}$$

식(6)을 식(4)에 대입하여 해를 구하면 다음과 같다.

$$0 \leq \xi \leq \xi_e \text{ 에서 } m = c_{11} \sin(A\xi) + c_{12} \cos(A\xi) - \frac{1 + n_x}{2} \tag{7a}$$

$$\xi_e \leq \xi \leq \xi_b \text{ 에서 } m = c_{21} \sinh(A\xi) + c_{22} \cosh(A\xi) + \frac{1 + n_x}{2} \tag{7b}$$

여기서 $A = \sqrt{\frac{2}{1 + n_x}}$ 이고, $c_1, c_{12}, c_{21}, c_{22}$ 는 적분 상수들이다.

$\xi=0$ 에서 링하중 f 가 작용하므로

$$\frac{dm}{d\xi} = \frac{f}{2} \tag{8}$$

이 성립하고 $\xi=\xi_b$ 에서 모우멘트의 극대조건으로부터

$$\frac{dm}{d\xi} = 0 \tag{9}$$

를 얻는다. 식 (7a)에 식 (5a)와 식 (8)를 사용하여 정리하면

$$m = \frac{f}{2A} \sin(A\xi) + \left(\frac{1 + n_x}{2} \right)^2 \cos(A\xi) - \frac{1 + n_x}{2} \tag{10}$$

를 얻고 식 (7b)에 식 (5b)와 식 (9)를 사용하여 정리하면

$$m = - \left(\frac{1 + n_x}{2} \right)^2 \cosh \{ A(\xi_b - \xi) \} + \frac{1 + n_x}{2} \tag{11}$$

를 얻는다. $\xi=\xi_e$ 에서 모우멘트가 다음의 조건

$$m(\xi_e) = 0 \tag{12a}$$

$$\frac{dm(\xi_e^-)}{d\xi} = \frac{dm(\xi_e^+)}{d\xi} \tag{12b}$$

를 만족하여야 하므로 이 조건들과 식 (10)과 (11)로부터

$$f = \frac{2A}{\cos(A\xi_e)} \left(\frac{1 + n_x}{2} \right)^2 \{ \sin(A\xi_e) \}$$

$$+\sqrt{\left(\frac{2}{1+n_x}\right)^2-1} \quad (13a)$$

$$\cos(A\xi_e) = \frac{A^2 - \sqrt{2}(A^4-1)}{2A^4-1} \quad (13b)$$

를 얻는다.

8각형 항복곡선은 Fig.3에서 실선으로 표시되었으며 이 곡선을 사용하여 식 (4)를 적분하려면 세 구간으로 나누어야 한다. 점 P와 점 Q에 대응하는 위치를 각각 ξ_p 와 ξ_q 로 하면 세 구간의 구간에서의 항복곡선식은 Table.1으로부터 다음과 같이 얻어진다.

$0 \leq \xi \leq \xi_p$ 에서

$$n_\theta = \left(\frac{2}{1-n_x}\right)m + (1+n_x) \quad (14a)$$

$\xi_p \leq \xi \leq \xi_q$ 에서

$$n_\theta = 1 \quad (14b)$$

$\xi_q \leq \xi \leq \xi_b$ 에서

$$n_\theta = -\left(\frac{2}{1-n_x}\right)m + (1+n_x) \quad (14c)$$

식 (14)를 식 (4)에 대입하여 적분하면

$0 \leq \xi \leq \xi_p$ 에서

$$m = c_{11} \sin(B\xi) + c_{12} \cos(B\xi) - \frac{1-n_x^2}{2} \quad (15a)$$

$\xi_p \leq \xi \leq \xi_q$ 에서

$$m = -\frac{1}{2}\xi^2 + c_{21}\xi + c_{22} \quad (15b)$$

$\xi_q \leq \xi \leq \xi_b$ 에서

$$m = c_{31} \sinh(B\xi) + c_{32} \cosh(B\xi) + \frac{1-n_x^2}{2} \quad (15c)$$

를 얻는다. 여기서 $B = \sqrt{2/(1-n_x)}$ 이고 $c_{11}, c_{12}, c_{21}, c_{31}, c_{32}$ 는 적분상수이다.

이 상수들을 결정하기 위한 경계조건은 다음과 같다.

$\xi=0$ 에서

$$m = \frac{n_x^2-1}{4}, \quad \frac{dm}{d\xi} = \frac{f}{2} \quad (16a)$$

$\xi=\xi_b$ 에서

$$m = \frac{1-n_x^2}{4}, \quad \frac{dm}{d\xi} = 0 \quad (16b)$$

$\xi=\xi_p$ 에서

$$\begin{aligned} m(\xi_p^-) &= m(\xi_p^+) \\ &= \frac{n_x(n_x-1)}{2}, \\ \frac{dm(\xi_p^-)}{d\xi} &= \frac{dm(\xi_p^+)}{d\xi} \end{aligned} \quad (16c)$$

$\xi=\xi_q$ 에서

$$\begin{aligned} m(\xi_q^-) &= m(\xi_q^+) \\ &= \frac{n_x(1-n_x)}{2}, \end{aligned}$$

$$\frac{dm(\xi_q^-)}{d\xi} = \frac{dm(\xi_q^+)}{d\xi} \quad (16d)$$

식 (16)의 경계조건들과 식 (15)를 사용하여 정리하면 다음의 결과를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \cos(B\xi_p) &= \frac{2(1+n_x)}{-n_x^2+14n_x+7} \\ &+ \sqrt{\left[\frac{2(1+n_x)}{-n_x^2+14n_x+7}\right]^2 - \left[\frac{2(n_x^2-6n_x-1)}{-n_x^2+14n_x+7}\right]} \end{aligned} \quad (17a)$$

$$f = \frac{B}{\sin(A\xi_p)} \left[(1-n_x) - \left(\frac{1-n_x^2}{2}\right) \cos(B\xi_p) \right] \quad (17b)$$

식 (13)과 식 (17)의 결과를 비교하기 위하여 Fig.5에 나타내었다.

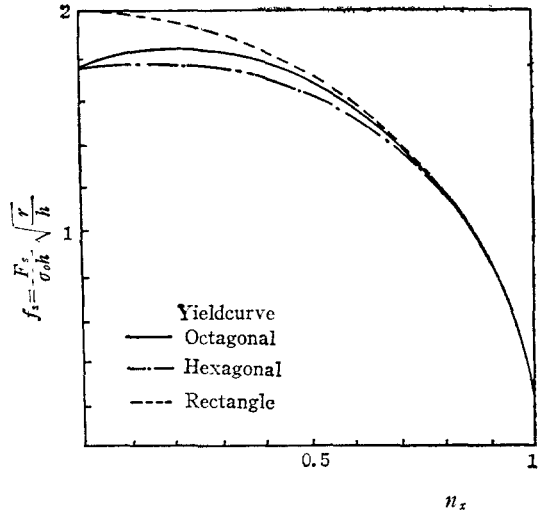


Fig.5 Limit ring force (f_s) vs. axial stress (n_x)

2. 대압력

원통형의 대압력이 극한압력에 도달하면 Fig.6과 같이 소성영역의 중앙점 $\xi=0$ 과 양쪽 경계점 $\xi=\pm\xi_b$ 에 소성힌지가 발생되면서 소성붕괴가 일어날을 알 수 있다. 이 때에 소성영역의 중앙점에 극소모우멘트가 작용하고 전단력은 존재하지 않으며, 소성영역의 양 경계점에는 극대모우멘트 값을 가진다. 따라서 소성영역의 중앙점과 양 경계점에서의 극소, 극대모우멘트 값은 Table.1에 있고 극소, 극대모우멘트의 조건을 만족시켜야 한다.

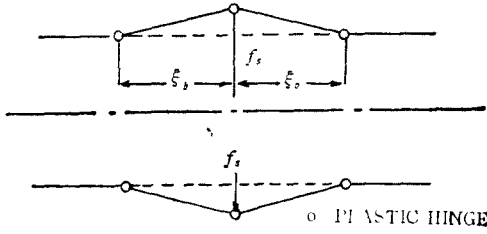


Fig. 6 Kinematic pattern under band pressure

Fig. 3에서 일점쇄선으로 주어진 6각형 항복곡선을 이용한 경우의 극한해석은 Fig. 7와 같이 내압력의 분포상태에 따라 두가지로 구분하여 해석한다.

Fig. 7에서 ξ_e 와 ξ_c 는 Fig. 3에서 E 응력점의 축방향 위치와 대압력폭의 절반을 의미한다. 대압력의 폭 $\xi = \xi_c$ 에 대응하는 응력점이 Fig. 3에서 A점과 E점 사이에 있을 경우 ($0 \leq \xi_c \leq \xi_e$)와 E점과 B점 사이에 있을 경우 ($\xi_e \leq \xi_c \leq \xi_b$)로 나누어 해석한다.

$0 \leq \xi_c \leq \xi_e$ 인 경우 대압력과 모우멘트의 분포상태에 따라 Fig. 7a와 같이 세 구간으로 나누어 생각한다. 각 구간에서 n_θ 와 m 과의 관계는 Fig. 3과 Table.1으로부터 다음과 같이 주어진다.

$$0 \leq \xi \leq \xi_c \text{ 에서} \quad n_\theta = \frac{2}{1+n_x} m + 1 \quad (18a)$$

$$\xi_c \leq \xi \leq \xi_e \text{ 에서} \quad n_\theta = \frac{2}{1+n_x} m + 1 \quad (18b)$$

$$\xi_e \leq \xi \leq \xi_b \text{ 에서} \quad n_\theta = \frac{-2}{1+n_x} m + 1 \quad (18c)$$

식 (18)를 평형방정식 (2)에 대입하여 각 구간에서 모우멘트식을 얻는다.

$$0 \leq \xi \leq \xi_c \text{ 에서} \quad m = c_{11} \sin(A\xi) + c_{12} \cos(A\xi) - (1-\phi) \left(\frac{1+n_x}{2} \right) \quad (19a)$$

$$\xi_c \leq \xi \leq \xi_e \text{ 에서} \quad m = c_{21} \sin(A\xi) + c_{22} \cos(A\xi) - \frac{(1+n_x)}{2} \quad (19b)$$

$$\xi_e \leq \xi \leq \xi_b \text{ 에서} \quad m = c_{31} \sinh(A\xi) + c_{32} \cosh(A\xi) + \frac{(1+n_x)}{2} \quad (19c)$$

여기서 $c_{11} \sim c_{32}$ 는 적분상수이고 $A = \sqrt{2/(1+n_x)}$ 이다.

식 (19)의 적분상수 및 미지수를 결정하기 위한 조건으로는 Table.1과 한지조건으로 다음의 조건을 얻는다.

$$\xi = 0 \text{ 에서} \quad m = \frac{n_x^2 - 1}{4}, \quad \frac{dm}{d\xi} = 0 \quad (20a)$$

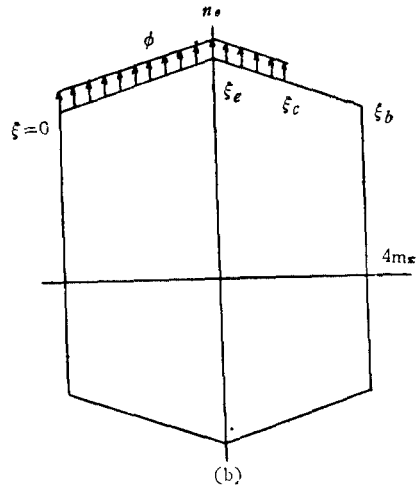
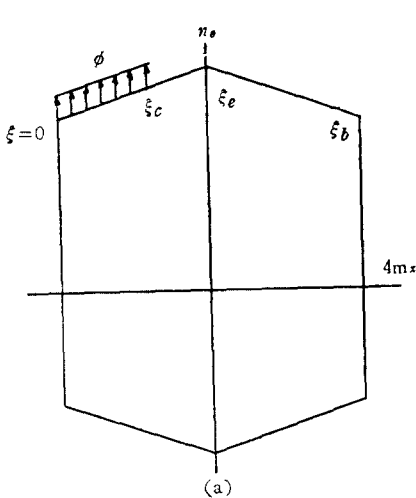


Fig. 7 Hexagonal yield curve on cylindrical shell with a band pressure in the region of (a) $0 \leq \xi_c \leq \xi_e$, (b) $\xi_e \leq \xi_c \leq \xi_b$

$\xi = \xi_b$ 에서

$$m = \frac{1-n_x^2}{4}, \quad \frac{dm}{d\xi} = 0 \quad (20b)$$

$\xi = \xi_c$ 과 $\xi = \xi_e$ 에서 모멘트와 전단력은 연속되어야 하므로 다음의 조건식을 얻는다.

ξ_c 에서

$$m(\xi_c^-) = m(\xi_c^+), \quad \frac{dm(\xi_c^-)}{d\xi} = \frac{dm(\xi_c^+)}{d\xi} \quad (21a)$$

ξ_e 에서

$$m(\xi_e^-) = m(\xi_e^+) = 0, \quad \frac{dm(\xi_e^-)}{d\xi} = \frac{dm(\xi_e^+)}{d\xi} \quad (21b)$$

식 (20)과 (21)를 사용하여 식 (19)를 정리하면 다음 식을 얻는다.

$$\phi = \frac{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)\cos(A\xi_e)}{\cos\{A(\xi_e - \xi_c)\} - \cos(A\xi_e)} \quad (22a)$$

$$\cos(A\xi_e) = \frac{-NK \pm M\sqrt{M^2 + N^2 - K^2}}{M^2 + N^2} \quad (22b)$$

여기서

$$M = \cos(A\xi_c) - \sqrt{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)^2} \sin(A\xi_c) - 1$$

$$N = -\sin(A\xi_c) - \sqrt{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)^2} \cos(A\xi_c) + \sqrt{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)^2}$$

$$K = \left(\frac{1+n_x}{2}\right)\sin(A\xi_c)$$

이다.

$\xi_c \leq \xi_e \leq \xi_b$ 인 경우에도 $0 \leq \xi_c \leq \xi_e$ 에서와 같은 방법으로 세 구간으로 나누어 해석하면 다음의 결과를 얻는다.

$$\phi = \frac{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)\cos(A\xi_e)}{1 - \cos(A\xi_e)} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} & \sinh\{A(\xi_e - \xi_c)\} \\ &= \frac{GH \pm (\phi - 1)\sqrt{4G^2\phi^2 + H^2 - 4\phi^2(\phi - 1)^2}}{2\phi[(\phi - 1)^2 - G^2]} \end{aligned} \quad (23b)$$

여기서

$$G = \left[\phi - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)\right]\sin(A\xi_e)$$

$$H = -G^2 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)^2 + 2\phi^2 - 2\phi + 1$$

이다. 축방향응력 n_x 가 주어지면 임의의 ξ_e 에 대하여 극한대압력 ϕ_c 가 식 (23)으로 부터 구할 수 있으며, 대압력의 폭 ξ_c 도 결정된다.

식 (22)와 식 (23)을 이용하여 축방향응력 n_x 와

대압력의 폭 ξ_c 에 대한 극한대압력 ϕ_c 를 Fig. 8 과 Fig. 9 에 나타내었다. Fig. 8 에서 점선은 $0 \leq \xi_c \leq \xi_e$ 의 경우에서 $\xi_c \leq \xi_e \leq \xi_b$ 의 경우의 경계선을 의미한다.

대압력의 폭이 작을 경우에 $0 \leq \xi_c \leq \xi_e$ 의 경우로 해가 얻어지는 것을 알 수 있다.

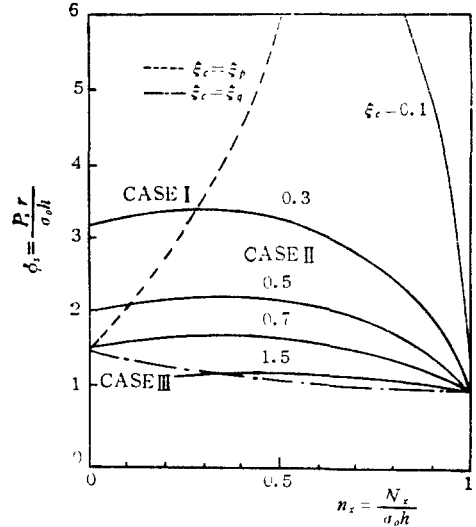


Fig. 8 Limit band pressure (ϕ_c) vs. axial stress (n_x) with band width (ξ_c) in case of hexagonal yield curve

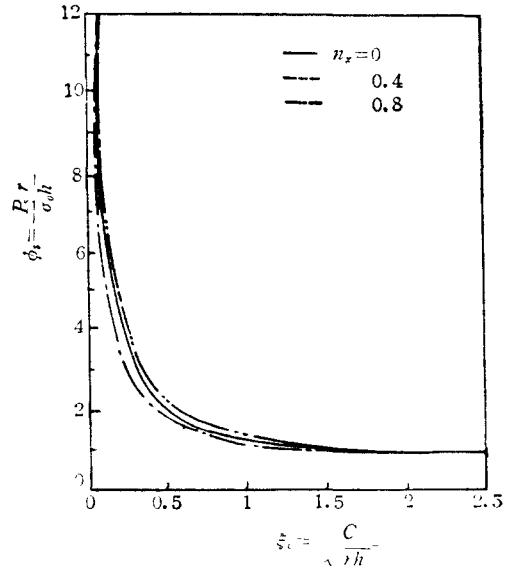


Fig. 9 Limit band pressure (ϕ_c) vs. band width (ξ_c) with various axial stress n_x in case of hexagonal yield curve.

Table.2 Analysis results obtained from octagonal yield curve.

CASE I	CASE II	CASE III
$\phi = \frac{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right) \cos B \xi_p}{\cos B(\xi_p - \xi_c) - \cos B \xi_p}$	$\phi = \frac{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right) \cos B \xi_p}{1 - \cos B \xi_p}$	$\phi = \frac{1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right) \cos B \xi_p}{1 - \cos B \xi_p}$
$\cos B \xi_p = \frac{-ST \pm S \sqrt{S^2 + T^2 - K^2}}{S^2 + T^2}$	$\xi_c = \xi_p + \frac{V \pm \sqrt{V^2 + \left(1 - \frac{D}{W}\right)(D^2 E - V^2)}}{D - V}$	$\cosh B(\xi_c - \xi_p) = \frac{-IJ \pm Y \sqrt{Y^2 + I^2 - J^2}}{J^2 - Y^2}$
$S = 1 - \cos B \xi_c - R \sin B \xi_c$	$V = B \left(\frac{1-n_x}{2}\right)^2 \sin B \xi_p$	$I = (2\phi^2 - 2\phi - 1) - \left(\frac{1+n_x}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{1-n_x}\right)^3 \cdot X^2$
$T = -R - \sin B \xi_c + R \cos B \xi_c$	$W = 1 - \left(\frac{1+n_x}{2}\right) \cos B \xi_p$	$J = 2\phi(1 - \phi)$
$K = \left(\frac{1+n_x}{2}\right) \sin B \xi_c$	$D = 1 - \cos B \xi_p$	$Y = \frac{4\phi X}{B(n_x - 1)}$
$R = \frac{2 \sqrt{Q^2 + 2n_x(1-n_x)}}{B(1-n_x)}$	$E = Q^2 + 2n_x(1-n_x)$	$X^2 = \frac{(1-n_x)^2(1-n_x) + (1+7n_x) \cos B \xi_p}{B(1 - \cos B \xi_p)}$
$Q = \left(\frac{1-n_x}{2}\right) \sqrt{\frac{3+n_x}{2}}$	$Q = \left(\frac{1-n_x}{2}\right) \sqrt{\frac{3+h_x}{2}}$	$B = \sqrt{\frac{2}{1-n_x}}$
$B = \sqrt{\frac{2}{1-n_x}}$	$B = \sqrt{\frac{2}{1-n_x}}$	$\xi_b = \xi_a + \frac{1}{B} \cos^{-1} \left(\frac{2(1-\phi)}{1+n_x} \right) + \frac{2\phi}{1+n_x} \cosh B(\xi)$
$\xi_b = \xi_a + \frac{\cosh^{-1} \left(\frac{2}{1+n_x} \right)}{B}$	$\xi_b = \xi_a + \frac{\cosh^{-1} \left(\frac{2}{1+n_x} \right)}{B}$	$\xi_a = \xi_p + \frac{X \pm \sqrt{X^2 + 2n_x(1-n_x)(1-\phi)}}{1-\phi}$
$\xi_a = \xi_p - Q + \sqrt{Q^2 + 2n_x(1-n_x)}$	$\xi_a = \xi_p - Q + \sqrt{Q^2 + 2n_x(1-n_x) + \phi(\xi_c - \xi_p)^2}$	

8각형 항복곡선을 이용한 해석도 6각형의 경우와 동일한 방법으로 해석된다.

8각형 항복곡선 Fig.3에서 실선으로 표시되었던 대압력의 폭 ξ_a 가 이 항복곡선의 어떤 응력점에 대응하는가에 따라 다음과 같이 세가지 경우로 나누어 해석해야 한다.

CASE I : $0 \leq \xi_c \leq \xi_p$ 인 경우

CASE II : $\xi_p \leq \xi_c \leq \xi_a$ 인 경우

CASE III : $\xi_a \leq \xi_c \leq \xi_b$ 인 경우

각각의 경우에 대하여 해석결과를 정리하면 Table.2

와 같다.

Fig.10과 Fig.11에 Table.2의 이론식은 그래프로 나타내었다. Fig.10에서 점선은 $\xi_c = \xi_p$ 인 경우이고 일점쇄선은 $\xi_c = \xi_a$ 인 경우를 나타낸 것이다.

Fig.12,13에는 4각형, 6각형, 8각형, 항복곡선을 이용한 해석의 결과를 그래프로 비교하여 나타내었다.

Fig.3 ϕ_c 의 정확한 항복곡면에서도 마찬가지 수 있는 바와 같이 항복곡면의 영역이 넓어질수록 극한 대압력 ϕ_c 가 큰 값을 가진다는 것을 알 수 있다.

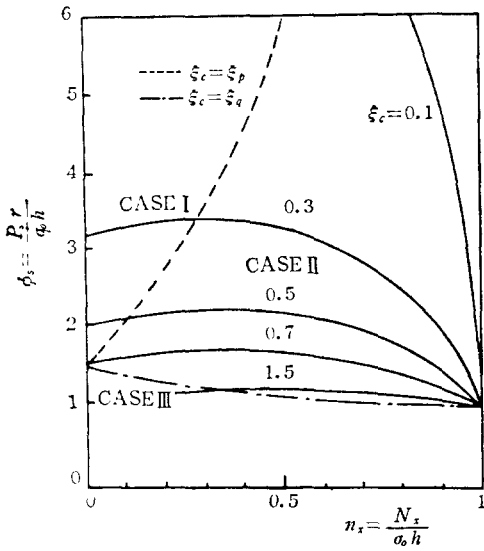


Fig. 10 Lint band pressure (ϕ_s) vs. axial stress (n_x) with various band width (ξ_c) in case of octagonal yield curve.

- CASE I ($0 \leq \xi_c \leq \xi_p$)
- CASE II ($\xi_p \leq \xi_c \leq \xi_q$)
- CASE III ($\xi_q \leq \xi_c \leq \xi_b$)

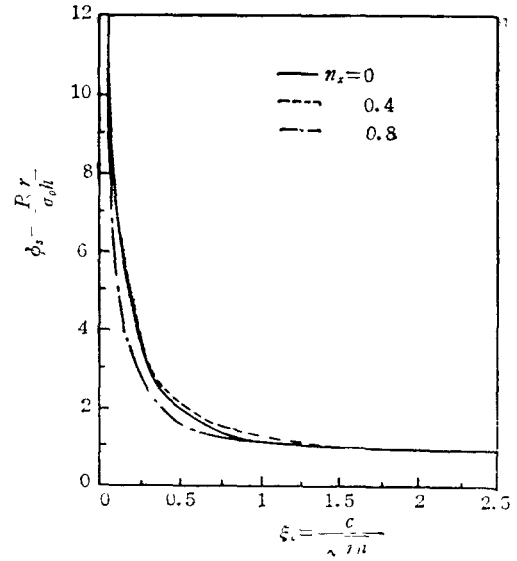


Fig. 11 Limit band pressure (ϕ_s) vs. band width (ξ_c) with various axial stress (n_x) in case of octagonal yield curve.

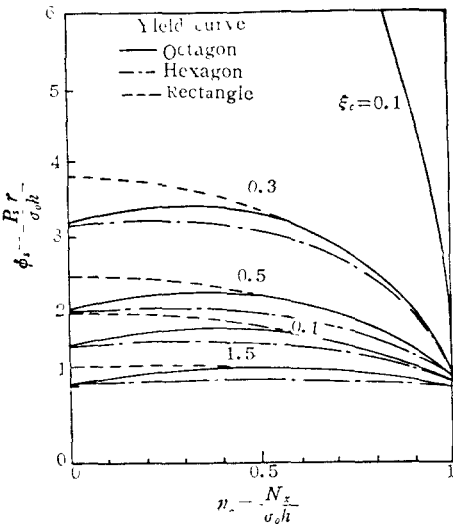


Fig. 12 Limit band pressure (ϕ_s) vs. axial stress (n_x) with various band width (ξ_c) in case of various yield curve.

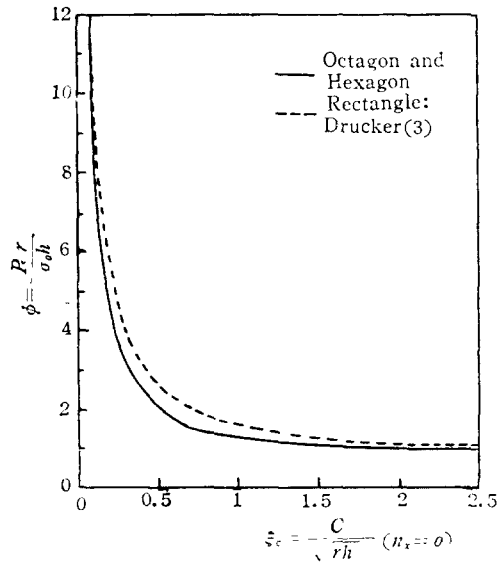


Fig. 13 Limit band pressure (ϕ_s) vs. band width (ξ_c) without axial stress ($n_x=0$) in case of various yield curve.

IV. 실험 및 분석

축대칭하중을 받는 원통관에서 극한 대압력 ϕ_s 를 측정하기 위하여 정적분과 실험을 하였다.

원통관의 내부에서 반경방향으로 대압력을 가하는 것이 어리우므로 본 실험에서는 Fig.14와 같이 원통관의 두께를 국부적으로 가공하여 얇게하고 가공부분의 양끝은 동급새를 주어 응력집중 현상을 최대로 줄이도록 하여 대압력이 작용하는 것으로 근사시켰다.

실험에서 사용한 시편은 이음매가 없는 강관을 사용하였으며 시편의 가공부족을 11종류로 하여 제작했다. 시편의 항복응력은 Timius Olsen 만능재료 시험기로 측정하여 탄성역과 소성역의 접선들의 교점을 구하여 결정하였다.

가압장치로는 560kgf/cm² 까지 사용할 수 있는 수동유압기구를 사용하였으며 원통관의 변형을 $\frac{1}{100}$ mm 다이얼계이기로 시편의 중앙부와 두꺼운 부분의 반경방향으로 설치하여 측정하였다.

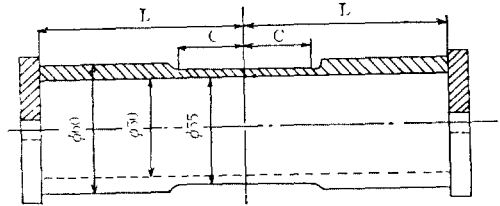


Fig. 14 Geometry of specimen

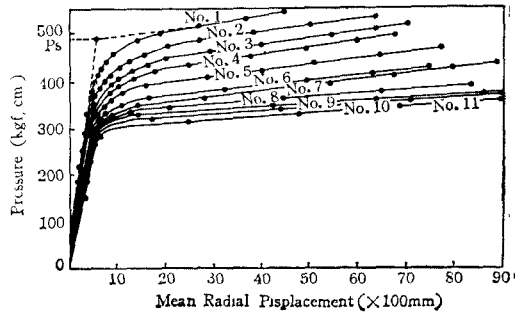


Fig. 15 Experimental pressure-displacement diagrams

Table.3 Comparison between theoretical and experimental results

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
TEST No.	2L mm	2C mm	h mm	r mm	$\frac{\xi_c}{\sqrt{rh}}$	$\frac{\sigma_0}{\text{mm}^2}$	$\frac{n_x p_s r}{2\sigma_0 h}$	$\frac{P_s}{\text{cm}^2}$	$\frac{\phi_{se} p_s r}{\sigma_0 h}$	ϕ_z [4]	ϕ_D [3]	$\frac{\phi_{th}}{\text{Table. 2}}$	$\frac{\phi_{th}}{n_x=0}$	p_B kgf/cm ²
1	370	8.0	2.5	26.25	0.494	29.4	0.874	489	1.826	1.600	2.585	1.580	2.010	—
2	370	32.0	2.5	26.25	0.579	29.4	0.815	456	1.660	1.489	2.055	1.480	1.580	—
3	370	13.0	2.5	26.25	0.802	29.4	0.770	437	1.540	1.440	1.843	1.420	1.450	—
4	370	15.0	2.5	26.25	0.926	27.4	0.742	416	1.484	1.380	1.690	1.360	1.340	—
5	370	20.0	2.5	26.25	1.235	29.4	0.690	386	1.380	1.270	1.452	1.250	1.180	—
6	370	25.0	2.5	26.25	1.543	29.4	0.628	352	1.256	1.210	1.319	1.160	1.110	—
7	370	30.0	2.5	26.25	1.852	29.4	0.595	333	1.190	1.162	1.236	1.110	1.070	—
8	370	35.0	2.5	26.25	2.161	29.4	0.588	329	1.176	1.123	1.181	1.090	1.040	—
9	500	52.0	2.5	26.25	3.210	29.4	0.573	321	1.146	1.061	1.089	1.040	1.010	—
10	500	100.0	2.5	26.25	6.170	29.4	0.561	314	1.122	1.020	1.026	1.010	1.007	422
11	500	200.0	2.5	26.25	12.344	29.4	0.536	300	1.072	1.010	1.007	1.000	1.005	365

- Column (1) Specimen Numbers
- (2)–(6) Geometrical Dimensions and Parameters
- (7) Yield Stress
- (8) Experimental Axial Stress Resultant
- (9) Experimental Limit Pressure
- (10) Dimensionless Experimental Limit Pressure
- (11)–(14) Dimensionless Theoretical Limit Pressure
- (15) Bursting Pressure

원통관의 중앙부의 변형량과 압력을 측정하여 Fig.15에 나타내었다. 극한압력은 탄성역과 소성역의 접선이 교차하는 점의 압력으로 정의하였다.⁽⁶⁾

대압력의 폭은 시편 중앙부의 가공폭 (2c)로 하였으며 축방향응력은 원통관의 내압이 극한압력을 받을때의 축방향응력으로 하였다.

8각형 항복곡선이 정확한 항복곡선에 가까움으로 8각형 항복곡선을 사용하여 얻은 이론치를 실험치와 비교하여 Table.3과 Fig.16에 나타내었다.

Fig.16에서 극한대압력의 실험치는 축방향응력을 고려하지 않는 경우의 이론치보다 축방향응력을 고려한 경우의 이론치에 보다 유사한 경향이 있다는 것을 보여주고 있으며 대압력의 폭이 작을수록 이런 현상은 뚜렷해진다. 이것은 하중이 극부적일수록 n_x 의 영향이 고려되어 실험을 의미한다.

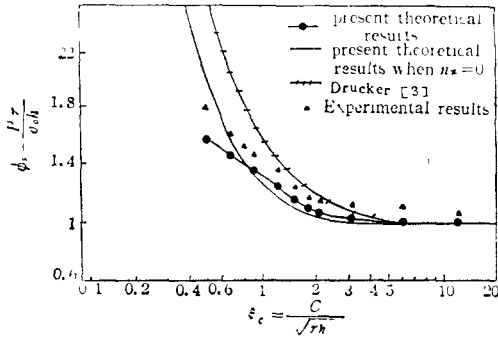


Fig.16 Limit band pressure (ϕ_s) vs. band width (ξ_c)

V. 결 론

이론해석과 실험결과로부터 다음의 결론을 얻을 수 있다.

1. 극한대압력은 축방향응력이 작을수록 증가하며, 대압력폭이 작을수록 급격하게 증가한다.
2. 정확한 항복곡면에서 항복곡선의 영역이 클수록 큰 극한하중을 얻게 되며 따라서 외접하는 4각형 항복곡선을 사용한 경우가 가장 큰 극한하중을 얻으며 다음은 8각형, 6각형 항복곡선 순으로 극한하중의 크기가 된다.

3. 축방향응력의 영향을 고려한 이론치가 실험치에 보다 접근하는 결과를 얻을 수 있다.

후 기

본 연구는 1981년도 한국과학재단 경기연구비에 의하여 연구되었으며 이에 감사하는 바입니다.

참 고 문 헌

1. Hodge, P.G., Jr., "Rigid Plastic Analysis of Symmetrically Loaded Cylindrical Shells". J. Appl. Mech. 21, trans. ASME, Vol.76, 1954, pp.336-342.
2. Onat, E.T., "Plastic Collapse of Cylindrical shells under Axially Symmetrical Loading", Quart. Appl. Math., Vol.13, 1955, pp.63-72.
3. Drucker, D.C., "Limit Analysis of Cylindrical Shells under Axially Symmetric Loading", proc. 1st Midwestern Conference on Solid Mechanics, Urbana, Ill., 1953, pp. 158-163.
4. 주영우, 局部衝擊荷重을 받는 圓筒管의 塑性舉動에 관한 研究, (工學博士 學位論文 延世大學校, 1980)
5. Ho, H.S., and Updike, D.P., "Limit Analysis for Combined Edge and Pressure Loading on a Cylindrical Shell.". J. Eng. for Industry, Trans. ASME, November, 1977, pp.998-1006.
6. Augusti, G., and Augustino, S., "Experiments on the Plastic Behaviour of short Steel Cylindrical Shells Subjected to Internal Pressure", 1st Int. Conf. on Pressure Vessel Technology 1970, Pressure Vessels and Piping: Design and Analysis, Vol.1 ASME, 1972, pp.363-375.