

## 軸對稱間接押出에 관한 研究

金 鎮 武

機 械 工 學 科

(1985. 4. 30 접수)

### 〈要 約〉

間接押出을 할 때 die 모서리에 생기는 dead metal zone의 形狀을 拋物線形으로 假定하여 軸對稱間接押出에 上界理論을 適用하여 押出壓力를 豫測할 上界解를 提示하고 押出壓力를 最小로 하는 dead metal zone의 크기를 求했다.

## A Study on Axisymmetric Indirect Extrusion

Kim Jin-Moo

Dept. of Mechanical Engineering

(Received April 30, 1985)

### 〈Abstract〉

During indirect extrusion process, dead metal zone is formed at die corner. Assuming that the profile of the dead metal zone is parabolic and applying the upper bound principle to axisymmetric indirect extrusion problem, author has obtained the upper bound solution to predict extrusion pressure and the size of dead metal zone to minimize extrusion pressure.

### I. 序 論

押出方法에는 直接押出과 間接押出이 있다. 그러나 押出이라고 하면 直接押出만을 生覺할 程度로 直接押出에 관한 研究는 많이 이루어져 있다. 그 原因은 間接押出을 할 때 billet의 表皮層이 押出製品의 表面層 附近에 缺陷을 생기게 하기 쉽고 hollow stem의 強度上 問題로 押出製品의 斷面積이 制限되기 때문이다. 間接押出은 直接押出에 比해서 container壁과 billet 사이에 摩擦이 없고 直徑이 크고 긴 billet을 押出할 수 있다는 利點이 있다. 그렇지만 現在는 高力合金等 極히 一部 押出加工에만 間接押出이 利用되고 있을 뿐이다.

最近 間接押出에 관한 研究가 조금씩 行해지고 있다. 押出材의 通過구멍을 크게 하기 爲한 A. W.

Mamn의 filler block의 考案, metal flow에 관한 研究<sup>(1)</sup>, billet 表皮層으로 因하여 發生하는 缺陷을 防止하기 爲한 billet의 表皮除去方法<sup>(2)</sup> dead metal zone 形成에 관한 研究<sup>(3)</sup> 등의 例가 있지만 間接押出의 實體를 把握하기에는 아직도 不充分하다. 間接押出의 變形을 理解하기 爲해서는 流動狀態, strain 分布, 押出壓力를 豫測할 수 있는 解析이 要望되지만 平面變形을 對象으로 한 slip line解<sup>(4)</sup>와 Avitzur 速度場을 利用한 上界解<sup>(5)</sup> 및 Avitzur 速度場을 修訂하여 利用한 上界解<sup>(6)</sup> 등에 不過하다.

그래서 本 論文에서는 軸對稱間接押出을 할 때 發生하는 dead metal zone의 形狀을 拋物線形으로 假定하고 上界理論을 適用하여 間接押出壓力과 dead metal zone의 크기를 求하고 그 結果를 鉛을 billet으로 한 實驗結果와 比較·檢討하였다.

II. 理論解析

1. 上界理論

Prager 와 Hodge 는 上界理論을 다음과 같이 公式化 하였다.

“단약 速度不連續面이 包含되어 있다면 모든 動的 可容速度場 中에서 實際 速度場은 다음 式을 最小化하는 速度場이다.”

$$J^* = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{3}} \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \cdot \dot{\epsilon}_{ij}} dV + \int_{S_r} \tau |dV^*| ds - \int_{S_t} T_i V_i ds \quad (1)$$

의 式의 右邊 첫항은 變形域內에서 變形 energy, 둘째항은 速度不連續面에서 剪斷變形 energy 와 摩擦 energy, 셋째항은 外部에서 미리 定해진 힘에 依해 加해지는 energy 이다.

2. 動的 可容速度場

實際로 變形하는 形態에 近似한 流線을 假定하고 Chen 와 Ling,<sup>(7)</sup> Nagpal<sup>(8)</sup>에 依한 stream function 의 概念을 導入하여 G. N. Kim 와 J. C. Choi<sup>(9)</sup>가 軸對稱直接押出 成形過程에 對하여 求한 一般의 速度場은 다음과 같다.

$$u_r = \frac{(R_0^2 - R_1^2)[R_2(z)R_1'(z) - R_1(z)R_2'(z)]}{r[R_2^2(z) - R_1^2(z)]} \times [r^2 - R_2^2(z)] + \frac{(R_0^2 - R_1^2)R_2(z)R_1'(z)}{r[R_2^2(z) - R_1^2(z)]} V_0 \quad (2)$$

$$u_z = \frac{(R_0^2 - R_1^2)}{R_2^2(z) - R_1^2(z)} V_0$$

$$u_\theta = 0$$

여기서  $u_r$ ,  $u_z$ ,  $u_\theta$  는 圓筒座標系에서 半徑方向, 軸方向, 圓周方向의 速度成分이고  $r=R_1(z)$ ,  $R_2(z)$  는 mandrel 과 die 의 形狀을 나타낸 方程式이고 die 入口에서 半徑  $R_1(0)=R_1$ ,  $R_2(0)=R_0$ ,  $V_0$  는 ram 의 速度이다.

間接押出은 container 가 靜止해 있고 die 가 運動을 한다. 그러나 die 가 靜止해 있고 container 와 billet 이 運動한다고 假定하는 것이 便利하다. 直角 die 를 使用한 軸對稱間接押出을 할 때 die 모서리 部分에는 直接押出을 할 때 dead zone 과 흡사한 領域이 생긴다. 그러나 이 部分은 直接押出을 할 때 dead zone 과는 달리 die 와 함께 運動을 한다. 그림 1은 dead zone 을 考慮하여 billet 이 流

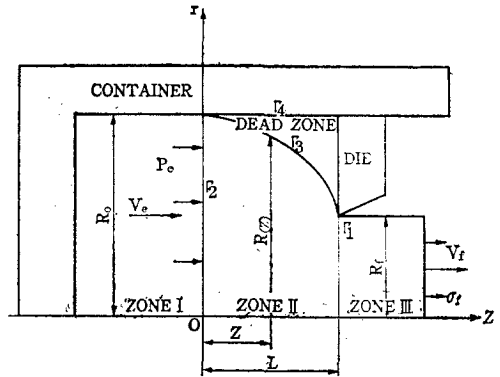


그림 1. 근사화한 熱대칭 間接압출 Model

動하는 形態을 近似化한 것이다.

K. T. Chang 와 J. C. Choi<sup>(10)</sup>는 die 形狀이 曲面인 경우 軸對稱 直接押出을 할 때 動的 可容速度場을 假定하여 一般의 上界解를 求한 拋物線形의 die 에 對하여 適用하였다. 그러나 間接押出을 할 때에는 die 와 함께 dead zone 이 運動하므로 dead zone 과 container 사이에 摩擦力이 作用한다. 그러므로 直接押出에서 求한 上界解에 dead zone 과 container 사이의 速度不連續面을 考慮해 넣어야 한다.

그림 1의 曲面 die 方程式은

$$r=R(z), R(0)=R_0, R(L)=R_f$$

로 주어지고 billet 은 3領域으로 區分된다. 領域 I 은 變形되지 않은 領域으로 die 가 靜止해 있고 container 와 billet 이 運動한다고 假定하면  $V_0$  의 速度로 剛體運動을 한다. 領域 III에서는 이미 變形된 billet 이 더 이상 變形을 일으키지 않는다. 即, z 軸方向에 平行하게  $V_f$  의 速度로 剛體運動을 한다. 體積不變의 條件으로 부터 速度  $V_f$  는

$$V_f = \left(\frac{R_0}{R_f}\right)^2 \cdot V_0$$

이다. 領域 II는 dead zone 과 半徑  $R_0$  와  $R_f$  인 入口와 出口側 垂直平面  $\Gamma_2$  와  $\Gamma_1$  으로 둘러싸인 部分이다. 領域 II에서 速度場은 식(2)에 mandrel 의 形狀方程式  $R_1(z)=0$ , die 의 形狀方程式  $R_2(z)=R(z)$  로 놓으면

$$u_r = \frac{R_0^2 r}{R^3(z)} - R'(z) V_0$$

$$u_z = \frac{R_0^2}{R^2(z)} V_0 \quad (3)$$

$$u_\theta = 0$$

로 求해진다.

3. 上界解

그림 1에서 dead zone 面을 拋物線으로 近似化하  
던 形狀을 나타내는 方程式은 다음과 같다.

$$R(z) = \sqrt{az + R_0^2} \quad (4)$$

여기서  $a = (R_1^2 - R_0^2)/L$  이고  $L$  은 dead zone 의  
길이이다.

式(4)를 式(3)에 代入하면

$$\begin{aligned} u_r &= \frac{aR_0^2V_s}{2} r (az + R_0^2)^{-2} \\ u_z &= R_0^2V_s (az + R_0^2)^{-1} \\ u_\theta &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

圓筒座標系에서 strain rate 는

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_{rr} &= \frac{a}{2} R_0^2V_s (az + R_0^2)^{-2} \\ \dot{\epsilon}_{\theta\theta} &= \frac{a}{2} R_0^2V_s (az + R_0^2)^{-2} \\ \dot{\epsilon}_{zz} &= -aR_0^2V_s (az + R_0^2)^{-2} \\ \dot{\epsilon}_{rz} &= \frac{a^2R_0^2V_s}{2} r (az + R_0^2)^{-3} \\ \dot{\epsilon}_{r\theta} &= \dot{\epsilon}_{\theta z} = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

로 된다  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  및  $\Gamma_4$  面上的의 速度不連續은

$$\begin{aligned} \Delta V_1^* &= \frac{aR_0^2V_s}{2R_1^2} r \\ \Delta V_2^* &= \frac{aV_s}{2R_0^2} r \\ \Delta V_3^* &= R_0^2V_s (az + R_0^2)^{-1} \sqrt{1 + \frac{a^2}{4} (az + R_0^2)^{-1}} \\ \Delta V_4^* &= \frac{R_0^2V_s}{R_0^2 - R_f^2} \end{aligned} \quad (7)$$

이다. 식 (1)의 各項들을 求하면 變形域에서 變形  
energy 는

$$\begin{aligned} \dot{E}_i &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \int_V \sqrt{\frac{1}{2} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}} dV \\ &= 2\pi R_0^2 V_s \sigma_0 \left\{ \ln \left[ \frac{R_0 + \sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{3}}}{R_f + \sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{3}}} \right] \right. \\ &\quad + \frac{\sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{3}}}{R_f} - \frac{\sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{3}}}{R_0} \\ &\quad + \frac{1}{a^2} \left[ (R_0^2 - R_f^2) + \frac{(R_0^2 + \frac{a^2}{3})^{\frac{3}{2}}}{R_0} \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(R_f + \frac{a^2}{3})^{\frac{3}{2}}}{R_f} \right] \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

이고, 速度不連續面에서 剪斷變形 energy 는 出口  
와 入口에 垂直한 面,  $\Gamma_1, \Gamma_2$  에서  $\dot{E}_{s_1}, \dot{E}_{s_2}$ , dead  
zone 曲面,  $\Gamma_3$  에서  $\dot{E}_{s_3}$  는 各各 다음項과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{E}_{s_1} &= \int_{S_{\Gamma_1}} \tau_{11} |\Delta V_1^*| ds = \frac{\pi |a| R_0^2 \sigma_0 V_s}{3\sqrt{3} R_f} \\ \dot{E}_{s_2} &= \int_{S_{\Gamma_2}} \tau_{22} |\Delta V_2^*| ds = \frac{\pi |a| R_0 \sigma_0 V_s}{3\sqrt{3}} \\ \dot{E}_{s_3} &= \int_{S_{\Gamma_3}} \tau_{33} |\Delta V_3^*| ds = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} R_0^2 V_s \sigma_0 \\ &\quad \times \left\{ \ln \left[ \frac{R_f \left( \frac{a}{2} + \sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{4}} \right)}{R_0 \left( \frac{a}{2} + \sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{4}} \right)} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{a} \left( \sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{4}} - \sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{4}} \right) \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

또 dead zone 과 container 사이의 接觸面  $\Gamma_4$  에  
서 摩擦 energy  $\dot{E}_s$  는

$$\dot{E}_s = \frac{2\pi m R_0^2 \sigma_0 V_s}{\sqrt{3} |a|}, \quad (m: \text{friction factor}) \quad (10)$$

이다. 식(1)에 식(8), (9), (10)을 代入하고 tract-  
ion 을 zero 로 하면 無次元押出壓力은

$$\begin{aligned} P_s^* &= 2 \left\{ \ln \left( \frac{R_0 + \sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{3}}}{R_f + \sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{3}}} \right) \right. \\ &\quad - \frac{\sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{3}}}{R_f} + \frac{\sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{3}}}{R_0} \\ &\quad + \frac{1}{a^2} \left[ (R_0^2 - R_f^2) + \frac{(R_0^2 + \frac{a^2}{3})^{\frac{3}{2}}}{R_0} \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{(R_f^2 + \frac{a^2}{3})^{\frac{3}{2}}}{R_f} \right] \right\} + \frac{|a|(R_0 + R_f)}{3\sqrt{3} R_0 R_f} \\ &\quad + \frac{2}{\sqrt{3}} \left\{ \ln \left[ \frac{R_f \left( \frac{a}{2} + \sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{4}} \right)}{R_0 \left( \frac{a}{2} + \sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{4}} \right)} \right] \right. \\ &\quad \left. + \frac{2}{a} \left( \sqrt{R_f^2 + \frac{a^2}{4}} - \sqrt{R_0^2 + \frac{a^2}{4}} \right) \right\} \\ &\quad + \frac{2mR_0}{\sqrt{3} |a|} \end{aligned} \quad (11)$$

로 求해진다.

서단 일어나고 있다.

Ⅲ. 實驗裝置와 方法

萬能試驗機(UEH-30, 容量 30ton Simazu)에 그림 2와 같은 間接押出 試驗裝置를 使用하여 押出試驗을 하였다.

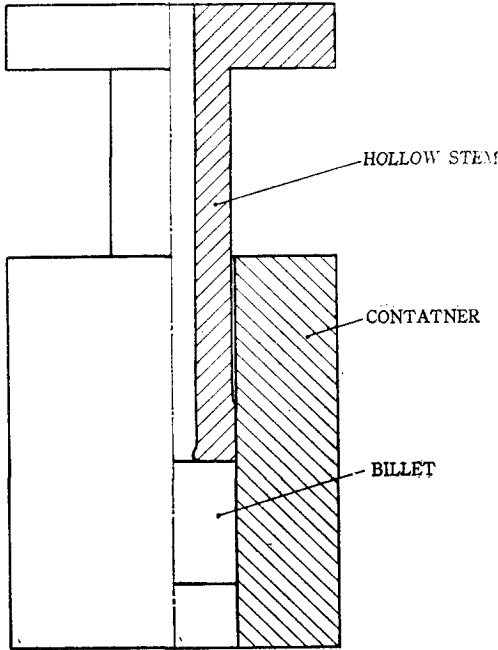


그림 2. 간접압출 실험 장치도

container(材質 SM45C)의 內徑은 30mm 이고 dies 의 內徑은 20mm, 15mm, 10mm 의 3種類로 하여 押出比는 各各 2.25, 4, 9로 하였다. 試驗片은 鉛을 溶解하여 外徑이 30mm, 길이 30mm 인 棒狀 試驗片과 flow pattern 을 考察하기 爲하여 分割된 棒狀 試驗片을 各各 製作하였다. 먼저 分割된 試驗片의 分割面에 가장자리에는 1mm 間隔, 中央部에는 2mm 間隔으로 grid 를 넣어서 無潤滑의 경우와 潤滑을 한 경우에 對하여 各各 實驗을 하였다. 分割하지 않은 試驗片에 對해서도 無潤滑의 경우와 grease 潤滑을 한 경우에 對해서 各各 實驗을 하였다. piping 現象을 考察하기 爲하여 一部는 billet 을 完全히 押出하였다.

Ⅶ. 結果 및 考察

間接押出은 直接押出에 比해서 變形은 die 附近에

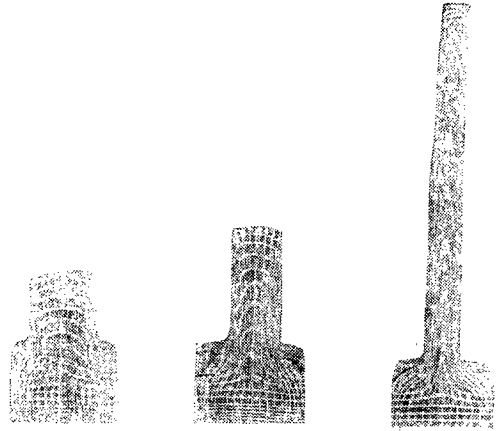


그림 3. 간접압출 flow patterns

그림 3은 押出比 2.25, 4, 9로 하여 間接押出을 하였을 때 流動狀態를 나타낸 것으로 變形은 die 附近 約 10~12mm 領域에서만 發生함을 알 수 있고 押出比가 클 수록 die 에 接近해서 急激히 變形이 일어나고 있다. grease 潤滑을 하였을 때 流動狀態와 押出壓力은 潤滑을 하지 않은 경우와 比較한 結果 거의 變化가 없었다. 이것은 摩擦이 dead zone 과 container 사이에만 作用하기 때문이다.

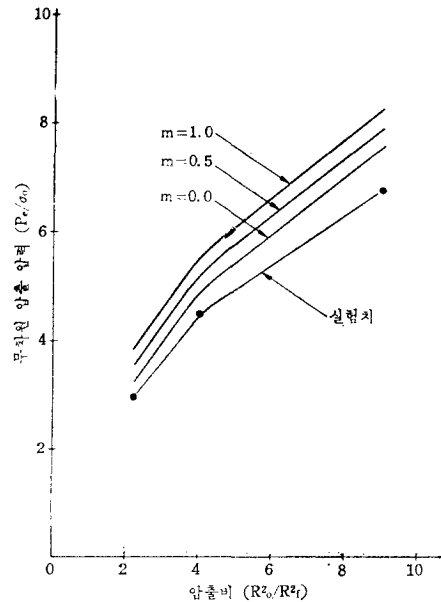


그림 4. 압출압력의 상계치와 실험치

그림 4는 式(11)에서 friction factor,  $m$ 을 0, 0.5, 1로 變化시켰을 때 無次元押出壓力를 最小로 하는 上界値와 鉛을 billet으로 하여 押出比 2.25, 4, 9일 때 實驗値를 나타낸 것이다. 押出比가 2.25, 4, 9인 경우  $m=0, 0.5, 1$ 에 對하여 上界値가 實驗에 비해 各各 5~13%, 10~22%, 12~22% 程度 큰 結果를 얻었다. 식(11)을 最小로 하는  $a$ 로 부터 求한 dead metal zone의 길이,  $L$ 은 押出比가 2.25, 4, 9일 때  $m$ 을 0, 0.5, 1로 變化시켜서 各各 8~9 mm, 11~12mm, 12~13mm의 값을 얻었다. 이 값은 flow pattern을 考察하기 爲한 實驗에서 얻은  $L$ 이 9~11mm의 範圍에 있는 것과 比較할 때 理論値와 實驗値사이엔 큰 差異가 없는 것으로 生覺된다. 無次元化할 때 使用한  $\sigma_0$ 의 값은 Watts와 Ford가 提案한 壓縮試驗方法으로 求한 true stress와 true strain 曲線에서 近似的으로 求한 平均變形抵抗이고,  $\sigma_0=2.5\text{kgf/mm}^2$  이었다.

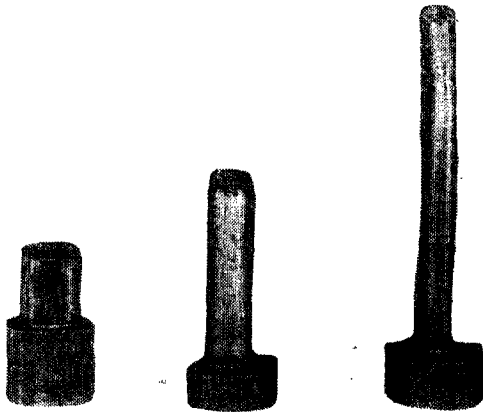


그림 5. 간접압출에 의한 가공품

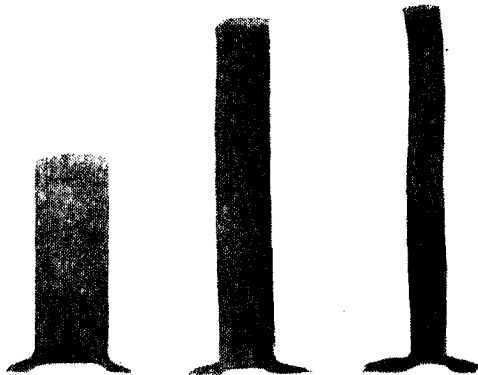


그림 6. 간접압출에서 발생한 piping

그림 5는 間接押出 實驗中에 製作된 加工品の 例를 押出比에 따라 나타낸 것이다.

그림 6은 分割試驗片을 間接押出할 때 發生한 piping 現象을 나타낸 것이다. 押出比가 커질 수록 變形이 急激하고 速度가 커져서 piping 現象은 甚해지고 直接押出에 比해서 變形이 die 附近에만 集中되므로 piping도 直接押出인 경우보다 더 甚하게 나타나고 있음을 알 수 있다. 押出比 2.25, 4, 9에 對해서 flange 두께가 約 0.3~0.5mm 정도까지 押出했을 때 pipe의 길이는 各各 約 10mm, 20mm, 25mm 이었다.

V. 結 論

間接押出에서 dead zone 曲線을 拋物線으로 假定하여 拋物線狀 die로 直接押出을 할 때의 上界解에 dead zone과 container 사이의 摩擦項을 考慮하여

1. 間接押出에서 押出壓力를 豫測할 수 있는 上界解를 求하고 實驗値와 比較·檢討하였다.
2. 間接押出壓力를 最小로 하는 dead zone의 크기를 上界解로 부터 求하고 實驗에서 求한 結果와 比較·檢討하였다.

參 考 文 獻

1. 横林, 千葉, “アルミニウム合金の間接押出におけるメタルフロー”, 輕金屬, Vol. 28, No. 7, (1978), p. 350~356.
2. 横林, 千葉, “間接押出法におけるビレット表皮除去方法”, 輕金屬, Vol. 28, No. 7(1978), p. 357~362.
3. 池田, 田中, “アルミニウムの間接押しにおけるデッド, ゾーンの形成について”, 輕金屬, Vol. 30, No. 1(1980), p. 37~43.
4. R. A. C. Staler, Engineering Plasticity, Macmillan Press (1977), p. 209~217.
5. B. Avitzur, Metal Forming: Process and Analyses, p. 266~268, McGraw-Hill, 1968.
6. 池田千里, 池田圭介, “上界接近法によるアルミニウムの軸對稱後方押し解析”, 輕金屬, Vol. 26, No. 8(1976), p. 406~412.
7. C. T. Chen and F. F. Ling, “Upper Bound Solutions to Axi symmetric Extrusion Probl-

- ems," *Int. J. of Mech. Sci.* Vol.10(1968), p. 803~819.
8. V. Nagpal, "General Kinematically Admissible Velocity Fields for Some Axisymmetric Metal Forming Problems," *J. of Eng. for Industry, Trans, ASME, Series B*(1974), p. 1197~1201.
9. G.N. Kim and J.C. Choi, "Velocity Fields for Upper Bound Solutions to Axially Symmetric Metal Forming Processes," *Research Report of Eng. College BNU, Vol.22*(1976), p.49~52.
10. K.T. Chang and J.C. Choi, "Upper Bound Solutions to Symmetrical Extrusion Problems through Curved Dies," *Proceeding of the 12th Midwestern Mechanics Conference, Vol.6* (1976), p.383~396.