

직렬 로봇 매니퓰레이터의 강인제어

이수한 · 김태균 · 신규현
기계자동차공학부

<요약>

본 연구에서는 매우 복잡한 비선형 운동을 하는 로봇을 정밀하게 제어하기 위하여 강인제어기를 제안한다. 설계된 강인제어기는 로봇의 복잡한 동적 모델이나 변수 등을 사용하지 않기 때문에 계산량이 작다. 동적 모델이나 변수 대신에 직렬 로봇의 특성을 이용하여 구한 운동의 한계를 이용한다. 제안된 제어기의 안정성은 리아푸노프(Lyapunov) 이론을 이용하여 증명하고, 전산모의 실험으로 제어계의 안정함과 제어기의 궤적 추적 성능이 우수함을 보인다.

Robust Control of a Serial Robot Manipulator

Lee, Soo Han · Kim, Tae Gyun · Shin, Kyu Hyeon
School of Mechanical and Automotive Engineering

<Abstract>

In this paper, a robust controller is proposed to control a robot manipulator which is governed by highly nonlinear dynamic equations. The controller is computationally efficient since it does not require the dynamic model or parameter values of a robot manipulator. It, however, requires uncertainty bounds which are derived by using properties of serial link robot dynamics. The stability of the robot with the controller is proved by Lyapunov theory. The results of computer simulations show that the robot system is stable, and has excellent trajectory tracking performance.

1. 서 론

로봇 매니퓰레이터는 일반적으로 관절로 연결된 링크들로 구성되어 있다. 그래서, 많은 동적 항들이 연성되어 매우 복잡한 비선형 운동방정식으로 표현된다. 또, 이러한 비선형 항 이외에도 외란, 하중의 변화 등과 같이 정확히 모델링하기 힘든 항도 가지고 있다. 일부 비선형 항은 자세, 속도, 하중 등의 변화에 민감하여 단순한 비례-미분제어기로는 로봇을 정확히 제어하기가 어렵다. 그래서, 로봇의 정밀한 제어를 위하여 여러 가지 비선형 제어기가 연구되어 왔다.[2,4,8,9,10]

가장 보편적으로 알려져 있는 비선형 제어기는 계산 토크 제어기(Computed-Torque Controller)이다. 하지만, 하중의 변화, 관절의 마찰력 등의 변수 값은 정확히 알기가 힘들고, 계산량도 많기 때문에 다축 로봇에 적용하기에 문제가 있다.[6,7] 적용제어기에 대하여도 많은 연구가 되어졌는데 제어기에 따라서는 복잡한 적용법칙으로 많은 양의 온라인 계산이 필요한 경우도 있다.[7,11] 최근에는 신경회로망이나 퍼지 제어기에 대하여도 많이 연구되어 왔는데, 시스템에 대한 사전 지식 없이도 제어가 가능한 장점은 있으나 시스템의 안정도 해석이 어렵거나 학습속도가 느린 단점 등이 있다.[12,13]

본 연구에서는 제어기 계산량이 비교적 적은 강인제어기를 제안한다. 제어기를 유도하기 위하여 정확히 모델링하기 어려운 동적 항이나 비선형항의 제한 범위를 먼저 구한다. 그리고, 리아푸노프 안정도 해석에서 이 제한 범위를 이용한다. 따라서, 정확한 동적 모델링이 필요하지 않기 때문에 제어기 설계가 보다 간편하다. 제안된 제어기는 리아푸노프(Lyapunov) 이론을 적용하여 안정도를 증명한다. 본 제어기는 속도 오차와 위치 오차의 측정만으로 제어토크가 계산된다. 마지막으로 전산 모의 실험을 통해 제어기의 성능을 검증한다. 선형제어기인 PD제어기와 비교하여 본 연구에서 제안된 제어기가 안정하고도 제어성능이 우수함을 보인다.

2. 로봇의 운동방정식 및 특성

일반적으로 로봇의 운동방정식은 다음과 같다.[1]

$$\tau = M(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + G(\theta) + F_d \dot{\theta} + F_s(\dot{\theta}) + T_d. \quad (2.1)$$

여기서, θ 는 관절 변수로 $n \times 1$ 벡터이고, τ 는 일반화된 힘 $n \times 1$ 벡터이다. $M(\theta)$ 는 관성행렬로 대칭인 양의 한정행렬이고, $n \times n$ 행렬이다. $C(\theta, \dot{\theta})$ 는 코리올리력 및 원심력 항을 포함하는 $n \times n$ 행렬이고, $G(\theta)$ 는 중력 항을 포함하는 $n \times 1$ 벡터이다. F_d 는 일정한 값의 대각 행렬로 동적 마찰 항을 포함하는 $n \times n$ 행렬, $F_s(\dot{\theta})$ 는 정적 마찰 항을 포함하는 $n \times 1$ 벡터, 그리고 T_d 는 부정확하게 모델링된 운동방정식에 주어지는 추가적 외란으로 $n \times 1$ 벡터이다. 식(2.1)은 식 유도의 편의상 아래와 같이 표시한다.

$$\tau = -M(\theta) \dot{r} - C(\theta, \dot{\theta}) r + w. \quad (2.2)$$

여기서, $n \times 1$ 벡터인 r 은 위치오차벡터와 속도오차벡터에 동일한 가중치를 준 것으로 $r = e + \dot{e}$ 이고, w 는 아래와 같이 표현된다.

$$w = M(\theta)(\ddot{\theta}_d + \dot{e}) + C(\theta, \dot{\theta})(\dot{\theta}_d + e) + G(\theta) + F_d \dot{\theta} + F_s(\dot{\theta}) + T_d. \quad (2.3)$$

식(2.3)은 로봇의 동적 특성[1]을 이용하여 유도하면 아래와 같이 제한됨을 알 수 있다.

$$\|w\| \leq \delta_0 + \delta_1 \|e\| + \delta_2 \|\dot{e}\| + \delta_3 \|e\| \|\dot{e}\|. \quad (2.4)$$

여기서, $\delta_0, \delta_1, \delta_2$ 그리고 δ_3 은 양의 상수이다.

3. 제어기 설계

본 연구에서는 아래와 같은 강인제어기를 제안한다.

$$\tau = k_p e + k_v \dot{e} + V_R. \quad (3.1)$$

여기서,

$$V_R = \frac{(\delta_0 + \delta_3 \|e\| \|\dot{e}\|)^2 r}{(\delta_0 + \delta_3 \|e\| \|\dot{e}\|) \|r\| + \varepsilon}$$

이고, $\dot{\varepsilon} = -k_\varepsilon \varepsilon$, $\varepsilon(0) > 0$ 이다. 또, k_p, k_v , 그리고 k_ε 은 양의 스칼라량이다. 제안한 제어기의 블록선도는 그림 3.1과 같다.

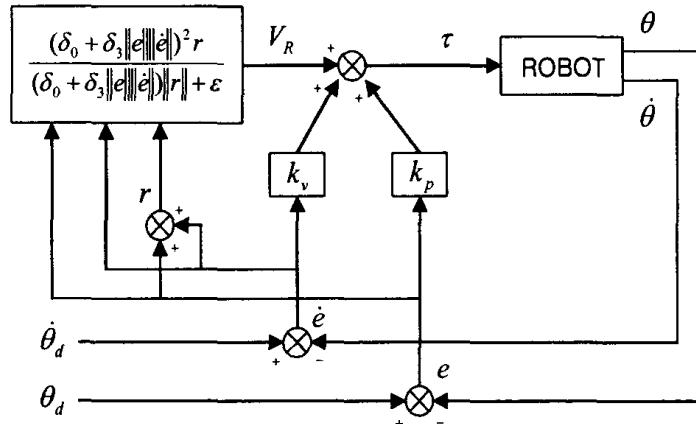


그림 3.1 제안된 제어기의 블럭선도

본 연구에서 제안한 강인제어기의 안정성을 증명하기 위해 리아푸노프의 직접법을 사용한다. 먼저, 다음과 같은 리아푸노프 함수 후보를 정의한다.

$$V = \frac{1}{2} r^T M(\theta) r + \frac{1}{2} k_p e^T e + \frac{1}{2} k_v e^T \dot{e} + k_\epsilon^{-1} \epsilon. \quad (3.2)$$

식(3.2)를 식(2.2)에 따라 미분한 후, 식(3.1)의 관계를 이용하여 정리하면 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= r^T M(\theta) \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{M}(\theta) r + k_p \dot{e}^T e + k_v e^T \dot{\dot{e}} + k_\epsilon^{-1} \dot{\epsilon} \\ &= \frac{1}{2} r^T (\dot{M}(\theta) - 2C(\theta, \dot{\theta})) r + r^T w - r^T V_R - k_p e^T e - k_v \dot{e}^T \dot{e} - \epsilon. \end{aligned} \quad (3.3)$$

여기서, $\delta_1 \|r\| \|e\| \leq \delta_1 (\|e\| + \|\dot{e}\|) \|e\|$, $\delta_2 \|r\| \|\dot{e}\| \leq \delta_2 (\|e\| + \|\dot{e}\|) \|\dot{e}\|$, 왜 대칭 행렬의 성질과 식(2.4)을 이용하면 아래의 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -k_p \|e\|^2 - k_v \|\dot{e}\|^2 + \|r\| (\delta_0 + \delta_3 \|e\| \|\dot{e}\|) - r^T V_R - \epsilon \\ &\quad + (\delta_1 + \delta_2) \|e\| \|\dot{e}\| + \delta_1 \|e\|^2 + \delta_2 \|\dot{e}\|^2. \end{aligned} \quad (3.4)$$

식(3.4)을 간단히 나타내면,

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -X^T Q X, \\ &\leq 0 \end{aligned} \quad (3.5)$$

이 된다. 여기서,

$$Q = \begin{bmatrix} k_p - \delta_1 & -\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} \\ -\frac{\delta_1 + \delta_2}{2} & k_v - \delta_2 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} \|e\| \\ \|\dot{e}\| \end{bmatrix}$$

이고, 행렬 Q 는 양의 한정행렬이다. \dot{V} 가 $\dot{V} \leq 0$ 을 만족함으로 전체 계는 점근 안정하다. 행렬 Q 가 양의 한정이 되도록 Gershgorin 정리를 따르면,[1]

$$k_p > \frac{3\delta_1 + \delta_2}{2}, \quad k_v > \frac{\delta_1 + 3\delta_2}{2} \quad (3.6)$$

이다.

따라서, 본 논문에서 제안한 제어기에 의한 로봇 매니퓰레이터 시스템은 조건식(3.6)를 만족할 때 점근 안정하다.

4. 전산 모의 실험

제안한 제어기의 안정도와 제어성능을 알아보기 위하여 전산 모의 실험을 실시한다. 적용한 로봇 모델은 2관절 로봇이고, 식(2.1)의 운동방정식에 사용되는 행렬들은 다음과 같다.

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} m_1 l_{c1}^2 + m_2(l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_1 + I_2 & m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2 \\ m_2(l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos \theta_2) + I_2 & m_2 l_{c2}^2 + I_2 \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

$$C(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} h \dot{\theta}_2 & h(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) \\ -h \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \text{단, } h = -m_2 l_1 l_{c2} \sin \theta_2 \quad (4.2)$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} (m_1 l_{c1} + m_2 l_1)g \cos \theta_1 + m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ m_2 l_{c2} g \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

식(2.1)의 마찰력 항은 아래와 같이 가정하였고, 외란은 포함시키지 않았다.

$$\text{링크 1 : } F_d \dot{\theta} + F_s(\dot{\theta}) = 2\dot{\theta}_1 + 5.5 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_1),$$

$$\text{링크 2 : } F_d \dot{\theta} + F_s(\dot{\theta}) = 0.2\dot{\theta}_2 + 0.1 \operatorname{sgn}(\dot{\theta}_2). \quad (4.4)$$

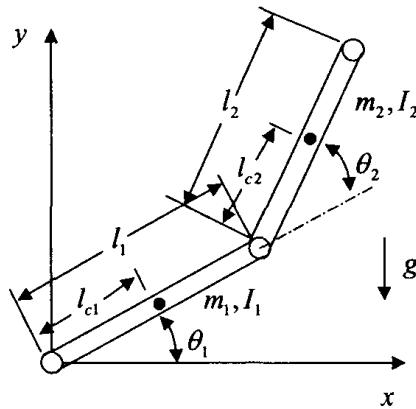


그림 4.2 2관절 로봇

식(2.4)에서 δ_0 , δ_1 , δ_2 , 그리고 δ_3 의 값들은 기준궤적에서의 속도 및 가속도에 따라 많은 영향을 받는다. 본 전산 모의 실험에서 사용한 최고 속도는 링크1에서는 $\pi \text{ rad/s}$, 링크2에서는 $\frac{\pi}{2} \text{ rad/s}$ 로 제한하였고, 최대가속도는 각각 $\pi^2 \text{ rad/s}^2$ 과 $\frac{\pi^2}{2} \text{ rad/s}^2$ 으로 제한하였다. 기준 궤적은 스텝함수를 선택하였고, 기준 궤적으로 이동하는 동안에는 사이클로이드함수를 적용시켰으며, 그 궤적은

$$\begin{aligned}\theta_1(t) &= \theta_1(0) + \frac{\theta_1(t_c) - \theta_1(0)}{2\pi} (\omega t - \sin \omega t), & (0 \leq t \leq t_c) \\ \theta_1(t) &= \theta_1(t_c), & (t_c \leq t) \\ \theta_2(t) &= \theta_2(0) + \frac{\theta_2(t_c) - \theta_2(0)}{2\pi} (\omega t - \sin \omega t), & (0 \leq t \leq t_c) \\ \theta_2(t) &= \theta_2(t_c) & (t_c \leq t)\end{aligned}$$

으로 주어지고, $t_c = 1 \text{ sec}$, $\theta_1(t_c) = 0$, $\theta_2(t_c) = \pi/4$ 이다. 또, 초기위치 및 속도, $\dot{\theta}_1(0) = -\pi/2$, $\dot{\theta}_1(0) = \dot{\theta}_2(0) = \dot{\theta}_2(0) = 0$ 로 두었다. 사용한 δ , k_p , k_v 값과 k_ϵ 의 값은 표 4.1과 표 4.2에 각각 나타내었다.

표 4.1 δ 의 값

δ_0	δ_1	δ_2	δ_3
400	20	40	5

표 4.2 k_p , k_v 및 k_ϵ 의 값

k_p	k_v	k_ϵ
500	100	0.1

제안된 제어기의 성능비교를 위해 다음과 같은 PD제어기를 선정한다.

$$\tau = k_v \dot{e} + k_p e. \quad (4.5)$$

PD제어기는 제어 이득에 따라서 제어성능이 달라지는데, 여기서는 비교의 목적으로 강인제어기의 PD항과 이득 값이 같게 정하였다. 로봇 모델의 주요 제원을 표 4.3에 나타내었다.

표 4.3 각 링크의 주요제원

	링크 1	링크 2
질량 (m)	48kg	5kg
회전중심에서 끝단까지의 길이 (l)	0.6m	0.4m
회전중심에서 질량중심까지의 거리 (l_c)	0m	0.2m
너비 (b)	0.125m	0.05m
질량중심에서의 관성질량모멘트 (I)	3.33 kg m ²	0.068 kg m ²

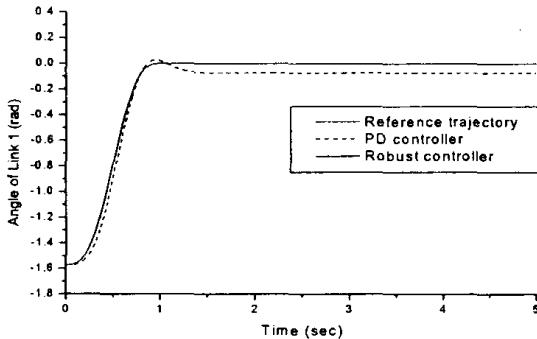
그림4.2는 부하질량이 없는 경우를 나타낸다. 기준 궤적에 대한 두 링크의 궤적은 그림 4.2(a), (b)와 같다. 그림4.2(c), (d)에서 위치오차를 보면, PD제어기의 경우와 비교해 볼 때 제안된 제어기는 오차가 아주 작았으며, 그 값은 링크1, 링크2에서 각각 0.0332 deg, 0.0057 deg의 최대위치오차를 나타내었다. PD제어기는 최대위치오차가 각각 6.761 deg,

1.318 deg 이었다. 그림4.2(e), (f)는 속도오차를 나타내는 그래프이며, 링크1, 링크2에서 PD 제어기는 최대속도오차가 각각 24.64 deg/s, 4.01 deg/s이었고, 제안된 제어기의 최대속도오차는 각각 0.0003 deg/s, 0.00006 deg/s로 아주 작았다. 또한, PD제어기는 그림4.2(c), (d)에서처럼 오차가 줄어들지 않고, 각각 4.183 deg, 0.859 deg 정도로 유지되는 반면에 제안된 제어기의 오차는 영으로 수렴하였다.

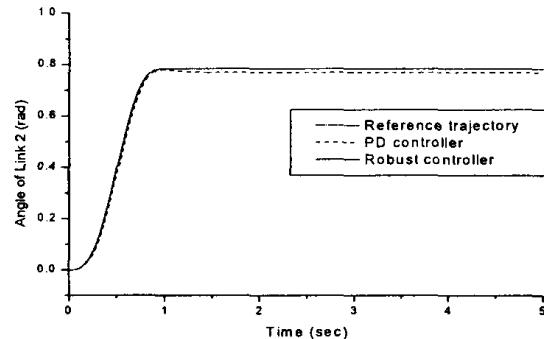
그림4.2(g), (h)의 제어력을 보면, PD제어기나 제안된 제어기의 제어력은 그 크기와 경향이 비슷함을 알 수 있다.

그림4.3은 로봇의 끝에 부하질량 5kg을 달았을 경우이다. 그림4.2의 경우와 비교할 때 PD제어기는 최대위치오차가 링크1과 링크2에서 각각 10.428 deg, 2.578 deg 정도로 증가했고, 최대속도오차는 각각 37.242 deg/s, 7.448 deg/s로 증가했다. 제안된 제어기는 최대 위치오차, 최대속도오차가 링크1, 2에서 각각 0.0607 deg, 0.0126 deg, 0.00046 deg/s, 0.00006 deg/s로 증가하였는데, 그 크기는 부하질량을 달지 않았을 때와 마찬가지로 아주 작았다. 또한, PD제어기는 링크1과 링크2의 위치오차가 각각 8.594 deg, 1.833 deg 정도를 유지되는 반면에 제안된 제어기의 오차는 영으로 수렴함을 알 수 있었다. 이 결과로부터 제안한 제어기가 로봇의 동적 변수들이 변하여도 강인하게 제어함을 알 수 있다.

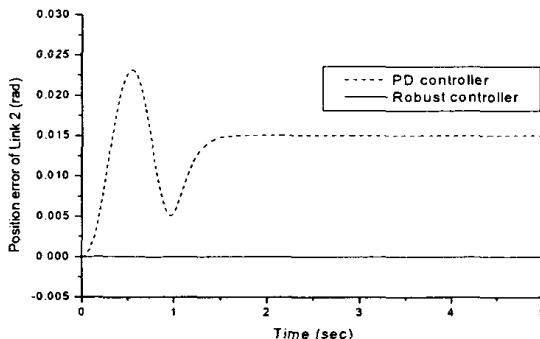
본 연구에서 제안한 제어기는 전산 모의 실험에서도 안정함을 보였고, PD제어기에 비해서 성능이 월등함을 알 수 있었다.



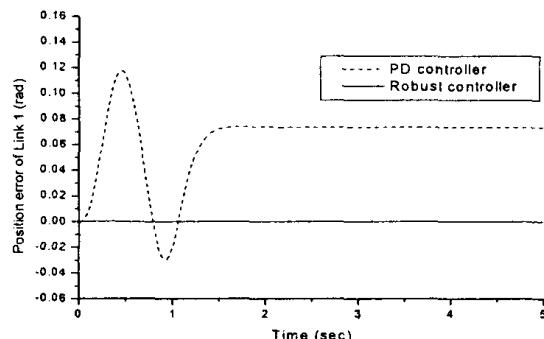
(a) 링크1의 궤적



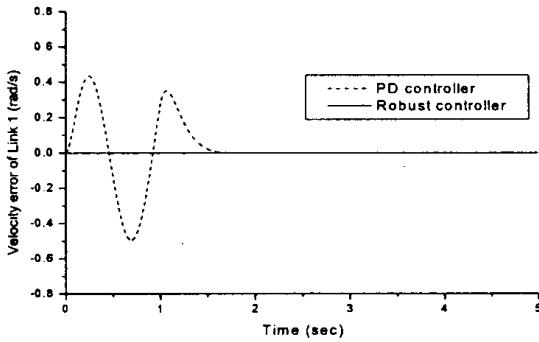
(b) 링크2의 궤적



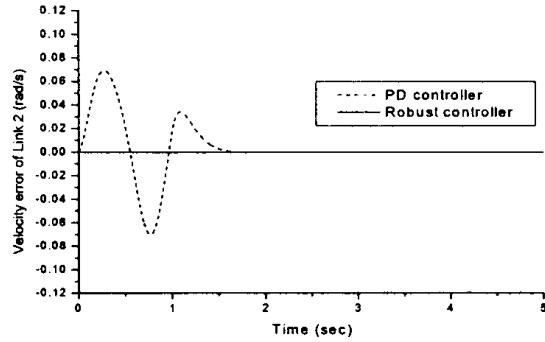
(c) 링크2의 위치오차



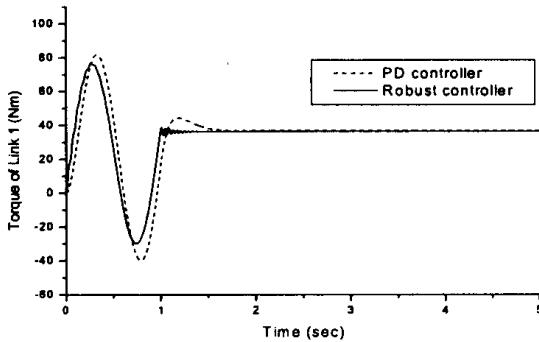
(d) 링크1의 위치오차



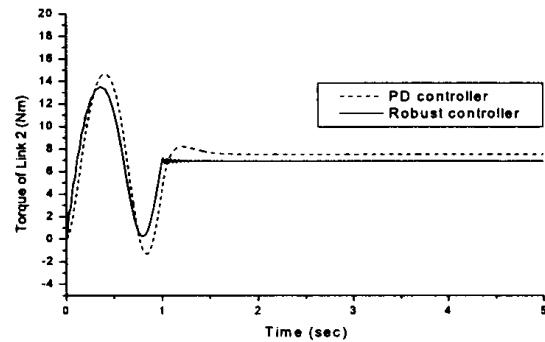
(e) 링크1의 속도오차



(f) 링크2의 속도오차

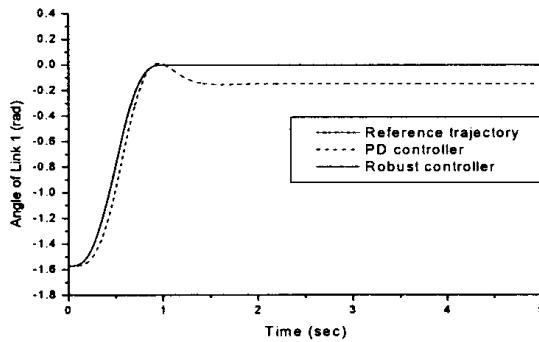


(g) 링크1의 제어력

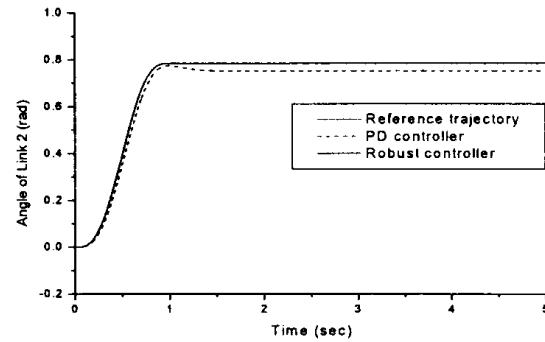


(h) 링크2의 제어력

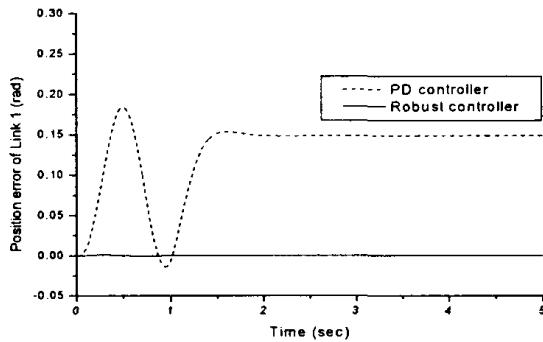
그림 4.2 부하질량이 없을 때, 장인제어기로 제어한 경우(실선)와 PD제어기로 제어한 경우(점선) : (a) 링크1의 궤적 (b) 링크2의 궤적 (c) 링크1의 위치오차 (d) 링크2의 위치오차 (e) 링크1의 속도오차 (f) 링크2의 속도오차 (g) 링크1의 제어력 (h) 링크2의 제어력



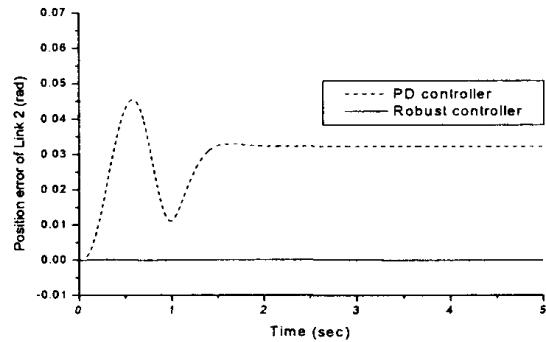
(a) 링크1의 궤적



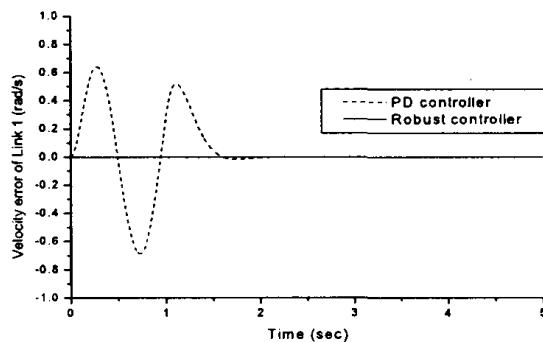
(b) 링크2의 궤적



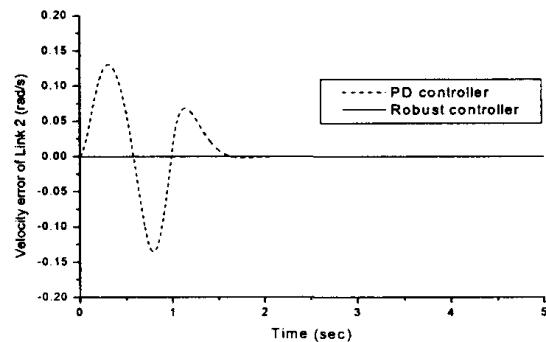
(c) 링크1의 위치오차



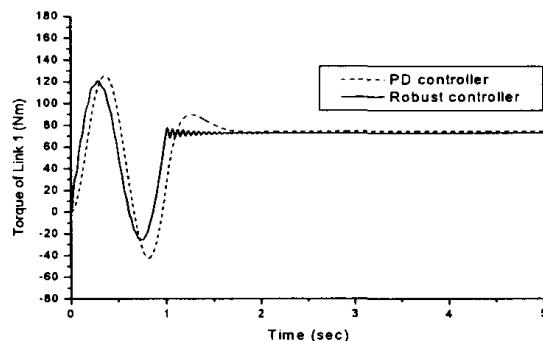
(d) 링크2의 위치오차



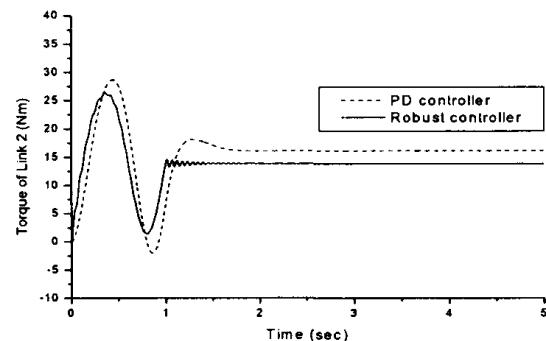
(e) 링크1의 속도오차



(f) 링크2의 속도오차



(g) 링크1의 제어력



(h) 링크2의 제어력

그림 4.3 부하질량 5kg을 달았을 때, 강인제어기로 제어한 경우(실선)와 PD제어기로 제어한 경우(점선) : (a) 링크1의 궤적 (b) 링크2의 궤적 (c) 링크1의 위치오차 (d) 링크2의 위치오차 (e) 링크1의 속도오차 (f) 링크2의 속도오차 (g) 링크1의 제어력 (h) 링크2의 제어력

5. 결 론

로봇 매니퓰레이터의 운동은 마찰력, 작업 하중의 변화 등과 같은 모델링하기 어려운 항들을 포함하고 있고, 동적 항들이 연성된 비선형 운동방정식으로 표시된다. 따라서, 선형 제

어기로 로봇을 정확히 제어하기에는 한계가 있다. 이러한 점을 극복하기 위해 본 연구에서는 강인제어기를 제안하였다. 먼저 정확히 모델링하기 어려운 동적 항이나 비선형 항의 제한 범위를 구했고, 구한 동적인 값의 최대 제한 범위를 이용하여 간단하고 비교적 계산량이 적은 비선형 강인제어기를 유도하였다. 리아푸노프 이론을 적용하여 제안된 제어기가 이론적으로 점근 안정함을 증명하였다. 전산 모의 실험으로 제안한 제어기가 PD제어기에 비하여 궤적 추적 제어 성능이 우수함을 보였다.

참고문헌

1. F. L. Lewis, C. T. Abdallah and D. M. Dawson, "Control of Robot Manipulators", Macmillan Publishing company, 1993.
2. Romeo Ortega, and Mark W. Spong, "Adaptive Motion Control of Rigid Robots: A Tutorial", Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control, Vol.2, pp. 1575-1584, 1988.
3. 이 재영, "비선형력 보상 관절 별 로봇 제어", 울산대학교 대학원, 1995.
4. C. Abdallah, D. Dawson, P. Dorato, and M. Jamshidi, "Survey of Robust Control for Rigid Robots", IEEE Control Systems Magazine, Vol.11, pp. 24-30, Feb. 1991.
5. Mark W. Spong, and M. Vidyasagar, "Robot Dynamics and Control", John Wiley & Sons, Inc., 1989.
6. Er, M. J., "Recent Developments and Futuristic Trends in Robot Manipulators Control", Motion Control Proceedings, pp. 106-111, 1993.
7. John J. Craig, "Adaptive Control of Mechanical Manipulators", Addison-Wesley Publishing Company, 1988.
8. Dawson, D. M., Z. Qu, F. L. Lewis, and J. F. Dorsey, "Robust Control for the Tracking of Robot Motion", International Journal of Control, Vol.52, pp. 581-595, 1990.
9. H. G. Sage, M. F. De Mathelin, and E. Ostertag, "Robust Control of Robot Manipulators: A Survey", International Journal of Control, Vol.72, No.16, pp. 1498-1522, 1999.
10. Jean-Jacques E. Slotine, "The Robust Control of Robot Manipulators", The International Journal of Robotics Research, Vol.4, No.2, pp. 49-64, 1985.
11. W. C. Lee, J. Yuh, and Jing Nie, "Adaptive Control of Robot Manipulators using bound estimation", Proceedings of the 1998 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vol.2, pp. 1126-1131, 1998.
12. Ham, C., Qu, Z., and Johnson, R., "Robust fuzzy control for robot manipulators", IEE Proceedings-Control Theory and Applications, Vol.147, Issue 2, pp. 212-216, March 2000.
13. Lewis, F.L., "Neural network control of robot manipulators", IEEE Expert, Vol.11, Issue 3, pp. 64-75, June 1996.