UIT Report Vol. 15. No. 2. pp. 301~307. 1984 연구논문집 제15권 제 2 호 pp. 301~307. 1984

라인형 조직에서 최적 정보 전달 시간에 관한 연구

고 재 문
산 업 공 학 과
(1984. 4. 30. 접수)

〈요 약〉

본 논문에서는 라인형 조직에서 한 구성원이 알고 있는 정보를 다른 모든 구성원에 전달하는 시간을 최소화하는 기법을 개발하였다. 한 구성원은 한번에 한 구성원에게만 전달할 수 있으며 각 구성원 사이의 전달 시간은 구성원의 짝에 따라 다르다고 가정하였다. 여기서 개발된 기법은 석유 수송 파이프 문제와 전산망 문제 등에 응용될 수 있다.

Minimum Broadcasting Time in Tree Network

Koh, Jae Moon
Department of Industrial Engineering
(Received April 30, 1984)

〈**Abstract**〉

In this paper, an algorithm minimizing the broadcasting time in a tree network has been developed. It is assumed that a node may be a participant in at most one call during any given time unit and transmission times are different among arcs. The algorithm may be applied to oil pipe system and computer communication system.

Ⅰ. 서 론

조직의 구성원은 서로 끊임없이 의사소통을 한다. 즉 부하 직원은 상사에게 보고를 하고 상사는 부하에게 지시를 내리며 조직을 운영한다. 따라서 조직의 구성원 간에 각자 가지고 있는 정보를 원활하게, 신속하게, 또 정확하게 전달해야 할 필요가 있으며, 이러한 정보 전달의 중요성은 현대의 급변하는 상황 속에서 더욱 강조되고 있다.

그런데 구성원 사이에 교환되는 정보중에는 어느 특정한 구성원에게만 필요한 것이 있고 또 모든 구성원에 필요한 것이 있다. 본 논문에서는 후자의 경우를 다루고자 한다. 즉 한 구성원이 갖고 있는 정보를 다른 모든 구성원에 가장 빠른 시간 내에 전달하는 방법에 대한 최적 기법을 개발하고자 한다.

Ⅱ. 문제의 설정

본 논문에서 다루고자 하는 것은 라인형 조직에서 한 구성원이 알고 있는 정보를 다른 모든 구성원에게 전달하는 경우이다. 여기서 한 구성원은 한번에 한 구성원에게만 정보를 전달할 수 있다고 가정한다.

정보를 갖고 있는 구성원은 전화 등의 통신 시설을 이용하여 다른 한 구성원에게 정보를 전달한다. 그러면 정보를 알고 있는 구성원은 둘이 되는데 그 둘은 다시 각자 다른 두 구성원에 정보를 전달한다. 이런 식으로 정보를 알고 있는 구성원들은 모르고 있는 다른 구성원들에게 정보 전달을 한다. 이런 과정을 모든 구성원이 알 때까지 반복한다. 단, 정보는 라인 조직상에서 직접 연결된——바로

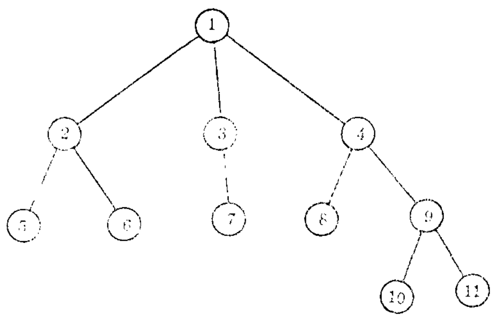

그림 1. 라인형 조직의 예

이웃하는— 구성원에게만 전달되는 것으로 한다. 예를 들어 그림 1에서 1이 어떤 정보를 알고 있다고 하자. 1은 2, 3, 4 중의 하나—예를 들어 4—에게 정보를 전달한다. 그러면 1, 4가 정보를 아는 구성원이 된다. 그리고 1은 2에, 4는 9에 각각 같은 정보를 전달한다. 그러면 정보를 아는 구성원은 1, 2, 4, 9가 되고 이들은 다시 각각 3, 5, 8, 10에 정보를 전달한다. 다음에 2, 3, 9는 6, 7, 11에 각각 전달한다. 마지막 단계에서 1, 4, 5, 8, 10은 더 전달할 상대가 없으므로 쉰다.

이러한 과정에서 어떤 한 구성원이 직접 전달해야 하는 상대가 둘 이상일 때 어떤 순서로 할 것인가가 문제로 된다. 왜냐하면 전달 순서에 따라 전체 정보 전달 시간에 큰 차이가 있기 때문이다. 예를 들어 그림 1에서 1이 알고 있는 정보를 2에 먼저 전달하면 전체의 전달 시간은 앞의 방법보다 더 길어질 수가 있다. 따라서 전체의 정보 전달 시간을 최소로 하기 위해서 각 구성원이 전달하는 순서를 어떻게 할 것인가 하는 문제가 생긴다.

본 논문에서는 다음과 같은 가정하에서 전체의 정보 전달 시간을 최소화하는 기법을 개발하고자 한다.

(1) 조직은 라인형 조직을 가정한다.

(2) 처음에는 한 구성원만이 정보를 알고 있으며 이 정보를 다른 모든 구성원에게 전달해야 한다.

(3) 정보 전달은 라인 조직 상에서 직접 연결된—바로 이웃하는— 구성원에게만 할 수 있다.

(4) 한 구성원은 여러 구성원에게 한꺼번에 정보를 전달하지 못한다. 즉 한번에 한 구성원에게만 정보를 전달할 수 있다.

(5) 정보를 주고 받는 어떤 구성원의 짝이 다른 짝과 중복되지 않으면 동시에—독립적으로— 정보 전달을 할 수 있다.

(6) 한 구성원이 다른 한 구성원에게 정보를 전달하는 시간은 구성원의 짝에 따라 다르며 고정되어 있다. 또한 그 시간은 사전에 알고 있다.

위의 가정 (6)에서 정보 전달 시간이 모든 구성원의 짝에 대해 동일한 경우에 대해서는 이미 최적 기법이 개발되어 있다.([1], [2]) 그리고 (3)의 가정을 변화시킨 경우에 대해서도 몇 가지 연구가 수행되어 있다.([3], [4])

Ⅲ. 모형의 정립

라인형 조직을 도표로 그릴 때의 모양은 네트워크 이론에서 나무 모양(tree type)과 같다. 즉 라인형 조직의 구성원은 tree network 에서의 node 에 대응되고, 라인형 조직의 계통—구성원간의 연결선—은 tree network 의 arc 에 대응된다. 따라서 network 이론을 응용하여 문제 해결을 한 다음, 라인 조직에 적용하는 방법을 택한다.

라인형 조직에서 최초에 정보를 알고 있는 구성원은 tree network 의 root 에 해당한다. 이 root 에 직접 연결된 한 node 를 root 로 하는 network 는 하나의 subtree 를 형성한다. root 가 갖고 있는 정보는 어떤 순서에 따라 한번에 한 node 씩에 전달된다. 정보를 전달받은 node 는 그 node 가 속해 있는 subtree 안에서 같은 과정을 반복하여 나간다. 그리고 각 subtree 안에서의 정보 전달 시간은 다른 subtree 와는 독립적이다. 따라서 전체의 정보 전달 시간을 최소화하는 문제는 다음과 같이 된다. 즉, 각 subtree 안에서의 최소 정보 전달 시간을 알고 있을 때, 어떤 순서로 각 subtree 에 정보를 전달할 것이며 또 그때의 전체 정보 전달 시간은 어떻게 구할 것인가 하는 문제가 된다.

여기서 다시 문제가 되는 것은 각 subtree 안에서의 최소 정보 전달 시간을 구하는 것이다. 그런데 이것은 전체의 정보 전달 시간을 구하는 문제와 같은 유형이며 다만 그 문제의 크기—tree 의 크기—가 축소된 것이다. 따라서 다음과 같은 공통된 유형의 문제를 계속 풀어 감으로써 전체의 정보 전달 시간을 최소화할 수 있다. 즉 어떤 node(father node)와 그 node 의 son node 들이 있다고 하자. father node 는 정보를 알고 있으며 그 정보를 son node 들에 전달해야 한다고 하자. 그러면 father node

로부터 각 son node에 정보를 전달하는 시간이 주어지고 각 son node를 root로 하는 subtree에서의 정보 전달 시간이 주어졌을 때, 어떤 순서로 정보를 전달하는 것이 가장 좋으며 또 그때의 정보전달 시간은 얼마인가 하는 문제가 된다.

이 문제를 수학적 계획법으로 정식화하면 다음과 같다. 정보를 알고 있는 node F와 그 node로부터 정보를 직접 전달받아야 하는 K개의 node들 $(S_1, S_2, \cdots, S_K)$이 있다고 하자. 또 F로부터 S_k에 정보를 전달하는 시간을 t_k라 하고, S_k를 root로 하는 subtree 안에서의 최소 정보 전달 시간을 D_k라 하자. ($k=1, 2, \cdots, K$. 그림 2 참조)

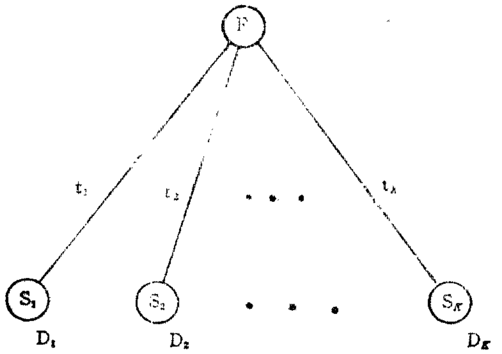

그림 2

그러면 F를 root로 하는 tree에서 정보전달 시간을 최소화하는 문제는 다음과 같은 식으로 정식화 된다.

최 소 화 Z

제약조건 $Z \geqq t_{[1]} + D_{[1]}$

(A) $Z - t_{[1]} \geqq t_{[2]} + D_{[2]}$

$Z - t_{[1]} - t_{[2]} \geqq t_{[3]} + D_{[3]}$

....

$Z - t_{[1]} - t_{[2]} \cdots - t_{[K-1]} \geqq t_{[K]} + D_{[K]}$

여기서 $[k]$는 k번째에 정보 전달을 받는 son node의 index이다. ($k=1, 2, \cdots, K$)

이 문제를 다음과 같이 0-1 정수 계획법으로 고쳐서 정수 계획법의 기법을 적용할 수는 있으나 그 계산 시간이 길기 때문에 실용적이라 할 수 없다.

최 소 화 Z

제약조건 $Z \geqq \sum_{j=1}^{k} \sum_{i=1}^{K} t_i x_{ij} - \sum_{i=1}^{K} D_i x_{ik}$

$k=1, 2, \cdots, K$

(B) $\sum_{i=1}^{K} x_{ij} = 1$

$\sum_{j=1}^{K} x_{ij} = 1$

$x_{ij} = 0$ 또는 1 $\quad i=1, 2, \cdots, K$

$j=1, 2, \cdots, K$

여기서 x_{ij}는 node S_i가 j번째에 정보를 전달받을 때 1의 값을 갖고, 그렇지 않을 때 0의 값을 갖는 결정 변수이다.

그런데 앞의 문제 (A)를 살펴 보면, 이것은 일정계획법과 일치함을 알 수 있다. ([5]) 따라서 일정 계획법의 이론을 응용하여 그 해법을 찾을 수가 있다,

IV. 최적해에 대한 충분조건

P를 자연수 1, 2, …, K로 이루어진 하나의 순열이라 하고 정보 전달을 순열 P에 따라서 한다고 하자. 즉

$$P=(p_1, p_2, \cdots, p_K)$$

일 때 정보 전달을

$$S_{p_1}, S_{p_2}, \cdots, S_{p_K}$$

의 순서로 한다고 하자. 그러면 순열 P와 정보 전달 순서는 1 대 1 대응 관계에 있다. 또 순열 P가 결정되면 [1], [2], …, $[K]$가 결정되고(즉, $p_i = [i]$) 따라서 $t_{[1]}, t_{[2]}, \cdots, t_{[K]}$의 값과 $D_{[1]}, D_{[2]}, \cdots, D_{[K]}$의 값들이 결정된다. 이 때 목적함수의 값 $Z(P)$는 (A)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Z(P) = \max_{1 \leq k \leq K} \left\{ \sum_{j=1}^{k} t_{[j]} + D_{[k]} \right\}$$

또 문제 (A)의 최적해는 다음과 같다.

$$Z^* = Z(P^*) = \min_{P \in \boldsymbol{P}} Z(P)$$

$\boldsymbol{P} = \{X \mid X$는 1, 2, …, K로 이루어진 순열$\}$

즉 1, 2, …, K로 이루어진 순열 P에 대해서 $Z(P)$를 구하고 그 중 최소값을 찾으면 최적해가 되는 것이다. 이 절에서는 $Z(P)$의 특수한 형태를 이용하여 최적해에 대한 충분조건을 구한다.

(보조 정리)

$\boldsymbol{P} = \{X \mid X$는 1, 2, …, K로 이루어진 순열$\}$일 때 $P=(p_1, p_2, \cdots, p_K) \in \boldsymbol{P}$이고 $D_{p_m} < D_{p_{m+1}}$이라 하자. P에서 p_m과 p_{m+1}을 서로 바꾸어서 만들어지는 순열을 P'라 할 때 $Z(P) \geqq Z(P')$이다.

(증명) P에 대응하는 t의 값들의 순서를 $t_{[1]}, t_{[2]}, \cdots, t_{[K]}$라 하고 P에 대응하는 D의 값들의 순서를 $D_{[1]}, D_{[2]}, \cdots, D_{[K]}$라 하자. 또 P'에 대응하는 t의 값들의 순서를 $t'_{[1]}, t'_{[2]}, \cdots, t'_{[K]}$라 하고 P'에 대응하는 D의 값들의 순서를 $D'_{[1]}, D'_{[2]}, \cdots, D'_{[K]}$

라 하자. 그러면 다음과 같은 관계가 성립한다.

$t'_{[m]}=t_{[m+1]},\ t'_{[m+1]}=t_{[m]},\ D'_{[m]}=D_{[m+1]},$

$D'_{[m+1]}=D_{[m]}$

$k=1,2,\cdots,m-1,m+2,\cdots,K$ 에 대해서

$t'_{[k]}=t_{[k]},\ D'_{[k]}=D_{[k]}$

$D_{[m]}<D_{[m+1]}$

따라서

$$Z(P)=\underset{1\le k\le K}{\mathrm{Max}}\left\{\sum_{j=1}^{k}t_{[j]}+D_{[k]}\right\}$$
$$=\mathrm{Max}\left\{\underset{\substack{1\le k\le K\\ k\ne m\\ k\ne m+1}}{\mathrm{Max}}\left\{\sum_{j=1}^{k}t_{[j]}+D_{[k]}\right\},\ \sum_{j=1}^{m}t_{[j]}+D_{[m]},\ \sum_{j=1}^{m+1}t_{[j]}+D_{[m+1]}\right\}$$
$$=\mathrm{Max}\{Z_0,\ T+t_{[m]}+D_{[m]},\ T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}\}$$

여기서

$$Z_0=\underset{\substack{1\le k\le K\\ k\ne m\\ k\ne m+1}}{\mathrm{Max}}\left\{\sum_{j=1}^{k}t_{[j]}+D_{[k]}\right\}=\underset{\substack{1\le k\le K\\ k\ne m\\ k\ne m+1}}{\mathrm{Max}}\left\{\sum_{j=1}^{k}t'_{[j]}+D'_{[k]}\right\}$$

$$T=\sum_{j=1}^{m-1}t_{[j]}=\sum_{j=1}^{m-1}t'_{[j]}$$

이다.

그런데 $D_{[m]}<D_{[m+1]}$이므로

$$T+t_{[m]}+D_{[m]}<T+t_{[m]}+D_{[m+1]}$$
$$\le T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}$$

$\therefore\ Z(P)=\mathrm{Max}\{Z_0,\ T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}\}$

또

$$Z(P')=\underset{1\le k\le K}{\mathrm{Max}}\left\{\sum_{j=1}^{k}t'_{[j]}+D'_{[k]}\right\}$$
$$=\mathrm{Max}\left\{\underset{\substack{1\le k\le K\\ k\ne m\\ k\ne m+1}}{\mathrm{Max}}\left\{\sum_{j=1}^{k}t'_{[j]}+D'_{[k]}\right\},\ \sum_{j=1}^{m}t'_{[k]}+D'_{[m]},\ \sum_{j=1}^{m+1}t'_{[j]}+D'_{[m+1]}\right\}$$
$$=\mathrm{Max}\{Z_0,\ T+t'_{[m]}+D'_{[m]},\ T+t'_{[m]}+t'_{[m+1]}+D'_{[m+1]}\}$$
$$=\mathrm{Max}\{Z_0,\ T+t_{[m+1]}+D_{[m+1]},\ T+t_{[m+1]}+t_{[m]}+D_{[m]}\}$$

그런데

$T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}\geqq T+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}$ 이고

$T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}>T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m]}$이므로

$T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}\geqq\mathrm{Max}\{T+t_{[m+1]}+D_{[m+1]},\ T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m]}\}.$

$$\therefore\ Z(P)=\mathrm{Max}\{Z_0,\ T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m+1]}\}$$
$$\geqq\mathrm{Max}\{Z_0,\ \mathrm{Max}\{T+t_{[m+1]}+D_{[m+1]},\ T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m]}\}\}$$
$$=\mathrm{Max}\{Z_0,\ T+t_{[m+1]}+D_{[m+1]},\ T+t_{[m]}+t_{[m+1]}+D_{[m]}\}$$
$$=Z(P')$$ ■

이 보조 정리로부터 나음과 같은 사실을 알 수 있다. 즉 $D_i(i=1,2,\cdots,K)$의 값들을 임의의 순서로 배열한 다음 그 순서에 따라 정보를 전달한다고 하자. 이러한 D값의 배열에서 어떤 D값이 바로 앞의 D값보다 큰 경우 그 2개의 연속하는 D값을 교환한 다음 그에 따라 정보 전달을 하면 정보 전달 시간이 개선될 수 있다는 것이다. 이러한 과정을 반복하면 다음과 같은 최적해에 대한 충분 조건을 구할 수 있다.

(정 리)

$P_0=([1],\ [2],\cdots,\ [K])\in\boldsymbol{P}$ 이고 $D_{[k]}\geqq D_{[k+1]}$ $\forall k=1,2,\cdots,K-1$ 이면 $Z(P_0)$는 하나의 최적해가 된다.

(증명) $Z^*=Z(P^*)$를 하나의 최적해라 하자. 즉 $Z(P^*)\le Z(P)\ \forall P\in\boldsymbol{P}$

순열 P^*에 대응하는 D값들의 순서에서 바로 앞의 D값보다 큰 D값이 있으면 그 2개의 D값을 서로 바꾸고 거기에 대응하는 순열을 $\hat{P}$라 한다. 보조 정리에 의하여 $Z(P^*)\geqq Z(\hat{P})$가 된다. 그런데 $Z(P^*)$는 최적해이므로 $Z(P^*)\le Z(\hat{P})$이다. 따라서 $Z(\hat{P})=Z(P^*)$가 된다. 즉 $Z(\hat{P})$도 또 다른 하나의 최적해이다. $\hat{P}$에 대응하는 D값들의 순서에 대해서 같은 원리를 적용하면 다시 새로운 최적해를 구할 수 있다. 이런 과정을 반복하면 결국에는 D값들을 감소하는 순서로 배열했을 때 거기에 대응하는 순열 P_0도 역시 하나의 최적 순열이 된다. ■

V. 해 법

앞에서 구한 최적 충분 조건을 이용하여 다음과 같이 전체의 정보 전달 시간을 최소화하는 기법을 개발한다. 즉 node 하나만으로 이루어진 subtree—leaf node—안에서의 정보 전달 시간을 0으로 둔 다음, leaf node로부터 시작하여 차례로 father node에서의 정보 전달 시간을 구한다. 같은 과정을 반복하면 결국에는 주어진 tree의 전체의 정보 전달 시간을 구할 수 있다. 이것을 flow chart로 표현하면 그림 3과 같다.

〈기호에 대한 설명〉

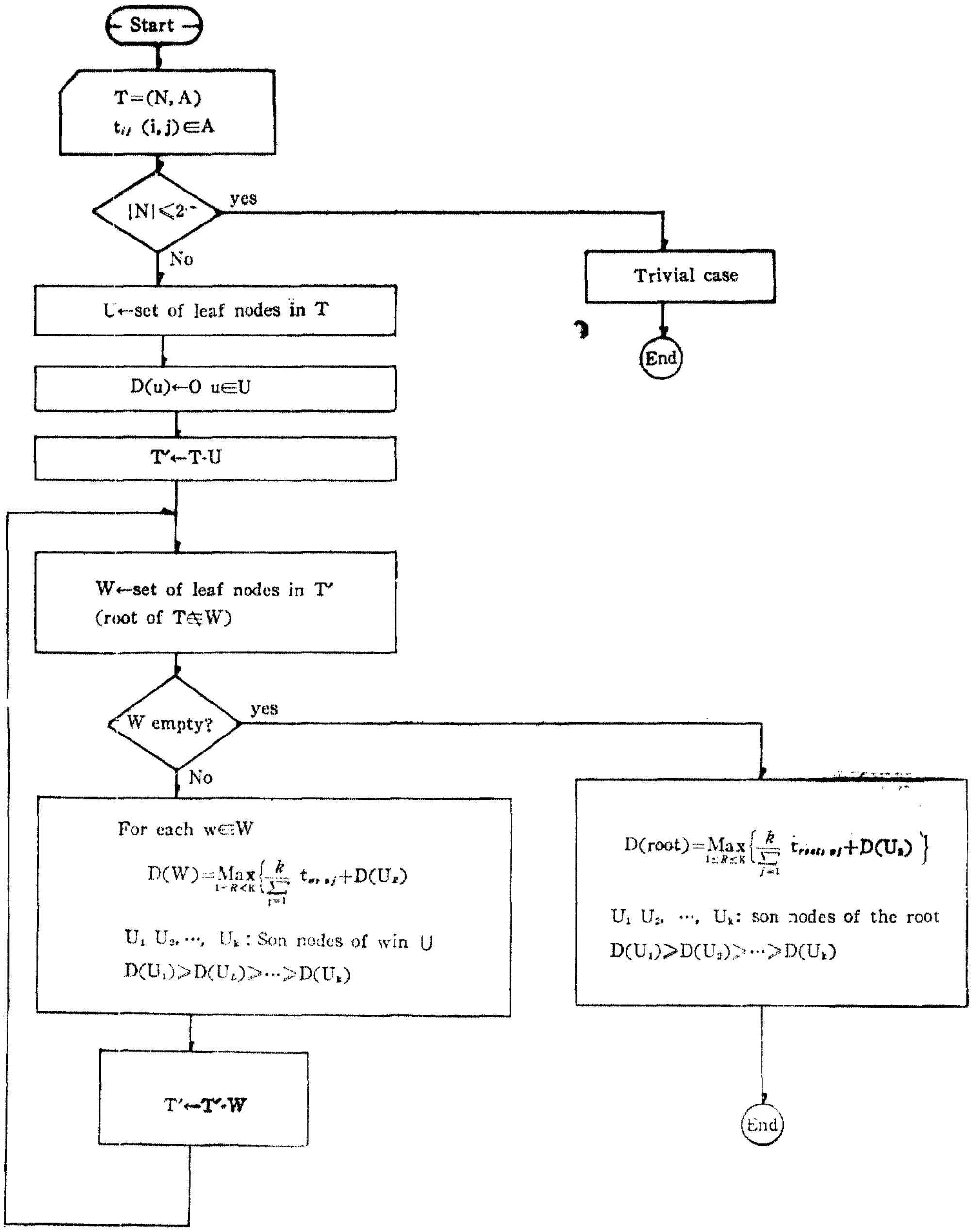
Start
T=(N, A)
t_{ij} (i, j)∈A
|N|≤2
yes
No
Trivial case
End
U←set of leaf nodes in T
D(u)←0 u∈U
T′←T-U
W←set of leaf nodes in T′
(root of T∉W)
W empty?
yes
No
For each w∈W
$D(W)=\underset{1\le R\le K}{Max}\left\{\sum_{j=1}^{k} t_{w,uj}+D(U_R)\right\}$
U_1 U_2, …, U_k : Son nodes of w in U
$D(U_1)\geq D(U_2)\geq\cdots\geq D(U_k)$
$D(root)=\underset{1\le R\le K}{Max}\left\{\sum_{j=1}^{k} t_{root,uj}+D(U_R)\right\}$
U_1 U_2, …, U_k: son nodes of the root
$D(U_1)\geq D(U_2)\geq\cdots\geq D(U_k)$
T′←T′-W
End

그림 3. 흐 름 도

T는 주어진 tree이고 node들의 집합 N과 arc들의 집합 A로 구성되어 있다. 즉 $T=(N, A)$이다.

(u, v)는 서로 이웃하는 두 node u와 v를 연결하는 arc이다. T에서 (u, v)를 제거하면 2개의 subtree가 생긴다. 이 중에 u를 포함하는 subtree를 $T(u, v)$라 하고 v를 포함하는 subtree를 $T(v, u)$라 한다.

$b(u: T)$를 tree T에서 node u가 알고 있는 정보를 다른 모든 node들에게 전달할 때 걸리는 최소 시간이라 한다.

x'가 x의 father node일 때 $D(x)=b(x: T(x, x'))$이다. 즉 $D(x)$는 x를 root로 하는 subtree에서의 최소 정보 전달 시간이다.

t_{uv}는 node u로부터 직접 연결된 node v에 정보를 전달하는 시간이다.

U는 $D(x)$의 값이 구해진 node x들의 집합이다.

T'은 T에서 U의 노드에 관계된 arc들을 제거한 후의 tree이다.

W는 T'에서 leaf node들의 집합이다.

Ⅵ. 적용 예제

앞에서 개발된 기법을 적용하기 위한 예제는 그림 4와 같다. 여기서 node 1이 정보를 알고 있다. 각 arc에 표시된 숫자는 그 arc에서의 정보 전달 시간을 나타낸다.

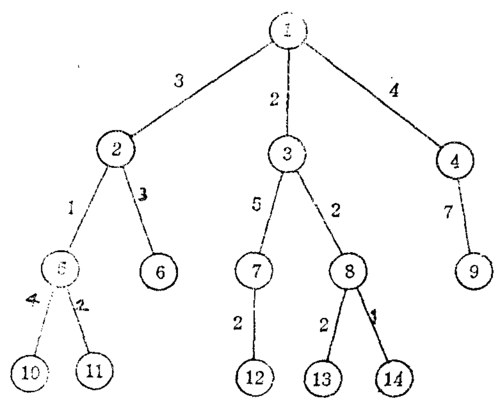

그림 4. 적용 예제

기법을 적용하는 과정을 살펴 보면 다음과 같다. 먼저 주어진 tree의 leaf node들의 D값을 0으로 둔다.(그림 5-1) 그림에서 node 바로 옆에 있는 숫자는 그 node에서의 D값을 나타낸다. 다음에 이 node들을 tree로부터 삭제한다.(그림 5-2) 새로운 tree의 leaf node들에 대해서 앞에서 구한 공식을 적용하여 D값을 구한다. 다시 이 leaf node들을 현재의 tree로부터 삭제하고 같은 과정을 반복한다.(그림 5-3) 이렇게 하여 최적 정보 전달 시간을 구하면 $Z^*=16$이 된다. 또 각 node에서의 최적 순서는 그림 1과 같다.

앞에서 기술된 기법은 계층화된 조직에서 정보 전달 시간에 관한 것이었으나 이 기법은 보다 더 일반적인 문제에도 적용할 수가 있다. 즉 어떤 system이 ... 모양이 tree network이

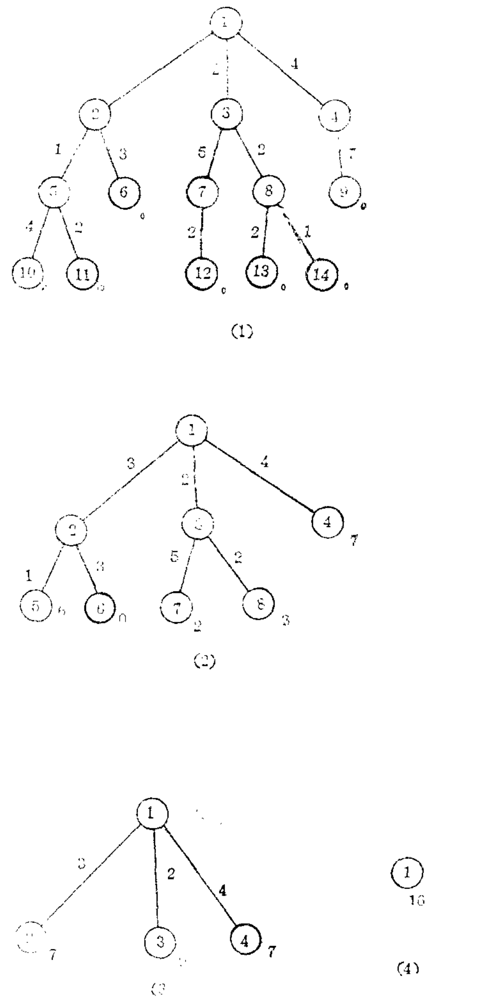

그림 5. 적용 예제 풀이과정

표 1. 각 node에서의 최적 전달순서

node	전 달 순 서
1	3 2 4
2	5 6
3	8 7
4	9
5	10 11
6	—
7	12
8	13 14
9	—
10	—
11	—
12	—
13	—
14	—

고, 정보나 물자의 흐름이 한 node로부터 다른 모든 node에 흘러갈 때 이 해법을 적용시킬 수가 있는 것이다. 예를 들어 석유 수송 파이프의 구성이 나무 모양이고 공급지가 하나일 때, 공급지로부터 모든 수요지에 최소의 시간 내에 필요한 양을 전부 공급하는 문제에도 이 해법을 적용시킬 수 있다. 또 통신망에서 한 구성원이 다른 모든 구성원에 정보를 전달하는 문제에도 적용될 수 있다.

Ⅶ. 결 론

본 논문에서는 라인형 조직에서 한 구성원이 알고 있는 정보를 다른 모든 구성원에게 최소의 시간 내에 전달하는 순서 및 전달 시간을 구하는 기법을 개발하였다. 이러한 과정에서 일정 계획법의 기법을 응용할 수 있었다. 또한 이 해법은 정보전달 문제 뿐만 아니라 석유수송 문제, 상수도 문제, 전산망 문제에도 적용할 수 있다.

본 논문에서 좀 더 확장해야 할 부분으로는 network의 형태가 tree가 아닌 좀 더 일반적인 경우에 대해서 생각할 수 있다. 또 각 arc에서의 전달시간이 고정적이 아니라 확률적으로 변하는 경우에 대해서도 계속적인 연구를 할 필요가 있다.

참 고 문 헌

[1] P. J. Slater, E. J. Cockayne, & S. T. Hedetniemi, "Information Dissemination in Trees", SIAM J. COMPUT., Vol. 10, No. 4, pp. 692—701, 1981.

[2] A. Proskurowski, "Minimum Broadcast Trees", IEEE Trans. Comput., Vol. C-30, No. 5, pp. 363—366, 1981.

[3] A. M. Farley, "Minimal Broadcast Networks", Networks, Vol. 9, pp. 313—332, 1979.

[4] A. M. Farley, "Minimum-Time Line Broadcast Networks", Networks, Vol. 10, pp. 59—70, 1980.

[5] K. R. Baker, Introduction to Sequencing and Scheduling, John-Wiley & Sons, 1974.