

## 단일 유연 링크 매니퓰레이터에서의 시간 분리에 따른 복합제어기의 성능

이수한 · 장창훈\* · 이동욱\*\*  
기계공학과

### <요 약>

싱글라 퍼터베이션 기법은 유연 링크 매니퓰레이터와 유연 조인트 로봇의 제어기 설계에 널리 적용되고 있다. 싱글라 퍼터베이션 기법을 이용하여 제어기를 설계하는데 있어서, 빠른 제어기의 대역폭은 느린 제어기의 대역폭 보다 세배 이상 커야 한다고 경험적으로 알려져 있다. 그러나, 본 연구에서는 제어성능을 유지하기 위하여는 주어진 몇 가지 조건 하에서  $O(\varepsilon)$  모델의 경우는 8배 이상 분리되어야 하고,  $O(\varepsilon^2)$  모델의 경우 4배 이상 분리되어야 함을 보였다.

---

## Performance of a Composite Controller for a Single Flexible Link Manipulator with Time Separation

Lee, Soo Han · Jang, Chang Hoon\* · Lee, Dong Wook\*\*  
Dept. of Mechanical Engineering

### <Abstract>

The singular perturbation technique is widely applied for the controller design of flexible link manipulator and flexible joint robot. In designing the controller, it has been thought as a rule of thumb that the bandwidth of a fast controller should be 3

---

\*울산전문대학교 기계과

\*\*울산대학교 기계공학과 대학원

times larger than those of a slow controller. The result of this paper, however, shows the separation should be 8 times for  $O(\varepsilon)$  model and 4 times for  $O(\varepsilon^2)$  model under some conditions for keeping the designed performance.

## 1. 서 론

동역학계를 해석하고 제어계를 설계할 때 일반적으로 계에 영향이 적은 변수들을 무시함으로써 계의 차수를 낮추고 모델을 간략화 시킨다. 하지만 이러한 영향이 적은 변수의 영향을 고려해야만 하는 경우도 있을 수 있다. 싱글라 퍼터베이션 기법 혹은 다시간-스케일 기법의 주요한 목적은 동적 모델의 차수를 낮추어 이러한 해석 및 계산상의 편의를 제공하는 데 있다.

싱글라 퍼터베이션 기법은 분리된 시간 스케일로써 속도가 빠른 동적 영향을 고려할 수 있게 한다. 이는 비교적 느린 관절 각도와 빠른 진동성분을 제어해야되는 유연성 링크 로봇이나 유연 조인트 로봇의 제어에 적합하므로 이 분야에도 많이 적용되었다. 초기에 Chernous'ko[1]와 Truckenbrodt[2]에 의해서 유연 매니퓰레이터에 싱글라 퍼터베이션 기법의 적용이 제안되었다. 후에 Marino와 Nicosia[3]에 의해 조인트에 탄성이 집중된 유연 매니퓰레이터의 제어에, Siciliano와 Book[4]에 의해 유연 링크의 제어에 싱글라 퍼터베이션 기법이 적용되었다.

싱글라 퍼터베이션 기법의 적용시 두개의 시간스케일로 분리하는 과정에서 계는 싱글라리 퍼터브드 변수  $\varepsilon$ 의 멱급수의 형태로 나타나게 된다. 이때 싱글라리 퍼터브드 변수  $\varepsilon$ 은 작은 값을 가지므로 계산의 편의를 위하여 고차 항의 영향을 무시한다. 이로 인하여, 분리된 계는 전체계와 일치하지 않게 되어, 계의 해석이나 설계시 잘못된 결과를 나타낼 수도 있고, 심하게는 제어계가 불안정하게도 된다. 일반적으로 빠른 제어계는 느린 제어계보다 3배 이상 빠르면 충분히 시간적으로 분리된 것으로 여겨지고 있다.

본 논문에서는 선형화된 단일 유연 링크를 대상으로 제어계 간의 시간적 간격이 전체 제어기의 극에 미치는 영향과 제어계의 미분제어 이득 변화가 미치는 영향을 구명하는 데 그 목적이 있다. 운동방정식은 Book[5]에 의해 제안된 가정된 진동형 방법(Assumed mode method)를 이용하여 유도하였고, 싱글라 퍼터베이션 기법을 이용한 제어기로는 Chow와 Kokotović[6]에 의해 제안된 복합제어기를 사용하였다.

## 2. 단일 유연 링크의 동적 모델

### 2.1 운동 방정식

본 연구의 대상인 단일 관절 유연 매니퓰레이터의 개략도를 Fig. 1에 나타내고 그 유연 매니퓰레이터의 구성을 표 1에 보인다.

단일 유연링크의 운동방정식은 가정된 진동형 방법에 의하여 구하였다. 링크의 탄성변형이 작다고 가정하면, 다음과 같이 진동형  $\varphi(x)$ 와 시간중속 좌표계  $q(t)$ 로 나타낼 수 있다. 고주파 진동형의 진폭은 상대적으로 작으므로 처음 두개의 진동형만을 고려하면 그 운동은 다음의 식 2-1과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

재 질	Stainless steel Type 304
단면 형상 (두께 × 폭)	직사각형 (0.0015 m × 0.035 m)
길 이 (L)	1 m
단위 길이당 질량 ( $\rho$ )	0.0420 kg/m
탄성 계수(E)	$2.300 \times 10^{11}$ N/m <sup>2</sup>

Table. 1 유연 링크 매니퓰레이터의 구성

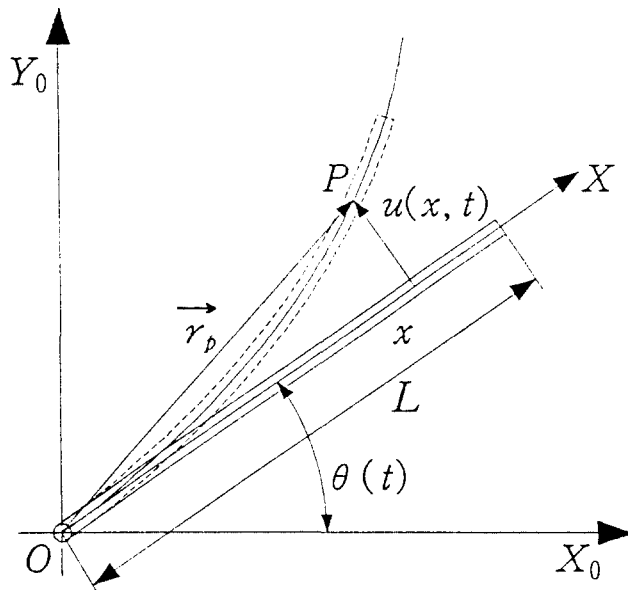


Fig. 1 단일유연 링크 매니퓰레이터의 개략도

$$u(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(x) q_i(t)$$

$$\approx \varphi_1(x) q_1(t) + \varphi_2(x) q_2(t).$$

2-1

여기에서 진동형은 Euler-Bernoulli 방정식을 이용하여 구할 수 있고, 이를 Lagrange's 방정식에 적용하여 운동방정식을 구할 수 있다.

구해진 운동방정식을 선형화 시키고 정리하면 다음의 2-2와 같이 나타낼 수 있다.

$$[ M ] \{ \ddot{y} \} + [ K ] \{ y \} = \{ T \}. \quad 2-2$$

여기서

$$\{ y \} = [ \theta \quad q_1 \quad q_2 ]^T, \quad \{ T \} = [ T \quad 0 \quad 0 ]^T,$$

$$[ M ] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ & m_{22} & m_{23} \\ \text{symm} & & m_{33} \end{bmatrix},$$

$$[ K ] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{22} & 0 \\ 0 & 0 & k_{33} \end{bmatrix}.$$

이다.

## 2. 2 singlar리 퍼터브드 모델

운동 방정식 2-2는 다음의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\ddot{\theta} = -S_{rf}K_{ff}q + S_{rr}T, \quad 2-3a$$

$$\ddot{q} = -S_{ff}K_{ff}q + S_{fr}T. \quad 2-3b$$

여기에서,

$$S = M^{-1} = \begin{bmatrix} S_{rr} & | & S_{rf} \\ \hline S_{fr} & | & S_{ff} \end{bmatrix}, \quad K_{ff} = \begin{bmatrix} k_{22} & 0 \\ 0 & k_{33} \end{bmatrix}.$$

이다.

또,  $\mu = 1/k_{22}$ ,  $\zeta = 1/\mu \hat{K}_{ff}q$ , 그리고  $\hat{K}_{ff} = \mu K_{ff}$ 로 두면 위의 식 2-3a,b는 다음과 같이 된다.

$$\ddot{\theta} = -S_{rf}\zeta + S_{rr}T, \quad 2-4a$$

$$\mu \ddot{\xi} = -\hat{K}_{ff} S_{ff} \xi + \hat{K}_{ff} S_{fr} T. \quad 2-4b$$

이 식에  $\varepsilon = \sqrt{\mu}$ ,  $X_1 = \theta$ ,  $X_2 = \dot{\theta}$ ,  $Z_1 = \xi$  그리고,  $Z_2 = \varepsilon \dot{\xi}$  로 두고 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{X}_1 = X_2, \quad 2-5a$$

$$\dot{X}_2 = -S_{rf} Z_1 + S_{rr} T, \quad 2-5b$$

$$\varepsilon \dot{Z}_1 = Z_2, \quad 2-5c$$

$$\varepsilon \dot{Z}_2 = -\hat{K}_{ff} S_{ff} Z_1 + \hat{K}_{ff} S_{fr} T. \quad 2-5d$$

이 식을 행렬형태로 나타내면 다음 식 2-6a,b와 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x} = A_{11}x + A_{12}z + B_1 T, \quad 2-6a$$

$$\varepsilon \dot{z} = A_{21}x + A_{22}z + B_2 T. \quad 2-6b$$

여기에서,  $x$ 와  $z$ 는 다음과 같다.

$$x = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix}.$$

### 3. 두개의 시간 스케일 복합 제어기의 설계

#### 3. 1 $O(\varepsilon)$ 복합제어기

싱귤라리 퍼터브드 모델 식 2-6a,b에서 싱귤라리 퍼터브드 변수  $\varepsilon = 0$ 으로 두면 식 2-6b는 아래의 식 3-1과 같이 나타낼 수 있다. 여기에서 “—”는  $\varepsilon$ 이 “0”으로 스케일 되었음을 나타낸다.

$$\bar{z} = -A_{22}^{-1}(A_{21}\bar{x} + B_2\bar{T}). \quad 3-1$$

이 식 3-1을 식 2-6a에 대입하면, 다음의 식 3-2와 같이 차수가 낮아진 간략화된 모델을 얻을 수 있다. 이때, 이 식은 계의 강체 모델과 동일한 형태를 가지며, 느린 부모모델을 나타낸다.

$$\vec{x} = A_0 \bar{x} + B_0 \bar{T} + O(\varepsilon). \quad 3-2$$

단, 여기에서

$$A_0 = A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21},$$

$$B_0 = B_1 - A_{12} A_{22}^{-1} B_2.$$

이다.

빠른 부모델은 전체 계의 모델과 느린 부 모델의 차이로 생각할 수 있다. 빠른 부 모델을 얻기 위해 다음과 같은 빠른 시간 스케일  $\tau$ 를 정의한다.

$$\tau = \frac{t - t_0}{\varepsilon}. \quad 3-3$$

빠른 시간 스케일에서의  $x$ 와  $z$ 의 거동을 알아보기 위해, 다음과 같이 두개의 시간 스케일에 대한 함수로 정의한다.

$$x = \bar{x}(t) + \hat{x}(\tau) + O(\varepsilon), \quad 3-4a$$

$$z = \bar{z}(t) + \hat{z}(\tau) + O(\varepsilon). \quad 3-4b$$

위의 값들을 시간,  $t$ ,에 대하여 미분하면 식 3-5a,b와 같이 나타난다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) + \frac{d\hat{x}(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} \\ = A_{11}(\bar{x} + \hat{x}) + A_{12}(\bar{z} + \hat{z}) + B_1 T, \end{aligned} \quad 3-5a$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{\hat{z}}(t) + \varepsilon \frac{d\hat{z}(\tau)}{d\tau} \frac{d\tau}{dt} \\ = A_{21}(\bar{x} + \hat{x}) + A_{22}(\bar{z} + \hat{z}) + B_2 T. \end{aligned} \quad 3-5b$$

그런데,  $d\tau/dt = \varepsilon$ 이므로 식 3-2와 식 3-5a로부터 다음의 식 3-6을 얻을 수 있다.

$$\frac{d\hat{x}(\tau)}{d\tau} = \varepsilon [ A_{11} \hat{x} + A_{12} \hat{z} + B_1(T - \bar{T}) ]. \quad 3-6$$

이 식에서  $\varepsilon$ 이 영으로 접근함에 따라  $d\hat{x}(\tau)/d\tau$ 는 영으로 접근함을 알 수 있다. 따라서  $\varepsilon$ 이 영의 값을 가질 때  $\hat{x}(\tau)$ 는 상수 값을 가지므로, 초기조건이  $\bar{x}(t_0) = x(t_0)$ 일 때  $\hat{x}(\tau) = 0$ 이 됨을 알 수 있다. 또,  $d\hat{z}(\tau)/d\tau$ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d\hat{z}(\tau)}{d\tau} = A_{22}\hat{z} + B_2(T - \bar{T}) + O(\epsilon). \quad 3-7$$

위의 식에서  $T - \bar{T}$ 를 빠른 부의 토오크  $T_f$ 로 정의하면, 식 3-2와 식 3-7로부터 다음과 같이 분리된 두개의 모델을 얻을 수 있다.

$$\dot{\bar{x}} = A_0\bar{x} + B_0\bar{T}, \quad 3-8a$$

$$\frac{d\hat{z}(\tau)}{d\tau} = A_{22}\hat{z} + B_2T_f. \quad 3-8b$$

이 때 각각의 모델의 초기값은 다음과 같다.

$\bar{x}(t_0) = x(t_0)$ ,  $\hat{z}(t_0) = z(t_0) - \bar{z}(t_0)$ . 위의 값들을 각각에 대하여 극배치 기법을 적용시키면,  $\bar{T} = G_{s0}x$ ,  $T_f = G_{f0}\hat{z}$ 의 형태로 나타나게 되므로, 다음의 식 3-9와 같이 입력 토오크  $T$ 를 구할 수 있다.

$$T = \bar{T} + T_f = G_{s0}\bar{x} + G_{f0}\hat{z}. \quad 3-9$$

### 3. 2 $O(\epsilon^2)$ 복합제어기

$O(\epsilon^2)$ 복합제어기의 설계를 위하여 인테그랄 매니폴드( $M_\epsilon$ )를 다음과 같이 정의한다.

$$M_\epsilon: z = h(x, T_s, \epsilon). \quad 3-10$$

$z$ 는 초기치  $z(t_0) = z^0$ 로부터 경계구간  $[t_0, t^*]$  동안 인테그랄 매니폴드로 수렴한 후, 계는 느린 부모델을 따라 거동한다. 따라서 빠른 변수  $\eta$ 를 식 3-11로 정의하면,

$$\eta = z - h(x, T_s, \epsilon). \quad 3-11$$

느린 부 모델과 빠른 부 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x} = A_{11}x + A_{12}h + B_1T_s, \quad 3-12a$$

$$\begin{aligned} \epsilon \dot{\eta} &= A_{21}x + A_{22}(h + \eta) + B_2T \\ &- \epsilon \frac{dh}{dx} (A_{11}x + A_{12}(h + \eta) + B_1T). \end{aligned} \quad 3-12b$$

여기서,  $h$ 와  $T_s$ 를 다음과 같이 퍼터브드 변수  $\epsilon$ 의 멱급수로 나타내고,

$$h = h_0 + \varepsilon h_1 + \dots, \quad 3-13a$$

$$T_s = T_0 + \varepsilon T_1 + \dots. \quad 3-13b$$

식 2-6b에 대입 후  $\varepsilon$ 의 일차항까지 동일 차수별로 정리하면 다음과 같다.

$$\dot{h}_0 = \bar{z} = -A_{22}^{-1}(A_{21}x + B_2 T_0), \quad 3-14a$$

$$h_1 = A_{22}^{-1}(\dot{h}_0 - B_2 T_1). \quad 3-14b$$

그런데  $T_0 = \bar{T} = G_{s0}x$ 이므로  $h_0$ 는 3-15와 같이 나타낼 수 있다.

$$h_0 = -A_{22}^{-1}(A_{21} + B_2 G_{s0})x = -L_0 x. \quad 3-15$$

$T_0 + \varepsilon T_1$ 를 개선된 느린 부 토오크  $T_{sc}$ 로 두면,  $\dot{h}_0$ 은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{h}_0 &= \frac{dh_0}{dx} \dot{x} \\ &= -L_0[(A_{11} - A_{12}L_0)x + B_1 T_{sc}] + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad 3-16$$

따라서,  $h$ 는 다음과 같이 나타남을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} h &= -A_{22}^{-1}(A_{21}x + B_2 T_{sc}) \\ &\quad - \varepsilon L_0[(A_{11} - A_{12}L_0)x + B_1 T_{sc}] + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad 3-17$$

구해진  $h$ 를 식 3-12a,b에 대입하고  $T_{fc} = T - T_{sc}$ 로 두면, 다음과 같은 식 3-18a,b를 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [A_0 - \varepsilon A_{12}A_{22}^{-1}L_0(A_{11} - A_{12}L_0)]x \\ &\quad + [B_0 - \varepsilon A_{12}A_{22}^{-1}L_0B_1]T_{sc} + O(\varepsilon^2), \end{aligned} \quad 3-18a$$

$$\begin{aligned} \varepsilon \dot{\eta} &= (A_{22} + \varepsilon A_{22}^{-1}L_0A_{12})\eta \\ &\quad + (B_2 + \varepsilon L_0B_1)T_{fc} + O(\varepsilon^2). \end{aligned} \quad 3-18b$$

위의 값들을 각각에 대하여 극 배치 기법을 적용시켜  $T_{sc} = G_{sc}x$ ,  $T_{fc} = G_{fc}\eta$ 의 형태로 나타내면 다음의 식 3-19과 같이  $O(\varepsilon^2)$  복합제어기를 설계할 수 있다.

$$T = T_{sc} + T_{fc} = G_{sc}x + G_{fc}\eta. \quad 3-19$$



## 4. 극의 변화와 전산 모의 실험

### 4. 1 극의 변화

복합제어기의 설계시 고려되지 않은  $\varepsilon$ 의 고차항의 영향으로 극배치 기법을 적용하여 제어기를 설계하였을 때, 실제 제어계의 극 위치와 복합제어기로 설계시에 의도하였던 제어계의 극 위치와는 오차가 발생하게 된다. 이로 인하여 제어계의 성능이 의도한 것과 다르거나, 계가 불안정해질 수도 있다.

따라서 원하는 극의 위치를 변화시키며, 복합제어기로 제어된 극의 위치와 비교하여 봄으로써 제어된 계의 성능을 평가하여 단일 유연링크의 제어에서 빠른부와 느린부 간의 시간적 간격에 대한 이 복합제어기의 적용한계를 알아본다.

극의 이동을 위하여 다음의 식의 형태로 극의 위치를 결정하였다.

$$p_s = -\zeta_s \omega_s \pm \sqrt{\zeta_s^2 - 1} \omega_s, \quad 4-1a$$

$$p_f = -\zeta_f \omega_f \pm \sqrt{\zeta_f^2 - 1} \omega_f. \quad 4-1b$$

여기에서,  $p_s$ 는 느린부의 원하는 극의 위치를 나타내며,  $p_f$ 는 빠른부의 원하는 극의 위치를 나타낸다. 이때,  $\zeta_s$ 는 느린부의 감쇠계수,  $\omega_s$ 는 느린부의 원하는 진동수를 나타낸다. 또  $\zeta_f$ 는 빠른부의 감쇠계수,  $\omega_f$ 는 빠른부의 원하는 진동수를 나타내며, 첫 번째 진동형의 고유진동수를  $\omega_1$ , 두 번째 진동형의 진동수를  $\omega_2$ 로 나타낸다. 극의 이동을 관찰하기 위하여 느린부의 원하는 진동수를 0(rad/sec)에서 유연체의 기본 고유진동수인 8(rad/sec)까지 변화 시킨다. 이때 다음은

$$\zeta_s = 1, \quad \zeta_f = 0.3,$$

$$\omega_1 = 8(\text{rad/sec}), \quad \omega_2 = 50(\text{rad/sec}). \quad 4-2$$

와 같이 상수로 두었다.

이 결과를 Fig. 2와 Fig. 3에 나타내었다. 이때 동그라미로 나타낸 것이 의도한 극의 위치이고, 십자형으로 나타난 것이 복합제어기로 제어된 극의 위치를 나타낸다. 별표는 주어진 변수의 변화에 대한 복합제어기로 설계된 제어계의 최종 극의 위치를 나타낸다. Fig. 2는  $O(\varepsilon)$ 복합제어기의 느린 부의 원하는 진동수를 변화시키기에 따라 극의 이동을 나타내고 있다. 느린 부의 진동수가 커짐에 따라 느린 부를 나타내는 극은 허수축으로 접근하는 극과 멀어지는 극으로 나뉘어 진다. 여기에서 계에 주요한 역할을 하는 것은 허수축으로 접근하는 극이므로 이를 관찰의 대상으로 삼았다. 또 여기에서, 한가지 주목할 만한 점은 느린 부의 진동수가 커짐에 따라 빠른부의 극이 빠르게 허수축으로 가까워진다는 것이다. 이는 그 만큼 빠른부의 진동이 오래 남는 것을 뜻한다. 따라서 이 현상도 관찰 대상이 된다. Fig. 3는  $O(\varepsilon^2)$ 복합제어기에 대하여 동일한 과정을 반복하여 보았다.  $O(\varepsilon)$ 복합제어기와 비교하여 좋은 결과가 나타남을 알 수 있다. 제어기의 성능을 평가하기 위해, 최대

극의 오차가 20% 이내에서 설계 의도에 적합한 성능을 가진다고 가정하면,  $O(\varepsilon)$ 복합제어기의 경우  $\omega_s$ 가 유연체의 기본 진동수의 1/8이되는 1(rad/sec)까지가 타당함을 알 수 있다. 또,  $O(\varepsilon^2)$ 복합제어기의 경우,  $\omega_s$ 는 유연체의 기본진동수의 1/4이 되는 2(rad/s)까지가 타당함을 알 수 있다. 따라서 이들 사이가 3배 정도로 분리되어 있으면 계는 안정하지만 그 제어 성능은 보장할 수 없음을 알 수 있다.

#### 4. 2 전산 모의 실험

위에서 밝혔듯이 시간 분리에 따라서 복합제어기의 성능이 변하는 것을 확인하기 위하여 전산 모의 실험을 하였다. 전 차수 극 배치 기법으로 전체 제어계의 극을 다음과 같이 배치하였다.

$$p_s = [ -2 \quad -2 ] , \quad p_f = [ -2.40 \pm 7.63i \quad -15.0 \pm 47.70i ] , \\ p = [ p_s \mid p_f ] .$$

이때의 이득은 아래와 같다.

$$G = [ \begin{array}{ccc} -0.1037 & -22.2908 & -27.8910 \\ -0.1127 & 0.3287 & 12.9601 \end{array} ] .$$

$O(\varepsilon)$ 복합제어기의 경우에도 위와 동일한 극을 가지도록 느린부와 빠른부의 제어 이득을 결정하면

$$G_s = [ -0.6600 \quad -0.6600 ] , \\ G_f = [ -0.3722 \quad -0.0321 \quad 0.0421 \quad 0.0418 ] .$$

이다. 하지만 이때의 전체 제어계의 극은

$$p = [ -1.48 \quad -4.35 \quad -1.72 \pm 6.25i \quad -14.79 \pm 47.38i ] .$$

로 최대 극의 오차가 약 30%이다. 유사하게,  $O(\varepsilon^2)$ 복합제어기의 경우 다음과 같이 느린부와 빠른부의 제어 이득을 결정할 수 있다.

$$G_s = [ -0.6600 \quad -0.6600 ] , \quad G_f = [ -0.3546 \quad -0.0114 \quad 0.0351 \quad 0.0412 ] .$$

이때의 전체 제어계의 극은 다음과 같이 나타나고,

$$p = [ -1.87 \quad -2.15 \quad -2.0 \pm 7.68i \quad -14.94 \pm 47.96i ] .$$

이 경우는, 성능 평가를 위한 기준으로 가정된 20% 이내의 최대 극 오차를 가진다.

전산 모의 실험에서 입력은 계단함수로 주었으며, Fig. 4~6에 나타내었다. Fig. 4~6에 볼 수 있듯이 최대 극의 오차가 크면 그 제어기의 성능은 점점 저하된다. 따라서 복합 제어기를 설계할 때에는 의외의 극의 오차가 생겨 계의 성능을 저하시킬 수 있음을 고려하여, 느린부 진동수와 유연운동의 고유진동수가 충분히 분리시킴으로써 그 성능을 보장할 수 있다는 것을 알 수 있다.

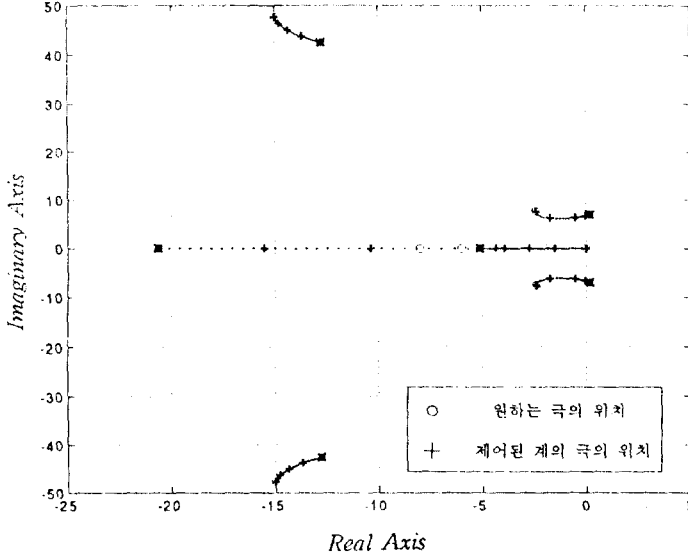


Fig. 2  $\omega_s$ 를 0에서 8까지 변화 시켰을 때의 극의 변화 ( $O(\epsilon)$  복합제어기)

[  $\zeta_s=1, \zeta_f=0.3, \omega_{f1}=8$ , 그리고  $\omega_{f2}=50$  ]

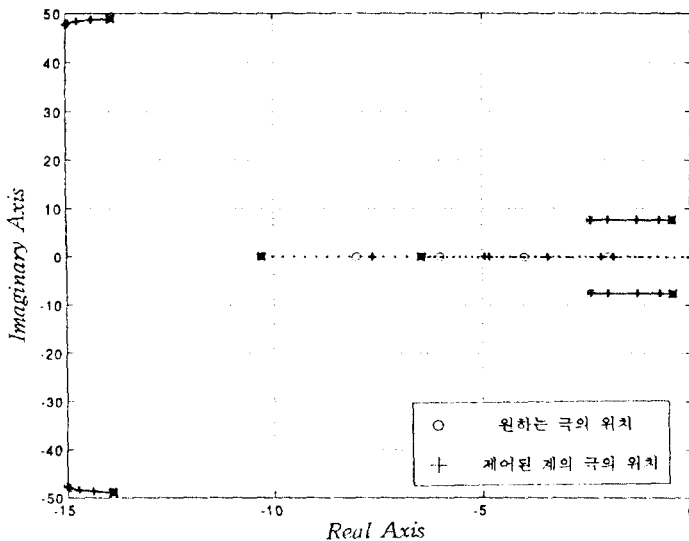


Fig. 3  $\omega_s$ 를 0에서 8까지 변화 시켰을 때의 극의 변화 ( $O(\epsilon^2)$  복합제어기)

[  $\zeta_s=1, \zeta_f=0.3, \omega_{f1}=8$ , 그리고  $\omega_{f2}=50$  ]

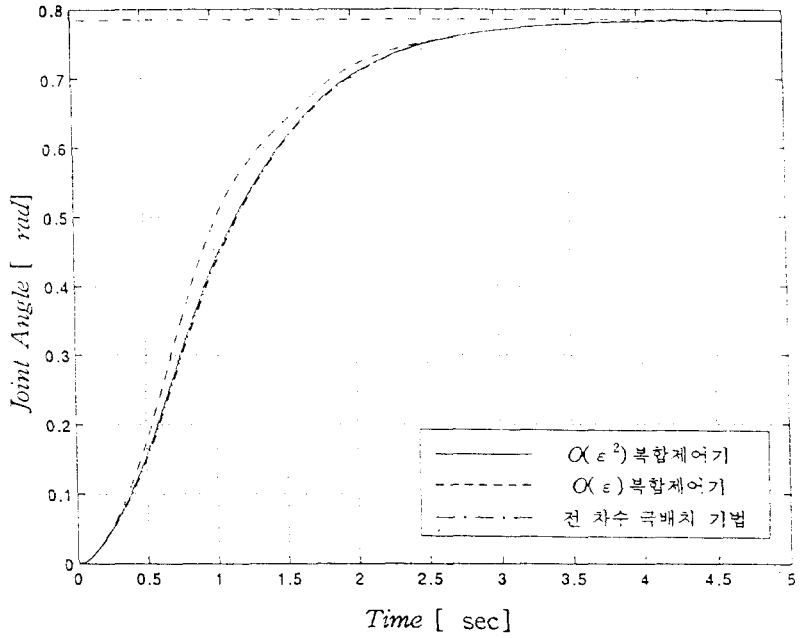


Fig. 4 Joint angle(step input response)

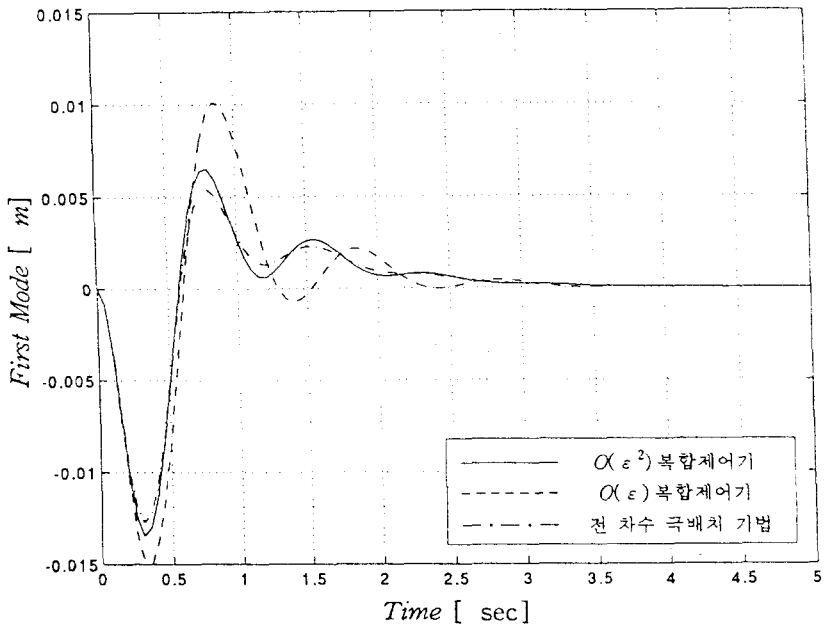


Fig. 5 First mode(step input response)

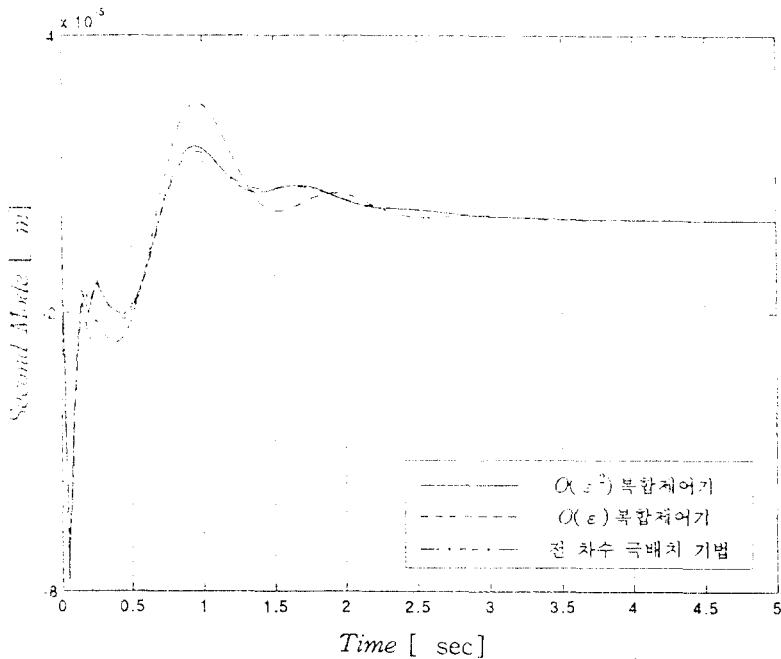


Fig. 6 Second mode(step input response)

## 5. 결 론

본 연구에서는  $O(\epsilon)$  복합제어기와  $O(\epsilon^2)$  복합제어기, 두 가지 복합제어기의 적용범위와 적합한 이득의 선정에 대하여 밝혔고, 전산 모의 실험을 통하여 이를 확인하였다.

본 연구에서는 계의 성능에 대한 평가의 방법으로, 실제 제어계의 극 위치와 복합제어기로 설계시에 의도하였던 제어계의 극 위치와의 최대 오차가 20%이내가 되어야 타당하다는 가정을 하였다. 식 4-2의 조건에서 이 가정을 만족하는 느린 부 진동수는  $O(\epsilon)$  복합제어기의 경우 유연 운동의 고유진동수의 1/8이하, 그리고  $O(\epsilon^2)$  복합제어기의 경우 유연 운동의 1/4이하가 되어야한다는 것을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- [1] Chernous'ko, F. L., 1981, The dynamics of controlled motions of an elastic manipulator. Eng. Cybernetics 19, pp. 101-111.
- [2] Truckenbrodt, A., 1981, Truncation problems in the dynamics and control of flexible mechanical systems., 8th IFAC Triennial World Congr.

- [3] Marino, R., and Nicosia, S., 1984, On the feedback control of industrial robots with elastic joints: A singular perturbation approach.. Rep 84. 01. Roma, Italy: Seconda Università di Roma, Dipartimento di Ingegneria Elettronica.
- [4] Siciliano, B., and Book, W. J., 1988, A singular perturbation approach to control of lightweight flexible manipulator., *Int. J. Robotics Res.* 7, pp. 79-90.
- [5] Book, W. J., 1984, Recursive Lagrangian dynamics of flexible manipulator arms. *Int. J. Robotics Res.* 3, pp. 87-101.
- [6] Chow, J. H. and Kokotovic, P. V., 1978, Two-time-scale feedback design of a class of nonlinear systems., *IEEE Trans. Automat. Contr.* AC-23, pp. 438-443.
- [7] Spong, M. W, and Khorasani K. 외, 1987, An integral manifold approach to the feedback control of flexible joint robots, *IEEE J. Robo. Auto.* RA-3, pp. 291-300.