

## 비선형 궤환을 이용한 매니퓰레이터의 최적경로제어

高益洙 · 金學範 · 李陽範  
전기공학과

### 〈要 約〉

본 연구에서는 매니퓰레이터의 모델방정식을 각각의 관절에 대해 서로 독립된 선형 감결합 모델방정식으로 변환시킨 후, 경로추종오차를 최소화시켜 주는 최적제어 알고리즘을 제안하였다.

이때 비선형시스템의 선형화를 위해 선형화 및 비선형궤환을 이용하여, 제어변수들에 대해 서로 독립적인 부시스템들로 재구성시켜 주었다. 이러한 부시스템의 상태방정식은 원점에 이 중극점이 존재하기 때문에 부시스템이 불안정하게 되므로 이를 개선하기 위하여 상태궤환에 의한 극 재배치방법을 이용하였다. 또한 매니퓰레이터의 수학적 동특성 모델방정식과 전 부시스템 상태방정식에서 유도된 오차방정식으로부터 최적제어 알고리즘을 도출하여 출력오차를 최소화시켜 주었다.

제안된 알고리즘을 PUMA 560 매니퓰레이터의 3관절에 적용하여 시뮬레이션하여 보았을 때 만족할 만한 결과를 얻었다.

---

## The Optimal Path Control for Manipulators Using Nonlinear Feedback

Ik-Soo Ko · Hak-Pum Kim · Yang-Bum Lee  
Dept. of Electrical-Engineering

### 〈Abstract〉

In the study, an optimal control algorithm is proposed to reduce the path follow-up error of the manipulators.

The algorithm transfers a nonlinear dynamics model equation of a manipulator to several independent decoupled linear model equation.

The dynamics characteristics of the manipulator are derived from the nonlinear model. For modeling the dynamics of the robot manipulator, a nonlinear feedback method is used and a control variable is reconstructed into the independent subsystems. The subsystems are unstable since their state equations of subsystems have double poles at the origin. Therefore, a pole assignment law is adapted to improve stability. The output error is minimized by applying the optimal control algorithm to the error equation, which is derived from both the mathematical dynamics model equation of the manipulator and the state equation of the subsystems.

We have simulated the proposed algorithms to a three-joint PUMA 560 model, and observed very encouraging result.

## 1. 서 론

매니퓰레이터의 운동궤적을 제어하기 위해 서는 매니퓰레이터 각 링크의 동특성으로 묘사되는 시변 비선형 동특성방정식으로부터 매니퓰레이터의 입력토크를 구해 내어야 한다. 일반적으로 매니퓰레이터 링크의 동적특성을 모델링하는 방법에는 Lagrangian-Euler 방법과 Newton-Euler 방법[1] 등 크게 두가지로 나눌 수 있다. 이러한 모델링 방법들로 부터 얻은 매니퓰레이터의 동특성은 2차 미분방정식으로 표현되며, 이를 2차 미분방정식은 매니퓰레이터의 관성부하와 관절들 사이의 변수들이 상호결합되어 있을 뿐만 아니라 링크의 중력부하 변수들까지도 서로 결합되어 비선형방정식으로 표현되고 있다. 따라서 매니퓰레이터의 작업능력을 향상시키기 위해서는 서로 결합된 비선형 동특성을 효과적으로 보상하는 제어시스템이 필요하다. 매니퓰레이터의 제어기 설계문제는 희망하는 매니퓰레이터의 운동궤적과 실제 매니퓰레이터 운동궤적과의 오차를 최소화시키는 것으로 근간 많은 연구가 진행되고 있다. Bejczy는 Lagrange-Euler 혹은 Newton-Euler 방정식에 기초하여 위치오차를 비례미분형제어로 보상하는 토크계산법을 제안하였으며[2], Paul은

토크계산법을 이용하여 관절매개변수 제어 문제에 그리퍼의 변수를 제어하는 동작보상 가속제어 문제까지를 제안하였다[3]. Leininger는 매니퓰레이터의 관절에서 개별적인 자유도의 위치오차에 대하여 독립적인 자기회귀모델을 설정하고 적용제어기를 설계하였으나 매니퓰레이터 링크간의 상호결합된 변수들의 효과에 대한 고려가 불충분하였다[4]. Lee는 공간상에서 희망하는 관절의 위치, 속도 및 가속도를 동작점으로 하는 섭동모델을 적용하여 적용제어기를 설계하였다[5]. 그러나 이 방법은 동작점에 대한 공청입력을 구하기 위하여 관성행렬의 역행렬을 반드시 계산하여야 하므로 많은 계산량이 요구되어 실시간 처리에 의한 실현이 불가능하다. Utkin은 시스템 매개변수의 정확한 인식을 요구하지 않고도 알고리즘이 간단하게 구현되는 제어기를 슬라이딩모드기법을 적용하여 제안하였으나 수행오차가 크고 매니퓰레이터가 다관절 경우에는 적용하기가 어려운 단점을 가지고 있다[6].

본 연구에서는 매니퓰레이터가 작업을 수행하는데 있어서 효과적으로 매니퓰레이터의 경로를 제어할 목적으로 수행오차에 대한 정확성을 유지하면서 주어진 작업을 원활히 수행하게 하는 최적경로추종 제어기를 설계하였다. 먼저 매니퓰레이터의 동특성으

로 나타내는 결합된 시변 비선형 동특성방정식을 감결합된 선형 동특성방정식으로 변환하기 위하여 비선형궤환기법과 선형화기법을 적용하였다. 또한 제어기설계시 시스템의 계산량의 부담을 줄이기 위하여 감결합된 선형시스템방정식 및 출력방정식에 대하여 각각의 관절을 독립적인 부시스템으로 구성시켰다. 이렇게 하였을 경우 부시스템의 상태방정식의 고유치는 원점에 이중극점으로 나타나므로 시스템이 불안정하게 된다. 따라서 이러한 문제에 대하여 안정도를 개선시키기 위한 방법으로는 부시스템의 극점이 허수축상의 좌반부에 존재하게끔 상태를 선형궤환시켜 주어야 한다. 이러한 결과로 얻어진 선형 경로오차 방정식에 대하여 최적제어기법을 적용하여 경로오차를 최소화시켜 주었다.

제안된 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 PUMA 560 매니퓰레이터를 대상으로 경로추적 운동에 대한 시뮬레이션을 수행한 결과 제안된 경로추적 알고리즘의 타당성과 시스템 매개변수의 변화에 대한 강인성을 입증하였다.

## 2. 매니퓰레이터의 동특성 모델링

매니퓰레이터의 동특성방정식에 Lagrange-Euler방정식을 적용하면 다음의 식으로 정리된다[1].

$$\begin{aligned} \tau_i &= \sum_{j=1}^m D_{ij}(q) \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^m H_{ijk}(q) \dot{q}_j \dot{q}_k + g_i(q), \\ i &= 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2-1)$$

$$\tau = D(q)\ddot{q} + p(q, \dot{q})$$

여기서,  $m$  : 관절의 수

$\tau$  : 관절입력 토크벡터 ( $m \times 1$ )

$\dot{q}$  : 각각속도 벡터 ( $m \times 1$ ).

$$p(q, \dot{q}) : H(q) + g(q)$$

$D(q)$  : 매니퓰레이터의 질량관성 행렬  
( $m \times m$ )

$H(q, \dot{q})$  : 코리올리스력(Coriolis force)  
과 원심력에 관련된 행렬 ( $m \times m \times m$ )

$g(q)$  : 중력항의 벡터 ( $m \times 1$ )

식 (2-1)를 상태방정식으로 표현하기 위하여 상태변수를 다음과 같이 정하였을 때

$$x_i = q_i, \quad x_{m+1} = \dot{q}_i,$$

$$\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_{2m})^T$$

$$\tilde{\mathbf{x}} = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T \quad (2-2)$$

매니퓰레이터의 상태방정식과 출력방정식은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_m \\ \dot{x}_{m+1} \\ \vdots \\ \dot{x}_{2m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{m+1} \\ x_{m+2} \\ \vdots \\ x_{2m} \\ \vdots \\ D^{-1}(\tilde{\mathbf{x}})p(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \vdots \\ D^{-1}(\tilde{\mathbf{x}}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \vdots \\ \tau_m \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1(\mathbf{x}) \\ y_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ y_6(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2-4)$$

본 연구에서는 그림 2.1과 같은 매니퓰레이터로 부터 4, 5, 6관절들은 일정한 자세로 물체를 주는 자세로 가정하고 1, 2, 3관절들만이 회전하는 채적으로 운동하는 것만을 고려하였다. 따라서 매니퓰레이터의 1, 2,

3관절에 대한 기계적 운동방정식을 정리하면 다음과 같다.

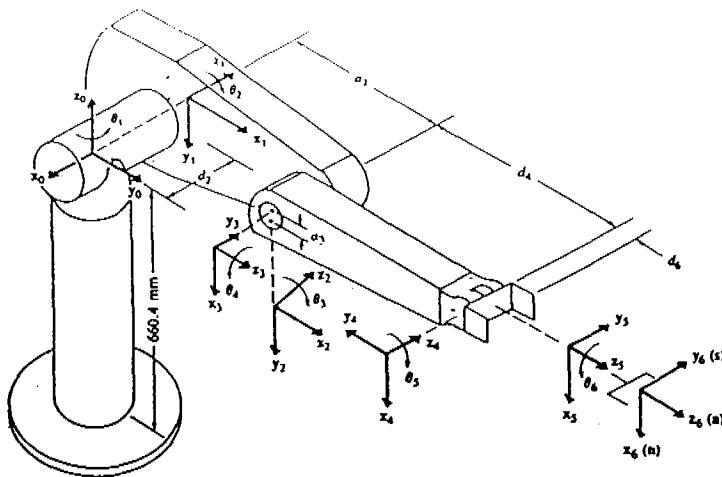
$$\begin{aligned} \tau_i &= \sum_{j=1}^3 D_{ij}(\mathbf{q})\ddot{q}_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 H_{ijk}(\dot{\mathbf{q}})\dot{q}_j \dot{q}_k + g_i(\mathbf{q}) \\ i &= 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2-5)$$

또한 매니퓰레이터의 그리퍼가 희망하는 경로를 따라 움직이도록 하는 출력방정식의 위치벡터는 다음과 같은 식으로 유도된다[7]. 따라서 식(2-2)에서 정의된 상태변수를 식(2-1)과 식(2-6)에 적용하였을 때 매니퓰레이터의 상태방정식과 출력방정식의 위치벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_x \\ y_y \\ y_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos q_1 (a_2 \cos q_2 + a_3 \cos(q_2+q_3) + d_4 \sin(q_2+q_3)) - d_2 \sin q_1 \\ \sin q_1 (a_2 \cos q_2 + a_3 \cos(q_2+q_3) + d_4 \sin(q_2+q_3)) + d_2 \cos q_1 \\ d_4 \cos(q_2+q_3) - a_3 \sin(q_2+q_3) - a_2 \sin q_2 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ \dot{x}_2 \\ x_3 \\ \dot{x}_4 \\ x_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ \dots \\ \mathbf{D}^{-1}(\bar{x})\mathbf{p}(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ \mathbf{D}^{-1}(\bar{x}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1(x_1, x_2, x_3) \\ y_2(x_1, x_2, x_3) \\ y_3(x_1, x_2, x_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos x_1 (a_2 \cos x_2 + a_3 \cos(x_2+x_3) + d_4 \sin(x_2+x_3)) - d_2 \sin x_1 \\ \sin x_1 (a_2 \cos x_2 + a_3 \cos(x_2+x_3) + d_4 \sin(x_2+x_3)) + d_2 \cos x_1 \\ d_4 \cos(x_2+x_3) - a_3 \sin(x_2+x_3) - a_2 \sin x_2 \end{bmatrix} \quad (2-8)$$



PUMA 560 링크계 파라미터				
관절 i	q <sub>i</sub>	$\alpha_i$	$a_i$	d <sub>i</sub>
1	90	-90	0	0
2	0	0	0.4318[m]	0.14909[m]
3	90	90	-0.020332[m]	0
4	0	-90	0	0.43307[m]
5	0	90	0	0
6	0	0	0	0.05625[m]

그림 2.1 PUMA 560 매니퓰레이터의 다이아그램

### 3. 매니퓰레이터의 비선형 궤환과 선형화

결합된 매니퓰레이터 모델방정식에 선형화기법과 비선형 궤환기법을 적용하여 간결화된 선형모델방정식으로 유도하였을 때 토크방정식은 아래와 같다.

$$\tau = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})\bar{v}$$

$$= -D(\bar{\mathbf{x}})J_y^{-1} \partial J_y \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} - p(\mathbf{x}) + D(\bar{\mathbf{x}})J_y^{-1} \bar{v} \quad (3-1)$$

$\bar{v}$  : 토크제어벡터.

$D(\bar{\mathbf{x}})$ : 매니퓰레이터의 관성 행렬

$J_y$  :  $y(x_1, x_2, x_3)$ 의 Jacobian 행렬

이며, 관절과 작업장 사이의 미분관계

$p(\mathbf{x})$ : 원심력과 코리올리력, 그리고 중력에 관계된 벡터

한편 그림의 공간상 각 위치에 대한 출력방정식을 선형화 시켜주기 위해서는 식 (3-2)와 같은 변환을 적용하여야 한다. 여기서 변환  $t(\mathbf{x})$ 는 상태벡터  $y$ 에서 새로운 상태벡터  $\mathbf{z}$ 로 변환시켜주는 함수이다.

$$\mathbf{z} = \mathbf{t}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} y_1(\mathbf{x}) \\ \dot{y}_1(\mathbf{x}) \\ y_2(\mathbf{x}) \\ \dot{y}_2(\mathbf{x}) \\ y_3(\mathbf{x}) \\ \dot{y}_3(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (3-2)$$

따라서 매니퓰레이터 동특성방정식에 비 선형케환과 선형화기법을 적용하였을 때 식 (2-8)의 상태방정식과 식(2-9)의 출력방정식은 다음과 같은 Brunovsky 표준형인 감 결합 선형동적방정식으로 표현된다.

$$\dot{\mathbf{z}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{v}} \quad (3-3)$$

$$\mathbf{y} = \bar{\mathbf{C}}\mathbf{z} \quad (3-4)$$

여기서,

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

또한 식 (3-3)의 감결합된 시스템방정식으로부터 토크를 제어하기 위한 제어기 설계시 계산량의 부담을 줄이기 위해서는 각각의 관절에 대하여 식 (3-5)와 같은 독립적인 부시스템으로 구성시켜 주어야 한다.

$$\dot{\mathbf{z}}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{z}_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{v}}_i \quad (3-5)$$

$$\mathbf{y}_i = [1 \ 0] \mathbf{z}_i \quad (3-6)$$

여기서,

$$\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{2i-1} \\ \mathbf{z}_{2i} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3$$

그러나 부시스템의 상태 방정식의 고유치는 원점에 이종극점으로 나타나기 때문에 시스템이 불안정하게 된다. 따라서 부시스템의 안정도를 개선하기 위한 방법으로 부시스템의 극점을 허수축의 좌반부 내에 존재하게끔 상수블록 대각행렬 (constant block diagonal matrix)  $\mathbf{F}$ 를 이용하여 그림 3.1 와 같이 상태케환시켜 주어야 한다.

이때 식 (3-5)으로부터  $\bar{\mathbf{v}}$ 의 벡터방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v} - \mathbf{F}\mathbf{z} \quad (3-7)$$

여기서 행렬  $\mathbf{F}$ 는 다음과 같다.

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{21} & f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{31} & f_{32} \end{bmatrix}$$

$f_{11}, f_{12}$  : 상수블록 대각행렬 요소

따라서 식 (3-7)을 식 (3-3)에 대입하면 다음의 식으로 정리된다.

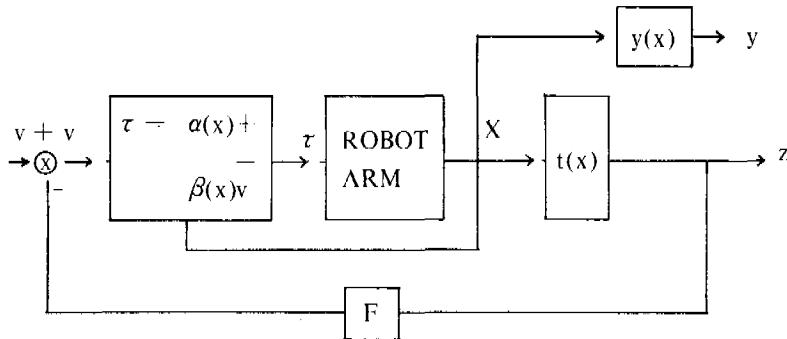


그림 3.1 상수이득행렬을 이용하여 시스템의 안정도를 개선한 블럭선도

$$\dot{\mathbf{z}} = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{z} + \bar{\mathbf{B}}(\mathbf{v} - \mathbf{F}\mathbf{z}) = (\bar{\mathbf{A}} - \bar{\mathbf{B}}\mathbf{F})\mathbf{z} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{v}$$

이용하여 구할 수 있다.

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -f_{11} & -f_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -f_{21} & -f_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -f_{31} & -f_{32} \end{bmatrix} \mathbf{z} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (3-8)$$

결국 그림 3.1의 블럭선도로부터 매니퓰레이터는 3개의 개별적인 부시스템으로 구성할 수 있고 각각의 부시스템들의 방정식은 다음과 같은 2차 형태를 가진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -f_{ii} & -f_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i \quad (3-9)$$

$$y_i = [1 \ 0] \begin{bmatrix} z_{2i-1} \\ z_{2i} \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, 3 \quad (3-10)$$

여기서 부시스템의 극점은 다음 관계식을

$$s_{1,2} = -\zeta w_n \pm jw_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$\zeta$ =제동 비율 (Damping Ratio),

$w_n$ =자연 주파수 (Natural Frequency)

$$w_n^2 = f_{ii}, \quad 2\zeta w_n = f_{i2}$$

#### 4. 매니퓰레이터의 최적제어

식 (3-3)과 식 (3-4)의 감결합된 시스템 방정식으로부터 경로를 최적으로 제어하기 위한 제어기설계시에는 계산량의 부담을 줄여야 한다. 이것은 시스템을 각각의 공간상 위치에 대해 독립적인 부시스템으로 구성시켜 주어야 하며 이때 매니퓰레이터의 이상적인 수학적 모델방정식은 다음의 형태를 가진다.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_{2i-1}^d \\ z_{2i}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -f_{ii} & -f_{i2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{2i-1}^d \\ z_{2i}^d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_i^d \quad (4-1)$$

$$y_i^d = [1 \ 0] \begin{bmatrix} z_{2i-1}^d \\ z_{2i}^d \end{bmatrix} \quad (4-2)$$

여기서  $y_i^d$ 는 희망하는 경로벡터이다.  
또한 식 (3-10)과 식 (4-2)으로부터 출  
력오차방정식은

$$\dot{e}_i = \begin{bmatrix} e_{i1} \\ e_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_i - y_i^d \\ y_i - y_i^d \end{bmatrix} \quad (4-3)$$

와 같이 나타낼 수 있으며 시스템 오차방정  
식은 식 (3-9)과 식 (4-1)로부터 다음과  
같이 표현된다.

$$(v_i - v_i^d) = (\dot{y}_i - \dot{y}_i^d) + f_{i2}(y_i - y_i^d) + f_{i1}(y_i - y_i^d) \quad (4-4)$$

따라서 시스템 토크오차방정식을 식 (4-  
3)의 출력오차방정식의 입력으로 놓고 정리  
하면 다음과 같이 표현되며 이것의 블록선  
도는 그림 4.1에 도시하였다.

$$\dot{e}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -f_{i1} & -f_{i2} \end{bmatrix} e_i + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} (v_i - v_i^d) \\ = A_i e_i + B_i \Delta v_i \quad (4-5)$$

$\Delta v_i$  : 수학적 모델방정식과 실제 시스템  
방정식의 차

한편 최적제어기를 설계하기 위하여 출력오  
차를 최소화시켜주는 평가척도함수(cost  
index function)를 다음과 같이 정의할 때

$$J(\Delta v_i) = \int_0^T \Delta v_i^T R \Delta v_i dt + \int_0^T e_i(t)^T Q e_i(t) dt \\ + e_i(T)^T S e_i(T) \quad (4-6)$$

$R$  = 하중상수,  $Q$  = 하중행렬 ( $2 \times 2$ )

$S$  = 하중행렬 ( $2 \times 2$ ),

$T$  = 매니퓰레이터의 운동시간

최적보정(Optimal Correction)은 다음의  
식으로 표현된다. [8]

$$\Delta v_i^* = -R^{-1}B_i^T P(t)e_i(t) \quad (4-7)$$

$$\Delta v^* = -R^{-1}(p_{12}(y_i - y_i^d) + p_{22}(y_i - y_i^d))$$

여기서  $P(t)$ 은 Riccati방정식의 해로서  
positive definite를 만족한다.

$$P(t) = P(t)A - A^T P(t) + P(t)BR^{-1}B^T P(t) - Q \quad (4-8)$$

만일 Riccati 방정식으로부터 정상상태  
해만을 원했을 때 ( $t \rightarrow \infty$ ) 다음과 같은 대수  
방정식으로 표현되며 [8].

$$-PA - A^T P + PBR^{-1}B^T P - Q = 0 \quad (4-9)$$

$P$  : Riccati방정식의 정상상태 해

위의 식을 다시 정리하면 아래의 비선형  
대수방정식으로 표현된다.

$$2f_{i1}p_{12} + R^{-1}p_{12}^2 - q_{11} = 0$$

$$-p_{11} + f_{i2}p_{12} + f_{i1}p_{22} + R^{-1}p_{12}p_{22} - q_{12} = 0 \quad (4-10)$$

$$-2(p_{12} - f_{i2}p_{22}) + R^{-1}p_{22}^2 - q_{22} = 0$$

여기서  $p_{12}$ 와  $p_{22}$ 는 식 (4-10)으로부터  
다음과 같이 구할 수 있다.

$$p_{12} = -Rf_{i2} \pm R\sqrt{f_{i2}^2 + q_{11}R^{-1}}$$

$$p_{22} = -2Rf_{i2} \pm$$

$$R\sqrt{4f_{i2}^2 - (2f_{i2} \mp 2\sqrt{f_{i2}^2 + q_{11}} \cdot q_{22})R^{-1}}$$

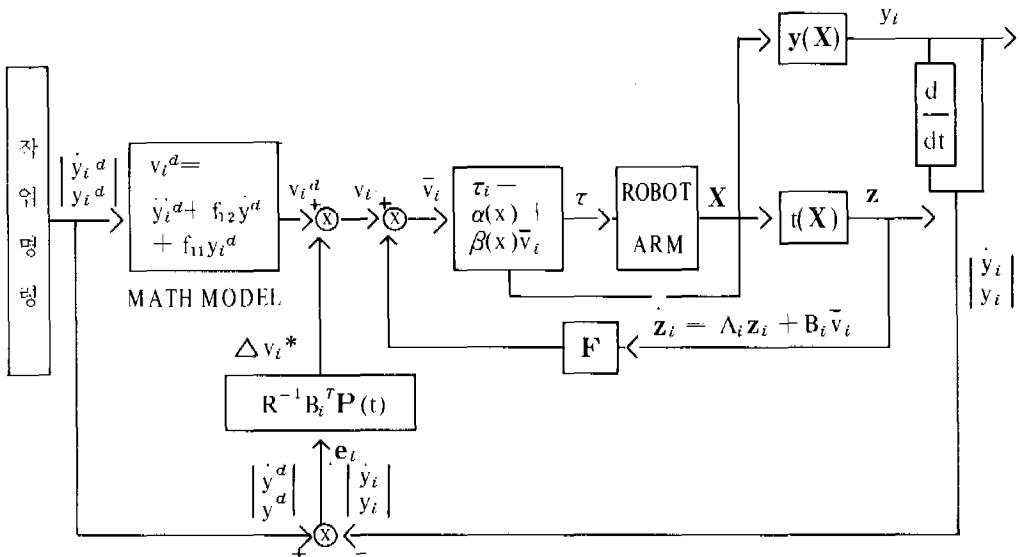


그림 4.1 매니퓰레이터의 최적화에 대한 블럭선도

## 5. 매니퓰레이터의 시뮬레이션

제안된 동특성 모델방정식을 매니퓰레이터에 적용하여 시뮬레이션하기 위해서는 먼저 PUMA 560 매니퓰레이터의 물리정수값과 표 5.1의 공칭부하(nominal load)값 및 Riccati방정식의 R, Q값을 이용하여야 한다.

한편 그림 5.1과 같은 평면에서의 동작운동 또는 직선운동 대신에 원점으로부터 (-0.56, 0, 0.08 [m])떨어진 위치에서 평면과 30°의 각을 이루며 반경 R(-0.25[m])인 원을 각속도 ω로 움직이는 경로를 매니퓰레이터의 그리퍼가 회방하는 경로로 설정한다.

따라서 회방하는 경로를 구하기 위하여 일정한 각속도 ω로 움직이는 경로 C를 원통좌표계로 나타내면 다음과 같으며

$$\begin{aligned} x'(t) &= R \cos\omega t \\ y'(t) &= R \sin\omega t \\ z'(t) &= 0 \end{aligned} \quad (5-1)$$

표 5.1 각 계수에 대한 기호, 공칭 값, 실제 값

NO	기호	정 의	공칭값	실제값
1	X(0)	상태의 초기 조건	2.9550	
			0.0000	
		조건	0.3750	
			0.0000	
			0.7550	
			0.0000	
2	CM6	부하변화율	0.5	1.0
3	T	원 C의 주기		1.0472
4	ζ	제동비율		1.0
5	Wn	사연주파수		10.0
6	CGA	회방하는 도	1.0	1.20
		크의 퍼센트		
7	GAMMAX	토크제한상수	200.0	
			200.0	
			100.0	
8	R	하중상수		0.02
9	Q	하중행렬	100000	1
			1	200
10	TZERO	초기시간(sec)		0.0(sec)
11	TF	최종시간(sec)		10.0(sec)
12	DT	샘플링시간(sec)		0.005(sec)

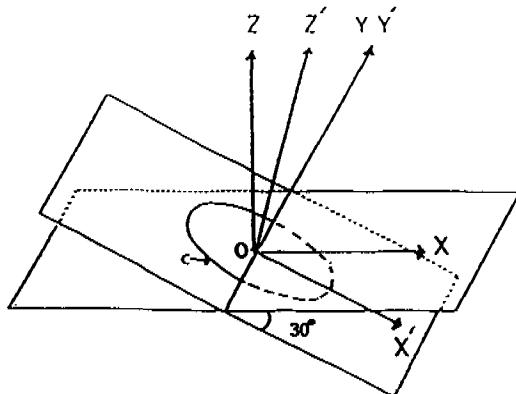


그림 5.1 직각좌표계에서 경로

또한 XYZ 계는 Y축을 따라  $-30^\circ$  회전하므로  $X' Y' Z'$  계로 표현하면 (5-2)와 같다. [9]

따라서 그리퍼의 XYZ계를 기준좌표계로 변환하여 회망하는 경로에서 위치와 속도를 표현하면 (5-3)(5-4)의 식과 같으며 이것을 그림 5.2에 도시하였다.

## 6 매니퓰레이터의 시뮬레이션 결과 및 검토

### 1) 최적보정의 중요성

제안된 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 선형궤환과 최적보정  $\Delta v^*$ 를 고려하여 시뮬레이션을 수행한 결과 매니퓰레이터가 회방하는 궤적을 따라 움직이는 동안 최적 제어된 매니퓰레이터의 최대위치 오차값과 최대속도 오차값은 표 5.2에서 보여주고 있으며 이것을 그림 5.3에 도시하였다. 또한 그림 5.4는 매니퓰레이터의 각 관절에 공급되는 토크값을 나타내고 있다. 이러한 결과로 부터 최적보정이 출력오차를 효과적으로 보정하기 때문에 정상상태에서 최대위치 및 속도오차는 0.54[mm], 0.47[mm/sec]의 오차를 가지고 주어진 경로를 잘 추적하고 있음을 알 수 있다.

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos 30^\circ & 0 & \sin 30^\circ \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin 30^\circ & 0 & \cos 30^\circ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'(t) \\ y'(t) \\ z'(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.866 \times (R \cos \omega t + 0) \\ R \sin \omega t \\ 0.5 \times (R \cos \omega t + 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.866 \times R \cos \omega t \\ R \sin \omega t \\ 0.5 \times R \cos \omega t \end{bmatrix} \quad (5-2)$$

$$\begin{bmatrix} y1^d \\ y2^d \\ y3^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t) - 0.56 \\ y(t) \\ z(t) - 0.08 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.866 \times R \cos(\omega t) - 0.56 \\ \sin \omega t \\ 0.5 \times R \cos \omega t - 0.08 \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

$$\begin{bmatrix} y4^d \\ y5^d \\ y6^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{y}1^d \\ \dot{y}2^d \\ \ddot{y}2^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.866 \times R \times \omega \times \sin(\omega t) \\ R \times \omega \times \cos \omega t \\ -0.5 \times R \times \omega \times \sin \omega t \end{bmatrix} \quad (5-4)$$

표 5.2 시뮬레이션 결과

위치오차 [mm]			속도오차 [mm/sec]			토크 [n.m]		
e1	e2	e3	$\dot{e}_1$	$\dot{e}_2$	$\dot{e}_3$	관절1	관절2	관절3
0.23	0.285	0.542	0.104	0.471	0.227	-1.58	-60.94	-11.91

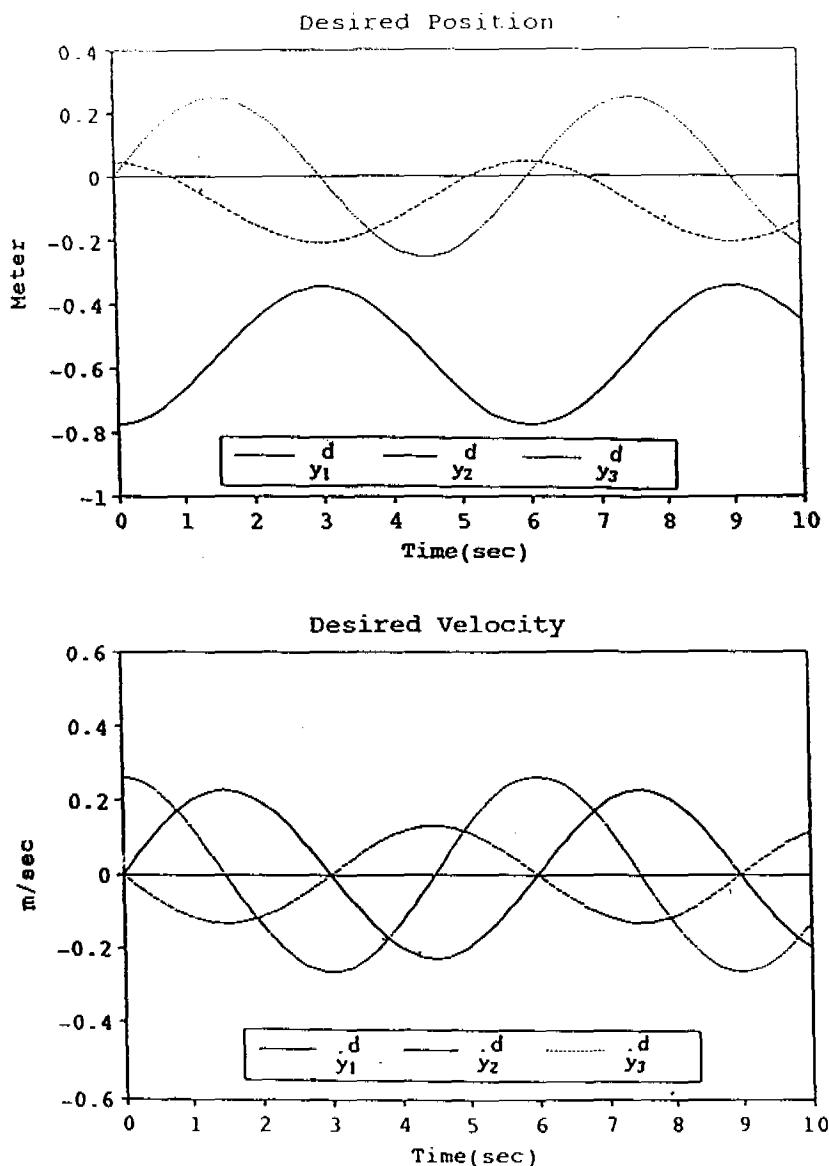


그림 5.2 그라퍼가 희망하는 경로

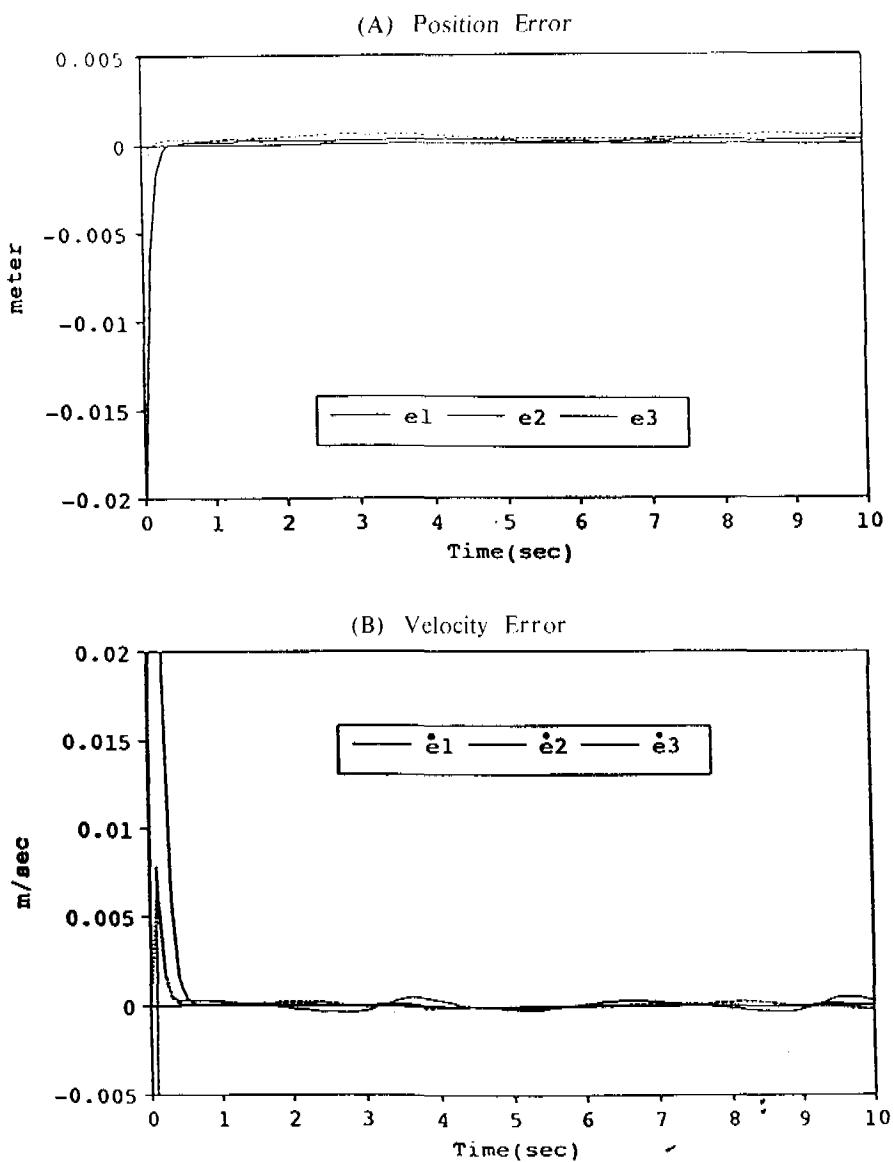


그림 5.3 최적보정을 적용했을 경우 위치오차 및 속도오차

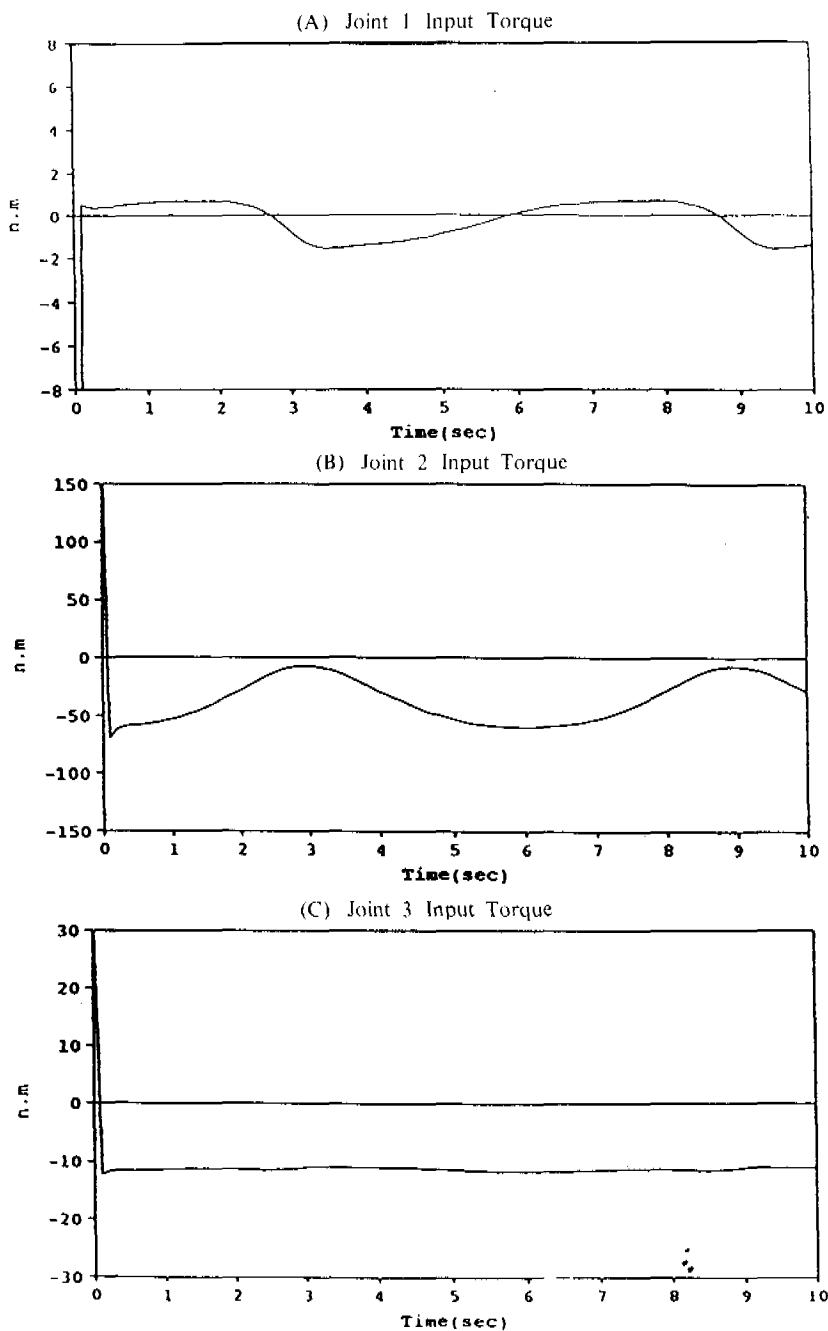


그림 5.4 매니퓰레이터의 입력 토크

2) 하중행렬  $\mathbf{Q}$ 의 효과

시뮬레이션을 행하는데 있어서는 하중상수( $R=0.02$ )를 일정한 값으로 택하였다. 하중행렬  $\mathbf{Q}$ 에 따라 위치 및 속도오차의 변화를 나타내는데 본 연구에서는 수렴시간, 최대토크 운전시간 및 정상상태에서의 오차를 고려하여 가장 적절한 하중행렬  $\mathbf{Q}$ 를 시행착오적인 방법에 의하여 결정하였다. 컴퓨터 시뮬레이션 결과는 표 5.3과 같으며 이것은 매니퓰레이터의 그리퍼가 정상위치에서 1[mm] 보다 적은 오차가 나타남을 의미하는 것이다.

## 3) 부하의 변화에 따른 효과

부하를 최대공칭값(4.0[kg])으로부터 무부하까지 변화를 주었을 때의 시뮬레이션한 결과는 표 5.4에 나타내었다. 이것은 부하의 변화에 따라 정상상태에서의 위치오차, 속도오차 및 토크의 값이 변한다는 것을 의미하는 것이다. 본 연구에서는 공칭부하를 3.0[kg]으로 취하였을 때 위치 및 속도오차가 가장 작은 값으로 나타남을 알 수 있었으며 또한 부하의 변동에도 희망하는 그리퍼의 위치 및 속도에는 영향을 미치지 않다는 사실을 알 수 있다.

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{bmatrix} 100000.0 & 1.0 \\ 1.0 & 2000.0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q}_2 = \begin{bmatrix} 100000.0 & 1.0 \\ 1.0 & 200.0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_3 = \begin{bmatrix} 10000.0 & 1.0 \\ 1.0 & 200.0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q}_4 = \begin{bmatrix} 50000.0 & 1.0 \\ 1.0 & 50.0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{Q}_5 = \begin{bmatrix} 1000.0 & 1.0 \\ 1.0 & 20.0 \end{bmatrix}$$

표 5.3 하중행렬의 변화에 대한 효과

기호	위치오차[mm]			속도오차[mm/sec]			토크[n.m]			수렴시간 [sec]	최대토크운전 시간[sec]
	e1	e2	e3	ė1	ė2	ė3	관절1	관절2	관절3		
$\mathbf{Q}_1$	-1.62	1.442	-3.90	397.	-248.	443.0	-200	-200	84.2		0.0-10.0
$\mathbf{Q}_2$	0.230	0.285	0.542	0.104	0.471	0.227	-1.52	-59.7	-11.7	0.5	0.0-0.1
$\mathbf{Q}_3$	0.656	0.808	1.547	0.294	1.152	0.579	1.53	-59.7	-11.7	0.8	0.0-0.1
$\mathbf{Q}_4$	0.321	0.397	0.756	0.162	0.637	0.305	-1.52	-59.7	-11.7	0.5	0.0-0.1
$\mathbf{Q}_5$	1.769	2.143	4.120	0.789	3.126	1.510	-1.53	-59.7	-11.6		0.0-0.1

#### 4) 주기의 변화에 대한 효과

표 5.5에서 알수 있는바와 같이 희망하는 경로에 대한 주기가  $T = 3, 6, 9$ 초로 택하여 시뮬레이션한 결과 주기에 관계없이 위치 및 속도오차의 변화가 크지않음을 알 수 있다.

#### 5) 입력토크변화에 대한 효과

입력토크변화율 CGA(change gamma) 이란 희망하는 경로를 추적하는데 필요한 토크의 퍼센트를 나타낸 것으로  $CGA=0.8$  이란 희망하는 토크보다 20(%)적은 토크를 의미하는 것이다. 시뮬레이션을 행하는데 있어서 액튜에이터, 기어, 증폭기등에서 발생되는 여러가지 외란을 고려하여 희망하는 토크보다 110(%), 100(%), 90(%인가했

을 경우 위치 및 속도오차에 대한 효과는 표 5.6에 나타내었다. 표와 그림에서 알 수 있는 바와 같이 입력토크가 변화하여도 희망하는 경로를 잘 추적할 수 있음이 확인되었다.

## 6. 결 론

제안된 알고리즘의 타당성을 입증하기 위하여 PUMA 560 매니퓰레이터에 시뮬레이션을 수행하여 본 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 본 알고리즘을 매니퓰레이터에 적용하여 경로오차를 최소화하는 방법을 제시하였을 때, 각 관절에 공급되는 토크를 최적보정하여 매니퓰레이터가 희망하는 경로를 따라 움직이게끔 효과

표 5.4 부하 변화율에 따른 효과

부하 [kg]	위치오차[mm]			속도오차[mm/sec]			토크[n.m]		
	e1	e2	e3	e1	e2	e3	관절1	관절2	관절3
4.00	-0.157	0.454	0.287	-0.110	-0.560	-0.124	-1.52	-63.82	-12.44
3.00	0.230	0.285	0.542	0.104	0.471	0.227	-1.52	-59.67	-11.66
1.00	0.591	0.298	1.345	-0.211	0.670	0.489	-1.52	-52.52	-10.88

표 5.5 주기 T의 변화에 대한 효과

T [sec]	위치오차[mm]			속도오차[mm/sec]			토크[n.m]		
	e1	e2	e3	e1	e2	e3	관절1	관절2	관절3
3.0	0.255	0.511	0.648	0.563	1.582	-0.651	-6.06	-53.36	-12.43
6.0	0.230	0.285	0.542	0.104	0.471	0.227	-1.52	-59.67	-11.66
9.0	0.230	0.175	0.533	-0.053	0.214	0.136	-0.68	-60.82	-11.72

표 5.6 입력토크변화 CGA에 대한 효과

CGA [%]	위치오차[mm]			속도오차[mm/sec]			토크(n.m)		
	e1	e2	e3	e1	e2	e3	관절1	관절2	관절3
1.1	-0.277	0.537	-0.600	0.133	-0.658	0.176	-1.52	-59.66	-11.67
1.0	-0.858	0.879	-1.945	0.320	-1.036	0.608	-1.52	-59.66	-11.67
0.9	-1.557	1.305	-3.582	0.569	-1.534	1.131	-1.52	-59.66	-11.68

적인 토크제어를 가능케 하였다.

- 2) 본 알고리즘은 부하의 변화나 외란에도 불구하고 강인한 제어를 할 수 있어으며 또한 희망하는 경로의 속도가 변화하여도 위치 및 속도제어에 만족할 만한 결과를 얻을 수 있었다.

### 참고문헌

1. Richard P.Paul, "Robot Mainpulators: Mathematics, Programeing, and Control, The MIT Press, 1981.
2. A.K.Bejczy, "Dynamic Models and Control Equations for Manipulators," JPL Report 715-19, November 30, 1979.
3. Luh,J. Y.S., Walker, M. W. and Paul, R.P.C., "Resolved acceleration control of mechanical manipulators," IEEE Trans. on Aut. Control, Vol.AC-25, pp. 468-474, 1980.
4. Chung,C.H. and Leininger,G.G., "Adaptive Selftuning Control of manipulators in task coordinate system," Int. Cont. on Robotics,pp. 546-551, 1984.
5. Lee,C.S.G.,Chung,M.J. and Lee,B. H., "Adaptive Control for Robot Manipulators in Joint and Cartesian Coordinates," Int.Conf. on Robotics, 1984.
6. R.P.Paul, Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control, MIT Press,Cambridge MA,1981.
7. K.S.Fu, R.C.Gonzalez, C.S.G.Lee, "Robotics Control, Sensing, Vision and Inteligence", 1988.
8. Huibert Kwakernaak, Raphael Sivan, "Linear Optimal Control Systems", 1972.
9. John J. Craig, "Robotics", 1987.