

스플라인 보간법을 이용한 왜곡된 영상의 평활화에 관한연구*

이국렬 · 이양범
전기전자 및 자동화 공학부

<요 약>

본 논문에서는 가중값을 갖는 다중 방향성을 고려한 보간 알고리즘을 B 스플라인 함수에 적용하여 영상을 확대 보간하였다. 제안된 보간 방법은 기존의 단일 방향만을 고려하여 보간하는 방법이 아니라 가중값을 갖는 방향으로 조정점을 선정하여 다중 방향성을 고려한 보간 알고리즘을 수행함에 따라 모자이크 현상과 블러링 효과를 감소시켜 영상을 확대시킬 수 있다.

또한, 스플라인 함수 중 새로운 화소값 생성을 위한 근사 기법으로서 B 스플라인 함수를 이용하였다. B 스플라인은 3차 Hermite 스플라인 곡선이나, Bezier 곡선을 이용한 방법보다 적은 차수를 갖는 보간 함수를 수행하여 연산량을 줄일 수 있었다.

A Study on the Smoothing of Distorted Image using Spline Interpolation

Guk-Youl Lee · Yang-Burm Lee
School of Electrical Engineering and Automation

<Abstract>

Interpolation algorithm with multiple directions has been applied to the B-spline function to interpolate image. It was shown that proposed interpolation method diminishes mosaic phenomenon and blurring effect compared to the method with a single direction. The B-spline function was used as an approximation method to

* 이 연구는 1999년도 울산대학교 학술 연구비 조성에 의하여 연구되었음

produce new pixel value through the spline function. This study shows that B-spline is useful to reduce operation amount and to execute interpolation function with lower difference compared to cubic Hermite spline curve or Bezier curve.

I. 서론

화상의 확대 과정에서는 화상이 흐려지는 블러링(blurring) 현상이나 경계부분에서의 계단화 현상이나 모자이크 현상이 발생한다. 이렇듯 화상 확대시 화상의 연속성을 위하여 화상에서 많은 좌표점들은 하나의 부드러운 곡선으로 적합되어야 한다[1]. 그러기 위해 다양한 보간 함수를 이용하여 새로 생성될 화소값들을 보간하게 된다. 이러한 보간 과정은 임의의 표본률을 다른 표본률로 변화시키는 방법이다. 즉 화상 내 화소들의 좌표를 바꾸는 역할로 볼 수 있으며 화상 내에서 공간적인 왜곡이나 변환된 화상을 수정하는데 사용된다[2].

기존의 보간법 중, 최근점 화소 보간 방법은 보간될 화소값에 가장 인접한 화소값을 이용하여 보간하는 방법으로 이렇게 확대된 화상은 심한 모자이크 현상을 수반한다[3]. 그리고 저주파 필터를 이용한 보간 방법은 고주파 성분을 감소시켜 화상이 흐려지는 블러링 현상을 발생시킨다[4]. 또한 기존의 화상 보간방법들은 보간함수를 수직 수평 방향으로 서로 분리시켜서 수행하거나, 단일 방향성만을 고려하여 화상 보간을 수행한다. 이것은 국부적 특성을 고려하지 않고 방향성만을 강조하여 화상의 연속성을 감소시켜 모자이크 현상이 발생하게 된다[4,5]. 이러한 단점을 보완하기 위해 본 논문에서는 스플라인 함수의 특성을 이용하여 가중값을 갖는 방향성을 고려한 보간 방법을 제시한다. 또한 여러 스플라인 보간 함수들 중 가장 성능이 우수한 스플라인 함수를 선정하여 실험한다.

특히 본 논문에서는 스플라인 함수 중 B 스플라인 함수의 특성을 이용하여 이러한 블러링 현상을 막기 위해 가중값을 적용하여 화상의 연속적인 방향으로 화상을 보간함으로써 전체적 블러링 현상을 줄일뿐만 아니라, 인간의 시각적 특성을 고려할 때 화상의 변화가 많은 경계부근에서도 경계성분을 강조하여 뚜렷한 화상을 얻을 수 있었다.

제안된 보간 방법을 화상 확대에 적용하여 기존의 보간 방법과 비교해 볼 때 좋은 경계 향상, 화상의 연속성, 그리고 유연성의 성질을 가지고 있었다. 특히 잡음이 섞인 화상에서도 좋은 결과를 얻었다.

II. 스플라인

스플라인 곡선은 스플라인 함수를 이용하여 기존의 데이터로부터 새로운 데이터를 근사 또는 보간하여 하나의 곡선으로 표현할 수 있다. 사용되는 스플라인의 함수에 따라서 그 곡선 모양이 결정되며, 이러한 곡선을 만들 때 사용된 스플라인 함수를 블렌딩 함수라고도 한다. 다음은 각종 스플라인 함수를 이용한 스플라인 곡선을 설명한다. 스플라인 곡선의 차수는 가변적이거나 4차이상의 스플라인 곡선은 오히려 계산량이 늘어날 뿐만 아니라 화상 보간면에서도 좋은 결과를 가져오지 못하므로 본 논문에서는 3차 이하의 스플라인 곡선에

대해서만 다루었다.

2.1 3차 Hermite 스플라인 곡선

x-y-z로 표시되는 직각 좌표계에서, 매개변수식으로 표현되는 곡선 방정식은 다음과 같은 다항식 형태가 널리 사용된다.

$$\begin{aligned} C(u) &= (x(u), y(u), z(u)) \\ &= \sum_{i=0}^n a_i u^i = a_0 + a_1 u + a_2 u^2 + \cdots + a_n u^n \quad 0 \leq u \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

3차 Hermite 스플라인 곡선을 이용한 보간은 두 개의 이웃하는 화소 사이에 3차 다항식을 사용하여 보간한다. 이 다항식은 4개의 미정 계수가 있으므로 4가지 조건을 필요로 한다. 4개의 미정 계수들 중 2개는 이 다항식이 두 점을 반드시 통과해야 한다는 조건에서 구할 수 있고, 나머지 2개는 1차 미분한 값이 주어진 점에서 연속해야 한다는 사실로부터 구할 수 있다. 식 (1)의 곡선 방정식을 u 에 대하여 한 번 미분한 결과인 1차 미분은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \frac{dC}{du} &= C' = \left(\frac{dx}{du}, \frac{dy}{du}, \frac{dz}{du} \right) \\ &= \left(\sum_{i=0}^n a_i u^i \right)' = a_1 + 2a_2 u + 3a_3 u^2 + \cdots + n a_n u^{n-1} \end{aligned} \quad (2)$$

3차 Hermite 스플라인 곡선은 위에서 언급한 네 가지의 구속조건에 의해 구해진다. 이들 구속 조건을 각각 식 (1)과 식 (2)에 대입하여 연립으로 풀 후 계수벡터 a_0, a_1, a_2, a_3 를 P_0, P_0', P_3, P_3' 로 표현하여 식 (1)에 대입하면 3차 Hermite 스플라인 곡선 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} C(u) &= (1 - 3u^2 + 2u^3)P_0 + (u - 2u^2 + u^3)P_0' \\ &\quad + (-u^2 + u^3)P_3' + (3u^2 - 2u^3)P_3 \\ &= H_0^3(u)P_0 + H_1^3(u)P_0' + H_2^3(u)P_3' + H_3^3(u)P_3 \end{aligned} \quad (3)$$

2.2 Bezier 곡선

3차 Hermite 스플라인 곡선은 보간 기법을 이용한 것이므로 스플라인 곡선은 주어진 모든 점을 통과하게 된다. 그러나 Bezier곡선과 B 스플라인 곡선은 주어진 점을 통과하지 않는 곡선을 생성하는 근사 기법이다. 이는 한 방향성만 강조하지 않고 화상 보간을 상당히 부드럽게 할 수 있다.

$n+1$ 개의 조정점을 가지는 n 차 곡선은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(u) P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (4)$$

$B_{i,n}$ 는 블렌딩 함수로서 Bezier 곡선은 다음의 Bernstein 다항식을 블렌딩 함수로 사용하였다.

$$B_{i,n}(u) = \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} \quad (5)$$

식 (5)를 (4)에 대입하여 다시 쓰면,

$$C(u) = \sum_{i=0}^n \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i} P_i \quad 0 \leq u \leq 1 \quad (6)$$

여기서, $C(u)$ 는 Bezier 곡선이며 P_i 는 조정점을 의미한다.

식 (6)에 의해 다음과 같은 3차 식으로 표현할 수 있다.

$$C(u) = (1-u)^3 P_0 + 3(1-u)^2 u P_1 + 3u^2 (1-u) P_2 + u^3 P_3 \quad (7)$$

2.3 B 스플라인 곡선

B 스플라인 함수를 정의하는 방법에는 여러 가지가 있지만 de Boor와 Cox가 제안한 방법이 컴퓨터 환경에서 효율적으로 계산될 수 있어 많이 쓰인다[6]. 이 B 스플라인 함수를 블렌딩 함수로 사용하는 스플라인 곡선을 B 스플라인 곡선이라 부른다.

$n+1$ 개의 조정점에 의해 정의되는 B 스플라인 곡선은 다음과 같다.

$$C(u) = \sum_{i=0}^n N_{i,p}(u) P_i \quad a \leq u \leq b \quad (8)$$

여기서 $N_{i,p}$ 는 B 스플라인 함수로써 식 (9), (10)과 같이 표현된다.

$$N_{i,0}(u) = \begin{cases} 1 & u_i \leq u \leq u_{i+1} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

$$N_{i,p}(u) = \frac{u - u_i}{u_{i+p} - u_i} N_{i,p-1}(u) + \frac{u_{i+p+1} - u}{u_{i+p+1} - u_{i+1}} N_{i+1,p-1}(u) \quad (10)$$

여기서, p 는 곡선의 차수로써 설계자가 정의할 수 있으며, P_i 는 조정점이다. 또한 매개변수 $u_0, u_1, u_2, \dots, u_n, u_{n+1}$ 을 각각 노트값(knot value)이라 부른다. 노트값은 $(n+p+2)$ 개 존재하고, $u_i \leq u_{i+1}$ 를 만족하여야 하므로 노트 스패н(knot span)이라 불리는 $(u_{i+1} - u_i)$ 는 양수이거나 0이어야 한다. 그리고 노트값의 범위인 $(a \leq u \leq b)$ 에서 a 와 b 값은 B 스플라인 곡선 모양에 영향을 주지 않는다.

화상을 확대할 경우, 화소 사이의 구간이 일정하므로 구간 길이를 L 로 정의한다. 이러한

경우 $x_i=iL$ 로 표시되고 변수 u 를 사용하면 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$u = \frac{x-x_i}{L} = \frac{x}{L} - i \quad (11)$$

따라서 위 수식을 식 (10)에 대입하여 정리하면 3차 B 스플라인 함수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{u^3}{6} & 0 \leq u \leq 1 \\ u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{2}{3} - \frac{1}{2}(u-2)^3 - (u-2)^2 & 1 \leq u \leq 2 \\ u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{2}{3} + \frac{1}{2}(u-2)^3 - (u-2)^2 & 2 \leq u \leq 3 \\ u_{i,3}((i+u)L) &= \frac{1}{6}(4-u)^3 & 3 \leq u \leq 4 \end{aligned} \quad (12)$$

본 논문에서는 화상 확대 시 원화상으로 재현시키기 위하여 다음과 같은 B 스플라인 함수의 성질을 이용하였다.

첫째, 곡선의 조정은 조정점의 위치를 변경하거나, 동일한 위치에 여러 개의 점을 위치시켜 다중 조정점을 사용하여 수행한다. 이러한 조정점을 설정함으로써 단방향성만을 가지지 않고 이웃 화소의 영향을 충분히 고려하여 화상을 확대 보간할 수 있다.

둘째, B 스플라인 곡선은 첫 번째 조정점 P_0 와 마지막 조정점 P_{n+1} 를 반드시 통과하고, $P_1 \sim P_n$ 의 조정점은 통과하지 않는다. 이는 3차 Hermite 스플라인 곡선이 모든 조정점을 통과하는 점과 차이가 있다. 첫 번째와 마지막 조정점을 화소값으로 하고 이웃화소를 P_1 에서 P_n 의 조정점으로 선정함으로써 단방향성만을 가지지 않고 화상 전체의 분산을 감소시키며 화상을 보간할 수 있다.

셋째, 곡선의 차수가 낮으면 낮을수록 조정점에 더 근접하게 된다. 이는 곧 곡선의 차수를 변경함으로써 이웃 화소와의 영향성을 조절할 수 있음을 의미한다.

III. 화상 보간

보간법은 주변의 화소들을 분석함으로써 새로운 화소를 생성한다. 이런 경우에는 보간 화소는 원화소의 어떤 함수와 그것의 주변 화소들로부터 생성된다. 어떤 작업에 대하여 적절한 보간 함수를 선택하는 것은 어떤 응용 문제인가에 달려 있으며, 보간 함수에 따른 질과 처리 시간 사이에는 트레이드 오프가 존재한다. 즉, 매우 복잡한 알고리즘은 화상의 질을 향상시키지만, 보간 함수가 복잡하면 할수록 더 많은 처리 시간을 요구한다.

기존의 화상 보간법들은 보간 함수를 수직과 수평방향으로 서로 분리시켜서 수행하므로 보간된 화상은 대각선 성분에서 화상의 연속성이 감소하여 심한 블록화 현상이 발생된다. 이를 해결하기 위한 방법들로서 방향성을 고려한 보간 방법들이 제안되었으나 이러한 방법들은 국부적 특성을 충분히 고려하지 않고 방향성만을 강조하여 화상의 연속성을 감소시키는 단점을 가지고 있다. 본 논문에서 이러한 문제점을 해결 하고자 다음과 같은 보간 방법을 제시한다.

그림 3-1 (a)에서, 화소 P_5 에서 화소 P_6, P_8, P_9 에 대하여 분산 값을 구한다. 그림 3-1 (b)에서, 화소 I_5, I_7, I_8 은 보간 함수를 이용하여 보간될 값들이다. I_5, I_7, I_8 은 화소 P_5 를 기준으로 해서 화소 P_6, P_8, P_9 의 방향으로 보간이 진행된다.

여기서, Bezier 곡선이나 B 스플라인 곡선의 특성을 이용하여 이웃 화소를 조정점으로 선정하면 3차 Hermite 스플라인 곡선을 이용한 보간 방법보다는 더 부드러운 보간 값을 생성할 수 있다.

예를 들어 화소의 위치가 P_5 에 있고 화소 I_5 를 보간한다면, 첫 번째로 화소 P_5 에서 화소 I_5 와 이웃하는 화소 P_3, P_6, P_9 방향 중 가장 변화 적은 방향을 보간 방향으로 선정한다. 이러한 방법만을 사용하면 경계 부분에서는 화소값의 평활화가 이루어져 경계부분이 뭉뚱화 되는 현상이 발생한다. 그러므로 선정된 방향으로의 화소 변화량이 임계값을 넘어 설 경우, 두 화소 사이를 경계로 인식하고 현재 위치하고 있는 화소값, 즉 화소 P_5 로 화소 I_5 를 보간한다. 두 번째 과정으로 선정된 방향으로의 이웃 화소들 중 가장 부드러운 변화를 가지는 화소를 조정점으로 선정한다. 화소 P_6 가 보간 방향으로 선정되었다면 화소 P_3 와 P_9 중 하나가 조정점으로 선택된다. 조정점 선정 방법은 다음과 같다.

보간 방향으로의 화소 변화량을 V_{ar1} , 그 이웃 화소와의 변화량을 각각 V_{ar2}, V_{ar3} 라고 할 때, $|V_{ar1}-V_{ar2}| < |V_{ar1}-V_{ar3}|$ 이면 V_{ar2} 방향의 화소를 조정점으로 선정하고, $|V_{ar1}-V_{ar2}| > |V_{ar1}-V_{ar3}|$ 일 때는 V_{ar3} 방향의 화소를 조정점으로 선정한다. 단, $|V_{ar2}-V_{ar3}| \leq |V_{ar1}-V_{ar2}|$ 이거나 $|V_{ar2}-V_{ar3}| \leq |V_{ar1}-V_{ar3}|$ 일 때는 조정점은 선정되지 않고 V_{ar1} 방향으로만 보간된다.

이렇게 보간 방향과 조정점을 선정하여 B 스플라인 함수로 보간 값을 계산하여 보간을 수행한다. 이러한 방법으로 화상 확대 보간을 수행하면 화상의 전체 분산값이 줄어들어 부드러운 화상으로 확대되고, 보간 과정 중 경계 검출이 가능하여 경계 부분에서의 뭉뚱화 현상이 감소된다.

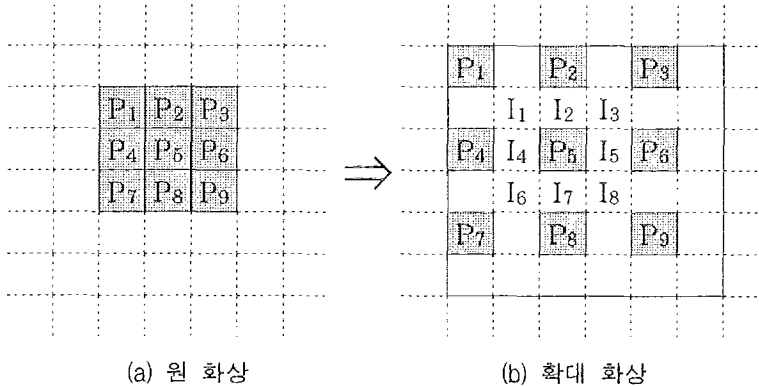


그림 3-1. 2배 확대 화상

FIGURE 3-1. Magnified image by a factor of 2

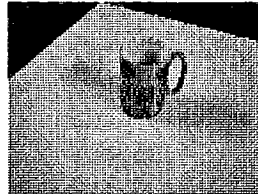
IV. 실험 및 결과

4.1 실험 화상

실험에 쓰여진 화상은 디지털 카메라(640×480 Resolution)를 이용하여 256 그레이 스케일의 화상을 컴퓨터에 저장하여 실험을 하였다. 입력 과정에서의 왜곡은 발생하지 않는다는 조건하에서 원 화상을 양선형 보간법을 이용하여 4배로 확대하였다. 시뮬레이션에는 Visual Basic Language가 사용되었으며, Pantium II 266 Processor를 사용하여 실험했다. 그림 4-1 (a)의 Lenna 화상은 64×64 스케일의 화상이며 그림 4-1 (b)의 cup 화상은 160×120 스케일의 화상이다.



(a) Lenna



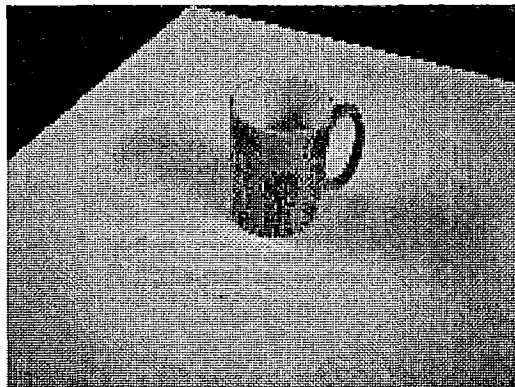
(b) Cup

그림 4-1. 원 화상

FIGURE 4-1. Original image



(a) Lenna



(b) Cup

그림 4-2. 4배 확대 화상

FIGURE 4-2. Magnified image by a factor of 4

4.2 실험 결과

그림 4-3에서 보이는 바와 같이 경계 부분에서 블러링 현상이 발생했는데 이는 3차 Hermite 스플라인 곡선이 저주파 필터 특성을 가지므로 일어나는 현상이다.

그림 4-4를 보면 3차 Hermite 스플라인 곡선을 적용하여 확대한 화상보다는 블러링 효과가 감소하였다. 조정점을 이용하는 보간 알고리즘을 사용하여 화상을 보간한 결과이다. 실험에 사용된 Bezier 곡선의 차수는 3차이다.

B 스플라인 곡선은 그림 4-5, 4-6에서 보이는 바와 같이 Bezier 곡선을 이용한 보간보다 경계 부분이 더 뚜렷해졌다. B 스플라인 함수의 차수가 낮으면 낮을수록 조정점에 가깝게 보간된다. 이렇게 하여 B 스플라인 함수의 차수를 조정함으로써 조정점에 대한 영향 정도를 조절할 수 있었다.

2차 B 스플라인 곡선을 이용한 보간은 3차 B 스플라인 곡선을 이용한 보간보다 차수가 적으므로 수치적 연산 시간이 줄어들었다. 표 4-1, 4-2는 기존의 보간법과 제안된 알고리즘의 연산 시간을 나타낸다. 이들 표에 나타난 것처럼 같은 함수를 사용하여 영상을 보간할 때 제안된 보간법을 사용할 경우가 기존의 고등 차수 보간법을 이용한 경우보다 연산 시간이 줄었음을 알 수 있다.

표 4-1. 기존의 보간법을 이용한 영상 확대 연산 시간

TABLE 4-1. Operation amounts of images magnifying using past method

보간법		연산 시간	
		Lenna 영상	Cup 영상
최근접 화소 보간법		1.02	1.25
양선형 보간법		1.27	1.51
고등차수보간법	3차회선 보간법	1.78	2.21
	B 스플라인 보간법	2.21	2.58

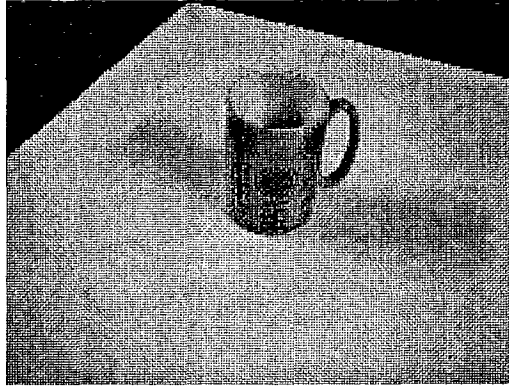
표 4-2. 제안된 보간법을 이용한 영상 확대 연산 시간

TABLE 4-2. Operation amounts of images magnifying using proposed method

보간법	연산 시간	
	Lenna 영상	Cup 영상
3차 Bezier	1.33	1.47
2차 B 스플라인	1.14	1.34
3차 B 스플라인	1.32	1.48



(a) Lenna



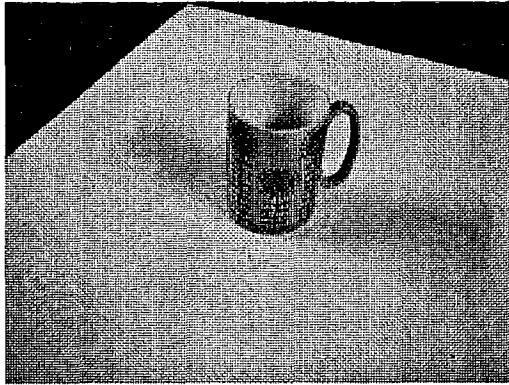
(b) Cup

그림 4-3. 3차 Hermite 스플라인 곡선을 이용한 보간 화상

FIGURE 4-3. Interpolated images using cubic Hermite spline curve



(a) Lenna



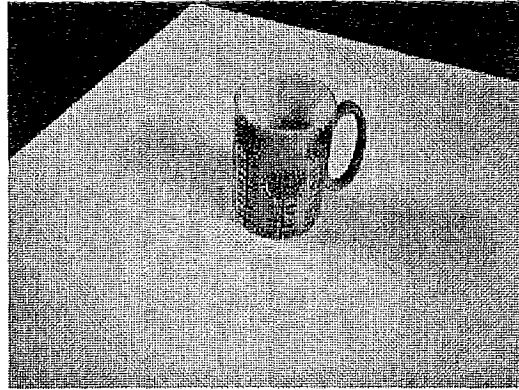
(b) Cup

그림 4-4. Bezier 곡선을 이용한 보간 화상

FIGURE 4-4. Interpolated images using Bezier curve



(a) Lenna



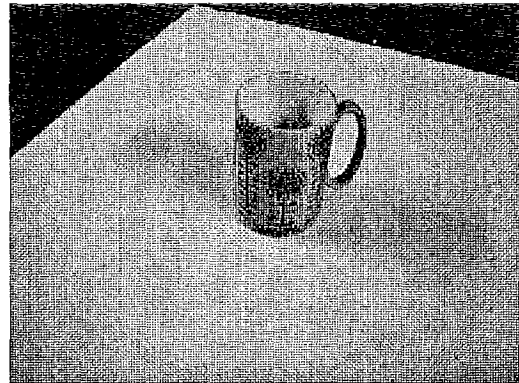
(b) Cup

그림 4-5. 2차 B 스플라인 곡선을 이용한 보간 화상

FIGURE 4-5. Interpolated images using quadratic B-spline curve



(a) Lenna



(b) Cup

그림 4-6. 3차 B 스플라인 곡선을 이용한 보간 화상

FIGURE 4-6. Interpolated images using cubic B-spline curve

V. 결 론

본 논문에서 제안한 B 스플라인 곡선 보간 알고리즘은 전체 분산을 감소시킴으로써 3차 Hermite 스플라인 곡선이나 Bezier 곡선을 이용한 보간보다 훨씬 부드럽게 보간되었다. 또한 제안된 B 스플라인 곡선을 이용한 보간은 경계 검출을 동시에 수행할 수 있다. 그러므로 화상 처리의 전처리 과정 중 하나인 경계 검출을 따로 하지 않음으로써 계산 시간을 줄일 수 있었다. 이러한 경계를 검출함으로써 경계 주위에서 생기는 화상의 블러링 현상이 감소되었고, 방향성을 고려함으로써 화상 보간시 발생하는 모자이크 현상이 감소되었다.

또한, 조정점의 선정에 의하여 화소의 변화가 적은 부분에서는 화상이 평활화되고 좋은 경계 향상, 화상의 연속성 및 유연성이 향상되었음을 알 수 있었다.

[참 고 문 헌]

- [1] Babette A. Brumback, John A. Rice "Smoothing Spline Modes for the Analysis of Nested and Crossed Samples of Curves", Journal of the American Statistical Association, Vol. 93, No. 433. pp961-976, 1998
- [2] Dana H. Ballard, Christopher M. Brown, "Computer Vision", Prentice Hall, pp231-263 pp239-243, 1982
- [3] Randy Crane, "A Simplified Approach to Image Processing", Prentice Hall, pp85-136, 1997
- [4] Heo-Soo Kim "local-fitting Image interpolation using parameter", Electrical Technical Lab., Kyungpook Univ., 14(1), pp89-95, 1993
- [5] Jianwei Zhang, Alois Knoll, "Constructing Fuzzy Controllers with B-Spline Models", IEEE International Conference on Fuzzy Systems, FUZZ-IEEE V.2, pp1619-1624, 1998
- [6] Ibrahim Zaid, "CAD/CAM Theory and Practice", McGraw Hill, pp242-252, 1995
- [7] Shoichiro Nakamura, "Applied Numerical Methods in C", Prentice Hall, pp577-601, 1996