

최적해법에 의한 지형학적 순간단위도 해석

趙弘濟
토목공학과

〈要 旨〉

유역에 대한 Horton의 차수비를 이용하여 Nash 모델의 매개변수를 지형학적 응답모델로 나타내었다. 응답함수의 최적화는 불완전 감마함수와 Rosso가 유도한 회귀방정식을 이용하였다. 본 방법의 적용성을 검토하기 위해 평창강 유역과 위천유역에 대한 실측치를 이용하였으며, 수문응답에 대한 재현성을 모멘트법과 비교하였다. 분석결과 본 방법의 첨두유량, 도달시간, 그리고 수문곡선에 대한 재현정도가 비교적 높았으며, 미계측 유역의 유출해석이나 유역의 상사성 해석에 대해 중요한 수단을 제공할 것으로 판단되었다.

The Analysis of GIUH by the Optimization Technique

Cho, Hong Je

〈Abstract〉

The physical parameters of the Nash model were represented by a geomorphological response model using Horton's order ratio of a basin.

For the optimization of the response function, incomplete gamma function and Rosso's regression equation were used.

The application of this method was tested on some observed flood datas of Pyungchang river basin and Wi stream basin, and predictions of hydrologic response such as the peak flow, time to peak and the hydrographs were compared with that of the Moment method.

The results show that the proposed method can be used for the runoff analysis of an ungauged basin and the analysis of hydrologic similarity.

* 울산대학교 공과대학 토목공학과 교수

1. 서론

자연상태의 모든 하천유역은 수문기상학적 인자 및 지질학적 인자에 의해 형태학적 특성을 달리할 뿐만 아니라 강우에 대한 수문응답특성 또한 다양하게 발생된다. 유출은 강우에 대한 유역의 반응이라 할 수 있으며, 강우가 유역에 발생하면 유역의 크기, 형상, 토지이용상태, 식생, 토양의 종류등의 지형학적 요소들로 구성된 복잡한 유역시스템을 통과하면서 유출은 시간에 따라 다양하게 발생한다. 하천유역의 다양한 형태나 공간적 변동성은 몇가지 잘 알려진 지형학적 기본법칙으로 설명되어지며 유역수문응답해석에 주요인자로서 활용되고 있다.

수문응답해석을 위한 고전적 순간단위도 이론은 집중중수계, 선형 및 시불변성의 가정하에 유역에 내린 유효강우가 출구에 도달하는 과정을 나타낸 것이다. 적절한 강우 유출자료가 없어 직접적으로 강우유출 해석을 할 수 없는 미계측 유역의 경우 합성단위도법등 순간단위도를 유도할 위한 다양한 방법이 있으며, 유역의 특성치와 Nash 모델로 가정한 순간단위도의 매개변수와의 상관해석등이 Nash⁽¹¹⁾, Wu⁽²⁵⁾ 등에 의해 시도되었다.

유역의 수문학적 응답과 지형학적 구조를 결합시키는 첫 시도가 Itrube등⁽¹⁶⁾(17)(18)에 의해 이루어졌으며, 동적특성인 유출속도와 지형인자 및 법칙을 수문응답함수의 매개변수로 나타낸 지형학적 순간단위도(Geomorphologic IUH)를 제안하였다.

지형학적 순간단위도의 기본개념은 유역내에 하강한 우수가 출구로 유출하는 과정에 있어서 유역내에 머무르는 평균대기시간을 지형법칙과 유출속도등으로 표현하는데 있다. 지형법칙을 이용한 평균대기시간 유도는 Kirkby⁽⁹⁾가 Shreve의 link이론으로 거리함수법을 제안하여, 지형법칙을 이용한 수문응답구성의 가능성을 보인 바 있다.

Itrube등⁽⁸⁾이 유도한 지형학적 순간단위도는 유역내에 무작위로 하강하는 강우입자의 전파과정을 동적확률이론으로서 Horton의 차수비를 변수로 하는 순간 응답함수로 구성하였으며, 회귀분석을 통하여 순간단위도의 침투유량과 도달시간을 Horton 차수비의 상관관계식으로 나타내었다. Gupta등⁽⁶⁾은 확률론적 접근방법에 의해 지형학적

인자를 이용하여 순간단위도를 재구성하였으며, Wang⁽²¹⁾등은 유역의 비선형성을 고려하여 평균저체시간과 강우강도와와의 관계식을 제안하였다. Cheng⁽¹⁴⁾은 지표면 흐름과 수로흐름을 분리하여 지형학적 순간 단위도를 유도하였으며, Bras등⁽²⁾은 기후인자인 강우강도 및 강우지속기간 그리고 유역의 지형법칙으로 유역수문응답인 해석적 확률밀도를 유도하여 지형 기후학적 순간단위도(Geomorphoclimatic IUH)를 제안하였으며 Itrube등은 이를 삼각형 단위도에 적용시켜 Nash 모델과 비교하였다. Rosso⁽¹⁴⁾는 Rodriguez-Iturbe 등이 제안한 지형학적 순간 단위도를 이용하여 Nash 모델의 재현성을 검토하였고, 응답함수의 매개변수를 지형인자 및 동적인자의 회귀방정식으로 나타내었다.

Waymire등⁽²²⁾은 수문응답을 해석코자 할때 수로망의 기하학적 특성을 Strahler의 차수법칙에 의해 표현하는 것은 부적절하며, Shreve의 link 분류법에 의해 수로망을 정의하는 것보다 개선된 결과를 주며 이를 이용한 지형학적 순간단위도 이론의 연구를 제안한 바 있다. Troutman등⁽¹⁹⁾(20)은 거리함수의 확률모델을 해석적으로 유도하여 이를 순간단위도 이론에 적용시켰으며, Mesa등⁽¹⁰⁾은 수계망의 지형학적 구조가 수문응답과 유출 과정에 미치는 역할을 평면구조로서 거리함수와 입체구조로서 고도를 이용한 집중함수로 설명하였으며 이를 GIUH로 나타내었다.

Wood등⁽²³⁾(24)은 지형학적 순간단위도로서 유역의 수문학적 상사성에 대해 연구를 하였으며, 순간단위도가 동일한 유역은 서로 수문학적 상사성이 있다고 정의한 바 있다.

국내에서는 안⁽²⁷⁾이 금강유역을 대상으로 하천 형태학적 특성과 유출 및 수리 기간의 상관성 연구에서 그동안 연구되어온 국내 주요 하천수계의 형태학적 특성과 유출과의 상관성 및 Horton 지형법칙의 적용성을 종합적으로 고찰한 바 있다.

지형학적 순간단위도에 관한 연구는 조⁽³⁰⁾가 최초로 지형학적 응답특성을 선형 저수지 모델에 적용시켜 GIUH 이론의 적용성을 확인한 바 있으며, 이등⁽²⁹⁾이 GIUH에 의한 강우유출의 선형해석을 시도하였으며, 그리고 이등⁽²⁸⁾은 Cheng이 하도흐름과 지표면 흐름으로 분리하여 유도한 GIUH를 하천유출량의 산정에 적용한 바 있다. 최근에는 조등⁽³²⁾이 Shreve의 link이론으로서

GIUH 해석방법과 그 적용성을 검토한 바 있으며, 또 조등(33)은 GIUH를 이용한 합성 단위도 유도방법에 대해 연구를 수행한 바 있다.

본 연구는 기존 연구성과와 조등(30)(31)(33)의 연구결과를 이용해서 수문 응답을 Nash' 모델로 정의되는 2변수 확률밀도함수로 가정하고 매개변수를 최소자승법을 이용한 최적해법으로 결정하는 방법과 그 적용성을 검토하는데 주안점을 두었으며, 매개변수 결정에 따른 오차에 대해 첨두유량, 도달시간 및 수문곡선 재현정도에 대한 민감도를 해석하였다.

본 방법의 적용성을 분석하기 위해 모멘트법에 대한 성과와 관측치에 대해 비교하였으며, 대표 시험유역인 평장강유역과 위천유역의 관측자료를 이용하였다.

2. 이론적 배경

2.1 지형학적 순간단위도(Geomorphologic IUH)와 Nash 모델과의 관계

자연상태의 하천유역은 형상, 크기, 지질구조, 토양 및 식물의 성장등 모든 수문학적, 지형학적 특성을 달리한다. 유역에 대한 강우의 유출현상은 이러한 각각의 인자에 대해 다양한 응답특성을 나타낸다. 수문학적 선형계에 있어서 강우-유출관계는 단위충격함수를 이용하면 아래와 같은 회귀적분함수로 표현된다.

$$Q(t) = \int_0^t h(t - \tau) i(\tau) d\tau \quad (1)$$

여기서 $h(t)$ = 핵함수로서 순간단위도
 $i(t)$ = 유효우량
 $Q(t)$ = 직접유출량

유역의 수문응답인 순간단위도는 유역전반에 균등하게 내린 순간적 단위유효우량이 유역출구에 도달하는 시간의 분포함수로서 설명되어 진다.

자연하천에서의 강우-유출현상을 해석하기 위해서는 핵함수 $h(t)$ 의 적절한 표현기법이 주된 내용이 되며 핵함수의 결정방법에는 집중정수모델 및 분포 정수모델등으로 대별되는 여러가지가

있다. 가장 일반화되어 있는 방법으로는 n 개의 선형 저수지 모델이 있으며, lumped system, linearity, time invariant의 3가지 가정에 식(2)와 같은 2변수 감마 확률밀도함수로 정의되는 Nash 모델이다.

$$h(t) = [1/k\Gamma(n)](t/k)^{n-1} \text{EXP}(-t/k), \quad (2)$$

$$t \geq 0$$

여기서, n = 형상계수
 k = 저유계수

하천유역의 다양한 형태나 구성인자등은 몇가지의 분류된 지형학적 법칙에 의해 설명될 수 있다. Rodriguez-Iturbe 등은 분류된 지형법칙으로 표현된 유역의 지형학적 특성이 변수로 포함된 순간단위도를 유역의 순간적 단위유효우량이 유역출구에 도달하는 시간의 분포함수로서 설명하였다.

유역에 내린 강우가 출구에 도달하는 동안 유역내에 머무르는 시간(Holding Time)은 유역의 강우에 대한 수문응답으로서 순간단위도를 의미한다. 이는 사면과 하천유로를 통과하는 강우입자의 유출속도로서 정의될 수 있으며, 유출속도는 사면 및 하천유로의 경사, 길이, 단면적, 조도계수등의 물리적 인자에 의해 변화하고, Strahler의 차수법칙에 따라 하천을 분류할 때 하천차수의 증가에 따라서도 유속이 변한다. Rodriguez-Iturbe 등은 강우입자가 i 차 하천에서 머무르는 시간 즉, 수문응답이 지수분포를 따른다고 가정하였다. Fig.1은 3차 하천유역의 개념적 모델을 나타낸다. 강우입자가 1차, 2차, 3차 하천유역의 해당면적 크기내에 강우가 내릴때, 우수입자는 하천유로를 통하여 출구에 도달하게 된다. Fig.1에서 P_{ij} ($i \leq j$; $i, j = 1, 2, \dots, \Omega$; Ω 는 하천차수)란 i 차 유역에 내린 강우입자가 j 차 유역에 유입하는 과정을 나타내는 전이확률을 의미한다.

이와같이 유역에 내린 강우입자의 유출과정을 개념적으로 모델화하면 식(3)과 같이 나타낼 수 있다.

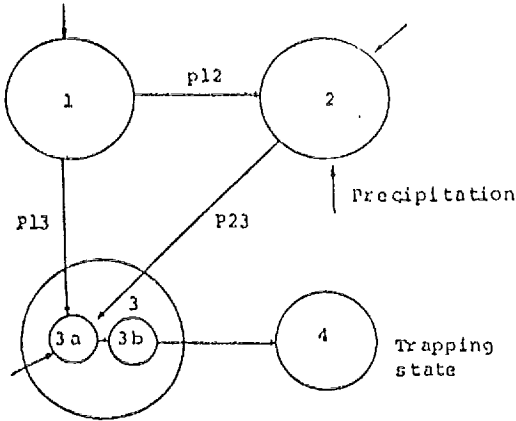


Fig. 1 Representation of a third-order Basin as a Continuous Markovian Process

$$\begin{aligned}
 GIUH &= f(\text{Basin Geomorphology, Channel Dynamics}) \\
 &= f(\text{Horton Order Ratio, Holding Time}) \quad (3) \\
 &= f(R_B, R_A, R_L, v, L)
 \end{aligned}$$

여기서 Holding Time = Travel time of a water drop

- R_B = 분기비
- R_A = 유역면적비
- R_L = 하천연장비
- v = 유출속도
- L = 하천유로연장

따라서, 지형학적 순간단위도(GIUH)는 무작위로 선택된 강우입자가 출구에 도달하는 시간의 확률밀도함수로 정의되며, 지형법칙의 인자를 변수로 포함한다.

Rodriguez-Iturbe 등은 식 (3)으로 표현되는 개념적 모델을 Fig. 1과 같은 3차 하천에 적용시켜, 지형인자 및 동적인자가 고려된 GIUH의 주된 특성인 첨두유량 q_p 와 도달시간 t_p 에 대한 회귀관계식 식 (4), (5)를 유도하였다.

$$q_p = 0.364 R_L^{0.43} v L^{-1} \quad (4)$$

$$t_p = 1.584 (R_B/R_A)^{0.55} R_L^{-0.38} v^{-1} L \quad (5)$$

첨두유량을 나타내는 식 (4)와 도달시간을 나타내는 식 (5)의 곱은 식 (6)과 같이 동적인자 v 와 무관한 지형인자만의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 G^* &= q_p \cdot t_p \\
 &= 0.58 (R_B/R_A)^{0.55} R_L^{0.05} \quad (6)
 \end{aligned}$$

첨두유량과 도달시간에 주안점을 둔 수문 응답 해석에 있어, 식 (2)와 같은 Nash 모델을 지형학적 함성으로 표현하기 위해서는 형상계수 n 와 저유계수 k 에 대한 관계식이 필요하다.

$$q_p = \frac{(n-1)^{n-1}}{k \Gamma(n)} \exp(n-1) \quad (7)$$

$$t_p = k (n-1) \quad (8)$$

첨두유량 q_p 와 도달시간 t_p 의 곱인 무차원 함수는 식 (9)와 같이 나타내어 진다.

$$\begin{aligned}
 H^* &= q_p \cdot t_p \\
 &= (n-1)^n \exp(1-n) / \Gamma(n) \quad (9)
 \end{aligned}$$

Rosso⁽¹⁰⁾는 첨두유량과 도달시간의 곱인 무차원 함수식 (6)과 식 (9)를 식 (10)과 같이 가정하여

$$G^* = H^* \quad (10)$$

형상계수 n 을 식 (11)과 같이 나타내었다.

$$(n-1)^n \exp(1-n) / \Gamma(n) = 0.58 (R_B/R_A)^{0.55} R_L^{0.05} \quad (11)$$

식 (11)에 대해서 R_B, R_A, R_L 이 각각 $3 \leq R_B \leq 5, 3 \leq R_A \leq 6, 1.5 \leq R_L \leq 3.5$ 범위에서 변하는 독립변수로 n 을 종속변수로 취급하여 모의발생시킨 126개 조합에 대해 회귀분석을 실시하여 식 (12)와 같이 나타내었다.

$$n = 3.29 (R_B/R_A)^{0.78} R_L^{0.07} \quad (12)$$

식 (12)를 식 (7)에 대입하면 저유계수 k는 식 (13)과 같이 된다.

$$k=0.7(R_A/(R_B \cdot R_t))^{0.48} v^{-1} L \quad (13)$$

실제유역에 대한 적용에 있어서, 유역의 지형 특성을 Horton의 지형법칙으로 정의할 때 Nash 모델로 정의되는 순간단위도의 형상계수 n은 식 (12)에 의해 일정하게 나타난다. 반면에 식 (13)으로 표현되는 저유계수 k는 동적인자인 v항을 포함하고 있어 간단히 정의하기 어려우며, 유출속도를 수치적으로 표현할 수 있는 적절한 수단이 선택되면 저유계수 k를 결정할 수 있다.

Rodríguez-Iturbe et al이 처음 GIUH 이론을 제시했을 때, 각 차수별 하천에 대해 평균속도로서 전유역에 일정하게 가정할 바 있으며, Bras et al 등⁽²⁾은 Pilgrim⁽⁶⁾이 실측을 통해 제안한 최대유속으로서 일정하게, Agnese et al⁽¹⁾은 유효유출속도 등으로 해석한 바 있으나, 실제유역에 대해 적용성이 있는 수치적 수단을 제시 하지는 못하였다.

2.2 최적해법에 의한 순간단위도의 매개변수 결정

실제유역에 있어서 관측된 호우사상이나 유출자료로부터 강우-유출의 수문응답을 해석하는 방법으로는 강우-유출현상을 선형-시불변 집중정수계로 취급하거나, 호우 및 유출특성에 따라 변하지는 않지만 계절적으로 또는 선형함수조건에 따라 각 호우사상별 수문응답의 시변수가 변하는 선형-시변 집중정수계로 취급하는 방법, 그리고 강우강도나 유출속도등 호우 및 유출특성의 변화를 고려하여 강우-유출현상을 비선형-시변 집중정수계로 취급하는 방법등이 있다.

전절에서 논한바와 같이 Nash모델로 정의한 수문응답함수의 매개변수를 결정하기 위해 강우-유출현상을 선형적으로 가정하면 형상계수 n은 식 (12)에 의해 유역별로 일정한 값을 가진다. 반면에 저유계수 k는 식 (13)에서 보이는 바와 같이 동적인자 v가 포함되어 있는 관계로 단순하게 결정될 수 없다.

수문응답해석 방법에 따라 k를 거의 일정한 상수로 간주하거나, 호우 및 유출 특성에는 무관하지만 계절성이나 선형 토양함수 조건에 따라 변

하는 변수로, 또는 호우 및 유출특성에 따라 변하는 변수로 취급하여 해석할 수 있다.

Rao et al은 저유계수 k를 유역면적, 도시화 비율, 유효수량 및 강우지속 시간등의 회귀함수로 나타내었으며, Dooge⁽⁵⁾는 k를 유역면적, 주하천 유로연장 그리고 주하천경사의 회귀함수로 표현하였다. 또 침투시간, 침투유량, 모멘트 등의 인자로서 회귀분석한 경험 공식등이 있다. 최근에는 Rodriguez Itrube et al⁽¹³⁾은 삼각형 단위도로서, Sukekawa et al⁽²⁰⁾은 사다리꼴 단위도로서 간단한 저유계수 결정법을 제시한 바 있다. 여기서 주목할 것은 저유계수를 결정짓는 유출속도 v를 정의할 적절한 수치적 수단이 없으므로 비교적 표현이 용의하고 타당성있는 물리적 특성인자나 지형인자로서 저유계수를 나타내고자 한 점이다.

이와같은 관점에 있어서, 불완전 감마함수를 이용한 최소자승법을 사용하면 Nash모델로 정의되는 순간단위도의 매개변수 k의 최적해를 결정할 수 있으며 이는 강우-유출에 대한 재현성이 가장 뛰어난 결과를 준다.

최소자승법에 대한 목적함수는 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$S^2 = \sum_j \epsilon_j^2 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \text{여기서 } \epsilon_j &= q_j - \hat{q}_j \\ q_j &= \text{관측된 직접유출량} \\ \hat{q}_j &= \text{모의발생시킨 직접유출량} \end{aligned}$$

임의 시간간격 ΔT 동안 강우강도가 일정하다고 가정하면

$$\hat{q}_j = \sum_{i=1}^j (r_i / \Delta T) U_{j-i+1} \quad (15)$$

여기서 r_i 는 i번째 유효 강우량이고, U는 finite duration unit hydrograph로서 식 (16)과 같이 쓸 수 있다.

$$U_{j+1} = I_{j+1} - I_j \quad (16)$$

여기서 Im은 불완전 감마함수(incomplete gamma function)이며 다음과 같이 정의된다.

$$I_m = \{1/\Gamma(n)\} \int_0^{m\Delta T/k} t^{n-1} \exp(-t) dt \quad (17)$$

n는 Rosso⁽¹⁰⁾가 모의발생자료에 의해 회귀분석한 결과인 식 (13)을 이용하고, 식 (28)의 S²을 최소화하는 규모계수 k를 구하기 위해 dS²/dk=0으로 둘 수 있다. 즉,

$$2 \sum_j \varepsilon_j d \varepsilon_j / dk = 0 \quad (18)$$

여기서

$$\begin{aligned} d \varepsilon_j &= -d \hat{q}_j / dk \\ &= \sum_{i=1}^j (r_i/\Delta T) d U_{j-i+1} / dk \\ &= \sum_{i=1}^j (r_i/\Delta T) (d I_{j-i+1} / dk - d I_{j-i} / dk) \end{aligned}$$

또

$$\begin{aligned} H_m &= d I_m / dk \\ &= \{1/\Gamma(n)\} d / dk \int_0^{m\Delta T/k} t^{n-1} \exp(-t) dt \\ &= -\{1/\Gamma(n)\} (m\Delta T/k)^n \exp(-m\Delta T/k) \quad (19) \end{aligned}$$

따라서

$$d \varepsilon_j / dk = \sum_{i=1}^j (r_i/\Delta T) (H_{j-i+1} - H_{j-i}) \quad (20)$$

식 (20)를 식 (18)에 대입하면 저유계수 k에 대한 최적해를 구할 수 있다. Nash et al⁽⁷⁾은 모의발생된 직접유출수문곡선의 관측된 직접유출수문곡선에 대한 재현정도를 나타내는 효율계수 E (Coefficient of Efficiency)를 구하는 관계식 식 (21)을 제안하였으며, 이를 인용하였다.

$$E = 1 - \sum_j (q_j - \hat{q}_j)^2 / \sum_j (q_j - \bar{q}_j)^2 \quad (21)$$

여기서 \bar{q}_j : 평균 관측직접유출량

3. 실제유역에의 적용

3.1 강우-유출자료

본 연구의 수치예를 위하여 국제수문개발 대표 시험유역인 한강수계의 평창강 유역과 낙동강 수계의 위천유역을 대상유역으로 선정하였다. 강우량 및 유출량자료에 있어서 적용대상유역으로 선정된 평창강유역과 위천유역은 1982년부터 관측이 실시되었으며 1984-1988 IHP보고서에 수록된 자료의 신뢰성을 인정하고 사용하였다.

3.2 대상유역의 지형학적 특성

평창강 대표유역은 유역면적이 523.11km², 최장 유로연장이 51.85km인 유역으로서 수위관측지점에 따라 이목정, 장평, 백옥포, 하반정, 상안미 및 방림등 6개의 소유역으로 나누어져 있다.

위천 대표유역은 유역면적이 472.53km², 최장 유로연장이 42.83km인 유역으로서 수위관측지점에 따라 동곡, 고노, 미성, 병천, 무성 및 효령 등 6개의 소유역으로 나누어져 있다.

연구대상의 지형학적 인자를 분석하기 위하여 1/50,000 지형도를 사용하였으며, Strahler 하천차수법칙에 의한 Horton의 지형법칙 분석결과 (33)는 [표 1]과 같다. [표 1]에서 보이는 바와 같이 분석대상유역의 R_B, R_A, R_L의 값이 식 (12), (13) 등 기본이론식 유도에 사용된 범위내에 있으므로 기본식의 인용이 가능하다.

3.3 관측치와 계산치의 비교분석

직접 유출 수문곡선은 식 (1)을 이용해서 각 소유역에 대해 계산되었다.

본 방법의 적용성을 검토하기 위해 실측치와 본 연구방법에 의한 계산치, 그리고 비교적 단일 수문곡선의 재현성이 높다고 인정되고 있는 모메트법을 사용해서 모의 발생시킨 계산치와의 비교의 예를 Fig. 2~7에 제시 하였으며, 분석자료에 대한 결과의 비교는 [표 2]와 같다.

(표 1) Horton의 지형법칙 분석표

구분		유역면적	유로연장	분기비	유역면적비	유로연장비	하천차수
유역		A(km ²)	L(km)	R _a	R _a	R _l	Ω
평창강	방림	523.11	51.85	4.47	5.26	2.63	5
	하반정	82.68	19.30	4.09	5.00	2.17	4
	상안미	389.51	44.20	4.24	5.00	2.56	5
	백옥포	142.26	22.95	3.27	3.85	1.82	5
	장평	103.55	25.95	4.65	5.56	2.94	4
위천	이목정	55.93	16.55	3.88	4.55	2.38	4
	무성	472.53	42.83	4.88	4.72	2.18	5
	병천	302.13	40.65	4.46	5.17	2.07	5
	미성	171.25	30.90	4.05	4.67	1.27	5
	고노	109.73	18.90	4.57	5.39	2.56	4
효령	동곡	33.63	8.00	3.05	3.70	1.62	4
	효령	151.05	21.80	5.40	6.58	2.72	4

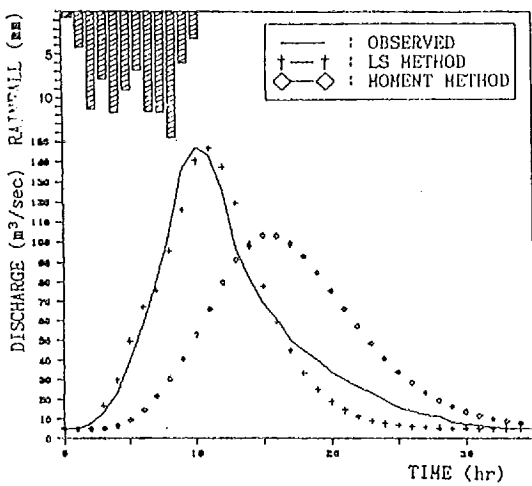


Fig.2 Comparison of observed and computed runoff hydrographs for the event of JUL 10, 1985 on the IEMOKIUNG station of Pyungchang river

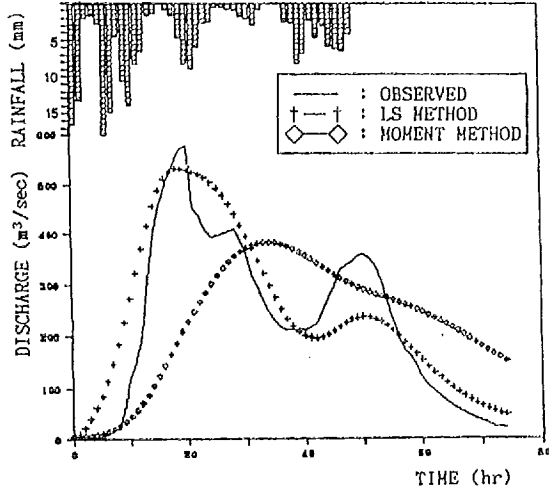


Fig.3 Comparison of observed and computed runoff hydrographs for the event of JUL 9, 1988 on the SANGANMI station of Pyungchang river

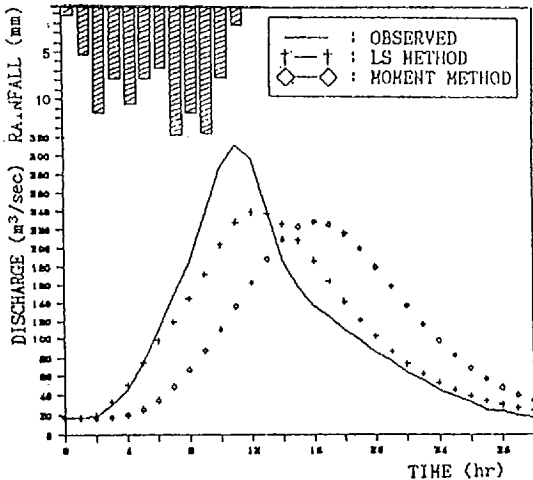


Fig.4 Comparison of observed and computed runoff hydrographs for the event of JUL 19, 1988 on the JANGPYUNG station of Pyungchang river

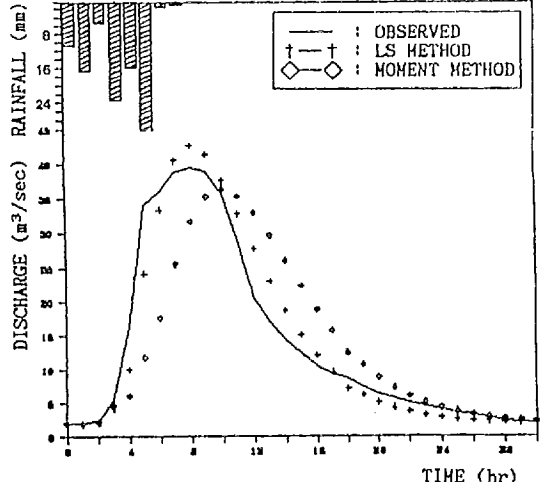


Fig.5 Comparison of observed and computed runoff hydrographs for the event of JUL 15, 1987 on the GONG station of Wi stream

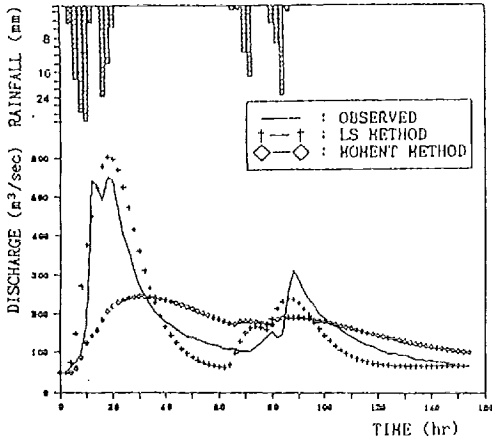


Fig. 6 Comparison of observed and computed runoff hydrographs for the event of JUL 13, 1988 on the MUSEUNG station of Wi stream

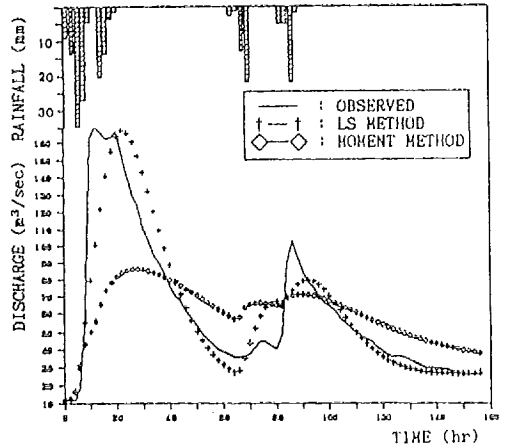


Fig. 3 Comparison of observed and computed runoff hydrographs for the event of JUL 15, 1987 on the MISEUNG station of Wi stream

[표 2] 관측치에 대한 각 방법별 오차

구역	구분	모멘트법									최소자승법								
		최대오차(%)			최소오차(%)			평균오차(%)			최대오차(%)			최소오차(%)			평균오차(%)		
		Q _p	t _p	E	Q _p	t _p	E	Q _p	t _p	E	Q _p	t _p	E	Q _p	t _p	E	Q _p	t _p	E
평창강	방림정	88.3	130.0	90.7	5.6	9.5	6.6	55.3	56.2	44.4	36.7	33.3	37.8	6.9	0.0	21.3	25.4	11.2	28.4
	하반정	85.1	71.4	39.3	3.7	18.8	13.0	36.0	40.5	23.1	30.1	31.3	82.6	8.5	0.0	11.4	23.3	13.3	28.4
	상안미	82.2	66.7	79.9	37.6	45.0	22.0	56.6	49.3	49.8	48.0	53.8	28.9	12.3	4.0	19.4	33.5	8.9	23.3
	백옥포	73.7	128.6	90.0	51.9	40.0	25.6	56.5	62.3	54.6	21.3	57.0	21.2	2.7	0.0	9.9	20.1	16.4	15.5
	장평	86.8	38.5	72.2	18.5	18.8	20.8	54.0	26.9	45.5	17.5	18.8	20.7	0.3	0.0	11.4	16.1	8.2	16.5
	이목정	87.9	43.5	41.5	8.2	25.0	22.9	51.5	42.4	45.3	33.8	37.5	23.3	4.4	0.0	5.0	18.6	11.3	14.4
위천	무성	49.2	85.3	107.1	28.3	0.0	30.0	38.5	49.4	68.7	27.2	11.8	26.6	7.6	3.6	3.2	19.2	10.2	13.5
	병천	63.3	106.3	132.5	24.0	44.4	22.7	36.9	66.1	66.1	33.5	12.5	11.9	2.0	0.0	3.9	13.7	6.3	9.8
	미천	50.6	100.0	130.0	28.5	16.7	11.8	40.7	63.8	77.1	35.9	9.4	22.4	11.8	0.0	7.9	23.5	7.0	11.5
	고노	42.8	92.9	135.1	26.4	57.1	40.4	35.2	68.8	80.3	21.8	28.6	19.1	9.8	4.0	3.4	14.1	11.2	8.6
	동곡	54.8	100.0	139.3	4.1	0.0	1.5	29.5	59.7	59.1	27.2	14.3	21.6	1.2	0.0	1.7	8.6	4.8	9.4
	효령	51.6	73.3	90.1	26.4	50.0	77.1	37.3	62.6	78.2	23.2	20.0	27.6	6.4	0.0	3.4	14.4	6.3	15.6

[표 2]의 최대오차 및 최소오차는 각 구역의 분석자료중 첨두유량 Q_p와 도달시간 t_p 및 수문곡선 재현정도 E의 계산치의 실측치에 대한 최대 및 최소오차를 의미하며, 평균오차는 전체자료의 평균적인 오차정도를 나타낸다. 평창강의 경우 최소자승법에 의한 직접 수문곡선재현에 있어서 첨두유량의 최대오차가 장평소유역이 17.5%로 가장 작고 상안미소유역은 48%로서 가장 크며, 도달시간은 장평소유역이 18.8%로 가장 작고 백옥포소유역이 57%로서 가장 크다. 그리고 수문곡선의 재현 정도를 나타내는 E의 최대오차는 대부분 20%정도이나 하반정의 한 호우사상에 있어 82.6%를 보였다.

반면에, 첨두유량 및 도달시간의 최소오차는

상안미소유역의 한 호우사상이 12.3% 보이는 것 외에 모두 10% 미만으로서 아주 좋은 결과를 나타낸다. 수문 곡선의 재현정도인 E의 최소값은 5%에서 21.3%까지 보이나 효율계수 E의 값이 전체수문곡선의 재현성을 나타내는 것을 감안할 때 높은 정도를 나타내는 것으로 사료된다.

평균적으로는 첨두유량이 약 20%, 도달시간이 10%, 수문곡선 재현성이 약 20% 정도의 오차를 보였다. 모멘트법에 비해서는 높은 정도를 나타내지만 실측치에 대한 재현성으로는 정도가 다소 미흡하다 하겠다. 그러나 본 평창강의 분석 자료 중 약 절반(86, 87년 자료)이 유출시간이 100시간이 넘는 복합수문곡선임을 감안하면 본 방법의 우수성이 인정된다.

위천의 경우, 침투유량의 최대오차가 동곡 소유역이 19.7%로 가장 작고 미성 소유역의 35.9%가 가장 크며, 도달시간은 미성소유역이 9.4%로 가장 작고 고노 소유역이 28.6%로 가장 크다. 그리고 수문곡선의 재현정도를 나타내는 E의 최대 오차는 11.9%에서 26.6%로서 비교적 좋은 결과를 나타낸다. 반면에 침투 유량 및 도달시간의 최소오차는 미성 소유역의 한 호우사상이 11.8%를 보이는 것 외에 모두 10% 미만으로서 아주 좋은 재현성을 나타낸다. 수문곡선의 재현정도를 나타내는 E의 최소값이 전 소유역에 대해 8% 미만을 보이는 것은 효율 계수 E의 값이 전체수문곡선의 재현성을 나타내는 것을 감안할 때 그 정도는 매우 높은 것으로 사료된다.

평균적으로는 침투유량이 약 15%, 도달시간이 약 7%, 수문곡선 재현성이 약 10% 정도의 오차를 나타낸다.

전체적으로 볼때 위천대표유역이 평창강보다 본 방법의 적용성이 뛰어난 것으로 나타났으나, 평창강 유역의 분석자료중에는 복합수문곡선이 많이 포함되어 있고, 위천유역의 분석자료는 대부분 단일 수문곡선인 점을 감안하면 그 적용성은 비슷한 것으로 사료된다. 특히, 본 방법의 장점이나 우수성을 지적할 수 있는 것은 Fig. 2 - Fig. 7의 예에서와 같이 복합수문곡선의 재현성이 뛰어나다는 것이다.

3.4 모델의 민감도해석

전절에서 논한 이론은 수문응답함수를 Nash 모델로 가정할 때 매개변수 n 및 k의 결정방법에 주안점이 있다. 형상계수 n은 식 (12)에서 지형인자로서 결정되며, 저유계수, k는 식 (17)의 최적해에 의해 결정된다. 선택되는 n와 k의 값에 따라 수문곡선의 주요특성인 침투유량 Q_p 와 도달시간 t_p 의 재현성과 수문곡선의 재현정도 E의 값에 좌우된다.

본 방법에 의한 매개변수의 결정에 따른 수문응답의 변화정도를 검토하였다. 실측치에 대한 분석으로 선택된 최적해 k에 대해 10%, 20%의 인위적 오차를 발생시켜 침투유량, 도달시간 및 수문곡선의 재현정도에 미치는 효과를 분석하여 [표 3]에 나타내었다. [표 3]에서 보이는 바와 같이 대체적으로 k의 오차 정도에 대해 침투유량, 도달시간 및 수문곡선의 재현정도의 오차는 전반적으로 k 오차의 절반정도의 수준에 머문다. 또 n은 식(12)에서와 같이 지형도에서 분석되는 지형인자에 의해 결정 되므로 인자의 추출에 대한 정밀성을 감안하여 10%의 인위적 오차를 발생시켜 침투유량, 도달시간 및 수문곡선의 재현정도에 미치는 효과를 분석 하여 [표 3]에 나타내었다. [표 3]에서 보이는 바와 같이 n의 오차 정도에 대해 침투유량, 도달시간 및 수문곡선의 재현정도에 미치는 효과를 분석하여 [표 3]에 나타내었다. [표 3]에서 보이는 바와 같이 n의 오차 정도에 대해 침투유량, 도달시간 및 수문곡선의 재현정도의 오차가 훨씬 못미치는 결과를 준다.

[표 3] 매개변수 k 및 n의 변화에 따른 수문응답 특성지(ΔQ_p , Δt_p , E), 평균변화율(%)

구분 유역	k												n						
	-20%			-10%			+10%			+20%			-10%			+10%			
	Q_p	Δt_p	ΔE	ΔQ_p	Δt_p	E	ΔQ_p	Δt_p	ΔE	ΔQ_p	Δt_p	ΔE	ΔQ_p	t_p	ΔE				
평창강	방림	17.7	4.7	22.2	8.2	0.3	7.9	6.9	6.5	2.5	13.3	8.6	4.7	4.8	7.9	10.6	10.2	11.9	10.4
	하반정	21.2	8.1	15.9	9.5	3.7	3.8	8.1	4.4	9.2	14.6	10.4	16.3	9.7	10.9	8.6	5.3	4.2	8.0
	상안미	18.4	9.7	10.2	8.8	4.4	2.7	7.2	2.9	3.4	13.8	7.9	7.9	11.0	9.2	5.9	4.9	2.9	1.8
	백옥포	19.3	8.8	18.6	8.8	4.4	2.7	7.9	4.6	4.4	14.5	10.7	8.8	6.7	6.5	6.5	5.8	8.4	4.9
	장평	18.6	7.6	6.2	8.4	4.0	1.8	7.7	7.6	6.8	14.0	7.6	13.2	5.6	7.2	7.2	4.9	7.6	3.6
위천	무성	18.0	11.4	15.8	8.6	4.9	6.6	6.5	11.4	6.1	12.5	11.5	10.7	5.6	7.1	6.8	3.9	5.5	2.5
	병천	18.8	4.1	10.3	10.8	4.5	4.7	6.8	2.1	6.9	10.2	6.2	10.7	6.0	6.4	4.4	5.4	6.2	2.5
	미성	15.8	4.9	5.1	7.6	5.9	1.1	6.5	3.9	8.4	12.4	8.7	11.5	5.2	4.9	3.1	4.5	5.6	2.1
	고노	19.2	8.1	5.5	10.1	4.3	1.8	7.7	2.2	4.3	11.4	4.2	10.6	9.2	4.9	1.5	8.6	6.0	1.9
	동곡	18.5	8.3	6.7	10.1	3.9	3.7	6.1	3.3	2.6	9.4	11.6	5.6	10.3	8.3	5.0	8.7	8.1	2.2
효령	20.1	9.2	12.3	11.6	4.4	4.1	4.7	1.8	1.6	8.4	4.8	4.1	7.1	5.0	5.7	4.8	3.5	2.8	

4. 수문학적 상사성

계측 및 미계측 유역의 유출해석에 있어서 단 위도나 합성단위도등의 응답특성을 알 수 있으면, 이를 인근 유역이나 동일 수계내의 타 유역에 적용시킬 수 있다. 이와같은 경우 유역상호간에 상사성이 있어야 그 적용성이 높게 되며 이론적 타당성이 있다. 비록 동일수계라 하더라도 상하류에 따라 토지이용도, 식생, 토양종류, 유역형상, 하천수계 조지망등의 공간적 변동성에 의해서 응답특성이 다를 수 있다. 또 공간적 변동성이 유사하더라도 호우사상의 비상사성이나 선행 강수조건 즉, 유출조건등에 의해 수문응답 또한 다양하게 발생할 수 있다.

동일한 충격응답함수를 가진 유역은 유효강우에 대한 수문응답이 같다고 가정할 때, 임의의 두 유역의 순간단위도가 판측치로 부터 유도되었거나 GIUH와 같이 지형학적 특성으로 부터 유도되었거나 또는 Nash 모델과과 같은 개념적 모델등으로 유도되었거나 상관없이 동일한 순간단위도를 가진 두 유역은 상사성이 있다고 정의할 수 있다.

첨두유량과 도달시간에 주안점을 둔 수문응답 해석에 있어서 첨두유량 q_p 와 도달시간 t_p 의 곱인 무차원량을 식 (6)와 같이 나타낼 바 있다.

$$G^* = t_p \cdot q_p = 0.58(R_B/R_A)^{0.55}R_L^{0.05} \tag{6}$$

R_L 의 지수가 아주 작으므로 무시하면 식 (22)와 같이 쓸 수 있다.

$$G^* = 0.58(R_B/R_A)^{0.55} \tag{22}$$

상기 두 식에서 (R_A/R_B) 의 값은 각 유역에 대해 특정한 값으로서 일정하며, t_p 나 q_p 중 한개의 값만 알जे되면 나머지 한개의 값은 쉽게 구할 수 있으므로 IUH 해석은 1변수 문제로 간략화 된다.

수문곡선에 주안점을 둔 해석에 있어서는 순간단위도가 같으면 두 유역이 상사성이 있으므로, Nash 모델로 정의한 응답함수는 형상계수 n 와 지유계수 k 의 관계로 귀결된다.

즉 두유역의 n 와 k 가 모두 같거나 n 및 k 의 변화에 대한 IUH가 유사하면 두 유역이 상사성이

있다고 정의할 수 있다. n 는 식 (12)에서 나타낸 바와 같이 (R_A/R_B) 및 R_L 의 함수로서 각 유역에 따라 특정한 값으로서 일정한 값을 가지며, 지유계수 k 는 식 (13)으로 나타낸 바와 같이 R_A , (R_B/R_L) , L 및 v 의 함수로서 동적특성 v 에 따라 공간적, 시간적으로 다양한 값을 갖는다. 전절 2항의 최적해법에 의해서 결정된 평창강 및 위천 유역에 발생한 각 호우사상에 대한 k 값과 식 (12)를 이용한 n 값은 [표 4]과 같다.

[표 4] 각 호우사상에 대한 수문곡선의 매개변수

유역	구분 n	호우사상					
		호우사상 1	호우사상 2	호우사상 3	호우사상 4	호우사상 5	
		k ir	k ir	k ir	k ir	k ir	
평창강	방림	3.10	-	3.71 3.31	3.29 5.12	4.00 4.64	5.50 5.54
	하반정	2.97	-	3.80 4.41	4.94 2.45	2.99 5.33	4.50 4.78
	상안미	3.09	-	3.51 6.69	2.77 4.65	3.87 4.99	4.89 5.27
	백옥포	3.02	-	3.70 10.62	3.19 9.81	2.50 6.61	5.00 7.41
	장평	3.09	-	4.83 2.30	3.78 6.65	2.80 6.31	3.69 6.93
위천	이북성	3.09	-	2.30 5.70	3.47 5.29	3.50 5.68	2.47 5.81
	무성	3.57	2.28 3.93	2.40 7.86	2.65 3.88	4.74 4.87	3.83 4.45
	빙천	3.09	2.36 4.93	2.29 4.78	2.37 3.95	4.22 5.24	3.25 3.82
	비성	2.99	2.76 3.00	2.80 5.79	2.61 4.32	4.06 5.24	3.23 3.74
	고노	3.09	2.81 4.31	2.34 4.79	2.40 4.19	4.07 5.00	3.12 4.31
천령	동곡	2.84	2.21 3.51	1.74 5.29	2.34 4.26	4.18 5.89	3.16 3.78
	효령	3.02	2.84 6.02	2.40 8.17	2.67 3.89	4.59 5.70	3.53 4.09

[표 4]에 나타난 바와 같이 n 의 값은 위천에서 2.84 3.57을 나타내지만 무성 지점의 3.57을 제외하면 비슷한 값을 보인다. 식 (12)와 식 (22)에 있어서 (R_B/R_A) 의 값은 0.821~1.034 범위를 나타낸다. 평창강에서는 2.97~3.09로 거의 일정한 값을 보이며 (R_B/R_A) 는 0.818~0.858의 범위를 나타낸다. 이는 동일 수계내의 소유역은 지형학적 특성이 크게 차이가 없음을 의미한다.

각 호우사상에 대한 최적해로서 k 값은 [표 4]에 보이는 바와 같이 그 변화의 폭이 크며 호우사상과 선행 강수지수등의 배수망 유출조건에 따른 응답특성이 다양하게 발생함을 알 수 있다. 반면에 평창강 및 위천의 각 소유역에 있어서 같은 날짜의 동일한 호우사상에 대한 k 의 값은 큰 차이가 없다. 이는 동일 수계내의 각 소유역의 수문응답특성이 상사성이 있음을 나타낸다. 대표적으로 평창강의 1988년 7월 19일 호우사상과 위천의 86년 6월 24일 호우사상에 대한 순간단위도를 비교한 것을 Fig. 8-Fig. 9에 도시하였다.

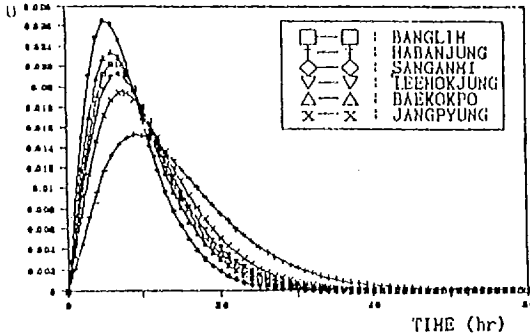


Fig. 8 The instantaneous unit hydrographs(IUH) of the Pyungchang river basin(6 stations) indicated

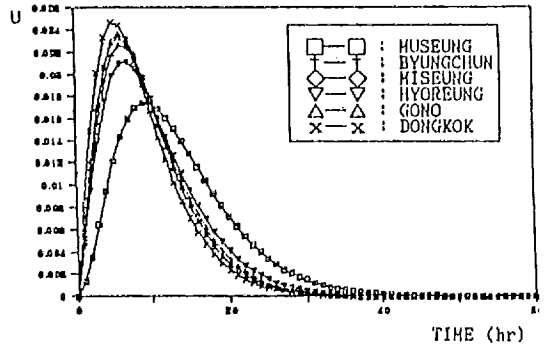


Fig. 9 The instantaneous unit hydrographs(IUH) of the Wi stream basin(6 stations) indicated

Fig. 8와 Fig. 9에서 뚜렷한 오차를 보이는 평창강의 하반정지점과 위천의 무성지점을 제외하면 각 소유역의 순간단위도가 거의 일치함을 알 수 있으며 동일수계내 각소유역간의 상사성이 인정된다고 볼 수 있다.

한편, 상사성이 인정되는 각 유역에 있어서 유도된 대표단위도는 동일수계내의 수문응답을 정의할 수 있는 수단이 될 수 있다. 미계측 유역에 대한 대표 단위도를 합성할 수 있는 수단을 제공하기 위해 유효강우강도 i_r , 형상계수 n 및 저유계수 k 의 상관관계식을 회귀분석으로 나타내었으며 그 결과는 식 (23)과 같다.

$$\text{평창강} : k = -0.115 n - 1.425 i_r + 8.740 \quad (23)$$

$$\text{위 천} : k = 0.044 n - 0.405 i_r + 1.544$$

형상계수 n 를 식 (12)에서, 저유계수 k 를 식 (23)에서 결정하면, 하천이나 유역의 수문응답함수를 감마분포로 가정할 때, 이를 이용해서 미계측유역의 유출 해석이 가능한 합성단위도를 유도할 수 있게 된다.

5. 결 론

본 연구는 유역의 수문응답함수로서 선택된 Nash 모델의 매개변수를 지형학적 순간단위도 이론과 최적해법으로서 결정하는 방법에 대해 검토한 것이다.

한강수계의 평창강 대표시험유역과 낙동강수계의 위천대표시험유역의 시간유출자료를 사용하였으며 그 결과는 다음과 같다.

(1) Nash모델을 응답함수로 이용한 지형학적 순간단위도 이론은 불완전 감마함수를 사용한 최소자승법에 의해 저유계수 k 의 최적해를 구해 얻을 수 있으며, Fig. 2-Fig. 7에서 보이는 바와 같이 관측치에 대한 첨두유량, 도달시간 그리고 수문곡선의 재현정도가 높았다.

(2) 최소자승법에 의한 수문곡선 재현성은 첨두유량이나 도달시간등의 특성치를 기준한 것이 아니라 전체수문곡선값을 기준으로 한 재현정도를 나타낸 점을 고려하면, 특히 복합수문곡선의 재현정도가 매우 높다고 사료된다.

(3) Nash 모델을 이용한 GIUH의 매개변수인 형상계수 n 는 유역의 지형특성에 의해 결정될 수 있으며 각 유역에 따라 일정한 값을 가진다. 저유계수 k 는 동적특성인 v 를 포함하고 있어 호우사상이나 선행강수지수에 따른 배수망의 유출조건에 따라 다양하게 변하지만, 상사성이 있는 유역상호간에는 일정한 값을 갖는다.

(4) 매개변수 n 와 k 에 대한 민감도 해석에 있어서 n 와 k 의 오차에 대한 첨두유량, 도달시간 및 수문곡선 재현정도의 오차가 약 절반수준에 머물렀으며, 비교적 정확한 매개변수의 산정이 요구되었다.

(5) 동일한 수계내의 각 소유역이 같은 호우사상에 대해 비슷한 수문응답 특성(GIUH)을 나타내는 것은 유역상호간에 수문학적 상사성이 있는

것으로 정의할 수 있으며, 이를 미계측 유역의 유출해석에 적용할 수 있다.

참 고 문 헌

1. Agnese, C., D'Asaro, F. and Giordano, G., "Estimation of the Time Scale of the Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph From Effective Streamflow Velocity", Water Resources Research Vol. 24, No. 7, pp. 969-978, 1988.
2. Bras, R.L. et al, "A Geomorphoclimatic Theory of the Instantaneous Unit Hydrograph", Water Resources Research Vol. 18, No. 4, pp. 877-886, 1982.
3. Caroni, E. and Rosso, R., "Nonlinearity and Time-Variance of the Hydrologic Response of a Small Mountain Creek", Scale Prob. in Hydrology, pp. 19-38, 1986.
4. Cheng, B.L., "A study of Geomorphologic Instantaneous Unithydrograph" Ph.D Thesis, University of Illinois, 1982.
5. Dooge, J.C.I., "Linear Theory of Hydrologic Systems", Techn. Bull, No. 1468, U.S. Dept. Agriculture, Washington, pp. 327, 1973.
6. Gupta, V.K. and Wang, C.T., "A Representation of an Instantaneous Unit Hydrograph from Geomorphology", Water Resources Research Vol. 17, No. 3, pp. 545-554, 1981.
7. Hebson, C. et al., "A Derived Flood Frequency Distribution Using Horton Ratios", Water Resources Research, Vol. 18, No. 5, pp. 1509-1518, 1982.
8. Itrube, I.R. et al., "On the Climatic Dependence of the IUH", A Rainfall-runoff Analysis of the Nash Model and the Geomorphologic Theory", Water Resources Research, Vol. 18, No. 4, pp. 887-903, 1982.
9. Kirkby, M.J., "Tests of the Random Network Model and Its Application to Basin Hydrology", Earth Surface Processes, Vol. 1, pp. 197-212, 1976.
10. Mesa, O.J. and Mifflin, E.R., "On the Relative Role of Slope and Network Geometry in Hydrologic Response", Scale Problems in Hydrology Reidel, pp. 1-18, 1986.
11. Nash, J.E. and Sutcliffe, J.V., "River Flow Forecasting Through Conceptual Models", A Discussion of Principles, Journal of Hydrology, Vol. 10, pp. 282-290, 1970.
12. Pilgrim, D.M., "Isochrones of Travel Time and Distribution of Flood Storage from a Tracer Study on a Small Watershed", Water Resources Research Vol. 31, No. 3, pp. 585-595, 1977.
13. Rao, R.A., Delleur, J.W. and Sarma, P. B.S., "Conceptual Hydrologic Models in Urbanizing Basins", Journal of Hydraulics Div. ASCE, Vol. 98, HY 10, 1972.
14. Rosso R.L., "Nash Model Relation to Morton order Ratio", Water Resources Research, Vol. 20, No. 7, pp. 914-920, 1984.
15. Rodrigu z-Iturbe, I., and Bras, R.L., "The Geomorphoclimatic Theory of the Instantaneous Unit Hydrograph", Water Resources Research, Vol. 20, No. 7, pp. 914-920, 1982.
16. Rodrigu z-Iturbe and Vald s J.B., "The Geomorphologic Structures of Hydrologic Responses", Water Resources Research vol. 15 No. 6, pp. 1422-1434, 1975
17. Rodrigu z-Iturbe and Vald s J.B., "A Rainfall-Runoff Analysis of Geomorphologic IUH", Water Resources Research vol. 15, No. 6, pp. 1421-1434, 1979.
18. Rodrigu z-Iturbe and Vald s J.B., "Discharge Responce Analysis and Hydrologic Simularity: The Interretion Between the Geomorphologic IUH and the Storm Characteristics", vol. 15, No. 6, pp. 1435-1444, 1979.

19. Troutman, B.M. and Karlinger, M.R., "On the Expected Width Function for Topologically Random Channel Networks", Journal of applied Problem, Vol.21, pp. 836-849, 1984.
20. Troutman, B.M., "Unit hydrograph Approximations Assuming Linear through Topologically Random Channel Networks", Water Resources Research, Vol.21, No.5, pp. 743-754, 1985.
21. Wang, C.T., "A Geomorphologic Synthesis of Nonlinearity in Surface Runoff", Water Resources Research Vol.17, No.3, pp.545-554, 1981.
22. Waymire, E. and Gupta V.K., "On the formation of an Analytical Approach to Hydrologic Response and Similarity at the Basin scale", Journal of Hydrology, Vol.65, pp. 95-123, 1983.
23. Wood, E.F. and Hebson, C.S., "On Hydrologic Similarity 1. Derivation of the Dimensionless Flood Frequency Curve", Water Resurces Research Vol,22, No.11, pp. 1549-1554, 1986.
24. Wood, E.F. Beven, K. and Sivapalan M., "On Hydrologic Similarity 2. A Scale Model of Storm Runoff Production", Water Resources Research Vol,23, No.12, pp. 2266-2278, 1987.
25. Wu, I.P., "Design Hydrographs for small watershed in Indiana", journal of Hydraulic Division, ASCE, 89(HY6), pp. 35-66, 1963.
26. 鮎川登, 北川善廣, "都市化流域の 洪水流出 モデル", 日本土木學會論文集, 第325號, pp. 51-59, 1982.
27. 안상진, "유역의 하천형태학적 특성인자와 유출 및 수리기하간의 상관식", 박사학위논문, 인하대학교, 1980.
28. 이순탁, 박종권, "하천 유출량산정을 위한 GIUH모델", 한국수문학회지, 제20권, 제4호, 1987.
29. 이정식, 김재한, 이원환, "지형학적 순간단위도에 의한 침투유량의 강우-유출 선형해석", 대한토목학회 논문집, 제7권 제1호, pp. 55-64, 1987.
30. 조홍제, "지형기후학적 선형저수지 모델에 의한 유출해석", 한국수문학회지 제18권, 제2호, pp. 143-152, 1985.
31. 조홍제, "지형학적 수문응답특성에 의한 선형저수지 모델해석", 한국수문학회지, 제20권, 제2호 pp. 117-126, 1987.
32. 조홍제, 이상배, "하도망의 기하학적 특성을 이용한 지형학적 순간 단위도 해석", 한국수문학회지, 제23권, 제1호, pp. 89-98, 1990.
33. 조홍제, 이상배, "수문응답의 지형학적 합성 방법에 관한 연구", 대한토목학 회지, 제10권, 제1호, pp. 99-108, 1990.
34. 건설부, "국제 수문 개발 계획(IHP) 대표유역 조사 보고서", 1984-1988.