

탄성 지반내 깊이 묻힌 앵커판에서 경계파괴의 영향

김성득 · 전익태*
토목환경공학부

<요약>

지반과 구조물의 상호작용 문제는 그 범위가 광범위하고 또 새로운 문제들이 떠오르고 있다.

본 논문에서는 탄성체 지반에 깊숙이 묻힌 강성 디스크 앵커판에서 디스크 앵커 주위 경계파괴가 지반의 축방향 강도에 미치는 영향에 관하여 연구하였다.

동방탄성체 속에 묻힌 앵커는 축대칭이므로 3차원 문제를 2차원으로 귀착시켜 유한요소법을 사용하였으며 유한요소법의 적합한 적용성을 검토하기 위하여 적분방정식에 의한 해석과 그 결과를 비교하였다.

본 연구의 결과를 이용하여 탄성계수의 변화, 포아송비의 변화 등 지반의 강도를 결정짓는 변수들에 대한 값의 변화가 축방향 강도에 미치는 결과에 관하여 연구하였다.

The Influence of a Boundary Fracture on a Deeply Embedded Anchor Plate in the Elastic Soil Medium

Sung-Deuk Kim Ik-Tae Cheun
School of Civil & Environmental Engineering

<Abstract>

The analysis of interaction between structural elements such as beams, plates, etc. and elastic media is interests of several branches of engineering. Such solutions are

* 본 대학교 대학원 석사과정 수료

particularly importance in analytical studies related to structural foundations reaction on soil and rock media.

The class of problems which deal with the loading of plate shaped objects embedded in elastic media provides a useful basis for the modelling of the short-term or working load range stiffness of anchor plates.

In this paper we focus on the problem of a rigid circular anchor plate embedded in bonded contact with an isotropic elastic soil mass of infinite extent. The elastic medium beyond the boundary of the rigid disk anchor contains an in-plane cracked region of finite extent.

This study is concerned specifically with the evaluation of the elastostatic stiffness of the embedded anchor in the presence of a cracked region emanating from the anchor region.

Provision is made on the analysis for the consideration of breakaway of the anchor from the underlying soil.

1. 서언

일반적으로 앵커를 크게 대별해 보면 중력식 앵커, plate 앵커, pile로 나누어지며 그 차이 방식에 따라 마찰방식과 지압방식 그리고 혼합형으로 분류된다. 또 앵커체의 매입길이에 따라 얇은 앵커와 깊은 앵커로 나누는데 일반적인 경우 매입길이 (H), 앵커직경(D)의 비(H/D)가 4.5보다 큰 경우를 깊은 앵커로 나누고 있다.

얇은 앵커에 대한 연구는 사질토인 경우 실험적 연구와 이론적 연구가 많이 이루어진 편이다. 얇은 앵커는 앵커 위의 지표면에 지대한 영향을 입하나 깊은 앵커에 대해서는 극한 하중을 가하여도 지표면에 영향이 거의 없고 앵커체 주위 지반의 국부적 전단 파괴를 나타내 보인다.

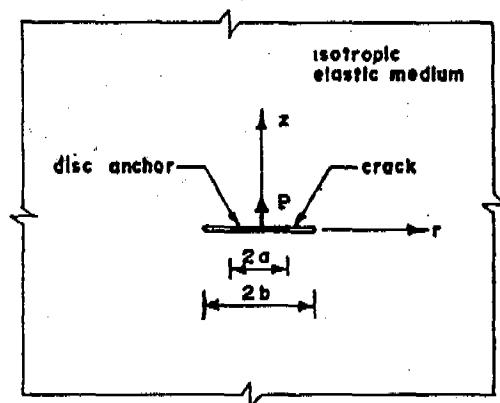


그림 1-1 등방 탄성체에 묻힌 디스크앵커와 크랙의 형태

본 연구에서는 그림 1-1에서 보는 바와 같이 깊게 묻힌 강성 디스크 앵커에 관해 연구하고자 하며 수직 인발하중을 받는 수평 디스크 앵커로 그 범위를 제한하고 있다. 여기서 a는 디스크 앵커의 반경, b는 크래의 범위이며 P는 수직인발력, z와 r은 각각의 방향에 대한 축을 나타내고 있다.

이와 같은 분야와 유사한 국내외의 연구로는 Kozo Tagaya, Akiyoshi Tanaka and Hisao Aboshi 의 “앵커의 인발저항에 대한 유한요소법의 적용”, (1983) A.P.S.Selvaduari 의 “동방탄성체에 깊게 묻힌 강성원형 기초의 편심 하중”, (1980) 와 E.J. Murray and James D.Geddes, F.Asce 의 “사질토에서 앵커판의 상향력”, (1987) C.S.Desai, A.Mugtadir, and F.Scheele 의 “앵커-지반과의 상호작용에 관한 해석”, (1986) 이 병철(서울대 대학원 토목공학과)의 “모래 지반에서 스트립 앵커의 극한 상향 지지력과 전단 파괴 경사”, (1990) 김 성득의 “탄성 및 탄소성지반위에 놓인 원형 평판의 유한 요소 해석”, (1987) 등이 있으며 해석방법에 있어서도 전단 밴드와 매립비, 그리고 경계면의 마찰 효과, 또는 앵커가 flexible한가 rigid한가에 따라 다양한 연구가 진행되고 있다.

지반과 구조물의 상호작용 문제들이란 매우 그 범위가 광범위하고 항시 새로운 문제들이 떠오르고 있다. 대부분 구조물은 지반-기초-구조물의 계로 구성되어 있으며 이것을 해석하기 위해서 전 체계를 별개로 나누어 생각해 왔다. 그러나 최근 서로의 상호작용(interaction)을 고려하여 지반-기초-구조물의 계를 일체로 보고 계산하는 것이 효과적인 결과를 가져옴을 알게 되었다.

전주, 전선 탑, 고속도로 표지판, 높은 콜뚝의 안전시설, 흙막이벽의 타이 백(tie back), 용벽의 전도 방지, 송전선 철탑 기초의 인발 저항용, 산사태 방지, 건축물이나 교량 하부공사의 내진 설계를 위해 앵커가 이용되는 등 그 용도가 광범위하다. 근래에 들어서는 불필요한 중력식 구조 형태의 탈피, 경제적 작업공간의 확보, 부지의 경제적 활용 등 점차 그 범위가 확대되고 있다.

그러나 용도에 비해 이론의 미비 또는 시공상의 과정으로 인하여 현장에서의 빈번한 사고를 목격하게 된다. 따라서 본 논문에서는 디스크 앵커 경계 파괴를 고려한 지중 용력의 탄성강도를 평가하고자 한다.

디스크 앵커 경계내에 포함된 탄성체는 판내에서 한정된 범위의 크래를 발생한다. 그러한 크래들의 발생은 높은 압력으로 분사되는 주입재료의 사용 때문에 생기거나 과압밀 점토와 같은 굳은 토질 속에 단순한 나선형 지중 앵커를 침투시키는 때도 일어날 수 있다.

본 논문은 앵커경계로부터 영향을 미치는 크래 범위에서 깊게 묻힌 앵커의 정역학 탄성강도 평가를 다루고자 한다. 여기서 크래범위의 한쪽 경계는 강성원형 앵커판의 경계 내에 한정된다. 대부분의 경우 자연지반의 상태를 탄성, 등방성 혹은 균질한 재료로 추정해도 실무에서 비교적 좋은 결과를 얻을 수 있으므로 흙을 탄성체로 가정하였으며, 8절점 등매개 변수를 사용한 유한요소법을 사용하여 해석하는 방법을 제시하였다. 이때 하중은 축대칭 하중이므로 3차원 문제를 2차원 문제로 귀착시켜서 축대칭요소를 이용한 유한요소법을 사용하였고, 유한 요소법 적용의 적합성을 검증하기 위하여 적분방정식에 의한 해석의 결과와 비교하였다.

2. 적분방정식에 의한 해석

2.1 개요

앵커의 정역학 탄성강도를 평가하는데 있어서 영향을 미치는 크래프트위에서 정확한 응력 분포는 흥미 있는 것이 되며 Hilbert문제에 기초를 둔 공식의 응용에 의하여 해석하는 것이 필요하며 깊게 묻힌 앵커의 강도에 관한 전체적인 결과를 평가하는 것이 주요한 관심이라면, 적분변환 접근의 사용에 의해 공식화할 수 있다.

깊게 묻힌 디스크앵커 문제의 해석에 있어서, 반무한체 범위와 같은 강성원형편치를 고려하여 후자에 의한 접근방식을 채택한다. 그럼 1-1에서 반경 a 의 연결된 원형편치가 축방향에서 변위 Δ 를 유발하는 중심력 P 를 받고 있다면, 혼합경계조건들은 다음과 같이 된다.

$$Uz(r, 0) = \Delta, \quad 0 \geq r \geq a \quad (2-1)$$

$$Ur(r, 0) = 0, \quad 0 \geq r \geq a \quad (2-2)$$

$$\sigma_{zz}(r, 0) = 0, \quad a \geq r \geq \infty \quad (2-3)$$

$$\sigma_{rz}(r, 0) = 0, \quad a \geq r \geq \infty \quad (2-4)$$

식 (2-1) - (2-4)에 의해 정의되는 혼합경계값 문제의 해석은 Ufland에 의해 제안 됐었으며 보다 진보된 해석 방법은 Mossakovski와 Gladwell에 의해 주어졌다.

강성원형편치의 하중-변위의 거동에 대한 주요한 관심을 Hilbert 문제에 근거한 공식을 사용하여 정확한 형태로 결과치를 구할 수 있다. Hankel의 적분변환접근법에서 원형편치와 관계된 혼합경계값 문제는 적분 방정식으로 효과적으로 풀여질 수 있으며 이 적분방정식은 부착된 편치에 대한 하중 - 변위 관계를 나타내어 수학적으로 풀어질 수 있다.

두 방법에 의해 얻어진 결과를 표 2-1에서 비교하였다.

	Hibert problem approach	Hankel transform approach
0	0.549	0.546
0.1	0.597	0.596
0.2	0.657	0.658
0.3	0.736	0.737
0.4	0.841	0.842
0.5	1.000	1.000

표 2-1 등방탄성 반무한체에 부착된 강성원형 편치의 축방향 강도, $P/(8G\Delta a)$

부착된 편치의 축방향강도에 대해 두 접근방법이 같은 결과를 산출한다는 것은 명확하다. 두개의 결과에 대한 최대차이는 0.5%를 넘지 않으므로 경계파괴에 대해 축방향 하중이 디스크앵커에 작용했을 때의 적분방정식에 기초한 Hankel 적분변환을 채택할 수 있다.

2.2 디스크 앵커 문제

탄성매체 둘레에 접촉하여 단단하게 고정된 깊이 묻힌 반경 a 의 디스크 앵커의 외부경계 크랙범위는 반경, b 를 가진다. 크랙범위의 표면은 traction-free(접착마찰이 없음)이다. 디스크 앵커는 z 방향에서 강성체 변위, Δ 를 일으키는 중심력, P 를 받고 있다.

디스크 앵커의 변위가 비대칭이기 때문에 혼합경계조건은 다음과 같다.

$$U_z(r, 0) = \Delta, \quad 0 \leq r \leq a \quad (2-5)$$

$$U_r(r, 0) = 0, \quad 0 \leq r \leq a \quad (2-6)$$

$$U_r(r, 0) = 0, \quad b \leq r \leq \infty \quad (2-7)$$

$$\sigma_{zz}(r, 0) = 0, \quad a < r < \infty \quad (2-8)$$

$$\sigma_{rz}(r, 0) = 0, \quad a < r < b \quad (2-9)$$

혼합경계조건식, (2-5)-(2-9)는 다음의 형태로 표현될 수 있다.

$$H_0[\xi \{ \xi A(\xi) + 2(1-2\nu)B(\xi) \}; r] = -2GA, \quad 0 \leq r \leq a \quad (2-10)$$

$$H_1[\xi \{ -\xi A(\xi) + B(\xi) \}; r] = 0, \quad 0 \leq r \leq a \quad (2-11)$$

$$H_1[\xi \{ -\xi A(\xi) + B(\xi) \}; r] = 0, \quad b \leq r < \infty \quad (2-12)$$

$$H_0[\xi 2\{\xi A(\xi) + (1-2\nu)B(\xi)\}; r] = 0, \quad 0 < r < \infty \quad (2-13)$$

$$H_1[\xi 2\{\xi A(\xi) - 2\nu B(\xi)\}; r] = 0, \quad a < r < b \quad (2-14)$$

여기서 $H_n[\Omega(\xi); r]$ 은 식 (2-15)에 의해 정의된 n 차 Hankel 변환이다.

$$H_n[\Omega(\xi); r] = \int_0^\infty \xi \Omega(\xi) J_n(\xi r) d\xi \quad (2-15)$$

여기서 모멘트와 전단력에 대한 관계식을 소개하면,

$$2(1-\nu) \xi^3 A(\xi) = -(1-2\nu) M(\xi) + N(\xi) \quad (2-16)$$

$$2(1-\nu) \xi^2 A(\xi) = M(\xi) + N(\xi) \quad (2-17)$$

위 식(2-16)과 식(2-17)을 $A(\xi)$ 와 $B(\xi)$ 에 대한 함수로 나타낸 식(2-10)-(2-14)에 대입하면

$$H_0 \left[\xi^{-1} \left\{ N(\xi) + \frac{(1-2\nu)}{(3-4\nu)} M(\xi) \right\}; r \right] = -\frac{4GA(1-\nu)}{3-4\nu}, \quad 0 \leq r \leq a \quad (2-18)$$

식 (2-18)로부터 다음과 같이 쓴다.

$$H_0 \left[\xi^{-1} N(\xi); r \right] = -\frac{4GA(1-\nu)}{3-4\nu} - \frac{(1-2\nu)}{3-4\nu}$$

$$H_0 \left[\xi^{-1} M(\xi); r \right], \quad 0 \leq r \leq a \quad (2-19)$$

$N(\xi)$ 은 다음과 같은 형태의 식으로 쓴다.

$$N(\xi) = \int_0^a \phi(t) \cos(\xi t) dt = \frac{\phi(a) \sin(\xi a)}{\xi} - \frac{1}{\xi} \int_0^a \phi'(t) \sin \xi t dt \quad (2-20)$$

식(2-20)을 (2-19)에 인용하여 해는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\phi(t) = -\frac{8GA(1-\nu)}{\pi(3-4\nu)} - \frac{2(1-2\nu)}{\pi(3-4\nu)} \int_0^\infty M(\xi) \cos(\xi t) d\xi, \quad 0 \leq t \leq a \quad (2-21)$$

식 (2-20)에 의해 정의 된 $N(\xi)$ 에 대한 대치로 다음과 같이 쓴다.

$$G_1(r) = r(1-2\nu) \int_0^a \frac{\phi(t) dt}{(r^2 - t^2)^{3/2}}, \quad a < r < b \quad (2-22)$$

Triple integral equations 형태의 해를 구하기 위하여 다음을 가정할 수 있다.

$$H1[M(\xi);r] = f1(r), \quad a < r < b \quad (2-23)$$

$$H1[M(\xi);r] = f3(r), \quad b < r < \infty \quad (2-24)$$

Hankel 변환에 의하여 식(2-23), (2-24)로부터 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} M(\xi) = & \int_0^a u f_1(u) J_1(\xi u) du \\ & + \int_a^b u G_1(u) J_1(\xi u) du + \int_b^\infty u f_3(u) J_1(\xi u) du \end{aligned} \quad (2-25)$$

식(2-25)에 의해 나타난 결과를 사용하여 $G_1(r)$ 식을 나타낼 수 있고 이식을 대입하여 나타내면

$$\frac{\pi (a^2 - r^2)^{1/2} f_1(r)}{2r} = \frac{8G\Delta(1-2\nu)(1-\nu)a}{\pi(3-4\nu)} F_1(r) \quad (2-26)$$

$$\frac{\pi r (r^2 - b^2)^{1/2} f_3(r)}{2} = \frac{8G\Delta(1-2\nu)(1-\nu)a}{\pi(3-4\nu)} F_3(r) \quad (2-27)$$

$$r (a^2 - r^2)^{1/2} G_1(r) = \frac{8G\Delta(1-2\nu)(1-\nu)a}{\pi(3-4\nu)} G_1(r) \quad (2-28)$$

$$\Phi(r) = \frac{8G\Delta(1-2\nu)(1-\nu)a}{\pi(3-4\nu)} \Phi(r) \quad (2-29)$$

(2-26),(2-27),(2-28),(2-29) 식을 이용하여 적분방정식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} F_1(r) = & - \int_a^b \frac{G_1*(r) dt}{t(t^2 - r^2)} \\ & - \frac{2}{\pi} \int_b^\infty \left[\frac{t^2 - a^2}{t^2 - b^2} \right]^{1/2} \frac{F_3(t) dt}{t(t^2 - r^2)}, \quad 0 < r < a \end{aligned} \quad (2-30)$$

$$\begin{aligned} F_3(r) = & - \frac{2}{\pi} \int_0^a \left[\frac{b^2 - t^2}{a^2 - t^2} \right]^{1/2} \frac{t^3 F_1(t) dt}{r^2 - t^2} \\ & - \int_a^b \left[\frac{b^2 - t^2}{t^2 - a^2} \right]^{1/2} \frac{t G_1*(t) dt}{r^2 - t^2}, \quad b < r < \infty \end{aligned} \quad (2-31)$$

$$\begin{aligned} G_1*(r) = & -1 - \frac{2a}{\pi} \frac{(1-2\nu)^2}{3-4\nu} \left[\frac{2}{\pi} \int_0^a \frac{u F_1(u) du}{(a^2 - u^2)^{1/2}} \right. \\ & + \left. \int_a^b \frac{G_1*(u) du}{u(u^2 - a^2)^{1/2}} + \frac{2}{\pi} \int_b^\infty \frac{F_3(u) du}{u(u^2 - b^2)^{1/2}} \right] \\ & + \frac{4(1-2\nu)^2 r^2}{(3-4\nu)\pi^2} \int_0^a \frac{u F_1(u) du}{r^2 - u^2}, \quad a < r < b \end{aligned} \quad (2-32)$$

2.3 앵커에 대한 하중-변위관계

탄성체와 디스크 앵커 접촉부에서의 축방향응력의 분포는 장성 디스크앵커에 대한 하중-변위관계를 구할 수 있다. 위의 식으로부터 다음을 알 수 있다.

$$\sigma_{zz}(r,0) = - \int_0^{\infty} \xi N(\xi) J_0(\xi r) d\xi, \quad 0 < r < a \quad (2-33)$$

식(2-29)를 식(2-20)에 대입하여 얻어진 $N(\xi)$ 을 식(2-33)에 대입하여 계속 전개하면 결과로서 다음을 얻을 수 있다.

$$\frac{P}{16G\Delta a} = - \frac{2(1-\nu)(1-2\nu)}{3-4\nu} \int_0^a \phi^*(t) dt \quad (2-34)$$

하중-변위의 관계에 대한 표현은 F_1 , F_3 , 그리고 G_1* 에 대한 수학적 해석으로 구해질 수 있다.

Triple integral equations (2-30)-(2-32)의 형태는 식(2-31)에 주어진 $F_3(r)$ 에 대한 결과를 식(2-30)과 식(2-32)에 대입하여 coupled integral equations의 형태로 줄일 수 있다.

$$\xi = \frac{t}{b}, \eta = \frac{r}{b}, c = \frac{a}{b}, f(\eta) = b^2 f_1(r), g(\eta) = G_1^*(r) \quad (2-35)$$

위 변수들에 대한 값을 $f(\eta)$ 에 대입하여 적분식을 얻을 수 있고, 식 (2-34)와 일치하는 앵커의 축방향강도에 대한 표현은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{P}{16G\Delta a} = & - \frac{2(1-\nu)}{3-4\nu} \\ & \times \left\{ 1 + \frac{4}{\pi^2} - \frac{(1-2\nu)^2}{3-4\nu} \left[\int_0^c \left\{ c \left(\frac{1-\xi^2}{c^2 - \xi^2} \right)^{1/2} - 1 \right\} \xi f(\xi) d\xi \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\pi}{2} c \int_1^c \left(\frac{1-\xi^2}{\xi^2 - c^2} \right)^{1/2} \frac{g(\xi)}{\xi} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2-36)$$

디스크 앵커문제를 다루는 혼합 적분 방정식의 수학적 해석으로부터 유도된 결과를 고찰하기 전에, 경계파괴의 범위와 관련된 어떤 한정된 경우에 대해 확립하는것이 매우 도움을 줄 것이다.

한정된 경우에서 $b \rightarrow a$ 일 때 파괴는 존재하지 않고, 무한범위에 탄성매체와 접촉하여 고정된 깊게 묻힌 디스크 앵커의 축방향강도에 대한 유사형태의 결과들은 Collins, Selvadurai, and Kanwal and Sharma에 의해 구해졌다. 즉, 적분방정식기법, 구체(Spheroidal)조화함수기법, 그리고 단순방법등

식(2-36)은 다음과 같이 된다.

$$\frac{P}{16G\Delta a} = \frac{2(1-\nu)}{3-4\nu} \quad (2-37)$$

그리고, 크랙범위가 무한대일 때 두 개의 같은 모양의 반무한체영역에 깊게 묻힌 디스크 앵커의 경우로 볼 수 있다. 동방탄성 반무한체에 고정된 강성편지의 축방향 강도에 대하여 생각하면 된다.

따라서 $a/b \rightarrow 0$

$$\frac{P}{16G\Delta a} = \frac{\ln(3-4\nu)}{2(1-2\nu)} \quad (2-38)$$

형태로 나타난다.

3. 축대칭 요소를 이용한 유한요소 해석

3.1 유한요소 이론

유한요소법은 연속체 구조물의 응력해석 뿐만 아니라 공학의 여러 부분에 널리 사용되며, 기본 개념은 무한한 자유도를 갖는 구조요소들의 집합으로 이상화하여 각 구조요소의 변위 및 응력을 해석하는 방법이다. 그리고 유한요소법에 의한 연속체 문제의 해석법은 변수를 취하는 것에 따라 변위법과 응력법으로 나눌 수 있다.

변위법에는 내부 요소 경계를 따라 적합조건을 만족시키는 변위 함수가 가정된다. 그리고 요소들은 절점에서 힘의 평형조건에 따라 조립되고, 그 결과로서 생기는 평형 방정식은 경계조건에 따라 수정이 되고 절점 변위에 관해 풀게 된다. 각 요소내의 변형율이나 응력은 가상한 변위 함수를 사용해서 계산되어 진다. 특히 변위법에서는 변위 함수의 선택이 매우 중요한데 그 중에도 8절점 등매개변수 요소의 개발은 유한요소법의 획기적인 발전으로 받아들여지고 있다.

등매개변수 요소란 요소의 좌표를 결정하는데 선정된 형상 함수가 요소내의 변위를 정의하는데 사용한 형상함수와 동일하게 표현되는 형태이다. 이요소는 그림 3-1에서 보는 바와 같이 곡선 경계를 갖기 때문에 임의의 좌표를 따로 구할 필요가 없으며, 변위 함수를 형상함수와 같은 꼴로 놓기 때문에 변위 함수에 대한 특별한 고찰이 필요 없다. 그리고 프로그램 작성이 현저하게 용이하기 때문에 2차원 및 3차원의 연속체 해석에 많이 사용되고

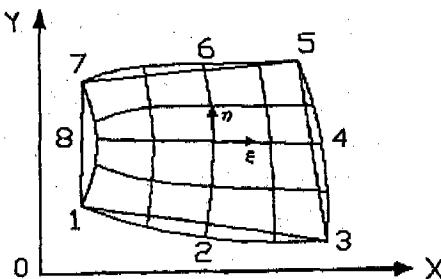


그림3-1 8절점 등매개변수 요소

있다. 또한 요소강도 매트릭스를 구하는 방법으로는 평형상태에 있는 요소의 전 Potential energy를 요소의 절점변위로 표현하고 이것을 최소화하는 조건으로부터 구하는 최소 Potential energy를 요소의 절점변위로 표현하고 이것을 최소화하는 조건으로부터 구하는 최소 Potential energy 원리를 이용하는 방법과 가상일의 원리를 이용하는 방법 및 Galerkin

방법 등이 있다.

요소강도 매트릭스는 절점에서 변위의 연속 조건을 고려하여 평형방정식을 세우기 위해서는 공통의 전체 좌표계의 전환이 필요하다. 전 요소에 대해 조합한 강도 매트릭스를 구하고 외적절점 하중의 전체계를 구한 후 다음식 (3-1)과 같은 평형 방정식을 세워서 Gauss 소거법 등으로 푼다.

$$[F] = [K][\delta] \quad (3-1)$$

그러나 전체 강도 매트릭스를 조합하는 대신 방정식의 조립과 소거를 동시에 할 수 있는 Frontal Method 를 사용하면 보다 효율적으로 컴퓨터 사용 용량을 줄일 수 있다. 또한 구해진 변위 $[\delta]$ 와 Gauss 점에서의 응력 $[\sigma]$ 은 다음식 (3-2)와 같은 관계가 성립한다.

$$[\sigma] = [D][\epsilon] = [D][B][\delta] \quad (3-2)$$

이제까지 나타난 식으로 구조물을 해석할 때 특히 지반 위에 놓여있는 원형 평판과 전체계가 Z축에 대칭인 경우는 계산할 때 지반에 대한 입체요소를 사용하지 않더라도 축대칭 해석으로 지반의 탄성해석을 쉽게 할 수 있을 것이다. 그래서 본 연구에서는 축대칭 요소이론을 도입하여 수치해석을 실행하였으며, 이 경우 3차원 요소를 2차원 요소로 해석하므로 계산시 시간절약 효과를 얻을 수 있다.

3.2 축대칭 요소 이론

축대칭 요소이론은 3차원 구조물이 그림 3-2와 같은 요소로서 중립축에 대해서 대칭이고 이 축에 대해서 작용하중 및 경계조건이 대칭인 경우 적용되며, 이때 구조물의 거동은 원주 방향 좌표 θ 와는 독립적이다. 요소내 임의 점의 좌표 (r, z) 는 절점좌표 (r_1, z_1) 의 항으로 나타낸다. 그림 3-2에서 $\sigma_r(\epsilon_r)$, $\sigma_z(\epsilon_z)$, $\sigma_\theta(\epsilon_\theta)$ 는 각각 r , z , θ 방향에 대한 응력 (변형율) 을 나타낸다.

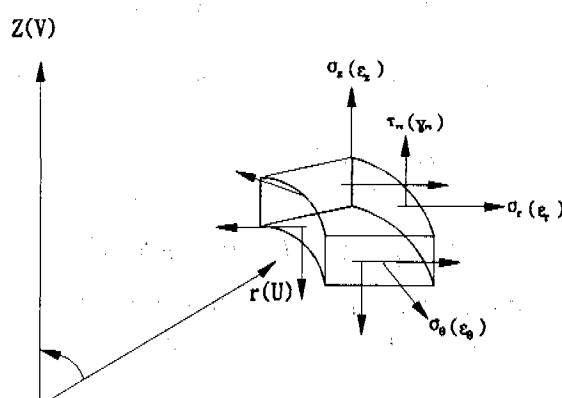


그림 3-2 축대칭요소의 응력과 변형율

$$\begin{bmatrix} r \\ z \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^8 [N]_i \begin{bmatrix} n \\ z_i \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

절점변위 $[\delta]$ 는 r, z 는 방향의 변위 U, V 로 나타난다.

$$[\delta] = \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = [N][\delta_p] \quad (3-4)$$

미소 변위에 대해서 변형율은 다음과 같이 4개의 항으로 나타난다.

$$[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_z \\ \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial u / \partial r \\ \partial v / \partial z \\ u/r \\ \partial u / \partial z + \partial v / \partial r \end{bmatrix} \quad (3-5)$$

위 그림 3-2는 변형율과 관련된 응력을 보여주고 있으며, 응력은 r, z 방향에 대한 수직 응력과 r, z 평면에서의 전단 응력으로 나타난다.

$$[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_m \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

변형율 $[\varepsilon]$ 는 변위 $[\delta]$ 와 변형율-변위 매트릭스 $[B]$ 로 나타난다.

$$[\varepsilon] = \sum [B_i][\delta_i] = [B][\delta]^e \quad (3-7)$$

응력 $[\sigma]$ 는 변형율 $[\varepsilon]$ 과 응력-변형율 매트릭스 $[D]$ 로 나타낸다.

$$[\sigma] = [D][\varepsilon] \quad (3-8)$$

여기서 응력-변형율 매트릭스 $[D]$ 는 다음과 같다.

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{vmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1-2\nu/2 \end{vmatrix} \quad (3-9)$$

요소 강도 매트릭스를 계산할 때 축대칭 요소에서는 $t = 2r$ 을 대입하여서 미소체적 요소가 다음과 같이 나타난다.

$$dV = 2\pi r \det[J] d\xi d\eta \quad (3-10)$$

절점 i, j 를 연결하는 요소강도 매트릭스를 구하면 다음과 같다.

$$[K_{ij}] = 2\pi \int_V [B_i][D][B_j] r \det[J] d\xi d\eta \quad (3-11)$$

축대칭 문제에서는 Frontal Method에 의해, 평형 방정식의 조립과 소거를 동시에 하여서 변위를 구하고 난 후 Gauss 점에서의 응력을 구한다.

3.3 컴퓨터 프로그램

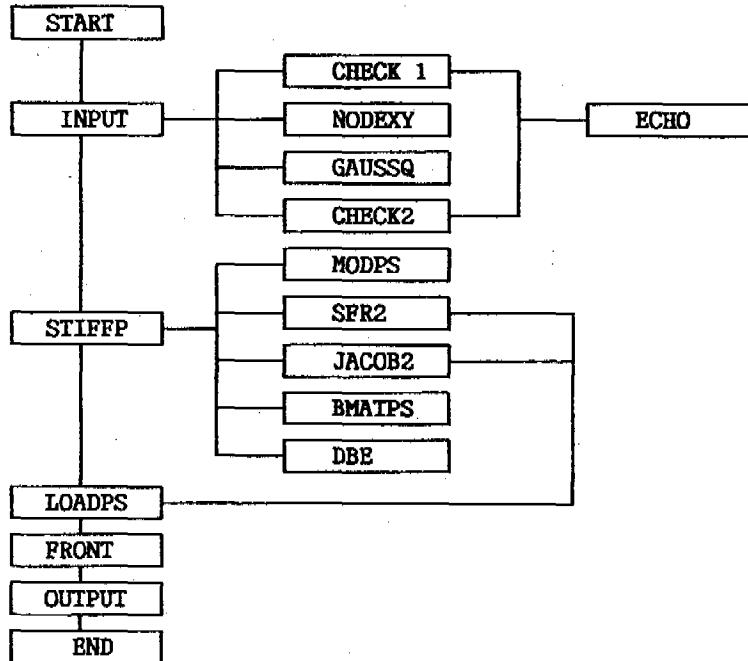


그림 3-3 프로그램의 흐름도

유한요소법은 컴퓨터 프로그램화됨으로써 비로소 실용화 될 수 있는 것이다. 본 논문에 사용된 PROGRAM의 구성은 그림 3-3과 같으며 E.Hinton and D.R.J.Owen의 "Finite Element Programming" 의 program 을 수정한 것이다.

4. 적용 예 및 고찰

4.1 프로그램 적용 및 비교 고찰

중심축에서 수직 인발력 P 가 작용했을 경우 중심점에서의 수직 변위 Δ 를 유발한다.

$a/b = 1$ 일 경우 식 (2-37)

$$\frac{P}{16G\Delta a} = \frac{2(1-\nu)}{3-4\nu}$$

에 의하여 탄성지반의 포아송비와 탄성계수의 변화에 따른 앵커판 접촉면의 지반변위, Δ 의 값과 유한요소법에 의한 축방향의 최대 변위값을 표 4-1 과 표 4-2에 비교하였다.

	적분방정식에 의한 해석	유한요소 해석
$\nu = 0.2$	$\Delta = 1.2165 \text{ (mm)}$	$\Delta = 1.109 \text{ (mm)}$
$\nu = 0.3$	$\Delta = 1.1375 \text{ (mm)}$	$\Delta = 1.078 \text{ (mm)}$
$\nu = 0.4$	$\Delta = 1.0322 \text{ (mm)}$	$\Delta = 1.001 \text{ (mm)}$

표 4-1 포아송비에 대한 두 해석의 비교

	적분방정식에 의한 해석	유한요소 해석
$E = 3000 \text{ (KN/m}^2)$	$\Delta = 1.1375 \text{ (mm)}$	$\Delta = 1.078 \text{ (mm)}$
$E = 100000 \text{ (KN/m}^2)$	$\Delta = 0.3411 \text{ (mm)}$	$\Delta = 0.342 \text{ (mm)}$
$E = 500000 \text{ (KN/m}^2)$	$\Delta = 0.682 \text{ (mm)}$	$\Delta = 0.121 \text{ (mm)}$

표 4-2 탄성계수에 따른 비교

따라서 두 해석에 의한 변위의 차가 크지 않음을 알 수 있다. 그리하여 유한요소해법이 적절히 적용되었음이 증명되었다.

4.2 수치실험 및 고찰

위 결과로서 유한요소해석에 대한 수치실험을 행하였다. 따라서 본 논문에 사용된 프로그램을 이용하여 그림 4-1과 같이 요소 수 130개, 절점수 425개로 깊이 2m의 지점에 앵커판이 묻혀있는 상태이며 지표면에서 세로방향의 길이는 2m로 앵커의 인발로 인한 지반의 전단 밴드에 영향을 미치지 않는 범위까지로 하였다.

그리고 앵커 Plate의 중심축에서 지표면 위로 5000kg의 수직 인발 하중이 작용할 때, 지중응력의 분포와 처짐량등을 구하고자 한다.

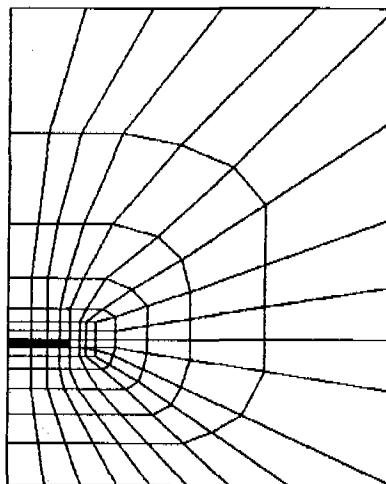


그림 4-1 축대칭 유한요소 모델

여기서 앵커판의 일반적인 강재의 성질을 고려 탄성계수 (E_p) = 2100 t/cm^2 이며 포아송비 $\nu_s = 0.3$ 으로 하였다.

Type of soil	ν_s
Clay, saturated	0.4 - 0.5
Clay, unsaturated	0.1 - 0.3
Sandy clay	0.2 - 0.3
Silt	0.3 - 0.35
Sand (dense)	0.2 - 0.4
Coarse (void ratio = 0.4 - 0.7)	0.15
Fine-grained (void ratio = 0.4 - 0.7)	0.25
Rock	0.1 - 0.4(depends somewhat on type of rock)

표 4-3 지반의 포아송비에 대한 값의 일반적인 범위

그리고 일반적인 지반의 탄성계수 (modulus of elasticity)는 표 4-4 와 같다.

Type of soil	E_s (KN/m ²)
Very soft clay	300 - 3000
Soft clay	2000 - 4000
Medium clay	4500 - 9000
Hard clay	700 - 20,000
Sand clay	30,000 - 42,500
Glacial till	10,000 - 16,000
Liess	15,000 - 6000
Silt	2000 - 20,000
Silty sand	5000 - 20,000
Loose sand	10,000 - 25,000
Dense sand	50,000 - 100,000
Dense sand and gravel	80,000 - 20,000
Loose sand and gravel	50,000 - 140,000
Shale	140,000 - 1,400,000

표 4 - 4 지반 종류별 탄성계수의 일반적인 범위

4.3 적용 예

1) 탄성지반의 포아송비 변화에 대한 고찰

그림 4 - 2 는 크래의 범위가 $a/b = 1$ 일 경우의 지반탄성계수를 $E_s = 30000 \text{ KN/m}^2$ (Sand clay)일 때 앵커판의 중심축에 작용하는 $P = 5000\text{kg}$ 가 탄성지반의 포아송비에 대하여 앵커판의 문 힘 깊이를 0에서 보았을 경우에 종방향 하중에 대한 중심축 방향으로의 각 점의 변위를 세로축에 문 힘 깊이 즉, 깊이 (Depth)를 가로축에 나타내 보인다. 깊이에 따른 각 점에서의 포아송비에 따른 변화를 0.2 - 0.4로 주었을 때 일반적으로 거의 포아송비에 대한 종방향의 변위는 변화가 없음을 알 수 있었다. 따라서 탄성지반에서의 포아송비에 따른 영향은 매우 적다는 것을 보여준다.

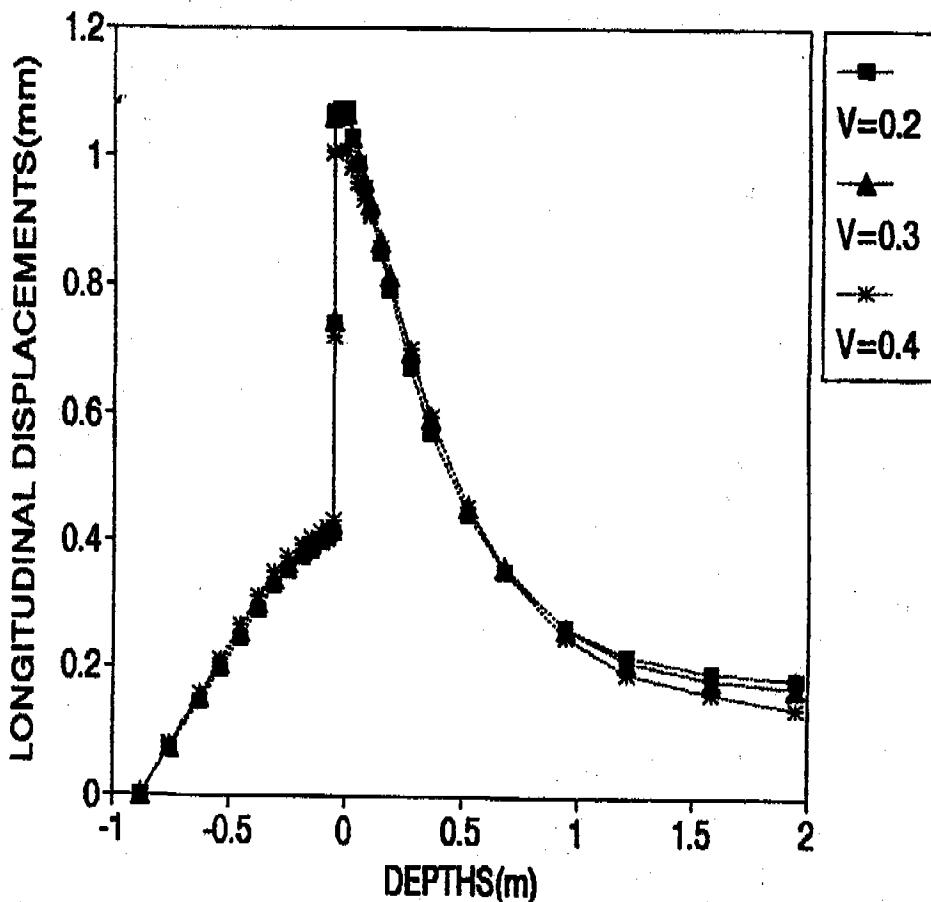


그림 4-2 포아송비 변화에 따른 종축 수직변위

2) 지반 탄성 계수의 변화에 대한 고찰

매우 soft한 clay에서 shade같은 암석에 이르기까지 각 지반이 가지는 탄성 계수는 그 지반의 특성을 매우 잘 대변해 준다. 따라서 그러한 때 탄성계수가 다른 지반속에 묻힌 앵커판의 거동은 흥미 있는 것이 될 것이다. 그림 4-3은 수직 인발 하중에 대하여 횡방향에 따른 종방향 변위는 탄성계수의 변화가 축방향강도에 미치는 효과를 매우 잘 나타내 주고 있다. 그림 4-3에서 Sandy clay($E_s = 30000\text{KN/m}^2$)인 경우와 Dense sand($E_s = 100000\text{KN/m}^2$)인 경우 그 차가 크게 나타났으며 거의 암석에 가까운 지반 ($E_s = 500000\text{KN/m}^2$)인 경우 매우 변위가 적다. 아래 그림에서 횡축에 앵커판의 반경에 따라 종축에 수직 변위를 나타내 보이고 있다.

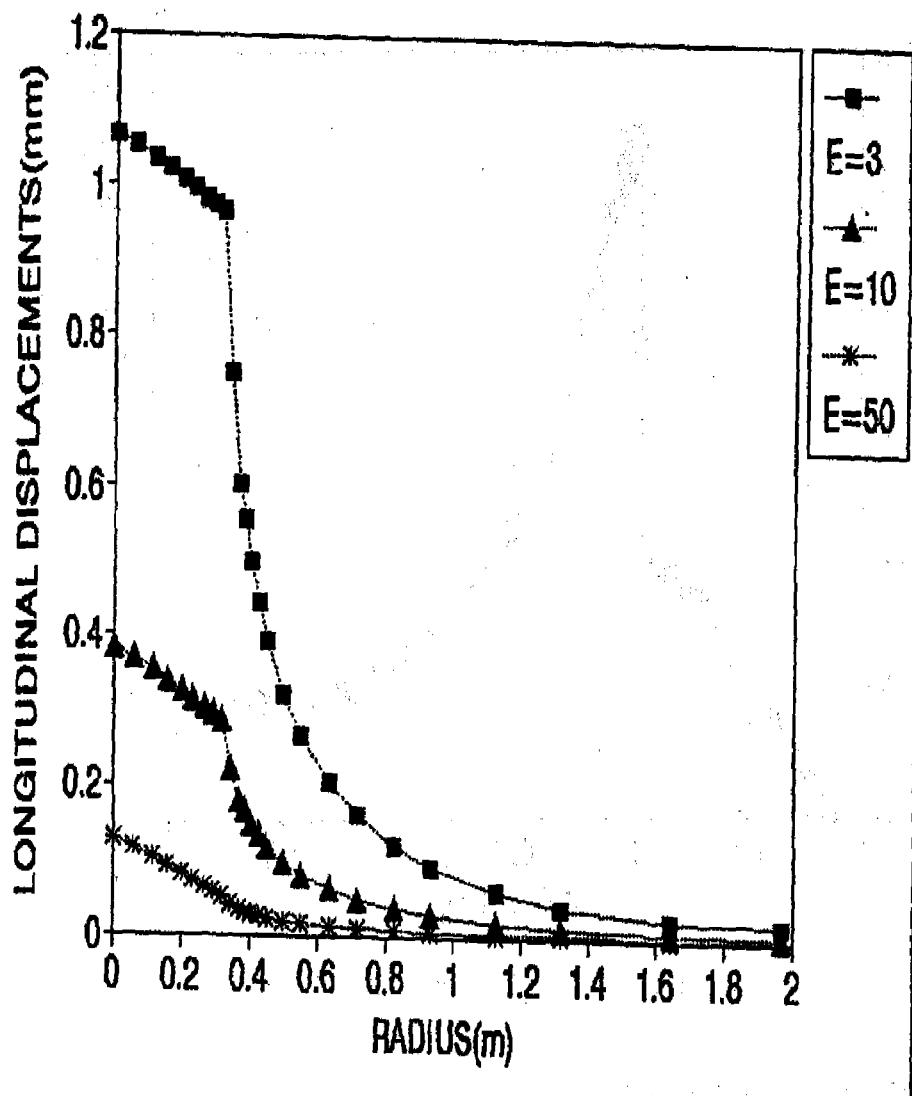


그림 4-3 탄성계수 변화에 따른 횡축 수직변위

3) 지반 응력의 분포

Isoparametric 요소에서 종방향 중심축 요소에 대하여 각 Gauss Point에 대한 각 점의 응력을 평균하여 그 요소의 평균응력으로 나타내었다. 따라서 종방향의 묻힘 깊이에 따른 각 요소의 응력을 나타내 보여주고 있다.

그림 4-4에서 앵커판의 묻힌 깊이를 0으로 보고 앵커판 아래의 요소는 앵커판과 흙과의 Traction-free 를 보여주고 있다.

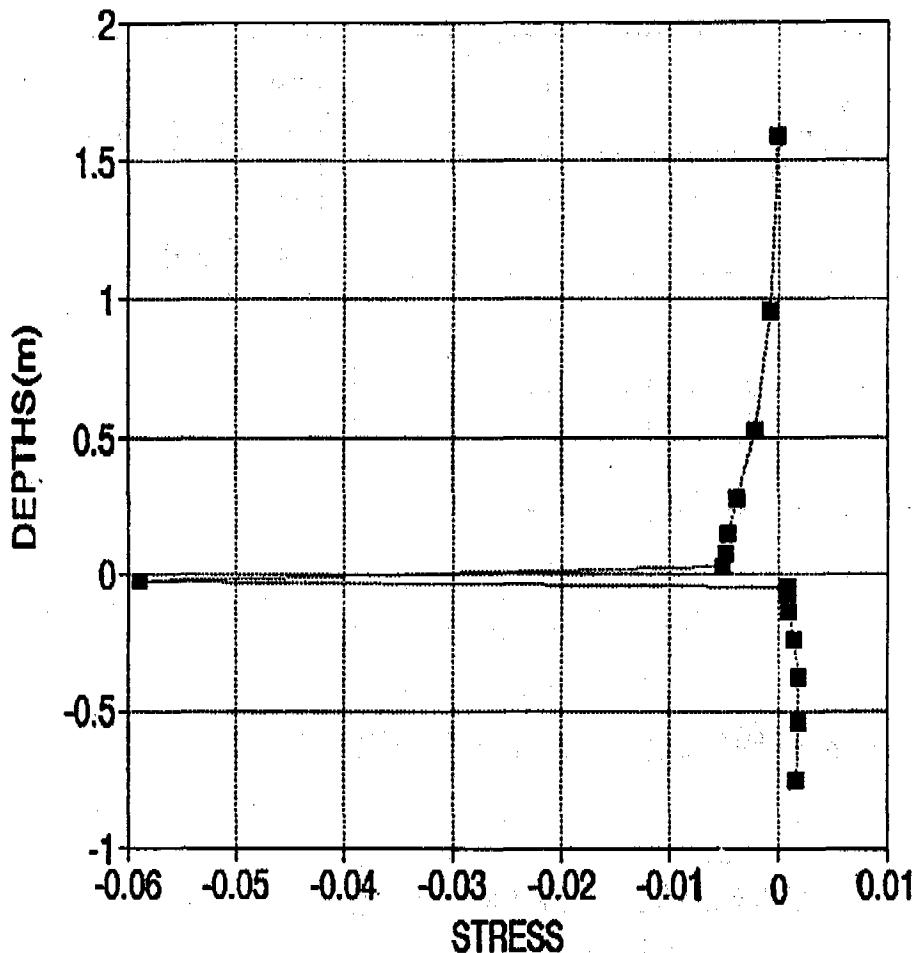


그림 4-4 중심축에 대한 지반응력분포

4) 횡방향 수평, 수직 변위

그림 4-5는 앵커판의 물 흐름 깊이에서 수직 인발하중에 대한 각 점의 수직 변위에 대하여 수평변위가 미치는 영향을 나타내 보이고자 했으나 그라프에서 보듯 수평변위의 차가 앵커판과 흙과의 단속면에서 큰 차이를 드러내 보이고 있다. 따라서 그러한 곳에서 유한요소법에의 경계조건을 잘 고려해야 할 것이다. 그림에서 삼각형 요소는 물 흐름 깊이에서 반경에 따른 수평변위이며 사각형 요소는 반경에 대한 수직변위를 나타내 보이고 있다.

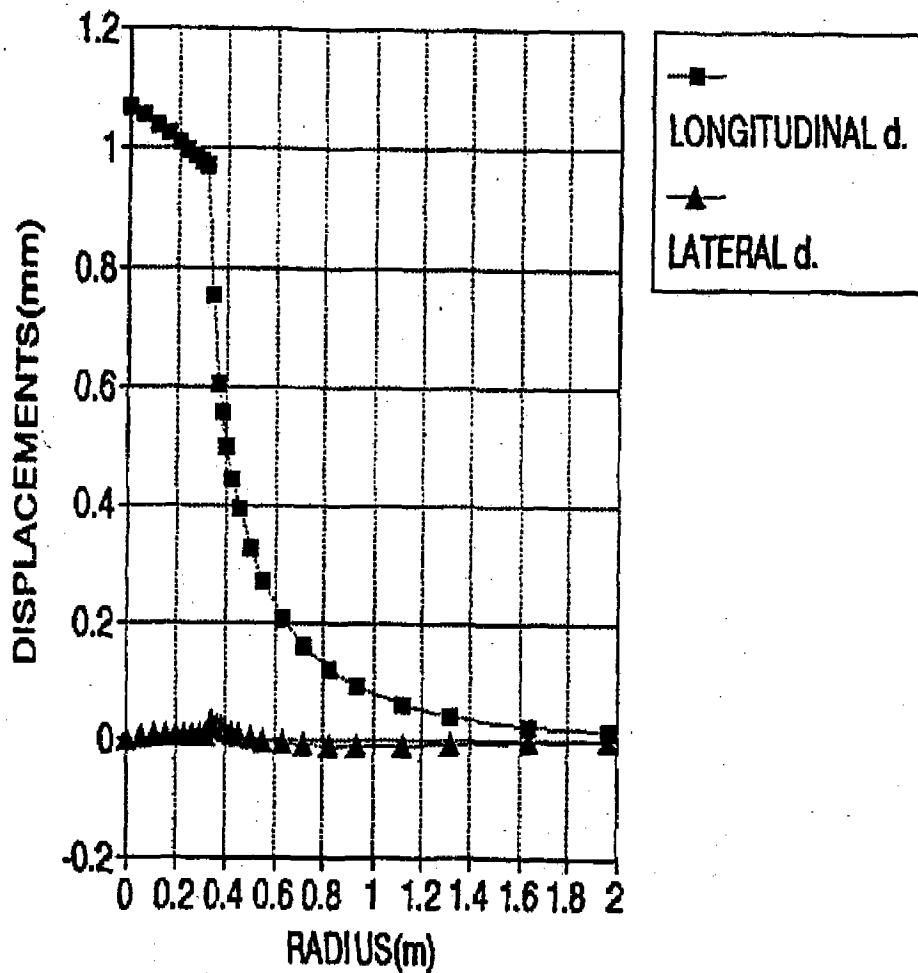


그림 4-5 횡방향 수평, 수직변위

5) Crack의 진전에 따른 변화량

그림 4 - 6 은 앵커판의 이면과 지반사이에 고려되는 분리현상(Break away)을 나타내기 위하여 앵커판의 이면의 요소에 대하여 탄성계수가 $E_s = 0.00001\text{KN/m}^2$ 를 주었을 경우 그러한 이면 요소가 가지는 두께 t 의 크기가 일반적인 앵커판의 축방향 강성에 얼마만큼 미칠 수 있는가를 고려해 보았다.

따라서 $t = 1\text{mm}$ 와 $t = 0.01\text{mm}$ 의 2가지 경우에 대하여 수치실험을 행한 결과를 그림 4 - 6에 나타내 보이고 있다.

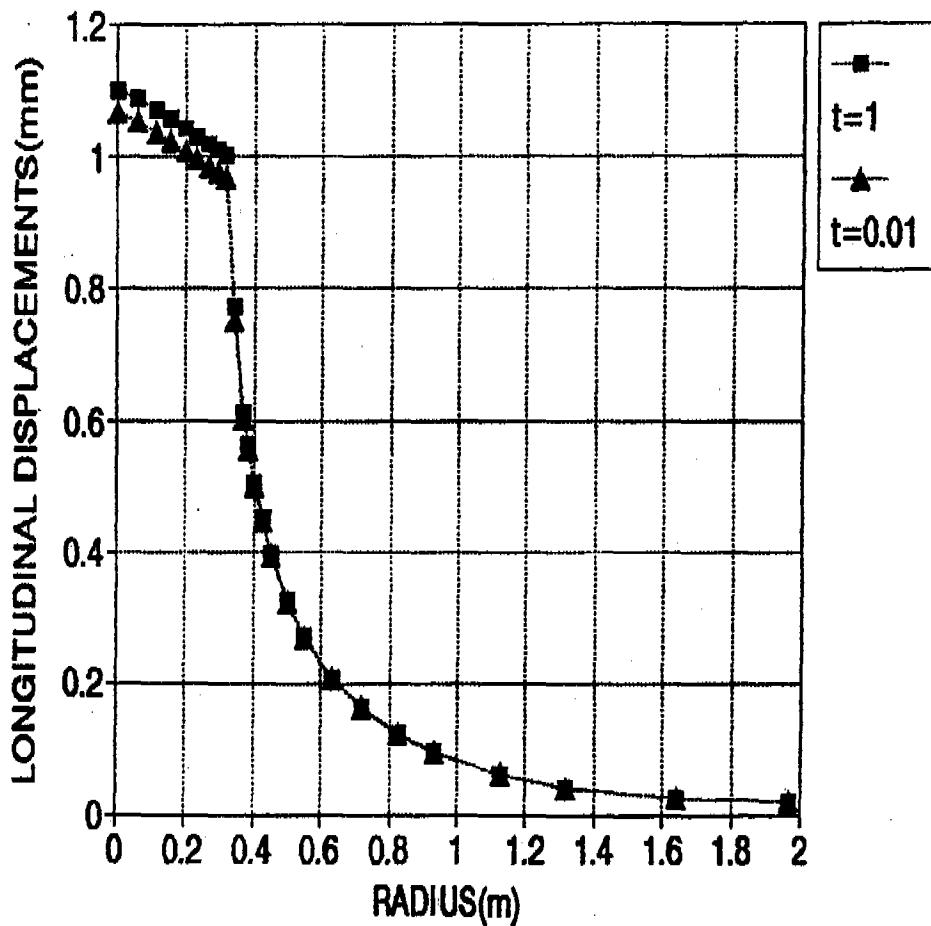


그림 4-6 앵커판의 이면 요소 변화에 대한 비교

6) 절점의 수평 수직 변위 벡터

그림 4 - 7에서 1개의 요소에 8 node로서 총 절점수 425개에서 4각 모서리 부분의 4 node만을 그림의 수평, 수직 변위의 벡터로서 나타내었다.

각 점의 수직벡터가 가지는 크기를 길이로서 세로방향으로, 각 점의 수평변위가 가지는 크기를 길이로서 가로방향으로 나타내었다. 그리고 화살표의 크기는 각 점의 변위가 가지는 크기에 상관없이 일정한 크기로서 나타내었다.

위 결과로서 인발하중에 의한 앵커판의 거동으로 지중의 각지점에 미치는 응력의 분포를 한눈에 읽을 수 있다.

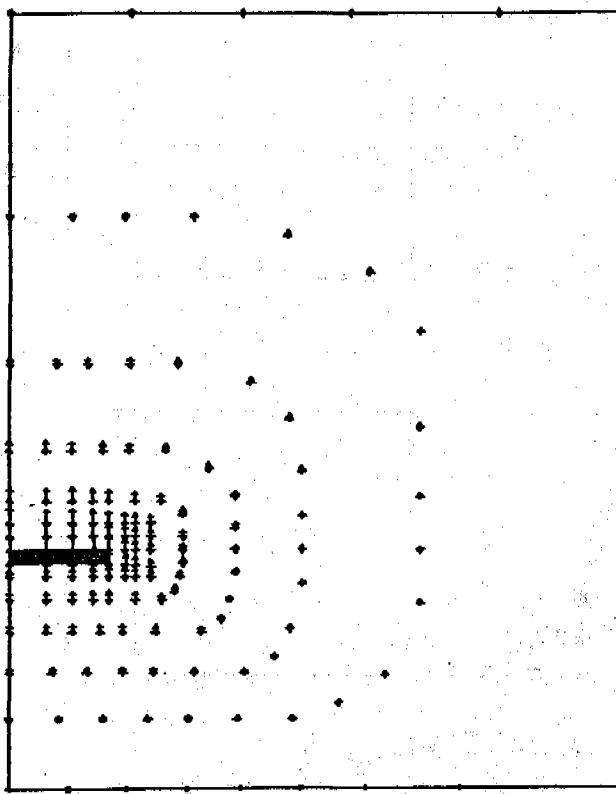


그림 4-7 절점의 수평, 수직 변위 벡터

5. 결 론

• 용력 분포에서 나타나는 결과는 두 물질간 탄성계수가 현저히 다르므로 직접 힘이 전달되는 원형 디스크 앵커의 중심에서 용력이 급격히 증대하여 지반과 앵커판과의 접촉면에 크게 분포되나 지표면으로 올라 갈수록 용력의 분포는 점차 감소되는 추세를 보이다 거의 직선 변화를 나타내었다.

• 앵커판이 인발 하중을 받을 경우 앵커판 이면과 흙과의 분리 현상(breakaway)을 고려하기 위하여 흙과의 접촉면에 0.01mm 간격으로 탄성 계수를 현저히 낮게 적용했을 때 접촉면의 분리 현상을 확인 할 수 있었다. 그리고 인발하중시 앵커판과 흙과의 분리가 주어진 요소의 간격을 훨씬 넘는 변위를 가진 분리를 보여 주었다.

• 수직 인발 하중을 받을 경우 최대 수평 변위가 일어나는 각 점들을 연결한 결과 앵커

판의 선단에서부터 45° 정도의 상향 각도로 분포되었음을 알 수 있었다. 즉, 전단밴드의 현상이 45° 로 앵커판 선단에서 시작하여 점차 지표면으로 발달되었으나 앵커판 부근으로 크게 발달된 변위가 지표면에는 거의 영향을 미치지 못하였다.

- 지반의 조건을 달리 했을 때 즉, 포아송비를 0.2 - 0.4까지 변화 시켰을 때 포아송비에 대한 지반 응력의 분포는 거의 변화가 없음을 알 수 있었다. 그러나 앵커판에서 점차 지표면 쪽으로 올라올 경우 약간의 변화를 나타내 보였다. 그리고 지반의 탄성계수에 대한 변화는 당연히 sand clay에서 큰 변위를 나타내었고 shale에서는 적게 나타내었다.

- 본 연구에서는 탄성의 범위 내에서만 연구해 보았으며, 보다 정확한 지반해석을 하기 위해서는 탄성 및 소성의 범위까지 연구가 계속되어야 할 것이다.

참고문헌

1. 김성득, “탄성 및 탄소성 지반위에 놓인 원형평판의 유한요소 해석”, 공학박사 학위논문, 1987
2. 조현영, “탄성 지반상의 원형 콘크리트 사이로 구조의 해석”, 부산대공대 연구 보고, 제2집, 1982, pp.259-307
3. Selvadurai, A.P.S., “Elastic Analysis of Soil Foundation Interaction” Developments in Geotechnical Engrng., Vol. 17, Elsevier, 1979, pp224-298
4. Hobst, L. and Zaiic, J., “Anchoring in Rock and Soil”, Developments in Geotechnical Engrng., vol 33, Elsevier
5. Selvadurai, A.P.S. “The Displacement of a Rigid circular Foundation Anchored to an Isotropic Elastic half - space”, Geotechnique, Vol 29, No.2, 1979, pp195- 202
6. Selvadurai, A.P.S. “The Eccentric Loading of a Rigid Circular Foundation Embedded in an Isotropic Elastic Medium”, Geotechnique, Vol.4, 1980, pp121-129
7. Selvadurai, A.P.S. “The Load Deflexion Characteristics of a Deep Rigid Anchor in an Elastic Medium”, Geotechnique, Vol.26, No.4, 1976, pp603-612
8. Kozo Tagaya, Akiyoshi Tananka and Hisao Aboshi, “Application of Finite Element Method to Pullout Resistance of Buried Anchor”, Soil and Foundation, Vol.23, No.3, 1983
9. Masaru Hoshiya and Mandal.J.M, “Some Studies on Anchor Plates in Sand”, Soils and Foundation, Vol.24, No.1, 1984
10. Selvadurai.A.P.S and M.C.AU, “Generalized Displacements of a Rigid Elliptical Anchor Embedded at a BI - Material Geological Interface”, International Journal for numerical and analytical methods in Geomechanics, Vol.10, 1986, pp633 - 652