경영학연구논문집 제5권 제1호 pp 105~120, 울산대학교
Journal of Mangement Vol. 5, No 1, pp. 105~120 1998
University of Ulsan

KOSPI200과 S&P500지수 선물가격 변동성의 예측에 관한 연구

강 인철*, 김 민호**
경영학부

<요 약>

자산수익률의 표준편차, 즉 변동성은 현대재무이론에서 중요한 관심사항으로 되어왔다. 변동성은 CAPM에 의해 표현되는 자산가격결정의 이론적인 모형인 평균-분산 포트폴리오 이론에 대한 중요한 구성요소이고 수익률 분포이론과 사건연구방법론에 대한 필수불가결한 투입물이다. 그리고 변동성은 실제 투자자들의 투자전략의 성공여부에 결정적으로 영향을 미치고 있다. 이에 따라 본 논문은 한국과 미국의 주가지수선물시장의 자료를 가지고 시계열모형을 사용하여 효율적인 변동성예측모형을 발견하고자 한다.

A Study on Forecasting of KOSPI200 and S&P500 Stock Index Futures Price's Volatility

Kang, In-Cheol · Kim, Min-Ho
School of Business Administration

<Abstract>

Standard deviation of security returns(volatility) have been a major concern for modern finance. They are a key ingredient for the mean-variance portfolio theory, theoretical models of asset pricing represented by the CAPM and an indispensible input for the return distribution theory and event study methodology. For more practical

* 울산대학교 경영대학 경영학부 강사
** 부산대학교 대학원 경영학과 박사과정

for the return distribution theory and event study methodology For more practical reasons, investors are concerned about the movement of volatilities that critically affects their financial success. Therefore We will find efficient model of volatility forecasting using time series model in stock index futures markets of Korea and U S

Ⅰ. 서론

변동성, 즉 자산수익률의 표준편차는 현대재무론에서 중요한 관심이 되어왔다. 변동성은 CAPM에 의해 표현되는 자산가격결정의 이론적인 모형인 평균-분산 포트폴리오이론에 대한 중요한 구성요소이고 수익률 분포이론과 사건연구방법론에 대한 필수불가결한 투입물이다. 더욱 실제적인 이유로는, 투자자들은 그들의 재무적인 성공에 결정적으로 영향을 미치는 변동성의 움직임에 대해서 깊은 관심을 가지고 있다 미국의 경우에는 1987년 10월 역사적인 주식시장의 폭락 후, 더욱 강력한 변동성예측모형에 대한 필요성이 더욱 증가하게 되었다

여러 해 동안, 자산수익률분포에 대한 기술은 금융경제학자와 통계학자에게 중요한 주세가 되어 오고 있다 그들의 연구는 현실성에 가장 잘 적합한 분포의 형태에 집중했다 그러나, 자산수익률의 분포는 변동성의 움직임에 대한 정확한 기술없이는 완전히 설명될 수 없다 따라서 현대재무관리에서 자산수익률 분포와 자산수익률 변동성에 대한 중요성은 변동성의 예측이나 정확한 추정의 전제가 된다

이러한 변동성 예측은 자산의 가격결정에 중요한 역할을 한다 왜냐하면 사전적인 변동성이 기대수익률을 평가하기 위해 사용되기 때문이다 보통 기대된 변동성은 기대시장위험프리미엄을 통하여 기대수익률에 영향을 미친다 French, Schwert와 Stambaugh(1987)는 주식수익률의 예측가능한 변동성이 기대시장위험프리미엄에 정(+)의 영향을 준다는 증거를 제시하기도 했다

이렇듯 시장의 변동성을 예측하기 위한 능력은 분석자, 투자자, 정책입안자에게 매우 중요한 것이다 그래서 변동성을 예측하기 위한 방법들이 현재 많이 사용되고 있다

본 논문에서는 한국과 미국의 주가지수선물시장 변동성에 대한 효율적인 예측을 위하여 시계열모형을 사용하여 살펴보고자 한다

Ⅱ. 시계열모형에 관한 이론적인 고찰

계량경제적인 예측모형은 특정변수와 관련된 광범위한 자료를 요구한다 또한 이같은 모형의 사용은 자료를 생성한 과정의 경제적인 이해를 요구한다 미래기대가치를 예측하기 위한 단순한 접근법은 특정한 변수의 과거가치에 기초한 시계열만을 사용하는 것이다 따라서 시계열모형은 특정변수의 미래값을 예측하기 위하여 단지 해당 변수의 과거 변동내용과 변동의 유형을 활용하게 된다는 것이 회귀분석과 다르다 많은 학자들은 이러한 접근법이 단기예측에 있어 꽤 효과가 있다는 것을 발견했다. 시계열접근법에서 시계열자료는 일반적으로 자기회귀이동평균과정으로서 표시되어진다 자료는 확률과정에 의해 생성되고, 그 과정을 적합화시키는 모형이 식별되고 모수가 추정된다고 가정한다. 시계열의 시차가치는 미래가치를 예측하기 위해 사용된다

한 정보를 포함하고 있다는 것이다. 이것은 과거 가치를 이용하여 미래행태를 추정하게 할 수 있다는 것이다. 이같은 경우에 시계열 외삽법은 미래를 예측하기 위하여 유리하게 사용될 수 있다. 따라서 시계열분석은 단지 하나의 정교한 외삽법(extrapolation method)에 불과하다고 볼 수 있다. Pindick과 Rubinfeld(1991)는 다음의 경우에 변수 y_t를 예측하는데 시계열모형이 다른 계량경제모형보다 특히 더 우수하다고 했다 :

① y_t 변동의 일부분이 날씨, 유행, 계절성과 같이 설명불가능한 요인에 기인할 때,

② y_t 에 영향을 미치는 변수에 대한 자료의 이용이 어려울 때,

③ 자료가 이용 가능할 경우에, y_t에 대한 회귀모형 추정치의 표준편차가 크거나 그 예측치의 표준오차가 클 경우에,

④ y_t를 예측하는 구조적인 계량경제모형의 개발에 비용이 많이 들 때

따라서, 시계열모형은 다음과 같을 때 적합하다.

· y_t에 영향을 미치는 변수가 많이 알려져 있지 않을 때,

· y_t에 대한 충분한 과거 자료가 이용이 용이할 때

Wallace와 Silver(1988)가 언급한 것처럼, 시계열모형의 회귀잔차는 일반적으로 체계적인 행태(시간에 대하여 상관되어 있음)를 보여준다. 이러한 특징은 자기상관이나 계열상관으로 일컬어지는 데, 이것은 예측을 위해 사용되는 기초변수의 과정을 생성하는 자료를 모형화하기 위해 사용될 수 있다.

시계열모형은 선형회귀모형의 잔차가 상관될 때 OLS법(최소자승법)에 비해 이점을 가진다. 이같은 경우에, OLS에서 얻어진 모수 추정치는 비효율적이 되고, 표준오차 추정치는 편의된다 시계열의 자기회귀접근법은 회귀잔차가 세열상관을 보이는 경우에 효율적인 추정치를 얻기 위한 많은 모형을 제시하고 있다.

본 연구에서는 Box와 Jenkins에 의해 개발된 시계열모형인 ARIMA모형과 Engle과 Bollerslev에 의해 개발된 자기회귀조건부이분산모형(ARCH)을 일반화한 GARCH모형을 사용한다.

1. ARIMA모형

1) 자기회귀모형(autoregressive model : AR)

일반적인 조건에서, 시계열 y_t를 생성하는 과정은 y_{t-1}, y_{t-2} 등에 의존한다고 가정한다. Pindick과 Rubinfeld(1991)의 표기를 사용하여, 그 과정은 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \ldots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (1)$$

여기서, δ는 확률과정의 평균과 관련된 상수항이고, ε_t 는 현재기간에서 확률교란항인 백색오차이다. 이것은 다음과 같은 특성이 있다.

① 모든 t에 대해서, $E(\varepsilon_t)=0$

② $s \neq t$ 일 경우에, $E(\varepsilon_t \varepsilon_s)=0$

③ 모든 t에 대해서, $Var(\varepsilon_t)=\sigma^2_\varepsilon < \infty$

③ 모든 t에 대해서, $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2_\varepsilon < \infty$

식(1)은 p차나 AR(p)의 자기회귀과정을 나타낸다 이 과정은 무한 메모리를 가진다 즉 현재가치는 시간에 따라 감소하는 비중을 가지는 모든 과거 가치에 의존한다

확률변수 y_t가 1기 이전의 과거가치에 의존할 때, 그 과정은 1차 자기회귀과정(AR1)이라 한다. 이것은 다음과 같이 나타내어진다

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (2)$$

여기서 ϕ_1의 값은 -1과 1사이에 존재한다 AR(1)은 회귀식의 오차가 1차 계열상관이고 동분산, 즉 오차가 일정한 분산을 가질 때 효율적인 추정치를 제공한다

2) 이동평균과정(moving average model MA)

자기회귀모형에서 과정을 생성하는 자료는 현재기간의 확률교란항과 함께, p기간 이전의 과거가치 가중평균에 의해 도출되어지는 반면, 이동평균과정은 현재와 q기간 이전의 시차 확률오차의 가중평균에 의해 도출되어진다 이것은 다음과 같이 나타내어진다.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (3)$$

여기서, $\theta_1 \cdots \theta_q$ 는 양(+)이나 음(-)이 될 수 있다. ε_t는 시간에 대하여 독립적으로 분포되어지는 것으로 가정한다 다시말해서, ε_t는 백색오차이다.

$E(y_t) = \mu$ 이기 때문에, 이동평균과정의 평균은 시간에 대하여 독립적이다.

1차 이동평균과정 MA(1)은 다음과 같이 나타난다.

$$y_t = \mu + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \qquad (4)$$

이 과정은 시차가 1기간 이상일 때 0의 공분산을 가진다. 다시말해서, y_t는 y_{t-1}과 y_{t+1}에만 상관되어 있다. 이동평균과정의 제한된 메모리는 제시된 예측치가 미래의 제한된 기간에 대해서만 타당할 것이라는 것을 의미한다

3) 혼합된 자기회귀-이동평균(ARMA)모형

순수한 자기회귀나 이동평균과정으로서 모형화될 수 없는 안정적인 확률과정은 (p,q)차의 혼합된 자기회귀이동평균과정, 즉 ARMA(p,q)로서 모형화될 수 있다. 이같은 과정은 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$y_t = \delta + \phi_1 y_{t-1} + \cdots + \phi_p y_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \qquad (5)$$

일단 이 과정이 안정적이라고 보면 그 평균이 시간에 대하여 일정할 것이므로 다음과 같이 된다.

$$\mu = \phi_1 \mu + \phi_p \mu + \delta,$$

따라서, 다음과 같은 식이 성립한다.

$$\mu = \delta / (1 - \phi_1 - \phi_p) \qquad (6)$$

물론, 이 과정이 안정적이기 위해서는 $\phi_1 + \phi_2 + \cdots + \phi_p < 1$ 이라는 필요조건이 성립되어야 한다.

4) 통합된(Integrated) 자기회귀이동평균모형

함으로써 안정적인 것으로 만들 수 있다 그러면 안정적인 시계열은 미래에 1기 이상 기간의 예측치를 얻기 위한 자기회귀이동평균모형을 개발하기 위해 사용될 수 있다

불안성적인 시세열 y_t를 1회 이상 차분함으로써 안정적인 시계열 w_t로 변환할 수 있을 때, w_t는 ARMA과정으로 모형화될 수 있다. 만약 w_t가 d회 차분한 후 안정적인 과정이 되고, ARMA(p, q)과정을 따른다면, 그 때 y_t는 (p, d, q)차의 통합된 자기회귀이동평균과정, 즉 ARIMA(p,d,q)으로 표시된다. 이 과정을 후방선위연산자(backward shift operator) B를 이용하여 표현하면 다음과 같다.

$$\phi(B)\Delta^d y_t = \delta + \theta(B)\varepsilon_t \tag{7}$$

여기서, $BY_t = Y_{t-1}$, $B^2Y_t = Y_{t-2}$

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 \cdots - \phi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 \cdots - \theta_q B^q$$

그리고 d는 차분된 횟수를 의미하며, 이는 동시에 차분된 안정적 과정인 w_t가 원래자료를 전환하기에 필요한 작업인 통합의 횟수를 의미하고 있다. 그런데 ϕ(B)와 θ(B) 는 각각 AR연산자와 MA연산자라고도 한다.

한편, d번 차분하여 얻은 안정적인 시계열이 단순히 AR(p) 또는 MA(q)과정으로 표현이 가능할 경우 원래 시세열 y_t를 ARI(p,d,0) 또는 IMA(0,d,q)과정이라 한다.

2. GARCH모형

일반적으로 회귀모형에서는 분산이 일정함을 가정하고 있다 그러나 모든 오차항의 확률분포가 같다고 가정하는 것 즉, 조건부 분산을 일정한 상수로 취급하는 동분산은 과거의 정보를 소홀히 하게 되는 것이다. 이와 같이 이분산을 무시한 채 회귀분석을 실시하게 되면 비록 추정량은 불편이지만 유효한 추정방법이 되지 못하여 일반적으로 사용되는 검정방법과 신뢰구간의 설정에 신뢰성이 없어지게 된다. 이러한 문제를 어느정도 해결한 모형이 1982년에 Engle에 의해 개발된 '자기회귀조건부이분산(ARCH)모형'이다. 이 모형은 오차의 조건부이분산이 시차를 갖는 오차항들의 제곱들에 의해 설명된다는 것을 보여주고 있다. 이 모형을 일반화시켜서 Bollerslev는 1986년에 오차항들의 제곱뿐만 아니라 시차를 갖는 조건부이분산에 의하여 오차의 분산이 설명되어짐을 설명하고 이를 '일반화된 자기회귀 조건부이분산(GARCH)모형이라 하였다. 이들 모형에 대해서 간단히 살펴보면 다음과 같다.

1) ARCH모형

시계열 자료의 오차항이 0의 조건부 기대값과 시간에 따라 변화하는 조건부 분산 h_t를 가질 경우, 이 조건부 분산 h_t를 가질 경우, 이 조건부 분산 h_t는 시차를 갖는 잔차의 제곱에 의해 설명될 수 있다는 것이 ARCH모형이다. 이것을 모형화하면 다음과 같다.

$$\varepsilon_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \tag{8}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \cdot \varepsilon_{t-i}^2 \tag{9}$$

여기서, ψ_{t-1} · t-1기 까지의 모든 정보들의 집합

$\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$ (ı=1,2, ··,p)

$\sum_{i=1}^{p} \alpha_i < 1$

(8)식을 보면, 오차항 ε_t는 정보 ψ_{t-1}이 주어졌을 때 평균 0, 이분산 h_t이며 조건부 정규분포를 따른다는 것을 알 수 있다 즉 ARCH과정에서는 조건이 부과되지 않은 상태에서 ε_t의 분산은 일정하지만 정보가 주어지면 ε_t가 이분산을 갖는다 이것은 시계열분석에서 가정하고 있는 안정성을 위배하지 않으면서 과거정보라는 조건하에서 이분산성을 고려하는 방법이라고 할 수 있다

식(9)를 보면, 투자자들이 과거 오차항의 분산 움직임에 따른 수집가능한 정보를 바탕으로 조정행위를 계속한다는 것이다 그리고 여기서 $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i < 1$의 의미는 오차항의 분산이 음의 값을 갖지 않고 안정성을 유지한다는 조건을 나타내고 있다. α_i의 계수가 양으로 유의적이면, 어느 변수의 변동성에 대한 충격이 지속된다는 것을 의미하며, 지속성의 정도는 α_i계수의 크기에 따라 달라진다

2) GARCH모형

상기의 ARCH모형은 실증연구를 함에 있어서 조건부 분산식에 장기적인 시차가 요구되면서 모수의 추정에 어려움이 생겨나게 되었으며, 또한 모수 추정치가 음의 값을 가지는 문제를 회피하기 위하여 고정된 시차구조를 채택하는 경우가 생기게 되었다.

이러한 문제를 극복하기 위하여 Bollerslev(1986)가 ARCH모형을 일반화하여 더욱 탄력적인 시차구조를 고려할 수 있는 모형을 제시하였다. GARCH모형은 다음과 같다

$$\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, h_t) \tag{10}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{m=1}^{M} \alpha_m \cdot \varepsilon_{t-m}^2 + \sum_{q=1}^{Q} \beta_q \cdot h_{t-q} \tag{11}$$

여기서, ψ_{t-1} : t-1기 까지의 모든 정보들의 집합

$\alpha_0 > 0$, $\alpha_m \geq 0$ (m=1, 2, ··· ,M), $\beta_q \geq 0$ (q=1, 2, ···, M)

$\sum_{m=1}^{M} \alpha_m + \sum_{q=1}^{Q} \beta_q < 1$

GARCH모형은 식(10)에서 보는 바와 같이 과거의 정보에 근거한 조건부분산 h_t는 시차를 갖는 오차항의 제곱뿐만 아니라 시차를 갖는 조건부분산에 의해서도 설명된다는 모형이다. $\sum_{m=1}^{M} \alpha_m + \sum_{q=1}^{Q} \beta_q < 1$는 오차항분산의 비부성과 안정성을 유지하기 위한 조건이다. 그리고 α_m과 β_q계수들이 양수로 유의적이면 어떤 변수의 변동에 대한 충격이 시간이 경과할수록 지

속하게 되는 것을 의미하며 이러한 지속성의 경우는 α_m과 β_q계수들의 크기의 정도에 달려있다. 그리고 α_m과 β_q의 합계가 1에 가까울수록 충격의 지속성은 더 크다는 것을 의미한다. 결국 α_m과 β_q계수들이 비유의적이고 α_0만이 유의적일 때 오차항은 동분산을 가지게 될 거이며 β_q계수들이 모두 비유의적이고 α_m의 계수들이 유의적이면 ARCH(M)모형을 따를 것이다.

Ⅲ. 시계열모형을 사용한 기존연구

변동성예측과 변동성행태를 연구하기 위해 많은 학자들은 시계열모형을 사용했다. Schmalensee와 Trippi(1978)는 변동성이 시간에 따라 어떻게 변동하는지 알아보기 위해 내재적 변동성 추정치의 시계열을 사용했다. Capozza와 Cornell(1979)는 표본표준편차의 시계열에 적합하고 단순한 자기회귀모형을 발견했다. 그리고 이 모형이 내재적 표준편차(ISD)보다 우수한 예측치를 산출한다고 주장했다. French, Schwert와 Stambaugh(1987)는 주가변동성측정의 시계열속성에 대한 그들의 연구에서 불안정한 IMA모형의 사용이 그들의 자료에 대해서 더욱 적합하다는 것을 발견했다 Brenner와 Galai(1987)는 내재적 표준편차(ISD)의 시계열에 ARMA과정의 여러 가지 변형을 사용해서 만족스러운 변동성 예측치를 얻었다 Stein(1989)는 1983년부터 1987년 동안 S&P500지수옵션의 964개 내재적 표준편차(ISD)관찰치에 대하여 AR(1)과정이 적합하다는 것을 발견했다. Poterba와 Summers(1986)은 변동성 시리즈의 연구에서 AR(1)과정이 적절하다는 것에 대하여 Stein(1989)과 동일한 결론에 도달했다. Day와 Lewis(1992)는 GARCH모형의 변동성과 내재적 표준편차(ISD)를 비교했다. 그들은 내재적 표준편차(ISD)가 변동성예측에 유의적으로 공헌을 하나, 내재적 표준편차(ISD)가 과거 가격이 전달하는 정보를 완전히 포함하지 않는다는 것을 발견했다. Lamourex와 Lastrapes(1993)은 Hull과 White(1987)의 콜옵션가격결정모형과 GARCH시계열모형을 사용하여 내재적 표준편차와 GARCH모형의 변동성을 비교했다. 그 결과는 Day와 Lewis(1992)의 연구와 유사하다. 그들은 또한 내재적 표준편차(ISD)만을 이용한 모형이 과거 가격을 사용한 모형보다 덜 정확하다는 것을 발견했다 우리나라 연구를 살펴보면, Lee와 Ohk(1991)은 1981-1988동안 한국, 홍콩, 일본, 대만, 싱가포르, 미국의 일별 주가지수에 대한 MA(1)-ARCH(3)-M모형을 이용한 시간변동성에 대한 연구를 통해 우리나라 주식시장에서도 ARCH모형이 유의함을 보여주었다. 조담(1993)은 가치가중 월별초과수익률과 동일가중 월별초과수익률에 대하여 French, Schwert와 Stambaugh(1987)의 방법론을 그대로 적용시켜 역사적 표준편차의 시계열적 움직임을 관찰하고, ARCH(3) 및 GARCH(1,1)모형을 추정하여 우리나라 주식수익률에 대한 조건부 이분산성이 있음을 보였다. 그리고 ARCH(3)-M 및 GARCH(1,1)-M모형을 추정하여 조건부 분산이 위험프레미엄을 설명하지 못함을 보였다. 박동규(1992)는 26개의 개별 주식수익률에 대하여 역사적 변동성 추정모형, ARMAX모형, AR(1)-GARCH(1,1)모형을 사용하여 각 모형의 예측력을 비교한 결과 ARMAX모형의 예측력이 가장 우수하다고 주장하였다.

시계열모형이 과거 자료를 모형화하고 변동성을 예측하는데 적당하다는 것은 위의 여러 연구들로부터 명백해진다. 또한 시계열자료를 적합화하는데 있어서 자기회귀모형이 이동평균모형보다 더 적절하다는 것도 여러연구에서 발견된다. 그러나, 본 연구는 상기의 연구와

는 달리, 많은 시계열모형에서 예측치를 도출하여 분석하고자 한다. 여기서는 3가지 시계열자료을 사용하여 다양한 차수의 AR, MA, ARMA, ARIMA, ARI, IMA모형을 적합화시키려고 한다 그리고 시계열자료에 적당한 모형을 식별, 추정하고 표본을 제외한 자료(out of sample data)를 가지고 변동성 예측을 하기 위해 식별된 모형을 사용한다.

Ⅳ. 실증분석

1. 자료

지금부터 모형의 구축과 예측을 위해 사용되는 시계열자료를 설명한다. 자료는 S&P500 지수선물과 KOSPI200지수선물로 나누어서 기술한다 왜냐하면 KOSPI200의 경우 시장이 개설된지 얼마 안되는 관계로 시계열자료가 S&P500지수선물에 비하여 부족[1]하기 때문에 동일한 시계열자료로 분석할 수 없었기 때문이다

1) S&P500지수선물

S&P500지수선물의 시계열자료는 세가지 유형으로 나뉜다. 첫째는 각 만기에 따르는 실현된 표준편차(RSD)이다. 즉 만기전 55일, 35일 ,15일에서 만기까지의 실현된 표준편차이다. 여기서는 1982년 4월 21일부터 1996년 6월 13일까지의 자료에는 55개의 만기가 존재하므로 각각에 대하여 55개의 실현된 표준편차가 존재하게 된다 이 자료는 각 기간에 대하여 다음의 시계열 자료에서 생성된 변동성의 예측치와 비교된다. 이들 자료는 시계열자료로 활용되기 위하여 다시 결합된다. 그래서 165(55×3)개의 관찰치가 산출된다. 두 번째는 특정한 날의 표준편차를 이전 20일간 일별수익률로부터 계산한 역사적 표준편차(HSD)이다. 위의 자료기간에 존재하는 역사적 표준편차의 관찰치 수는 3558개였다. 위 두가지 자료는 ARIMA모형을 구축하고 예측하기 위하여 사용된다 세 번째 자료는 위 자료기간에 존재하는 선물의 일별수익률(3578개)이다. 이 시계열자료는 GARCH모형을 구축하고 예측하기 위하여 사용된다.

2) KOSPI200지수선물

KOSPI200지수선물의 경우 S&P500지수선물과는 달리 두가지 유형의 시계열자료가 사용된다. 첫째는 S&P500지수선물과 같이 특정한 날의 표준편차를 이전 20일간 일별수익률로부터 계산한 역사적 표준편차(HSD)이다 자료기간은 1996년 5월 3일부터 1997년 7월 31일이다. 이 기간에서의 역사적 표준편차의 수는 346개이다 이 자료는 ARIMA모형을 구축하고 예측하기 위하여 사용된다. 두 번째는 위 자료기간에 존재하는 선물의 일별수익률(365개)이다. 이 시계열자료는 S&P500지수선물과 같이 GARCH모형을 구축하고 예측하기 위하여 사용된다.

KOSPI200지수선물의 경우 위 자료기간동안 만기가 12개 밖에 존재하지 않으므로 각 만기별로 실현된 표준편차가 각각 12개(총36) 존재하게 된다. 이것을 가지고는 시계열모형을 식별하고 구출할 수 없으므로 모형의 구축에서는 사용되지 않고 단지 예측의 비교 목적으로 사용된다.

---

1) 시계열분석에서는 분석하고자 하는 시계열관측치의 수가 적어도 50개 이상이 되어야 한다.

2. 모형의 식별

모형의 식별은 추정된 자기상관함수와 편자기상관함수를 다양한 유형의 안정적 과정들이 갖는 이론적인 자기상관함수 및 편자기상관함수와 비교하여 가장 비슷한 자기상관함수와 편자기상관함수를 갖는 ARMA과정을 임시적인 모형으로 선정하는 과정을 말한다.

모형을 식별하기 전에 먼저 자료의 안정성[2]이 문제가 되는데 자료가 불안정한 것으로 나타날 때는 2차까지 차분한다.[3]

여기서는 S&P500지수선물과 KOSPI200지수선물의 각 시계열별로 설명한다. 모형의 식별은 시계열자료 전체를 사용한다.

1) S&P500지수선물

S&P500지수선물의 경우 세 가지 시계열자료의 모형이 식별된다. 다행히 세 가지 시계열자료 모두 2차차분까지 안정적으로 판정되어 2차차분까지의 모형을 식별한다.

첫째, RSD원자료의 시계열은 ARMA(1,1)과정으로 식별되었고, RSD의 1차 차분의 시계열자료는 MA(1)과정으로 식별되었으며, RSD의 2차 차분 시계열자료는 MA(1) 또는 MA(2)과정으로 식별되었나

둘째, HSD원자료의 시계열은 AR(2)과정으로 식별되었고, HSD의 1차 차분의 시계열자료도 AR(2)과정으로 식별되었으며, HSD의 2차 차분의 시계열자료는 AR(1)과정 또는 ARMA(2,2)과정으로 식별되었다

셋째, 지수선물의 일별수익률 시계열에는 GARCH(1,1)모형을 적용한다. 이 모형을 바로 적용하는 이유는 선물의 경우 가격변화는 정규분포에 비해 평균 주위에 많이 몰려 있고, 분포의 꼬리부분이 정규분포에 비해 평평한 렙토커틱한 분포를 하는 경우가 많으므로 GARCH모형이 일반적으로 적절한 것으로 알려져 있기 때문이다. 또한 GARCH모형이 경제시계열에 가장 잘 적합한 것으로 여러 실증결과 나타났기 때문이다.

2) KOSPI200지수선물

KOSPI200지수선물의 경우 두 가지 시계열자료의 모형이 식별된다. 이것도 역시 두 가지 시계열자료 모두 2차차분까지 안정적으로 판정되어 2차차분까지의 모형을 식별한다.

첫째, HSD원자료의 시계열은 ARMA(2,1)과정으로 식별되었고, HSD의 1차 차분의 시계열자료은 백색오차과정으로 식별되었으며, HSD의 2차 차분의 시계열자료는 AR(1)과정으로 식별되었다. 따라서 1차 차분의 경우에는 모형의 구축이 어려우므로 원자료와 2차 차분에 대해서만 모형을 구축한다.

둘째, 지수선물의 일별수익률 시계열에는 GARCH(1,1)모형을 적용한다. 이 이유는 위에서 기술한 바와 같다

2) 자료의 안정성은 자료에 적합한 모형의 모수를 구하기 위한 필요조건이다. 따라서 모수가 적절하지 않다면 미래예측은 부정확할 것이다. 자료의 안정성을 판정하는 방법은 일반적으로 자기상관함수값을 가지고 하는데, 자기상관함수값이 시차가 증가함에 따라 급격히 0에 가까워 지면 그 시계열은 안정적이라 판정할 수 있다.

3) 2차까지만 차분하는 것은 대부분의 경제자료시계열은 실증적으로 2차 차분에서 안정적으로 나타나기 때문이다.

<표1> S&P500지수선물변동성의 ARMA모형 추정결과

자료 형태	모형	계수		t 통계량 (p값)	조정 R^2	D-W 통계량	모형의 표준오차
1. RSD 원자료 (99개 관찰치)	ARMA(1,1)	C	0.010208	8.658005 (0.0000)	0.230400	1.979455	0.004983
		ϕ_1	0.719987	5.555871 (0.0000)			
		θ_1	-0.351145	-1.964192 (0.0524)			
2. RSD 1차 차분 (98개 관찰치)	MA(1)	C	-6.89E-05	0.319472 (0.7501)	0.199409	1.830767	0.005253
		θ_1	-0.600989	-7.361341 (0.0000)			
3. RSD 2차 차분 (97개 관찰치)	MA(1)	C	3.98E-06	0.158248 (0.8746)	0.627301	2.754877	0.005991
		θ_1	-0.980504	-79.52355 (0.0000)			
4. RSD 2차 차분 (97개 관찰치)	MA(2)	C	-1.26E-05	-0.337896 (0.7362)	0.666870	2.199780	0.005664
		θ_1	-1.279222	-15.62691 (0.0000)			
		θ_2	0.312964	3.231667 (0.0017)			
5. HSD 원자료 (3558개 관찰치)	AR(2)	C	0.011323	6.455769 (0.0000)	0.965928	2.058276	0.001559
		ϕ_1	1.092183	50.53116 (0.0000)			
		ϕ_2	-0.111503	-5.158822 (0.0000)			
6. HSD 1차 차분 (3557개 관찰치)	AR(2)	C	3.47E-06	0.070831 (0.9435)	0.070605	2.015944	0.001519
		ϕ_1	0.076507	3.630058 (0.0003)			
		ϕ_2	0.248667	11.78993 (0.0000)			
7. HSD 2차 차분 (3556개 관찰치)	AR(1)	C	7.31E-07	0.031165 (0.9751)	0.343233	2.278676	0.001711
		ϕ_1	-0.586359	-33.25357 (0.0000)			
8. HSD 2차 차분 (3556개 관찰치)	ARMA(2,2)	C	2.12E-07	1.660105 (0.0970)	0.482203	2.023469	0.001520
		ϕ_1	0.260847	4.561223 (0.0000)			
		ϕ_2	0.223314	9.962090 (0.0000)			
		θ_1	-1.178935	-19.10510 (0.0000)			
		θ_2	0.177592	2.915379 (0.0036)			

3. 모형의 추정

모형의 추정은 위에서 식별된 과정에 대하여 각 상품과 각 시계열 별로 수행하였다

1) S&P500지수선물

S&P500지수선물의 경우 모형의 추정은 82년 4월 21일부터 90년 10월 3일 까지의 자료를 가지고 모형을 추정한다. 나머지 기간은 예측을 하기 위해 사용된다. 따라서 RSD의 경우 총 165개의 관찰치가 존재하는데 모형의 추정은 99개의 관찰치를 가지고 수행하였고 HSD의 경우는 총 3558개의 관찰치가 존재하는데 모형의 추정은 2118개의 관찰치를 가지고 수행하였다. 이러한 ARMA모형의 추정결과는 <표1>과 같다.

<표2> S&P500지수선물수익률의 GARCH(1,1)모형 추정결과

	$y_t = \mu_t + \varepsilon_t$ $\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$ $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} + \beta_1 h_{t-1}$
S&P500지수 선물 수익률	$h_t = 0.00000174 + 0.095572\,\varepsilon^2_{t-1} + 0.897355 h_{t-1}$ (7.090943) (45.11794) (199.1345)

그리고 GARCH모형의 추정은 전체 선물수익률 시계열자료(3578개)를 투입하여 추정하였다. 그 결과는 <표2>에 제시되어 있다.

2) KOSPI200지수선물

KOSPI200지수선물의 경우 모형의 추정은 96년 5월 3일부터 97년 1월 5일 까지의 자료를 가지고 모형을 추정한다. 나머지 기간은 예측을 하기 위해 사용된다. 따라서 HSD의 경우는 총 346개의 관찰치가 존재하는데 모형의 추정은 177개의 관찰치를 가지고 수행하였다. 이러한 ARMA모형의 추정결과는 <표3>과 같다.

<표3> KOSPI200지수선물변동성의 ARMA모형 추정결과

자료 형태	모형	계수		t 통계량 (p값)	조정 R2	D-W 통계량	모형의 표준오차
1. HSD 원자료 (177개 관찰치)	ARMA(2,1)	C	0.015961	4.862660 (0.0000)	0.960307	1.875287	0.001154
		ϕ_1	0.253664	0.685221 (0.4937)			
		ϕ_2	0.714433	1.971189 (0.0495)			
		θ_1	0.683181	1.736825 (0.0833)			
2. HSD 2차 차분 (175개 관찰치)	AR(1)	C	-8.59E-07	-0.018954 (0.9849)	0.340326	2.319532	0.001331
		ϕ_1	-0.585010	-13.32058 (0.0000)			

그리고 GARCH모형의 추정은 전체 선물수익률 시계열자료(365개)를 투입하여 추정하였다 그 결과는 <표4>에 제시되어 있다

<표4> KOSPI200지수선물수익률의 GARCH(1,1)모형 추정결과

	$y_t = \mu_t + \varepsilon_t$ $\varepsilon_t \mid \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$ $h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon^2_{t-1} + \beta_1 h_{t-1}$
KOSPI200 지수 선물수익률	$h_t = 0.0000298 + 0.187242\,\varepsilon^2_{t-1} + 0.718615 h_{t-1}$ (2.839555) (4.100879) (10.56531)

4. 예측력의 비교

시계열모형의 궁극적인 목표는 훌륭한 예측을 하는데 있다. 시계열모형에 의한 예측은 특히 단기예측에 있어 여타 방법에 비해 정확도가 높은 것으로 알려지고 있다.

바람직한 예측은 결국 예측으로 인한 발생가능한 오차를 최소화시키는 데 있다고 볼 수 있다 따라서 예측으로 인한 오차가 적을수록 훌륭한 예측이라 볼 수 있다. 이러한 예측으로 인하여 발생하는 오차를 측정하는 방법에는 여러 가지가 있겠지만 본 논문에서는 일반적으로 가장 많이 쓰는 평균절대오차(MAE)와 평균자승오차근(RMSE)을 사용한다. 평균절대오차(MAE)와 평균자승오차근(RMSE)를 측정하는 방법은 다음과 같다.

$$MAE = \frac{\sum_{j=1}^{T} \mid \overline{Y}_{jt} - Y_{jt} \mid}{T}, \qquad RMSE = \frac{\sum_{j=1}^{T} [(\overline{Y}_{jt} - Y_{jt})^2]^{1/2}}{T}$$

여기서, Y_{jt} = t시점에서 실현된 표준편차

$\overline{Y}_{jt}$ = t시점에서 예측된 표준편차

T = 예측기간에 걸친 예측의 총수

예측은 위에서 기술한 모형의 추정기간을 제외한 나머지 기간에 대하여 예측치가 각 시계열에 대하여 산출이 되고 이 산출된 예측치가 만기전 55일, 35일, 15일에서 만기까지의 실현된 표준편차와 비교된다.

S&P500지수선물가격변동성과 KOSPI200지수선물가격변동성의 만기 전 55일, 35일, 15일에서 각 시계열 예측모형의 성과가 <표5>와 <표6>에 제시되어 있다.

먼저, S&P500지수선물가격변동성의 예측력 비교는 <표5>에 제시되어 있다. 이 표는 각 시계열별로 세가지로 구분되어 있지만 그 성과순위는 함께 제시되어 있다. 그리고 각 만기전 기간의 실현된 표준편차와 각 시계열모형이 생성한 예측치가 같은지를 검증하기 위하여 쌍체t검증을 수행하였다. 그 결과는 표의 오른쪽에 제시되어 있다.

<표5> S&P500지수선물가격변동성의 예측성과 비교

자료형태	모형	만기전 15일		만기전 35일		만기전 55일		쌍체 t검증 통계량		
		MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	15일	35일	55일
RSD	ARMA	0.002267	0.001608	0.001624	0.001222	0.001654	**0.001606**	5.5214	5.5826	3.3161
원자료	(1,1)	(8)	(4)	(4)	(3)	(2)	**(1)**	(0.000)	(0.000)	(0.003)
RSD	MA(1)	0.001243	0.001539	0.001123	0.001329	**0.001427**	0.001685	0.7879	-0.6452	-1.2321
1차 차분		(3)	(3)	(3)	(4)	**(1)**	(2)	(0.440)	(0.526)	(0.232)
RSD	MA(1)	0.001127	**0.001242**	**0.000720**	**0.000863**	0.001710	0.001950	2.0800	1.4505	-1.4900
2차 차분		(2)	**(1)**	**(1)**	**(1)**	(5)	(5)	(0.050)	(0.162)	(0.151)
RSD	MA(2)	**0.001076**	0.001270	0.000908	0.001029	0.001677	0.001821	-0.0421	-2.0731	-2.4486
2차 차분		**(1)**	(2)	(2)	(2)	(3)	(3)	(0.967)	(0.051)	(0.023)
HSD	AR(2)	0.001919	0.002197	0.002081	0.002468	0.001703	0.001921	1.4192	1.4848	0.2249
원자료		(6)	(9)	(9)	(9)	(4)	(4)	(0.171)	(0.152)	(0.824)
HSD	AR(2)	0.001876	0.002136	0.002005	0.002370	0.001872	0.002122	1.3314	0.4199	0.3433
1차 차분		(5)	(8)	(7)	(8)	(6)	(7)	(0.197)	(0.679)	(0.735)
HSD	AR(1)	0.001860	0.002111	0.002016	0.002345	0.002079	0.002292	1.4083	0.0639	0.6901
2차 차분		(4)	(7)	(8)	(7)	(8)	(9)	(0.174)	(0.950)	(0.498)
HSD	ARMA	0.001933	0.002013	0.001870	0.002284	0.001900	0.002103	2.5574	1.4022	1.3532
2차 차분	(2,2)	(7)	(5)	(5)	(6)	(7)	(6)	(0.018)	(0.175)	(0.190)
S&P500지수	GARCH	0.002269	0.002033	0.001870	0.001827	0.002214	0.002227	3.9105	2.6912	3.2476
선물수익률	(1,1)	(9)	(6)	(5)	(5)	(9)	(8)	(0.001)	(0.014)	(0.004)

전체적인 면에서 살펴보면, 각 만기별 실현된 표준편차(RSD)의 결합된 시계열이 변동성의 우수한 예측치라는 것을 알 수 있다. 그리고 과거 20일간의 역사적 표준편차(HSD)와 선물수익률의 GARCH(1,1)모형에서 생성된 표준편차는 실현된 표준편차에 비해 뛰어난 예측력을 가지지 못한다는 것을 알 수 있다.

2차 차분된 RSD의 MA(1)과 MA(2)과정이 단기 변동성의 예측에 있서 우수한다는 것으로 나타나고, 2차 자분된 RSD의 MA(1)과정이 중, 장기 변동성의 예측에 뛰어나다는 것을 나타내고 있다. 쌍체t검증의 결과도 이것을 뒷받침하고 있다. 즉 t검증의 결과 원자료의 RSD를 제외하고 모두 비유의적으로 나타나 실제치와 예측치간에 차이가 없다는 귀무가설을 기각하지 못하고 있다

<표6> KOSPI200지수선물가격변동성의 예측성과 비교

자료 형태	모형	15일		35일		55일		쌍체 t검증 통계량		
		MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	15일	35일	55일
HSD 원자료	ARMA	**0.005642**	0.006337	0.010321	0.011200	0.002773	0.003228	-0.3841	0.4951	0.2406
	(2,1)	**(1)**	(2)	(2)	(2)	(3)	(3)	(0.727)	(0.655)	(0.825)
HSD	AR(1)	0.005836	**0.006291**	0.011104	0.012095	0.002313	0.002874	-0.4019	0.4541	0.5183
2차 차분		(2)	**(1)**	(3)	(3)	(2)	(2)	(0.715)	(0.681)	(0.640)
KOSPI200지수	GARCH	0.006489	0.007485	**0.006261**	**0.007073**	**0.001937**	**0.002257**	0.3114	0.3551	-0.3169
선물수익률	(1,1)	(3)	(3)	**(1)**	**(1)**	**(1)**	**(1)**	(0.776)	(0.746)	(0.772)

<표6>은 KOSPI200지수선물가격변동성의 예측력을 비교하고 있다. 위의 표를 살펴보면, 단기 변동성의 예측에 있어서는 원자료 HSD의 ARMA(2,1)모형과 2차 차분된 HSD의

AR(1)모형이 어느 정도 예측력이 뛰어난 것으로 보이며, 중 · 장기로 갈수록 선물수익률에 바탕을 둔 GARCH(1,1)모형이 상당히 변동성에 대한 예측력이 뛰어나다는 것을 알 수 있다

이러한 결과는 표 우측에 나와 있는 쌍체 t검증이 뒷받침하고 있다. 위에서 기술한 결과 모두 통계량이 비유의적인 것으로 나타나 예측치와 실제치간에 차이가 없음을 알려주고 있다

S&P500지수선물의 결과와는 달리 GARCH(1,1)모형에서 중장기의 우수한 예측력의 결과가 나온 것은 RSD시계열이 누락된 결과일 수도 있다 이것은 차후 자료가 충분히 보완되면 검증해 볼 수 있으리라 생각된다.

V. 요약 및 결론

변동성은 현대재무이론을 연구하는데 있어 중요한 구성요소로 등장하였고 투자자들은 재무적인 성공을 위하여 변동성의 움직임에 더욱 관심을 가지게 되었다 미국의 경우 Black Monday이후 변동성예측모형에 대한 필요성이 더욱 증가하였다. 변동성예측은 사전적인 변동성이 기대수익률을 평가하기 위해 사용되기 때문에 자산의 가격결정에 중요한 역할을 한다

본 연구에서는 한국과 미국의 주가지수선물시장의 변동성에 대한 효율적인 예측을 위하여 여러 가지 시계열모형 중 ARIMA모형과 GARCH모형을 사용하여 살펴보았다

한국의 경우는 KOSPI200지수선물가격자료를 사용하였으며 미국의 경우 S&P500지수선물가격자료를 사용하였다 변동성에 대한 시계열을 구성함에 있어 KOSPI200지수선물의 경우 특정일의 표준편차를 과거 20일간의 일별수익률로 계산한 역사적 표준편차(HSD)를 사용하였고, 또한 GARCH(1,1)모형에서 생성한 표준편차(분산)을 사용하였다. 그리고 S&P500지수선물의 경우 위의 두가지 변동성 시계열 외에 만기를 기준으로 이전 55일, 35일, 15일의 실현된 표준편차(RSD)를 사용하였다.

위의 변동성 시계열을 가지고 각각의 시계열모형을 식별하고 추정하여 각 모형에 대한 예측치를 산출하였다 산출된 예측치는 각 만기전 55일, 35일, 15일의 실현된 표준편차와 비교하였다 비교를 위한 기준은 일반적으로 많이 이용하는 평균절대오차(MAE)와 평균자승오차근(RMSE)을 사용하였다

연구결과를 요약하면, KOSPI200지수선물의 경우 단기변동성예측에 있어 역사적 표준편차(HSD)의 ARMA(2,1)과 ARI(1,2)모형이 예측력에서 우수한 것으로 나타났으며, 중·장기 변동성예측에 있어 GARCH(1,1)모형이 생성한 표준편차(분산)이 우수한 것으로 나타났다. 그리고 S&P500지수선물의 경우 전체적으로 실현된 표준편차(RSD)의 시계열모형이 우수한 것으로 나타났다 단기예측의 경우 IMA(2,2)와 IMA(2,1)이, 중기인 경우 IMA(2,1)이, 장기인 경우 ARMA(1,1)과 IMA(1,1)이 예측성과가 우수한 것으로 나타났다. 그리고 부수적으로 쌍체t검증을 수행해 본 결과 이러한 결과를 지지하는 것으로 나타났다.

<참고문헌>

이 종원, 계량경제학, 박영사, 1995

이 종원 · 이 상돈, RATS를 이용한 계량경제분석, 박영사, 1995

국 찬표 · 구 본열, 현대재무론, 비봉출판사, 1994

최 병선, 단변량시계열분석1, 세경사, 1992

길 재욱, "한국 주식수익률의 시계열 행태에 관한 소고: 단기수익률을 중심으로," 재무연구, 제13호(1997년 5월), 197-221.

김 영규 · 배 재봉, "한국 주식수익률의 시계열적 종속성에 관한 연구," 재무연구, 제8호 (1994년 8월), 1-29

박 동규, "시계열분석에 의한 주식수익률 변동성의 예측", 재무관리연구, 제9권, 1992, 343-367

조 담, "주식수익률의 조건부 이분산성에 관한 실증적 연구", 한국재무학회 추계학술발표 논문집, 1993, 59-82

Bollerslev, Tim. "Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, 1986, v31(3), 307-328.

Brenner, Menachem and Dan Galai. "On Measuring The Risk Of Common Stocks Implied By Options Prices: A Note," *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 1984, v19(4), 403-412.

Capozza, Dennis R. and Bradford Cornell. "A Variance Forecasting Test Of The Option Pricing Model," *Financial Review*, 1979, v14(3), 52-60.

Day, Theodore E. and Craig M. Lewis. "Stock Market Volatility And The Information Content Of Stock Index Options," *Journal of Econometrics*, 1992, v52(1/2), 267-288.

Engle, Robert F. "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity With Estimates Of The Variance Of United Kingdom Inflations," *Econometrica*, 1982, v50(4), 987-1008.

French, Kenneth R., G. William Schwert and Robert F. Stambaugh. "Expected Stock Returns And Volatility," *Journal of Financial Economics*, 1987, v19(1), 3-30.

Hull, John and Alan White. "The Pricing Of Options On Assets With Stochastic Volatilities," *Journal of Finance*, 1987, v42(2), 281-300.

Lamoureux, Christopher G. and William D. Lastrapes. "Forecasting Stock-Return Variance: Toward An Understanding Of Stochastic Implied Volatilities," *Review of Financial Studies*, 1993, v6(2), 293-326.

Lee, S. B. and K. Y. Ohk, "Time-Varying Volatilities and Stock Market Returns : International Evidence," *Pacific-Basin Capital Markets Research II*, 1991, 261-303

Pindyck, R. S. and D. L. Rubinfeld, Econometric Models and Economic Forecasts, 3rd. edition, McGraw-Hill, 1991

Poterba, James M. and Lawrence H. Summers. "The Persistence Of Volatility And Stock Market Fluctuations," *American Economic Review*, 1986, v76(5), 1142-1151.

Schmalensee, Richard and Robert R. Trippi. "Common Stock Volatility Expectations Implied By Option Premia," *Journal of Finance*, 1978, v33(1), 129-147.

Stein, Jeremy "Overreactions In The Options Market," *Journal of Finance,* 1989, v44(4), 1011-1024.

Wallace, T. D. and J. L Silver, Econometrics: An Introduction, Addison Wesley, 1988