연구논문집 제8권 제2호 p.7~10, 1977.

유동 방향에 직각으로 놓인 원관에서 원주 방향의 열전도가 열관류계수에 미치는 영향

高 亮 文
기 계 공 학 과

〈요 약〉

본 논문에서는 국소열전달계수의 비균일성으로 유발되는 관벽에서의 온도 구배가 열관류계수에 미치는 영향을 조사하였다. 관벽에서의 열전도의 외부 유체로의 대류 열전달에 대한 상대적인 크기를 나타내기 위한 무차원 변수 $\alpha=\frac{R^2h_m}{kb}$과 관 외부의 대류 열저항과 관 내부에서의 대류 열저항의 비를 나타내는 무차원 변수 $\beta=\frac{(R-b)h_i}{Rh_m}$의 함수로 열관류계수의 변화를 표시하였으며, β가 1 정도일 경우 관벽의 온도를 균일하다고 가정하여 계산된 전열량은 온도 구배를 고려할 경우보다 10% 이상 크게 나타나나, β가 10 이상인 경우에는 그 차가 5% 미만임이 밝혀졌다.

The Effect of Peripheral Wall Conduction on Overall Heat Transfer Coefficient of a Tube in a Tranverse Flow

Yang Moon Koh
Dept. of Mechanical Engineering

〈Abstract〉

The effect of peripheral wall conduction on overall heat transfer coefficient of a tube in a tranverse flow was investigated. Non-dimensional parameters, $\alpha=\frac{R^2h_m}{kb}$ and $\beta=\frac{(R-b)h_i}{Rh_m}$, which denote the relative magnitude of heat conduction to that of convective heat transfer and the ratio of thermal resistance at the outside of the tube to that inside, respectively, were used. It was found that heat transfer rate obtained assuming uniform temperature around the tube is about 10% higher than that calculated considering temperature gradient when β is order of unity and that the difference is less than 5% if β is larger than 10.

I. 서 론

유동 방향에 직각으로 놓인 원통의 국소열전달계수가 원통 주위에 따라 상당히 크게 변한다는 것은 여러 사람들에 의하여 확인된 잘 알려진 사실이다.[1] 이러한 국소열전달계수의 변화는 관벽의 열전도율이 유한할 경우 관벽 내에 원주 방향으로 온도 구배를 형성시킬 것이며, 이에 따라 관 내부로부터 외부로 실제로 전달되는 열량은 관벽의 온도가 균일하다고 가정하는 통상적인 방법으로 계산된 전열량과는 차이가 생길 수가 있을 것이다.

따라서 본 연구에서는 관 외부에서의 국소열전달계수의 비균일성 때문에 생기는 관벽에서의 원주 방향 열전도가 관벽의 온도 및 열관류계수에 어떠한 영향을 미치는가를 조사하여 보았다.

II. 기 본 식

Fig. 1에서와 같이 내부에 온도가 T_i인 유체가

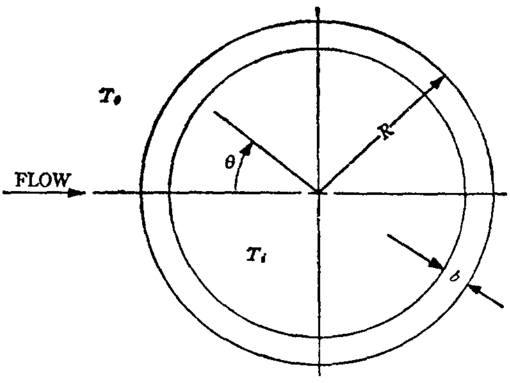

Fig. 1 Idealized Model

흐르고 있는 반경이 R이고 두께가 b인 원관이 온도가 T_0인 유체의 유동 방향과 직각으로 놓여 있을 때, 반경 방향의 온도 변화를 무시하고, 열 평형 방정식을 적용하면 관벽의 온도 T에 관한 식

$$-\frac{kb}{R}\frac{d^2T}{d\theta^2}+Rh_0(T-T_0)$$
$$+(R-b)h_i(T-T_i)=0 \qquad (1)$$

이 얻어진다. 여기서

h_i는 관 내부에서의 열전달계수,

h_0는 관 외부에서의 열전달계수,

k는 관벽의 열전도율을

각각 표시한다.

지금 관 외부에서의 국소열전달계수 h_0가

$$h_0=h_m\sum_{n=0}^{\infty}a_n\cos n\theta$$
$$=h_m(1+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\theta) \qquad (2)$$

와 같이 θ의 함수로 표시된다고 가정하고, 무차원 변수* $\tau=\frac{T-T_i}{T_0-T_i}$, $\alpha=\frac{R^2h_m}{kb}$, $\beta=\frac{(R-b)h_i}{Rh_m}$ 등을 도입하면 식 (1)은

$$\frac{d^2\tau}{d\theta^2}-\alpha(\beta+\sum_{n=0}^{\infty}a_n\cos n\theta)\tau=$$
$$-\alpha\sum_{n=0}^{\infty}a_n\cos n\theta \qquad (3)$$

와 같이 된다.

식 (3)의 제차방정식

$$\frac{d^2\tau}{d\theta^2}-\alpha(\beta+\sum_{n=0}^{\infty}a_n\cos n\theta)\tau=0$$

은 Hill의 미분방정식으로 알려져 있으며, 일반적으로 주기해를 가지지 않는다.[3]

방정식 (3)의 주기적인 특수해를 구하기 위하여

$$\tau=\sum_{n=0}^{\infty}\tau_n\cos n\theta \qquad (4)$$

라고 두고, 이를 식 (3)에 대입하여 양변의 $\cos n\theta$의 계수를 같다고 두면, Fourier계수 τ_n에 대하여 다음과 같은 무한 연립방정식

$$\left.\begin{aligned}&(a_0+\beta)\tau_0+\sum_{j=1}^{\infty}a_j\tau_j=a_0\\&(a_0+\beta+\frac{a_{2n}}{2}+\frac{n^2}{\alpha})\tau_n\\&\quad+\frac{1}{2}\sum_{j=0}^{n-1}(a_{n-j}+a_{n+j})\tau_j\\&\quad+\frac{1}{2}\sum_{j=n+1}^{\infty}(a_{j+n}+a_{j-n})\tau_j=a_n(n=1,2,3\cdots)\end{aligned}\right\}(5)$$

이 얻어진다.

관의 단위 길이에서의 전열량 q는

$$q=\int_0^{2\pi}h_i(T-T_i)(R-b)d\theta$$
$$=2\pi(R-b)h_i(T_0-T_i)\tau_0$$

이 되고 평균열관류계수 U는

$$U=\frac{q}{2\pi(R-b)(T_0-T_i)}=h_i\tau_0$$

가 된다.

한편 관벽의 열전도율이 무한대이어서 관벽의 온도가 균일하다고 가정하면 열관류계수 U_∞는

$$U_\infty=\frac{h_i}{1+\beta}$$

와 같이 되므로, 실제의 전열량은 관벽의 온도가 균일할 경우의 전열량에 비하여

$$U/U_\infty=(1+\beta)\tau_0 \qquad (6)$$

의 율로 감소하게 된다.

Ⅲ. 계산 결과 및 고찰

원통 주위에서의 국소열전달계수는 Reynolds수, 난류 강도, 표면 거칠기 등 많은 인자의 영향을 받을 뿐만 아니라, 실험자에 따라 그 결과가 상당히 차이가 나므로 적당한 모형을 선택하기가 어렵다.

식 (2)의 계수 a_n의 값은 Boulos 및 Pei의 실험결과[4](Reynolds수=5300, 난류 강도=5.23%, 등온 원통)를 Fourier 해석하여 얻었으나 a_7 이하는

---

* [illegible] 및 Kakade[2]가 원주 방향의 열전도율의 상대적 크기를 기술하기 위해 정의한 무차원 변수 $K^*=\frac{k_0R}{kb}$ 와 평균 Nusselt수 Nu_m의 곱으로 표시할 수 있다. 즉

$$\alpha=\frac{R^2h_m}{kb}=\frac{Rh_m}{k_0}\cdot\frac{k_0R}{kb}=Nu_mK^*$$

여기서 k_0는 외부 유체의 열전도율을 나타낸다.

무시하였다. 사용된 계수 a_n의 값이 Table 1에 주어져 있다.

Table 1 Fourier Cosine Coefficients of Relative Local Heat Transfer Coefficients h_0/h_m

$a_0=1$	$a_4=-0.06081$
$a_1=0.80226$	$a_5=-0.04080$
$a_2=0.52291$	$a_6=0.07516$
$a_3=-0.14477$	$a_7=a_8=\cdots=0$

Table 1에 주어진 계수들로부터 계산된 국소열전달계수의 평균열전달계수에 대한 비 h_0/h_m과 Boulous 및 Pei의 실험 결과로 부터 계산된 값이 Fig. 2에 그려져 있으며, 이들 계수를 이용한 계산 결과가 Fig. 3 및 Fig. 4에 주어져 있다.

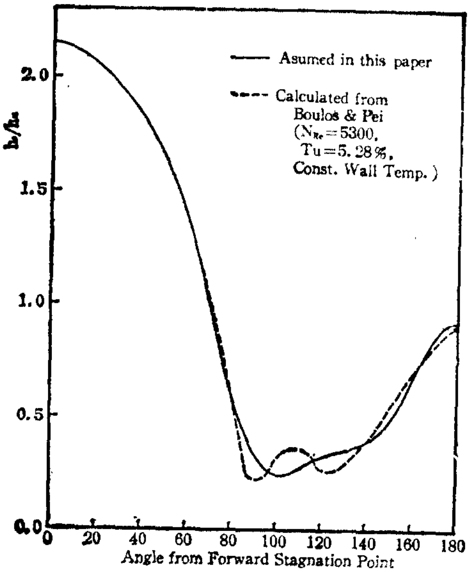

Fig. 2 Distribution of Relative Local Heat Transfer Coefficients h_0/h_m

Fig. 3은 무차원 온도 τ의 Fourier Cosine 계수 τ_n을 β를 매개 변수로 하여 α의 함수로 그린 것이고, Fig. 4는 관벽에서 온도구배를 고려하였을 때의 전열량과 균일 온도를 가정하고 계산한 전열량과의 비를 β를 매개 변수로 하여 α의 함수로 그린 것이다.

Fig. 3 및 Fig. 4에서 알 수 있는 바와 같이 α가 증가함에 따라, 즉 관벽의 열전도율이 감소함에 따라서, 또 β 즉 관 내부의 열저항에 대한 관 외부의 열저항의 비가 감소함에 따라서 관벽의 온도 변화가 커지고 전열량은 감소하고 있다. 즉 α가 1보다 크고 β가 1 정도인 경우에는 통상적인 방법 즉 관벽에서 균일 온도를 가정하고 계산한 전열량은 온

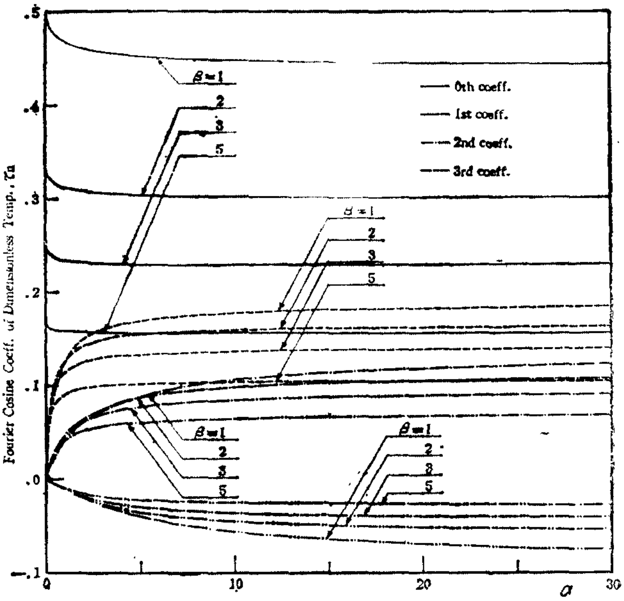

Fig. 3 Variation of Fourier Cosine Coefficients of Dimensionless Temperature as a Function of Dimensionless Parameters α and β

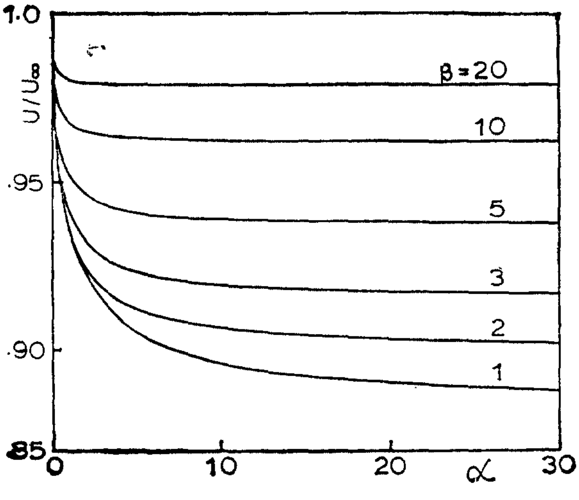

Fig. 4 Variation of Mean Overall Heat Transfer Coefficients as a Function of Dimensionless Parameters α and β

도 구배를 고려하여 계산된 것보다 10% 이상 큰 값을 나타내게 됨을 알 수 있다. 그러나 β가 10 이상이 되면 그 차이는 5% 이내가 되어 공학적으로는 무시할 수가 있을 것이다.

Ⅳ. 결 론

관 외부에서의 국소열전달계수의 비균일성 때문에 일어나는 관벽에서의 원주 방향 열전도가 관벽의 온도 및 전열량에 어떠한 영향을 미치는가를 조사하였으며 다음과 같은 결론이 얻어졌다.

1. 관 내부의 열전달계수와 관 외부의 평균 열전달계수의 크기가 비슷한 경우에는 관벽의 열전도율이 감소함에 따라 10% 정도 전열량이 감소한다.

2. 관 내부의 열전달계수가 관 외부의 평균열전달계수보다 10배 이상 클 때는 관벽에서의 원주 방향 열전도가 전열량에 미치는 영향은 5% 이하이다.

기 호 설 명

a_n: 관 외부에서의 열전달계수비 h_0/h_m의 Fourier cosine계수
b: 관의 두께
h_i: 관 내부에서의 열전달계수
h_m: 관 외부에서의 평균열전달계수
h_0: 관 외부에서의 국소열전달계수
k: 관벽의 열전도율
k_0: 관 외부 유체의 열전도율
q: 단위 길이의 관을 통하여 전달되는 열량
R: 관의 반경
T: 관의 온도
T_i: 관 내부 유체의 온도
T_0: 관 외부 유체의 온도
U: 열관류계수
U_∞: 관의 열전도율을 무한대로 가정한 경우의 열관류계수
α: 무차원 변수($=R^2h_m/kb$)
β: 무차원 변수($=(R-b)h_i/Rh_m$)
θ: 전방 정체점으로부터의 각도
τ: 무차원화된 온도($(T-T_i)/(T_0-T_i)$)
τ_n: 무차원 온도의 Fourier cosine계수

참 고 문 헌

1. Holman, J.P., "Heat Transfer," 4th ed., McGraw-Hill, p.212~221 (1976)
2. Lee, Y. and S.G. Kakade, "Effect of Peripheral Wall Conduction on Heat Transter from a Cylinder in Cross Flow," Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.19, p.1031~1037 (1976)
3. Whittaker, E.T. and G.N. Watson, "A Course of Modern Analysis," 4th ed., Cambridge Univ. Press, p.404~428 (1965)
4. Boulos, M.I. and D.C.T. Pei, "Dynamics of Heat Transfer from Cylinders in a Turbulent Air Stream," Int.J. Heat Mass Transfer, Vol.17, p.767—783 (1974)