

작동유의 압축성이 유압저어보 시스템의 응답에 미치는 영향

박 성 태
기 계 공 학 과
(1982. 10. 30 접수)

〈요 약〉

유압저어시스템은 그 본래의 비선형성과 작동유체의 여러 가지 특성으로 인하여 정밀한 제어가 곤란하다. 본 논문에서는 작동유체의 성질 중 유체의 압축성이 시스템 응답에 미치는 영향을 해석하였다. 전산기 시뮬레이션에 의한 해석 결과 지금까지 보편적으로 이용되고 있는 시스템의 동특성에 대한 방정식에서 비압축성의 가정이 타당성이 있음을 볼 수 있었다.

The Effect of the Compressibility of the fluid on the system response

Park Sung Tae
Dept. of Mechanical Engineering
(Received October 30, 1982)

〈Abstract〉

In the analysis and design of the hydraulic servo system, its dynamic performance is affected by its intrinsic nonlinearity and the characteristics of the operating fluid. In this paper, the effect of the compressibility of the fluid on the system response is examined by computer simulation, under the simple load conditions.

The results of this analysis show that the compressibility of fluid can be neglected without loss of the system performance.

I. 서 론

일반적으로 유압저어보시스템의 설계시나 제어시에 사용되는 동특성에 대한 방정식은 작동유의 체적탄성계수를 무한대로 가정하여 즉 작동유를 비압축성 유체로 가정하여 사용하고 있다. 그러나 작동유의 압축성을 무시하는 데 대한 근거는 거의 산발적으로, 실험화된 해석이나 기술함수 및 전산기 프로그램에 의한 비선형해석 [(1)(7)(8)]이 행해지긴 했으나 이들에서는 작동유의 압축성이 무시될 수 없다는 가정 하에서 체적탄성계수를 하나의 유한한 값으로 하여 시스템의 응답을 조사했은 뿐 작동유

의 압축성 변화에 따른 시스템의 응답 변화에 대한 체계는 거의 되어 있지 않다.

본 논문에서는 간단한 부하조건과 더불어 작동유의 압축성 변화에 따른 시스템의 동특성에 미치는 영향을 검토하고, 일반적으로 행해지고 있는 비압축성 가정에 대한 타당성을 조사하고자 하였다. 시스템의 특성을 나타내는 방정식이 비선형 미분방정식이므로 시스템의 응답을 구하는 방법으로는 전산기 시뮬레이션에 의한 계단입력-응답을 구하였다.

본 논문에 모델로 채택한 유압저어보시스템은 유압식 모방절삭장치(10)와 같은 메서 혼히 볼 수 있는 형태로 unit-feedback type 이다.

II. 응답의 기본 방정식

본 논문에서 취급되는 시스템은 서어보밸브, 액츄에이터(cylinder), 부하 그리고 그 외의 부속장치로서 구성된 유압제어시스템의 전형적인 형태이다. 시스템의 전체적인 구성도는 Fig. 2-1과 같다.

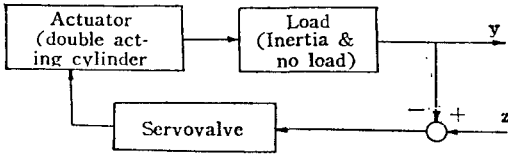


Fig. 2-1. Block diagram of the Hydraulic Servo system

시스템 방정식을 유도하기 위하여 다음과 같은 가정을 설정한다.

- 1) 파워 유닛에서 나오는 공급압력(P_s)은 일정하다.
 - 2) 밸브 몸체와 스톱의 중합(lapping; l)은 부중합(under lapping)으로 그 값은 모두 동일하다.
 - 3) 관로압력에 의한 유압회로의 팽창은 발생하지 않는다.
 - 4) 오일을 통한 압력 전달은 순간적인 것으로 간주한다.
 - 5) 시스템 회로 내의 작동유 흐름에서는 캐비테이션이 발생하지 않으므로 압력은 대기압 이하로 내려가지 않는다. [(2)(3)(4)]
- 이상의 조건 하에서 모든 관계식을 구한다.

1. 서어보 밸브

Fig. 2-2는 서어보 밸브의 주요 부분 및 유체의 흐름을 나타낸다.

시스템의 방정식을 구하기 위하여 위에서 취한 가

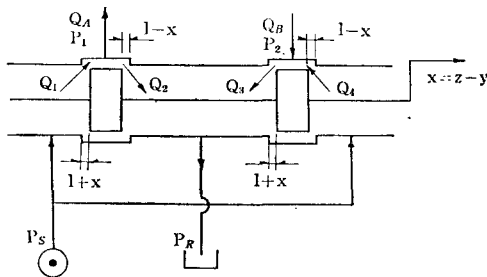


Fig. 2-2. Schema of the Hydraulic Servovalve

정 이외에 다음과 같은 가정을 첨가한다. 밸브 포오트를 통과하는 유량은 오리피스의 면적에 비례한다. 즉 레이놀드 수(Reynold's number)에 따라 변하지 않는다.

아래 식에 나타난 압력은 게이지 압력을 나타내므로 복귀압력은 대기압으로 간주한다. 즉, $P_R=0$ (복귀압력)이다.

이상의 가정 하에서 각 포오트로 통과하는 유량 방정식은 다음과 같다.

$$Q_1 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(l+x)] (l+x) \text{sign}(P_s - P_1) \sqrt{|P_s - P_1|} \quad (2-1)$$

$$Q_2 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(l-x)] (l-x) \sqrt{P_1} \quad (2-2)$$

$$Q_3 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(l-x)] (l-x) \text{sign}(P_s - P_2) \sqrt{|P_s - P_2|} \quad (2-3)$$

$$Q_4 = \frac{1}{2} B_v [1 + \text{sign}(l+x)] (l+x) \sqrt{P_2} \quad (2-4)$$

여기서 $B_v = C_d \omega \sqrt{\frac{2}{\rho}}$

$$\text{sign} K = \begin{cases} +1, & K > 0 \\ 0, & K = 0 \\ -1, & K < 0 \end{cases}$$

C_d : 유량계수

ω :

ρ : 작동유의 밀도

이 때 밸브와 실린더 사이의 연속 방정식은 다음과 같이 기술된다. 여기서 사용된 부호는 그림에서 나타난 바와 같으며 그림의 화살표 방향을 양(+)으로 한다.

$$\begin{aligned} Q_A &= Q_1 - Q_2 \\ Q_B &= Q_3 - Q_4 \end{aligned} \quad (2-5)$$

2. 유압 액츄에이터(hydraulic cylinder)와 부하

Fig. 2-3에 나타난 실린더는 대칭형 복동 실린더로서 피스톤 양 단면적이 동일한 것으로 한다. ($A_{P1} = A_{P2} = A_P$)

실린더 내외의 누설 유량은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q_{Li} &= C_{Li} (P_1 - P_2) \\ Q_{L01} &= C_{01} P_1 \\ Q_{L02} &= C_{02} P_2 \end{aligned} \quad (2-6)$$

여기서 C (누설계수)의 값은 종류 흐름에서 일반적으로 μ 에 비례 반하고 μ 는 온도의 함수이지만 온

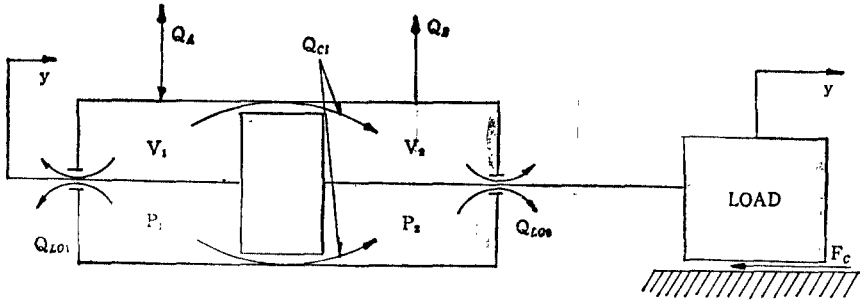


Fig. 2-3. Schema of the Actuator and Load System

도는 시스템 동작 중 일정하게 유지된다고 가정하였으므로 C 는 일정하다.

이 때 연속 방정식과 상태 방정식은 다음과 같이 표기된다.

$$\Sigma Q_{in} - \Sigma Q_{out} = \frac{dV}{dt} + \frac{V}{\beta} \frac{dP}{dt}$$

이 식을 각각의 실린더에 대해서 적용하면 다음과 같다.

$$Q_A - Q_{L1} - Q_{L01} = A_P \frac{dy}{dt} + \frac{V_1}{\beta} \frac{dP_1}{dt} \quad (2-7)$$

$$-Q_B + Q_{L2} - Q_{L02} = -A_P \frac{dy}{dt} + \frac{V_2}{\beta} \frac{dP_2}{dt} \quad (2-8)$$

만약 피드의 위치가 중립점에 있다고 하면

$$\begin{aligned} V_1 &= V_{10} + A_P \cdot y, \\ V_2 &= V_{20} - A_P \cdot y \end{aligned} \quad (2-9)$$

가 된다.

부하 시스템은 그림에 나타난 바와 같이 실린더 축의 응답이 그대로 부하에 전달된다고 하면 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} F &= M \frac{d^2y}{dt^2} + \text{sign}\left(\frac{dy}{dt}\right) \cdot F_c \\ &= A_P(P_1 - P_2) \end{aligned} \quad (2-10)$$

$$\text{sign}\left(\frac{dy}{dt}\right) \cdot F_c = \begin{cases} -\dot{y} \cdot F_c, & \dot{y} > 0 \\ |\dot{y}| \cdot F_c, & \dot{y} < 0 \\ -F_s < \text{sign}(\dot{y}) \cdot F_c < F_s, & \dot{y} = 0 \end{cases}$$

여기서 F_s : stick slip

위에서 유도된 식 (2-1)~(2-4), (2-6)~(2-10)을 수치 계산상의 효율을 기하기 위해 무차원화한다.

실제 시스템에서 필터 이용되는 밸브는 임계충량 밸브이므로 그에 대하여 위에서 유도된 유량 방정식은 무차원화하면 다음과 같다.

$$\bar{Q}_1 = \frac{1}{2} (1 - \bar{y})(1 + \text{sign} \bar{x})$$

$$\text{sign}(1 - \bar{P}_1) \sqrt{2|1 - \bar{P}_1|} \quad (2-1a)$$

$$\bar{Q}_2 = -\frac{1}{2} (1 - \bar{y})(1 + \text{sign}(-\bar{x})) \sqrt{2\bar{P}_1} \quad (2-2a)$$

$$\bar{Q}_3 = -\frac{1}{2} (1 - \bar{y})(1 + \text{sign}(-\bar{x}))$$

$$\text{sign}(1 - \bar{P}_2) \sqrt{2|1 - \bar{P}_2|} \quad (2-3a)$$

$$\bar{Q}_4 = \frac{1}{2} (1 - \bar{y})(1 + \text{sign}(\bar{x})) \sqrt{2\bar{P}_2} \quad (2-4a)$$

여기서

$$\bar{Q}_i = \frac{Q_i}{Q_{max}}, \quad Q_{max} = B_v z \sqrt{\frac{P_s}{2}}$$

(2-7)식과 (2-8)식도 마찬가지로 Q_{max} 에 대해 무차원화하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{V_1}{\beta} \frac{d\bar{P}_1}{dt} &= \bar{Q}_1 - \frac{d\bar{y}}{dt} \\ &\quad - \bar{C}_{11}(\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - \bar{C}_{01}\bar{P}_1 \end{aligned} \quad (2-7a)$$

$$\begin{aligned} \frac{V_2}{\beta} \frac{d\bar{P}_2}{dt} &= -\bar{Q}_2 + \frac{d\bar{y}}{dt} \\ &\quad + \bar{C}_{11}(\bar{P}_1 - \bar{P}_2) - \bar{C}_{02}\bar{P}_2 \end{aligned} \quad (2-8a)$$

여기서

$$\beta = \frac{A_P Z \beta}{V_i P_s}, \quad V_i = \frac{V_i}{V_i}, \quad \bar{t} = \frac{t}{T_c}$$

$$\bar{y} = \frac{y}{2}, \quad \bar{P}_i = \frac{P_i}{P_s}, \quad \bar{C}_k = \frac{P_s C_k}{A_P \cdot Z / T_c}$$

여기서

$$V_i = \text{total volume,}$$

$T_c = \sqrt{2} \cdot A_P / (B_v \sqrt{P_s})$ 이며, 무부하 상태에서 시정수(time constant)를 나타낸다.

운동방정식은

$$\bar{M} \frac{d^2\bar{y}}{d\bar{t}^2} + \bar{F}_c \text{sign}\left(\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}}\right) = \bar{P}_1 - \bar{P}_2 \quad (2-10a)$$

가 된다. 여기서 $\bar{M} = Mz / (P_s A_P T_c^2)$, $\bar{F}_c = F_c / P_s A_P$ 이다.

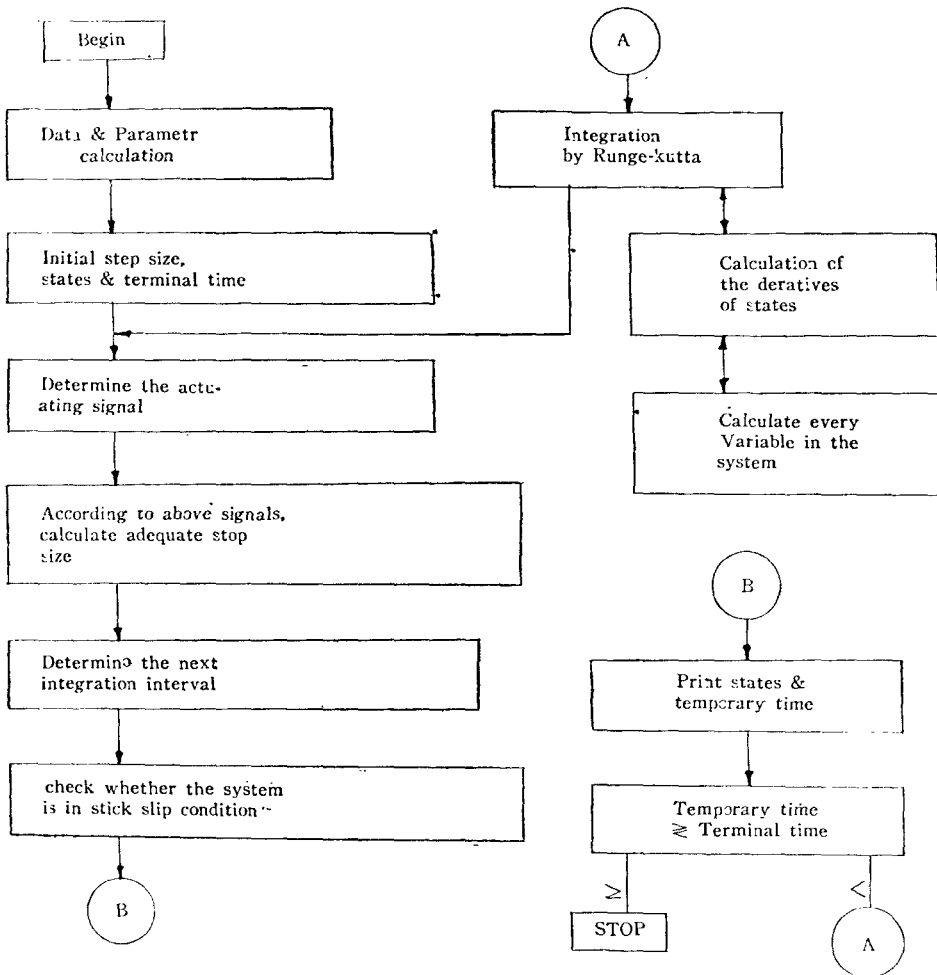


Fig.3-1. Flow chart for Computer Program

III. 시스템 응답의 해석 및 결과

1. 디지털 컴퓨터 시뮬레이션

2절에서 유도된 방정식 (2-1a)~(2-4a) (2-7a) (2-8a) (2-10a)은 비선형 미분 방정식으로 컴퓨터 시뮬레이션에 의한 수치 해석으로 울산 공대의 PRIME 750 전자계산기를 이용하였다. 여기서 채택된 지분 과정은 프로그램의 정확성을 기하기 위해 적분 구간(step size)을 초기치 10^{-5} 로 하여 그때 그때의 상태에 따라 변화가 가능하게 한 4th-order Runge-Kutta 방법을 채택하였으나 또한 적분 구간

중에 나타나는 stick-slip 현상을 조사할 수 있게 하였다. 실제 시스템에서의 stick-slip 현상은 바람직하지 못한 것이므로, 이 현상을 발생하지 못하게 하지만(4), 본 논문에서는 모델의 매개 변수 선택에서 오는 착오로 stick-slip 현상이 발생할 수 있으므로 이를 피할 수 있도록 하였다.

선택된 상태 변수는 \bar{P}_2 , $\bar{P}_2 \dot{y}$, \dot{y} 의 4가지로 \dot{y} 의 초기 조건은 $\dot{y}_0 = \ddot{y}_0 = 0$ 로 하고 \bar{P} , \bar{P}_2 의 초기값은 운동 방정식, y 의 조건 및 연속 방정식에 모순되지 않는 한도에서 자유롭게 선택하였다.

시뮬레이션의 개괄적인 Flow Chart는 Fig.3-1과 같다.

2. 무부하(No-load)에 대한 응답

유압 서어보 시스템의 동특성에서 부하의 크기가 작아지면 시스템의 응답은 무부하시의 응답에 가깝게 된다.

시스템이 작용하는 부하가 존재하지 않으면 시스템의 응답에 요구되는 압력강하는 필요가 없게 된다. 실제 시스템에서는 항상 피스톤과 램의 관성력, 그리고 실린더 벽, seal 파의 마찰력이 존재하지만 이들은 아주 작은 값이므로 무시할 수 있다.(4)

즉 운동 방정식에서 $F=0$ 이므로 $\bar{P}_1=\bar{P}_2=\bar{P}$ 가 된다. 우길 비압축성($\beta=\infty$)인 경우의 응답을 보면 식 (2-1a)~(2-4a)(2-7a)(2-8a)(2-10a)에서 응답 방정식은 다음과 같다.

$$y=(1-\bar{y}) \tag{3-1}$$

이 방정식의 해는 $\bar{y}=1-e^{-\bar{t}}$, 즉 $\frac{y}{z}=1-e^{-t/\tau_c}$ 가 된다.

다음으로 압축성의 경우를 살펴 보면 $1-\bar{y}=\bar{x}>0$ 일 때 상대 방정식은 2절의 부차원화된 식으로부터 다음과 같이 나타낸다.

$$\frac{d\bar{P}}{d\bar{t}} = \beta(\sqrt{2}(1-\bar{y})(\sqrt{1-\bar{P}}-\sqrt{\bar{P}}) - \bar{P}(\bar{C}_{01}+\bar{C}_{02})) \tag{3-2}$$

$$\frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} = \sqrt{2}(1-\bar{y})(V_2\sqrt{1-\bar{P}}+V_1\sqrt{\bar{P}}) + \bar{P}(V_1\bar{C}_{02}-V_2\bar{C}_{01}) \tag{3-3}$$

이 때 일반적인 경우의 평형점은 비압축성의 경우와는 달리 식 (3-2)(3-3)에서 $\bar{y}=1, \bar{P}=0$ 이다. 그러나, 보편적으로 사용하고 있는 시스템은 적당한 시령은 하여 $\bar{C}_{01}, \bar{C}_{02}=0$, 즉 외부 누설이 없는 경우로 되는데 이 때는 $\bar{y}=1$ 이지만 \bar{P} 는 임의로 결정될 수가 없다.

$1-\bar{y} \geq 0$ 인 경우

$$\frac{d\bar{P}}{d\bar{y}} = \frac{(\sqrt{1-\bar{P}}-\sqrt{\bar{P}})\beta}{V_2\sqrt{1-\bar{P}}+V_1\sqrt{\bar{P}}} \tag{3-4}$$

로 된다. 적분하면

$$y+K = \frac{1}{\beta} \left\{ \frac{\bar{P}(V\sqrt{\bar{P}}+(1-\bar{y})\sqrt{1-\bar{P}})-\sqrt{\bar{P}/2}}{\sqrt{1-\bar{P}}-\sqrt{\bar{P}}} \right.$$

$\left. -\frac{1}{2} \log(\sqrt{1-\bar{P}}-\bar{P}) \right\}$ 가 되어 \bar{P} 는 \bar{y} 에 따라 결정된다는 것을 알 수 있다. 여기서 K는 적분상수 그러나, 계단 입력에서는 $\bar{P}-\bar{y}$ 의 위상편은 전부 고려할 필요가 없다. 계단 입력 응답의 위상편 것점 \bar{y}

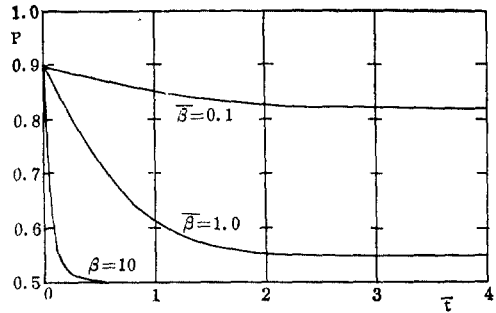


Fig. 3-2. Pressure Response of the System with No Load ($f=0$)

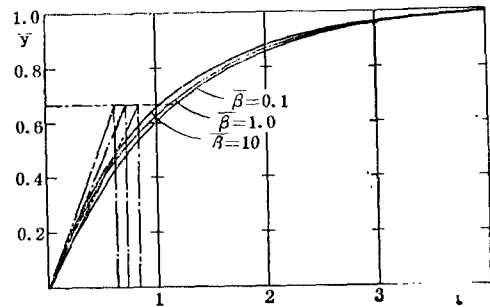


Fig. 3-3. Step response of the System with No Load ($P_0=0.9$)

$=0, \bar{P}=\bar{P}_0$ (초기치)만 고려하면 된다. 이 중 특별한 경우로 식 (3-2)에서 $\bar{P}_0=\frac{1}{2}$ 일 때 $\frac{d\bar{P}}{d\bar{t}}=0$ 가 된다. 즉 미소 시간 후에도 $\bar{P}=\frac{1}{2}$ 을 유지하게 된다.

$$\therefore \frac{d\bar{y}}{d\bar{t}} = \sqrt{2}(1-\bar{y}) \frac{(V_1+V_2)}{\sqrt{2}} = 1-\bar{y} \tag{3-5}$$

이 때는 앞에서 논한 비압축성의 경우 즉 $\beta=\infty$ 의 경우와 동일하다는 것을 알 수 있다.

물리적인 관점에서 볼 때 $\bar{C}_{01}, \bar{C}_{02}$ 는 지극히 작으므로 짧은 시간(예를 들면 settling time)에는 $\bar{C}_{01}, \bar{C}_{02}=0$ 에 의한 형의 응답이 행해진다.

앞에서 말한 바와 같이 $\bar{t}=0$ 에서의 \bar{P} 의 값 \bar{P}_0 는 $0 \leq \bar{P}_0 \leq 1$ 에서 임의의 값을 취할 수가 있다. 시물레이션에서의 계산 결과 \bar{P} 의 변화에 따른 \bar{y} 의 변화는 큰 차이점을 볼 수 없었으므로 여기에서는 $\bar{P}_0=0.9$ 의 경우만 예시하였다. Fig.3-2, (3-3)이 누설이 없는 경우 $\bar{P}=0.9$ 로 하여 $\beta=0.1, 1, 10$ 에 대하여 \bar{P} 와 \bar{y} 를 \bar{t} 의 변화에 대하여 계산한 것이다. Fig(3-3)을 보면 β 의 영향이 적다는 것을 알 수 있다. 즉 초기 변화율은 약간 증가하는 경향이

있지만 정상 상태에 도달하는 시간에는 거의 영향을 미치지 않는다. $\beta=10$ 의 경우는 $\beta=\infty$ 의 경우와 거의 일치하였다. 그러나, \bar{P} 에서는 변화가 상당히 크게 나타나고 있는 것을 볼 수 있다. $\beta=10$ 의 경우에는 $\bar{t} \approx 0.2$ 에서 $\bar{P} \approx 0.5$ 로 되지만 $\beta=0.1$ 에서는 $\bar{t} = \infty$ 에서도 $\bar{P} = 0.5$ 로 되자 않고 그 변화는 지극히 느린 것으로 나타났다.

이성으로 미루어 보아 유체의 체지탄성계수의 변화에 따른 시스템 응답은 압력에서 다소의 차이를 가져 올 수가 있지만 범위에는 거의 영향을 미치지 않는다고 할 수 있다.

3. 관성부하가 작용할 때의 응답

관성부하가 무시되지 않은 때는 유압 제어보 시스템의 응답은 아주 다양한 양상을 나타낸다.

실린더에 관성부하 M 이 작용하면 실린더의 압력 증가하는 가속도를 유발하게 된다. 이 때 부하의 운동 방정식은 $(\bar{P}_1 - \bar{P}_2) = \bar{M} \ddot{y}$ 이므로 앞절의 식(2-1a)~(2-4a)(2-7a)(2-8a)(2-10a)에서 작동유가 비압축성일 때의 응답 방정식은 다음과 같이 나타난다. (2-10a 식에서 관성부하만 고려했음)

$$\dot{y} = (1 - \bar{y}) \sqrt{1 + \bar{M} \dot{\bar{y}}} \quad (3-6)$$

이 방정식의 해석적인 해는 구할 수가 없다. 그러나, 그 수치적인 해를 구하면 Fig. 3-4와 같다. (2) 체지탄성계수의 변화에 따른 응답을 조사하기 위

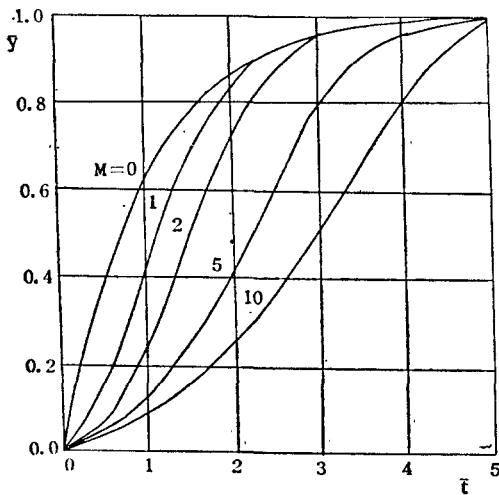


Fig. 3-4. Variation of Response with Load Parameter \bar{M} [Ref. (2)]

하여 본절에서는 응답 경직을 단순화시켜 $A_1 = A_2 = A_P$, $V_{10} = V_{20}$ 인 시스템을 취급한다. 정확하게 $V_1 = V_2 = V$ 는 만족하지 않지만 계단입력이 실린더 행정에 비해서 아주 작으므로 위의 가정은 성립하는 것으로 취급할 수가 있다.

이와 같은 시스템에서는 통상 위주 주결은 존재하지 않는다. 즉 $\bar{C}_{01} = \bar{C}_{02} = 0$ 로 된다. 이 시스템은 캐비테이션이 발생하지 않는 조건에서 성립하므로

$$\bar{P}_1 + \bar{P}_2 = 1 \quad (3-7)$$

이 성립되어 시스템 방정식은 3개의 일정부립방정식으로 구성된다.

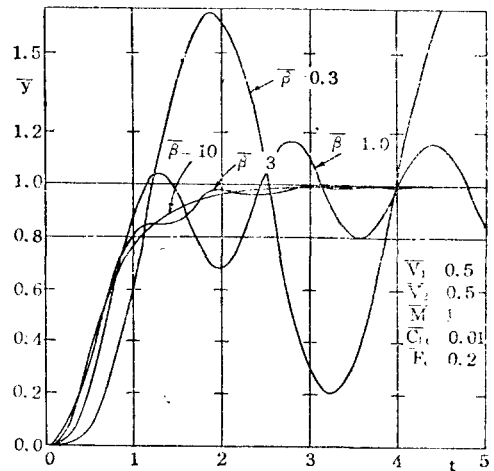


Fig. 3-5. Step Response of the system with Inertial load

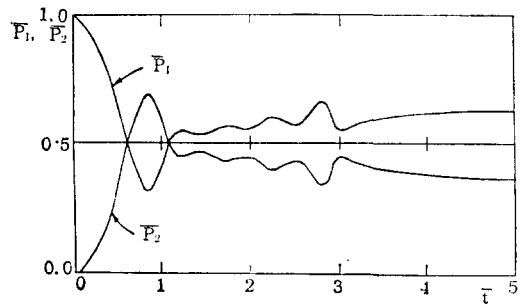


Fig. 3-6. Pressure response of the system (step input, $\beta=10$)

Fig. 3-5, 3-6은 이상과 같은 조건 하에서의 전산기 시뮬레이션 결과를 나타낸다. Fig. 3-5는 작동유 체지탄성계수 (β)을 변화시킨 경우의 계단입력

—응답을 Fig. 3-6 은 $(\beta)=10$ 일 때의 입력 응답을 나타낸다. 이 때, 시어보 시스템은 (β) 가 큰 값에서는 안정된 응답을 나타내며 \bar{t} 가 충분히 커지면 압축성의 영향이 소멸됨을 알 수 있었다. 즉 변위 응답의 settling-time이 거의 동일하고 압력 응답은 충분한 시간이 지난 뒤에는 변화율이 모두 거의 영(zero)으로 되었다. ($\beta=10$ 의 경우만 예시했음) 여기서도 $(\beta)=10$ 의 경우 시스템의 응답은 비압축성의 경우와 거의 일치하는 현상을 나타내었다.

체적탄성계수가 작아지면($\beta=1.0$) 진동을 유발하게 되고 아주 작은 값에서는($\beta=0.1$) 시스템의 안정도에 위협을 초래하게 된다. 유압 시스템의 복잡한 부하조건에서 오는 응답을 조사해 보면 내부 누설이나 점성마찰과 같은 것은 시스템의 감쇠량을 증가시켜 주는 경향이 있다. (2)(4)(5)

따라서 실제 사용되는 작동유는 체적탄성계수가 아주 낮은 값을 취하는 경우는 거의 없으므로 약간의 불안정성에 대한 것은 여러 가지의 복합적인 부하조건에서 나타나는 현상으로도 충분히 막을 수 있는 정도라고 볼 수 있다.

Ⅶ. 결 론

이상의 간단한 부하조건에서의 전산기시물레이션에 의한 해석 결과 작동유의 압축성이 시스템 응답에 미치는 영향은 대략 다음과 같이 결론지을 수 있다.

1) 안정된 응답에서 작동유의 압축성이 시스템의 변위 응답에 미치는 영향은 무시할 수 있는 정도이므로 작동유를 비압축성으로 가정하여 구한 응답의 근사치를 이용하여도 큰 문제는 없다.

2) 작동유의 체적탄성계수가 줄어들에 따라 시스템의 안정도는 떨어지지만 실제 사용되는 유체의 탄성계수를 고려하면 복잡한 부하조건에서는 거의 영향이 나타나지 않는다.

Reference

1. J. Zaborszky, H. J. Harrington, Generalized chart of the effect of Non Linearities in Electrohydraulic Control valve. A. I. E. E. May 1957.
2. D. E. Turnbull, The response of a Loaded Hydraulic servomechanism. Proc. Instn. Mech. Engrs. Vol. 173, No. 9, 1959.
3. Shearer. et., Fluid Power Control, M. I. T. Press 1950.
4. Kyo-il Lee, Dynamisches Verhalten der Steuerkette sero ventil Motor-Last, Achen, Dec. 1977.
5. Siegfried Helduser, Einflu der Elastigität mechenischer Übertragungselemente auf das dynamische Verhalten hydraulischer Servoantriebe, Aachen, Jan. 1977.
6. Kochenburger R. J., Computer Simulation of Dynamic Systems, Prentice-Hall, Inc. 1972.
7. Lambert, T. H. and Davis, R. M., Investigation of the response of Hydraulic servomechanism with Inertial load, J. Mech. Eng. Sci. Vol. No. 3.
8. Merrit, H. E. Hydraulic Control Systems, John, Wiley. & Sons., Inc. 1967.
9. Royle, J. K. Inherent Nonlinear Effects in Hydraulic Control Systems with Inertia loading, Proc. of the Mech. Engrs. Vol. 173, No. 9, 1959.
10. 浦田映三, 原信, 油壓ならい装置に關する研究 日本機械學會論文集 Vol. 48, No. 429.