

원형 관내의 감쇠하는 swirl 유동에서 단일기포 거동에 대한 해석

남궁 규완
기계·자동차공학부

<요 약>

본 연구에서는, 관벽 들레에서 접선방향의 액체를 주 유동 내로 분사시킴에 의하여 발생된, 감쇠 선회류에 존재하는 단일 기포의 운동에 대한 것으로, 기포 거동을 지배하는 운동식을 유도했고, 이 식들은 이미 발표된 액체의 속도관계 실험식들을 사용하여 수치적으로 풀었다.

축방향 기포운동은, 기포의 초기 위치와 액체의 초기 선회강도에 따라, 하류로 계속 이동하는 것과, 하류로 이동 후, 상류로 이동하는 것의 두 형태로 구분할 수 있다. 접선과 반경 방향에서, 기포는 관 중심에 접근할수록 감속한다. 그러나 선회 운동량이 큰 유동에서, 기포는 중심에서 유한한 속도를 가지므로, 관 중심 근처를 진동한다. 또한, 기포 크기가 작을수록 단위 체적당의 항력이 증가하므로, 작은 기포일수록 반경방향으로 느리게 이동한다. 한편, 기포가 중심에 도달할 때까지의 기포 축방향 이동거리는 기포가 작아질수록 증가한다.

Behavior of a Bubble in Decaying Swirl Flow inside Circular Tube

Kyuwon Namkoong
School of Mechanical & Automotive Engineering

<Abstract>

In this work, the motion of single bubble, in a decaying swirl liquid flow, which was

created by tangential liquid injection into main liquid flow at the periphery wall of the tube, was studied. The equations of motion governing the bubble behavior were derived and solved numerically by using experimental relations of liquid velocity published already.

The motions of bubble, in axial direction, can be divided into two patterns ; the one is moving downstream always and the other is moving upstream after some travel to downward, depending on the initial position of bubble and initial swirl intensity of liquid.

In tangential and radial direction, the bubble decelerates as it approaches the center of the tube. But, in the flow with high swirl intensity, the bubble has a finite radial and tangential velocity as it reaches the center, therefore the bubble may oscillate around the center of the tube. And the smaller bubble moves radially slowly due to the larger drag force per unit volume of gas experienced by the smaller bubble, while the axial distance travelled by the bubble before it reaches the center decreases as the bubble size increases.

1. 서론

원형관 내의 축방향 유동과 병행하여 접선 속도 성분이 존재하는 선회유동은, 열 및 물질전달 성능 향상 방법으로 중요하게 취급되며, 최근에는 관벽에 누적된 입자 제거 기술과 관련하여 응용분야가 더욱 확장되고 있다. 특히 접선방향 속도 성분의 자승에 비례하는 원심력은 유체의 혼합 유동에서 서로 다른 상(phase) 또는 밀도가 다른 물질들을 분리시킬 수 있으므로, 중력 또는 무중력 상태의 2상 유동(two phase flow)에서 효과적인 상 분리 장치에 사용할 수 있다.

선회유동 내에서, 관벽으로부터 발생한 증기 기포들이 존재할 때, 원심력은 기포 크기와 기포층 두께, 기포 수명 등을 단축시키며, 또한 기포들을 벽면으로부터 유동의 중심으로 이동시키는데 기여하고 있다. 이와 같은 영향들을 정량적으로 해석하기 위하여 우선, 선회유동에서의 수역학적인 영향들이 이해되어야 하며, 이에 대한 현재까지의 연구 결과들은 다음과 같다.

Kreith(1) 등은 관을 통한 swirl 감쇠 효과를 예측할 수 있는 식의 해를 얻었고, Ito(2) 등은 감쇠현상을 해석하여 접선 속도성분 분포를 예측했다. 또한 Kuroda(3) 등은 실험자료를 근거로 축방향 속도 분포에 대한 근사 계산식을 제안했으며, Wu(4) 등도 역시 실험자료를 근거로 관로에 따른 swirl 감쇠과정과 압력손실, 열전달계수 등을 swirl 분사 초기 자료로부터 예측했다.

한편, 기-액 이상 swirl 유동은, 최초로, Kearsy(5) 등이 수행한 원통용기 내의 접선 방향 분사에 의한 실험적 연구 이외에, 몇 가지 발표가 있으나, 대부분이 습공기 건도 개선을 위한 효과와 유동 중심부에 형성된 기체기둥의 안정성 등에 관련한 정성적인 결과들이다. 비교적 최근에 Dhir(6) 등은, 기포 운동에 미치는 선회류 영향을 고려한 기포 운동식을 유도하여 좀 더 체계적인 방법으로 접근했다. 그러나 선회류 하류측 감쇠효과는 고려하지

않았으므로, 액체 가속도 및 축방향 기포 거동은 예측하기 곤란했고, swirl 감쇠가 기포 운동에 미치는 역학적 영향도 언급되지 못했다.

따라서 본 연구는, 원관 내의 선회류 하류에 존재하는, 관벽으로부터 분리된 단일 기포의 거동에 대한 해석을 목표로 하며, 선회류는 기존의 축류에 접선방향으로 추가적 질량을 관벽에서 분사 유입시켜 얻었으므로 하류에서는 감쇠하고 있다. 이 목표를 위하여 우선, 단일 기포 거동에 대한 지배식을 운동량 보존식에서 유도했고, 각 위치에서의 swirl 유동 속도 성분은 기존에 발표된 실험식들을 사용했다. 결과적으로, 각 방향에서의 운동식들을 상미분식들로 변환했으며, 이들을 Runge-Kutta algorithm(7)을 사용, 수치적으로 적분하여, 매순간에서의 기포 위치 및 속도 등을 예측할 수 있었다.

2. 이론적 배경

해석의 대상이 되는 모델은 Fig. 1과 같이, $z=0$ 에서 추가 질량을 \dot{m}_s 가 두개의 접선 방향 분사관을 통하여 기존의 축류 질량을 \dot{m}_m 에 유입되어, 하류에서 액체는 \dot{m} 의 질량 유로 선회 유동하고, 기포는 하류 관벽으로부터 분리되어 이동한다. 여기서 관의 경사각은 α , 직경은 D , 반경은 R 이며, 관의 축방향 하류를 $+z$ 축으로, r, θ 축 및 방향은 단면 A-A와 같다.

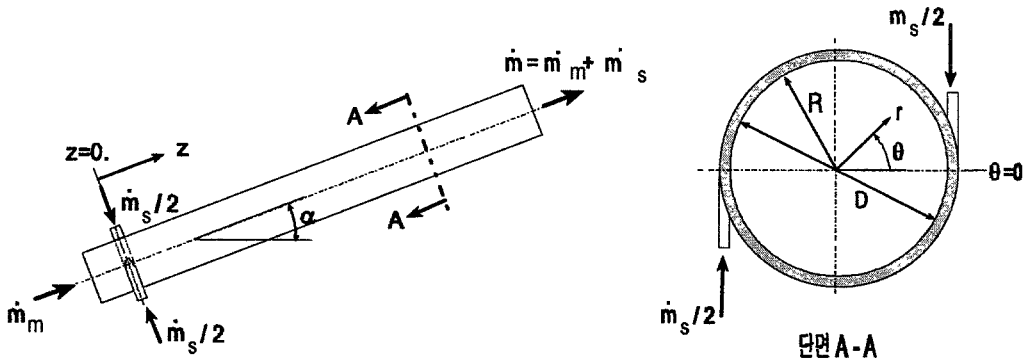


Fig. 1. Tube for Decaying swirl flow and flow orientation.

2.1 운동량 보존식

우선 swirl 유동내의 단일기포에 대한 운동량식을 유도하기 위해 다음의 가정을 한다.

- ① 기포와 액체간의 열 및 질량전달은 없다.
- ② 기포는 구형을 유지하고, 그 크기는 주위 압력변화에 영향을 안 받는다.
- ④ 기포는 회전하지 않으며, 그 운동도 벽면의 영향을 안 받는다.
- ⑤ 기포의 존재는 액체유동에 거의 영향 미치지 않으므로, 액체유동 속도성분들은 단상 유동으로부터 측정된 값들을 사용할 수 있다.

이상의 가정으로부터, 밀도 ρ_L , 속도 $u_{L,i}$ 인 유체 내에 체적과 반경이 각각 V_b, R_b

이고, 밀도가 ρ_b 인 기포가 속도 $u_{b,i}$ 로 유동할 때의 운동량식은 식(1)과 같고, 여기서 첨자 L 은 액체, 첨자 b 는 기포, 첨자 D 는 항력, 첨자 i 는 좌표계 임의 방향에서 성분을 나타낸다.

$$\rho_b \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,i} - u_{L,i})}{dt} = F_{D,i}^{vis} + F_{D,i}^{add} + F_{D,i}^{bod} + F_{D,i}^{Liq} + F_{D,i}^{his} + F_{D,i}^{ini} \quad (1)$$

식(1)에서 $F_{D,i}^{vis}$ 는 점성마찰 항력으로서, c_d 를 항력계수라 하면,

$$-F_{D,i}^{vis} = \frac{u_{b,i} - u_{L,i}}{\Delta U} \cdot c_d \cdot \pi \cdot R_b^2 \cdot \frac{\rho_L \cdot \Delta U^2}{2} = \frac{3}{8} \cdot \frac{c_d}{R_b} \cdot \rho_L \cdot V_b \cdot (u_{b,i} - u_{L,i}) \cdot \Delta U \quad (2)$$

이며, ΔU 는, 각 방향에서의 성분을 첨자 r, θ, z 로 표시하면, 식(3)과 같다.

$$\Delta U = \sqrt{(u_{b,r} - u_{L,r})^2 + (u_{b,\theta} - u_{L,\theta})^2 + (u_{b,z} - u_{L,z})^2} \quad (3)$$

식(2)에 포함된 c_d 의 값은 유체 내 물체의 크기, 형상, 상대속도 및 유체 특성들과 관계하며, 특히 액체 내에서 상대 운동하는 기포 경우에는, 여러 인자들의 영향을 받으므로, 도시화하여 나타내고 있다. 본 계산에서는 문헌(8)의 결과를 기포 Reynolds 수, Re_b 의 범위에 따라 다음과 같이 수식화하여 계산에 사용했다.

$$10 \geq Re_b : c_d = 1 + \frac{16}{Re_b} \quad (4a)$$

$$10 > Re_b \geq \frac{15.8}{M^{0.136}} : c_d = 13 \cdot Re_b^{-0.7} \quad (4b)$$

$$\frac{15.8}{M^{0.136}} < Re_b : \text{Min} [0.03 \cdot Re_b^{1.5} \cdot M^{0.3}, 1 + \frac{16}{Re_b}] \quad (4c)$$

단, 식(4)에서 Re_b 는 기포의 Re 수로서 $Re_b = 2 \cdot \rho_L \cdot R_b \cdot \Delta U / \mu_L$ 이고, M 은 Morton수로서 σ_L 을 액체의 표면장력이라 하면, $M = (g \cdot \mu_L^4) / (\rho_L \cdot \sigma_L^3)$ 이다.

$F_{D,i}^{add}$ 는 기포 질량 외에 부가되는 질량으로 인한 관성력으로서, 추가질량의 체적을 기포 체적으로 환산했을 때의 상당 밀도를 ρ_e 로 표시하면,

$$F_{D,i}^{add} = -\rho_e \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,i} - u_{L,i})}{dt} \quad (5)$$

이다. 균일한 유동 내에 강체구가 존재할 때, 관성력에 추가되는 질량은, 일반적으로, 구

에 의하여 제거되는 유체 질량의 1/2 값을 사용한다. 그러나 유동 유체 내에 상대 속도를 갖는 기포가 존재하는 경우, 내/외부의 압력 차이로 기포 형상이 변한다. 본 가정에서는 이러한 형상 변화를 무시했으므로, 이를 보상하기 위하여 $\rho_e = \frac{2}{3} \cdot \rho_L$ 의 값을 선택했다.

$F_{D,i}^{bod}$ 는 각 방향에서 작용하는 body force들로 구성된 항으로,

· 각 방향에서 중력성분, $F_{D,i}^{grv} = (\rho_L - \rho_b) \cdot V_b \cdot g_i$, (6a)

· r 방향에서 원심력, $F_{D,r}^{cnt} = \rho_b \cdot V_b \cdot \frac{u_{b,\theta}^2}{r} - \rho_L \cdot V_b \cdot \frac{u_{L,\theta}^2}{r}$, (6b)

· θ 방향에서 coriolis력, $F_{D,\theta}^{cor} = -\rho_b \cdot V_b \cdot \frac{u_{b,r} \cdot u_{b,\theta}}{r}$ (6c)

등의 합이다. 나머지 $F_{D,i}^{Liq}$, $F_{D,i}^{his}$, $F_{D,i}^{imi}$ 항들은, 주위 액체의 압력구배로 인한 항력, 비정상 힘들로 인한 항력과 기포와 액체간의 초기 속도 차이로 인한 항력으로서, 본 계산에 서는 압력이 일정하고 $\rho_L/\rho_b \gg 1$ 인 정상유동에 대한 것이므로 이들은 무시했다.

이상의 관계식들로부터 각 방향에서의 운동량식은 다음과 같다.

· z 방향 : $\rho_b \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,z} - u_{L,z})}{dt} = -\frac{3}{8} \cdot \frac{c_d}{R_b} \cdot \rho_L \cdot V_b \cdot (u_{b,z} - u_{L,z}) \cdot \Delta U$ (7a)
 $+ (\rho_L - \rho_b) \cdot V_b \cdot g \cdot \sin \alpha - \rho_e \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,z} - u_{L,z})}{dt}$

· r 방향 : $\rho_b \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,r} - u_{L,r})}{dt} = -\frac{3}{8} \cdot \frac{c_d}{R_b} \cdot \rho_L \cdot V_b \cdot (u_{b,r} - u_{L,r}) \cdot \Delta U$ (7b)
 $+ (\rho_L - \rho_b) \cdot V_b \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta - \rho_e \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,r} - u_{L,r})}{dt}$
 $+ \rho_b \cdot V_b \cdot \frac{u_{b,\theta}^2}{r} - \rho_L \cdot V_b \cdot \frac{u_{L,\theta}^2}{r}$

· θ 방향 : $\rho_b \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,\theta} - u_{L,\theta})}{dt} = -\frac{3}{8} \cdot \frac{c_d}{R_b} \cdot \rho_L \cdot V_b \cdot (u_{b,\theta} - u_{L,\theta}) \cdot \Delta U$ (7c)
 $+ (\rho_L - \rho_b) \cdot V_b \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - \rho_e \cdot V_b \cdot \frac{d(u_{b,\theta} - u_{L,\theta})}{dt}$
 $- \rho_b \cdot V_b \cdot \frac{u_{b,r} \cdot u_{b,\theta}}{r}$

위의 식들에서

$\rho_m = \rho_b + \rho_e = \rho_b + \frac{2}{3} \cdot \rho_L$ (8a)

$f_{d,i} = \frac{3}{8} \cdot \frac{c_d}{R_b} \cdot \rho_L \cdot (u_{b,i} - u_{L,i}) \cdot \Delta U$ (8b)

로 표시하고, 각 식(7)의 각 항을 V_b 로 나누면, 식(9)를 얻을 수 있다.

$$\frac{du_{b,z}}{dt} = \frac{1}{\rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \sin \alpha - f_{d,z}] + \frac{du_{L,z}}{dt} \quad (9a)$$

$$\frac{du_{b,r}}{dt} = \frac{1}{\rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta - f_{d,r} + \rho_b \cdot \frac{u_{b,\theta}^2}{r} - \rho_L \cdot \frac{u_{L,\theta}^2}{r}] + \frac{du_{L,r}}{dt} \quad (9b)$$

$$\frac{du_{b,\theta}}{dt} = \frac{1}{\rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - f_{d,\theta} - \rho_b \cdot \frac{u_{b,r} \cdot u_{b,\theta}}{r}] + \frac{du_{L,\theta}}{dt} \quad (9c)$$

또한 각 방향에서 기포의 속도 및 가속도는,

$$u_{b,z} = \frac{dz}{dt}, \quad u_{b,r} = \frac{dr}{dt}, \quad u_{b,\theta} = r \cdot \frac{d\theta}{dt}, \quad (10a)$$

$$\frac{du_{b,z}}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}, \quad \frac{du_{b,r}}{dt} = \frac{d^2r}{dt^2}, \quad \frac{du_{b,\theta}}{dt} = \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt} + r \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (10b)$$

이고, 액체의 경우, 반경방향속도를 무시하면 $(\frac{dr}{dt})_L = u_{L,r} = 0$ 이고, 축대칭이라 가정하면 $(\frac{\partial u}{\partial \theta})_L = 0$ 이므로, 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$\frac{du_{L,z}}{dt} = \frac{\partial u_{L,z}}{\partial z} \cdot u_{L,z}, \quad \frac{du_{L,r}}{dt} = 0, \quad \frac{du_{L,\theta}}{dt} = \frac{\partial u_{L,\theta}}{\partial z} \cdot u_{L,z} \quad (11)$$

식(10), (11)을 식(9)에 대입하여 다시 정리하면, 다음과 같다.

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{1}{\rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \sin \alpha - f_{d,z}] + \frac{\partial u_{L,z}}{\partial z} \cdot u_{L,z} \quad (12a)$$

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{1}{\rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta - f_{d,r} + \rho_b \cdot r \cdot (\frac{d\theta}{dt})^2 - \rho_L \cdot \frac{u_{L,\theta}^2}{r}] \quad (12b)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2\theta}{dt^2} = & \frac{1}{r \cdot \rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - f_{d,\theta} - \rho_b \cdot \frac{d\theta}{dt} \cdot \frac{dr}{dt}] \\ & + \frac{1}{r} \cdot [\frac{\partial u_{L,\theta}}{\partial z} \cdot u_{L,z} - \frac{dr}{dt} \cdot \frac{d\theta}{dt}] \end{aligned} \quad (12c)$$

2.2 관내 액체 선회 유동에서의 속도함수

여기서는 관의 축 방향 임의위치, 즉 $z = 0$.에서 관의 내면에 가공된 분사 구멍으로부터 관에 수평 접선 방향으로 액체가 유입되어 형성되는 선회류에 대하여 다루겠으며, 이러한 선회류는 하류로 진행할수록 감소하는 경향을 갖는다. 또한 선회 강도가 높은 경우, 접선 분류 입구 근처의 단면 중심 영역에서 역유동의 축방향 흐름이 형성되며, 축방향 속도 성분 $u_{L,z}$ 와 θ 방향 속도 성분 $u_{L,\theta}$ 은 모두 z 와 r 의 함수로 표시되고, r 방향의 속도 성분 $u_{L,r}$ 은 무시할 수 있다. 이에 대하여 문헌 (2)과 (3)에서 실험적으로 연구되었으

로, 본 단원에서는 그 결과를 이용하여 수치적으로 계산하는 과정을 언급하겠다.

(1) 접선 속도 성분 $u_{L,\theta}$ 의 계산(2)

축대칭 비압축 정상 선회 유동에서 선회 강도 Γ 와 $u_{L,\theta}$ 의 관계는 $\Gamma = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot u_{L,\theta}$ 이다. 또한 z 를 접선 분류 입구로부터 하류측의 거리, R 을 관의 반경, $(u_{L,\theta})_R$ 을 분류 입구 초기속도, ω_i 를 각속도, $\omega_i = \frac{(u_{L,\theta})_R}{R}$ 라 하면, 하류에서의 swirl 은 무차원 계수 $\frac{z}{R} \cdot \frac{\nu_L}{R^2 \cdot \omega_i}$ 의 지수함수로 감쇠하며, 실험에 의하면 식(13), (14)와 같이 무차원 관계식으로 표시할 수 있다.

$$\frac{\Gamma_w}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \omega_i} = 0.26 \cdot \exp\left[-7100 \cdot \frac{z}{R} \cdot \frac{\nu_L}{R^2 \cdot \omega_i}\right] \quad (13)$$

$$\frac{\Gamma_b}{2 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \omega_i} = 0.22 \cdot \exp\left[-8000 \cdot \frac{z}{R} \cdot \frac{\nu_L}{R^2 \cdot \omega_i}\right] \quad (14)$$

단, 여기서 Γ_w 와 Γ_b 는 각각 $r = R$, $r = r_b$ 에서 swirl 강도이며, r_b 는 임의 단면에서 $u_{L,\theta}$ 가 최대값을 갖는 위치에서의 반경이다. 또한 $r^+ = \sqrt{\frac{(u_{L,\theta})_b}{\nu_L \cdot r_b}} \cdot r$, $\Gamma^+ = \frac{r \cdot u_{L,\theta}}{\sqrt{\nu_L \cdot r_b \cdot (u_{L,\theta})_b}}$ 라 하고, 이들의 관계를 실험적으로 구하면, 식(15), (16)와 같다.

$$r_b^+ \geq r^+ : \Gamma_b^+ - \Gamma^+ = (r_b^+ + r^+)^{1.06} \quad (15)$$

$$r^+ \geq r_b^+ : \Gamma^+ - \Gamma_b^+ = (r^+ + r_b^+)^{0.92} \quad (16)$$

이상의 식들을 사용하여 $(u_{L,\theta})_r$ 를 계산하려면, 우선, 주어진 분류 입구속도 $(u_{L,\theta})_R$ 와 식(13), (14)으로부터 임의 위치 z 에서 Γ_w 와 Γ_b 를 계산하여, $r_b \cdot (u_{L,\theta})_b$ 와 $R \cdot (u_{L,\theta})_R$ 를 구한다. 다음에는 r_b^+ , Γ_b^+ 와 Γ_w^+ 를 구하여 식(16)에 대입하여 R^+ 를 계산하고, $\frac{R^+}{R} = \sqrt{\frac{(u_{L,\theta})_b}{\nu_L \cdot r_b}}$ 의 관계와 앞에서 구한 $r_b \cdot (u_{L,\theta})_b$ 를 이용하여, 그 단면에서 r_b 와 $(u_{L,\theta})_b$ 값을 계산한다. 이와 같이 임의 단면에서 r_b 와 $(u_{L,\theta})_b$ 가 계산되면, 그 단면의 r 위치에서 r^+ 를 얻을 수 있으므로, 식(15) 또는 식(16)에 의하여 Γ^+ 가 계산되고, 역시 $u_{L,\theta}$ 를 구할 수 있다.

(2) 축 방향 속도성분, $u_{L,z}$ 의 계산(3)

본 내용은 기존의 관내 축방향 유동에, $z = 0$ 위치에서 벽면으로부터, 추가적인 접선방향 분류의 유입으로 swirl이 형성되는 경우에 대한 것이므로, $z \geq 0$ 영역에서 축방향 속도 성분, $u_{L,z}$ 는 기존의 주 유동(main flow) 속도, $(u_{L,z})_m$ 과 접선 분류의 선회로 인한 축방향 속도성분, $(u_{L,z})_s$ 의 중첩으로 구할 수 있다.

우선, 주 유동 속도분포 $(u_{L,z})_m$ 을, 난류 power-law 분포에 의하여 표시할 수 있다고 가정하면,

$$(u_{L,z})_m = (u_{L,o})_m \cdot (1 - \frac{r}{R})^{1/n} \quad (17)$$

로 표시되며, $(u_{L,z})_s$ 는 문헌(3)의 실험결과에 의하여

$$(u_{L,z})_s = (u_{L,o})_s \cdot (1 - \frac{r}{R})^{1/2} \cdot [1 + k \cdot (\frac{r^2}{R^2} - \frac{1}{2.625})] \quad (18)$$

이다. 단, 이들 식에서 $(u_{L,o})_m$ 는 $r = 0$. 에서 주 유동 속도이고, $(u_{L,o})_s$ 는 $k = 0.$, $r = 0$. 에서 추가적 분류 유입에 의한 축방향 속도 성분이며, k 는 무차원 계수 $\frac{z}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \cdot \omega_i}$ 의 함수로 실험적으로 식(19)와 같은 관계가 있다.

$$k = \exp(2.89 - 4250 \cdot \frac{z}{R} \cdot \frac{\nu}{R^2 \cdot \omega_i}) \quad (19)$$

결과적으로, 전 질량 유동을 \dot{m} 은, 기존의 축방향 유동을 \dot{m}_m 에 $z = 0$. 에서 접선방향 유입질량을 \dot{m}_s 가 추가된 유동이므로, $z \geq 0$. 에서의 축방향 속도성분 $u_{L,z}$ 은 식(17)과 식(18)의 합으로 계산할 수 있다. 따라서 $n = 7$ 의 값을 선택하고, $u_{L,o} = \frac{(n+1) \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot \dot{m}}{2 \cdot n^2 \cdot \rho \cdot \pi \cdot R^2}$ 의 관계를 대입하여 정리하면, $u_{L,z}$ 은 식(20)과 같이 구할 수 있다.

$$u_{L,z} = (\frac{0.39}{\rho \cdot R^2}) \cdot [\dot{m} \cdot (1 - \frac{r}{R})^{1/7} + k \cdot \dot{m}_s \cdot (\frac{r^2}{R^2} - \frac{1}{2.625}) \cdot \sqrt{1 - \frac{r}{R}}] \quad (20)$$

(3) 수치계산을 위한 기포 운동식

식(12)의 운동식에 앞에서 계산한 액체의 속도성분, $u_{L,z}$, $u_{L,\theta}$, $\partial u_{L,z} / \partial r$ 및 $\partial u_{L,\theta} / \partial r$ 등과, 다음의 초기조건들을 적용하면, 2차 평미분 연립식들을 얻을 수 있다.

$$z_{t=0} = z_o, \quad r_{t=0} = R - R_b, \quad \theta_{t=0} = \theta_o \quad (21a)$$

$$(u_{L,z})_{t=0} = (u_{L,r})_{t=0} = (u_{L,\theta})_{t=0} = 0 \quad (21b)$$

이 평미분식들에 다음과 같이 정의되는 변수들을 대입하면,

$$g_{1,1} = z(t), \quad g_{1,2} = \frac{dg_{1,1}}{dt} = \frac{dz(t)}{dt} = u_{b,z}, \quad g_{1,3} = \frac{dg_{1,2}}{dt} = \frac{d^2z(t)}{dt^2} \quad (22a)$$

$$g_{2,1} = r(t), \quad g_{2,2} = \frac{dg_{2,1}}{dt} = \frac{dr(t)}{dt} = u_{b,r}, \quad g_{2,3} = \frac{dg_{2,2}}{dt} = \frac{d^2r(t)}{dt^2} \quad (22b)$$

$$g_{3,1} = \theta(t), \quad g_{3,2} = \frac{dg_{3,1}}{dt} = \frac{d\theta(t)}{dt} = u_{b,\theta}, \quad g_{3,3} = \frac{dg_{3,2}}{dt} = \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} \quad (22c)$$

식 (23)와 같은 1차 평미분식들로 변환되며 이들은 5th Runge-Kutta 방법(7)에 의하여 수치적으로 계산할 수 있다.

$$z : g_{1,3} = \frac{1}{\rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \sin \alpha - f_{d,z}] + \frac{\partial u_{L,z}}{\partial z} \cdot u_{L,z} \quad (23a)$$

$$r : g_{2,3} = \frac{1}{\rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \sin \theta - f_{d,r} + \rho_b \cdot g_{2,1} \cdot g_{3,2}^2 - \rho_L \cdot \frac{u_{L,\theta}^2}{g_{2,1}}] \quad (23b)$$

$$\theta : g_{3,3} = \frac{1}{g_{2,1} \cdot \rho_m} \cdot [(\rho_L - \rho_b) \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot \cos \theta - f_{d,\theta} - \rho_b \cdot g_{3,2} \cdot g_{2,2}] + \frac{1}{g_{2,1}} \cdot \left[\frac{\partial u_{L,\theta}}{\partial z} \cdot u_{L,z} - g_{2,2} \cdot g_{3,2} \right] \quad (23c)$$

3. 계산 결과

계산은, 관직경 $D = 100 \text{ mm}$, 선회류 분사관 직경 $d = 20 \text{ mm}$, 기포직경 $d_b = 2 \text{ mm}$ 인 경우를 근거했으며, Re 수는, 단면에서 액체 z 방향 평균속도 U_m 을 근거로, $Re = \rho_L \cdot D \cdot U_m / \mu_L$ 로 정의했다. 또한 관내 선회류 강도를 표시하기 위하여, z 와 θ 방향 운동량비 M_r 을 도입하면, $M_r = \int_0^R \rho \cdot u_{L,\theta} \cdot u_{L,z} \cdot r \cdot dr / \int_0^R \rho \cdot u_{L,z}^2 \cdot r \cdot dr$ 이고, 이를 $z = 0$ 에 적용하여 M_o 라 하면,

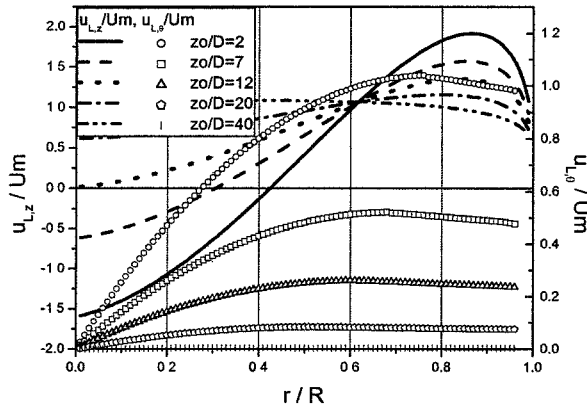
$$M_o = (M_r)_{z=0} \approx \left(\frac{\dot{m}_s \cdot u_{L,\theta}}{\dot{m} \cdot U_m} \right)_{z=0} = \left(\frac{\dot{m}_s}{\dot{m}} \right)^2 \cdot \left(\frac{D}{d} \right)^2 \quad (24)$$

이다. 이와같이 계산된 M_o 는, 선회류 입구위치($z = 0$)에서 운동량과 축방향에서의 전 운동량비로서, 초기의 선회 운동량비를 나타내며, 또한 계산이 용이하므로, 선회강도를 정

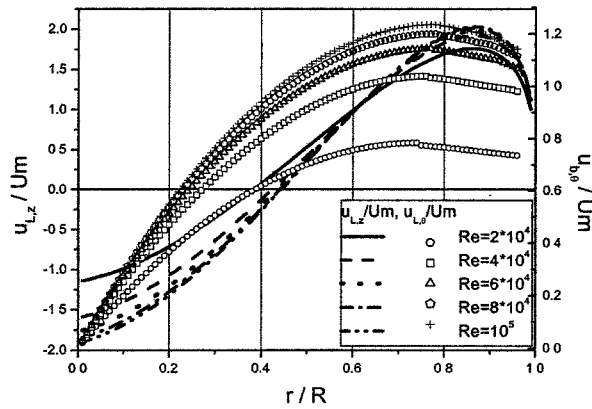
량적으로 표시하는데 적절한 계수가 될 수 있다.

(1) 액체 운동

액체의 축방향 및 접선방향 무차원 속도, $u_{L,z}/U_m$ 및 $u_{L,\theta}/U_m$ 와 r 를 관의 반경 R 로 나누어 무차원화한 r/R 의 관계를, $Mo = 2$ 의 조건에서, 식(13) ~ 식(16)와 식(20)를 사용하여 계산한 결과는 Fig. 2 과 같다.



(a) The effect of axial distance on velocity distribution at $Re = 4 \cdot 10^4$.



(b) The effect of Re number on velocity distribution at $z_0 / D = 2$.

Fig. 2. Axial and tangential velocity distribution of liquid at $Mo = 2$.

Fig. 2(a)는 하류방향 각 단면에서의 속도분포를, $Re = 4 \cdot 10^4$ 의 경우, 도시했다. 여기서 축방향 속도 $u_{L,z} / U_m$ 은 z 가 증가할수록 역류영역 및 역류 크기가 감소하며 $r = 0$ 에서 속도는 증가하는 반면, 벽면 근처의 최대속도는 감소하는 경향을 관찰할 수 있다. 이것은 축류 유동에 미치는 선회류의 영향이 하류로 진행할수록 점차 감소하기 때문이며, 충분한 거리의 하류에서는 $r = 0$ 에서 최대속도를 갖는 완전성장 난류 속도분포를 예측할 수 있다. 그림(a)의 결과는, $z_o / D = 40$ 의 하류 단면에서 축방향 역류는 없지만, 관벽 근처에서 최대속도가 존재하므로, 이러한 과정의 중간단계라 할 수 있다.

선회속도 $u_{L,\theta} / U_m$ 도 z 증가에 따라 급히 감소하며, 본 계산 조건에서는, $z_o / D = 40$ 의 단면에서 선회속도는 거의 "0"의 값을 갖는다. 하지만, 이미 언급한 바와 같이, 축류 속도분포는 아직 완전 성장한 분포를 갖지 못하고 있다. 따라서 $z = 0$ 에서 접선분류에 의하여 발생한 선회류는, 하류로 진행됨에 따라 감쇠되어 없어져도, 축류 속도분포에 미친 영향은, 속도분포가 완전 성장할 때까지, 계속 잔존하여 할 수 있을 수 있으며, 이것은 상당한 하류에서도 기포의 축방향 역류를 초래할 수 있다. Fig. 2(b)에서도 액체의 $u_{L,z} / U_m$ 은 관의 내벽근처에서 최대값에 도달한 후, 중심에 접근할수록 감소하여, 중심근처의 영역에서는 상당한 양의 역류가 일어남을 알 수 있다. 속도의 최대값과 $r = 0$ 에서 최소값 차이는, 평균속도 U_m 으로 무차원화 했으므로, Re 에 따라 큰 차이는 없으나, Re 증가에 따라 약간씩 커지는 경향이 있다.

무차원 선회속도 $u_{L,\theta} / U_m$ 도 벽면 근처에서 최대속도에 도달한 후, 관 중심에 접근할수록 감소하여 $(u_{L,\theta} / U_m)_{r=0} = 0$ 의 값을 갖는다. 또한 일정한 M_o 에서 Re 를 증가시키면, \dot{m}_s 가 선형적으로 증가하므로, $u_{L,\theta}$ 도 전반적으로 상승하고, 최대 $u_{L,\theta}$ 가 존재하는 r 의 위치도, Re 가 증가함에 따라, 약간씩 관벽 측으로 이동하는 경향을 보였다.

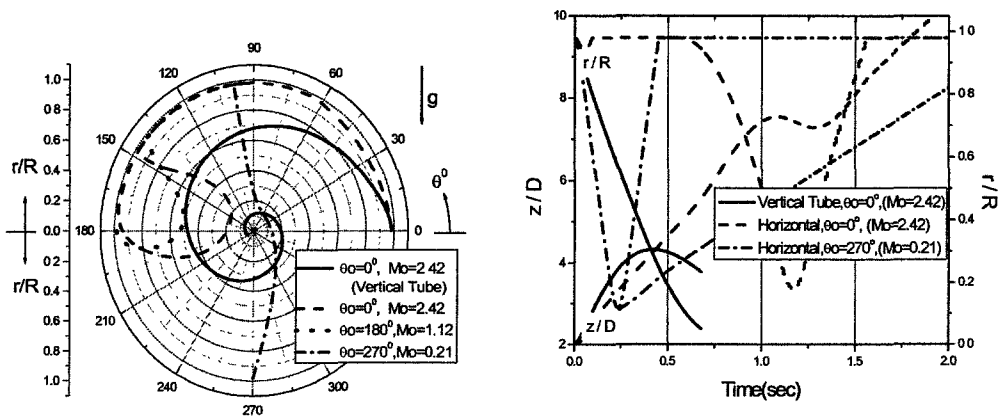
(2) 기포 운동

기포운동에 대한 계산결과는, Fig. 3과 같이 $Re = 4 \cdot 10^4$, $z_o / D = 2$ 의 조건에서, 수평관 ($\alpha = 0^\circ$) 및 수직관 ($\alpha = 90^\circ$)에 대하여 도시했다. 여기서 기포 원주 이동각 θ 와 r/R 의 관계는 극좌표로, z 방향 및 r 방향의 무차원 이동거리 z/D 및 r/R 와 시간(sec)과의 관계는 직교좌표로 나타냈으며, 계산은 기포가 $r/R = 0.05$ 에 도달하거나 또는 30초를 초과하면 종료했다.

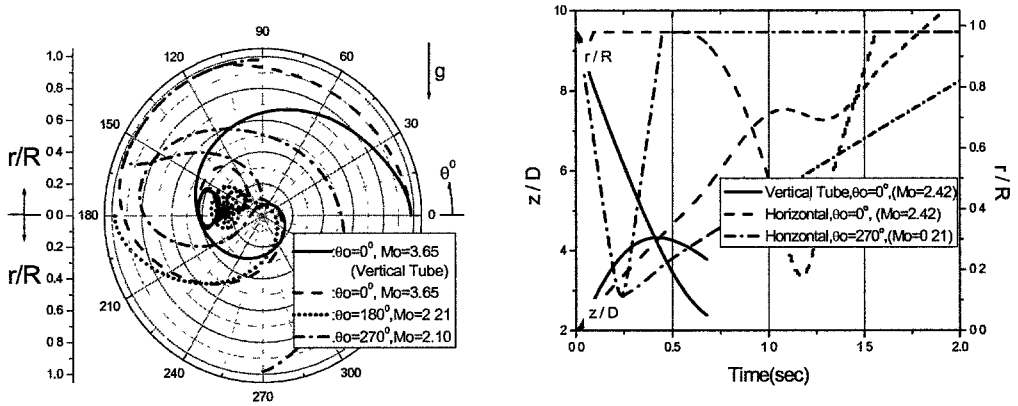
각 결과들은 초기 운동량비 M_o 를 (a)낮은 값, (b)중간 값, (c)높은 값 등으로 구분했고, 관벽면에서 기포의 접선방향 초기위치 θ_o 도 수평관에서는 $\theta_o = 0^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 로 변화했고, 수직관에서는, 축대칭 유동이므로, $\theta_o = 0^\circ$ 의 경우에만 계산했다. 우선 Fig. 3(a)의 수평관 경우, $\theta_o = 0^\circ$ 조건의 기포는 수직방향의 부력으로 인하여, $0 \leq \theta < 180$ 영역에서는 벽면으로부터 분리되지 못한채, z , 및 θ 방향으로만 이동하지만, $\theta \geq 180$ 에서 부력은 기포

를 벽면에서 분리시키는 방향으로 작용한다. 벽면으로부터 분리된 기포는, 기포보다 더 높은 액체의 원주속도로 인한 구심력에 의하여, 관 중심으로 접근하나, θ 가 210° 전에 다시 부력이 지배적으로 되어, 관벽면과 접촉한 상태에서 $\theta = 90^\circ$ 까지 역이동한다. $\theta_0 = 180^\circ$ 의 경우도, $\theta_0 = 0^\circ$ 와 유사하나, 더 낮은 M_0 로 인하여 반경방향으로 더 작게 이동한 후, 상승하여 관벽과 접촉한 상태에서 하여 θ 방향으로 역이동한다. $\theta_0 = 270^\circ$ 인 기포는, 초기부터, 부력에 의해 벽면에서 분리 상승하여, $\theta = 90^\circ$ 인 벽면으로 이동하며, 그 경로는 θ 방향의 항력에 의하여 오른쪽으로 굽은 곡선을 형성한다. Fig. 3(a)의 수평관 기포들의 이동 경로는 모두 역류가 존재하는 중심부에 머무르지 않고 비껴 지나가므로, 기포가 r 방향으로 이동하는 시간을 제외하고, 기포의 z 방향 이동거리는 거의 시간에 비례하여 증가하고 있다. 이것은 $z = 0$ 에서 선회류 유입에 의한 축방향 속도분포 변화가, 하류로 진행할수록 선회류 운동량이 감소하여, 안정된 축방향 속도분포에 접근하기 때문이다. 또한 계산 결과로부터 얻은 z/D , $u_{b,z}/U_m$ 의 변화 경향은, 주어진 초기 조건 중, 일정 z_0/D 에서 M_0 를 증가할 때와 일정 M_0 에서 z_0/D 를 감소시킬 때가 서로 상사하고 있다. 이것은 초기 기포 위치를 하류로 이동시키는 것이, 초기 운동량비 M_0 를 낮추는 것과 유사한 효과를 얻을수 있음을 의미한다.

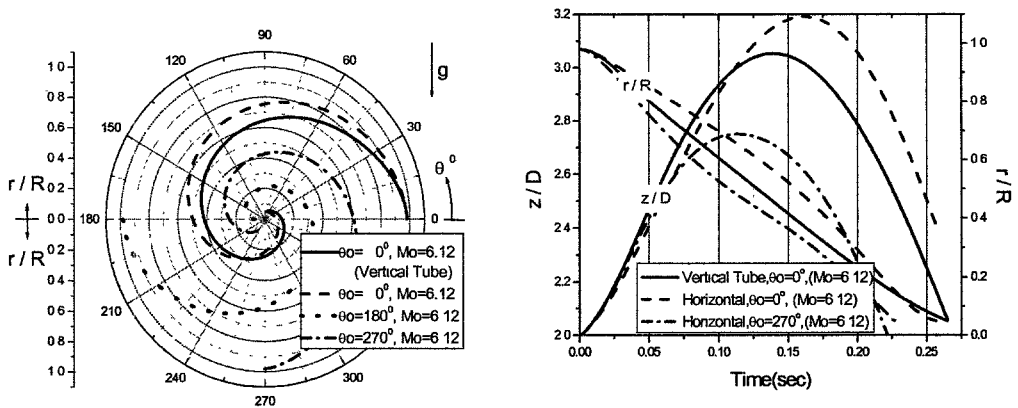
한편, 수직관의 경우, 부력은 단지 중력과 반대의 z 방향으로만 작용하므로, r 방향에서는 액체의 원심력이 지배적이며, 기포는 액체보다 낮은 원주속도로 인하여, 관 중심 쪽으로 구심력을 받게된다. 따라서 기포는 낮은 M_0 에서도 벽으로부터 분리되어, 나선궤도를 그리며 중심부에 접근하고, 이 영역에서 액체의 z 방향 항력이 부력보다 더 지배적이므로, 기포도 z 방향으로 역류하게 된다. 결국 수직관에서 기포의 축방향 이동은, 하류측으로 어느 정도 이동하다가, 다시 상류측으로 역류하는 경향을 갖는다.



(a) Bubble trajectories as seen in z direction, and travel distance in z and r direction at low values of initial momentum ratios.



(b) Bubble trajectories as seen in z direction, and travel distance in z and r direction at medium values of initial momentum ratios.



(c) Bubble trajectories as seen in z direction, and travel distance in z and r direction at large values of Mo

Fig. 3. Bubble behaviors at various initial momentum ratios Mo . and various position in tangential direction θ_0 .

Fig. 3(b)는 초기 선회강도 M_o 를 (a)보다 더 증가시킨 경우로서, 기포의 이동 궤적들이 좀더 넓은 범위에 존재함을 알 수 있다. $\theta_0 = 0^\circ$ 인 수평관에서, 기포는 원주각 180° 이전에 벽면으로부터 분리된 후, 증가된 구심력에 의해 관 중심을 선회하여 $\theta = 150^\circ \sim 180^\circ$ 위치에 머물며 r 및 θ 방향으로 반복이동하고 있다. 이와 같은 현상은 $\theta_0 = 180^\circ$ 기포에서도 나타나며, 진동 위치가 중심에서 좌측 상단으로 치우친 주원인은 중력 g 에 반대로 작용하는 부력과 반시계 방향의 원주방향 항력이다. $\theta_0 = 270^\circ$ 에서 기포는 증가된 선회강도로

$\theta = 90^\circ$ 이상까지 회전하나, 부력으로 관벽면에 접근하고, 관벽 근처의 높은 액체 원주속도로 인해, 기포는 다시 중심축으로 이동한다. 그러나 중심부의 낮은 원주속도는 기포를 잡아두지 못하고, 기포는 부력에 의해 다시 관의 윗쪽 내벽과 접촉하며 $\theta = 90^\circ$ 의 상사점으로 이동한다. z 방향의 이동은 (a)의 경우와 유사한 경향을 보이나, $\theta_0 = 0^\circ$ 인 경우, 기포는 역류가 존재하는 중심 근처에 머물고 있으므로, 기포는 하류로 이동하다가 다시 상류로 역류하고 있다. 수직관의 경우, $r-\theta$ 면에서의 기포궤적은 (a)와 동일하나, 기포가 중심에 도달하는 시간은 많이 단축되었고, 하류측으로의 이동거리도 매우 짧아졌다.

Fig. 3(c)는 비교적 높은 초기 운동량비가 적용된 경우로서, 수평관에서 r 및 θ 방향의 부력은, 증가한 선회 관성력으로 인하여, 그 효과가 상대적으로 매우 약화되었다. 따라서 $r-\theta$ 면에서 기포궤적은, 초기의 기포위치 θ_0 에 무관하며, 또한 z 방향 부력만 존재하는 수직관과도 거의 같다.

r 및 θ 방향의 부력 영향이 상대적으로 약화된 현상은, 시간에 따른 기포의 z 및 r 방향 이동경로가, 수평 및 수직관에서 서로 유사한 경향을 갖는다는 것으로도 확인할 수 있다.

4. 결과 검토

본 장에서는, 제시한 이론모델에, 다음의 영향 인자, 즉, 초기조건 M_0 와 z_0/D 의 변화, 축방향 Re 수의 변화, 기포 직경의 변화 등의 조건들을 적용하여, 기포 이동거리 및 속도 등을, 계산하여 얻은 결과들을 검토했으며, 수직관과 수평관은, 정성적으로 서로 유사한 경향을 가지므로, 액체가 상향 유동하는 수직관의 계산결과들을 근거로 언급했다.

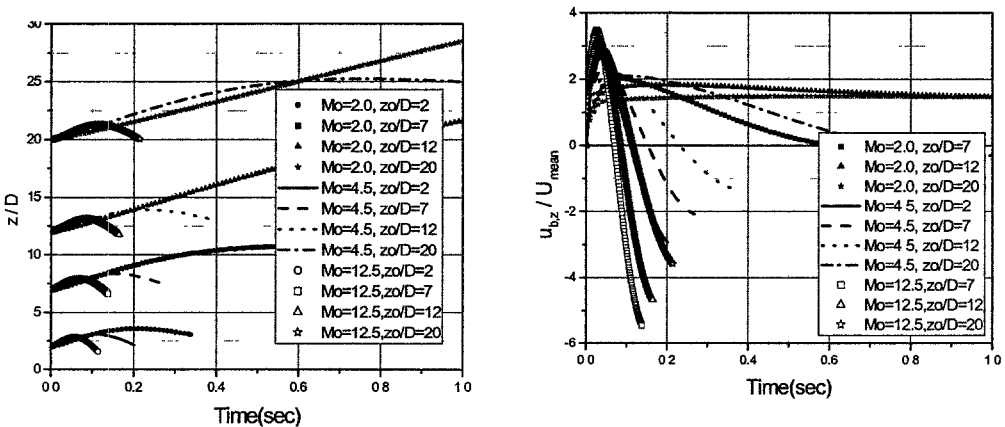
(1) $Re = 6 \cdot 10^4$ 에서 M_0 와 z_0/D 의 변화

Fig. 4(a)에서, 기포의 축방향 이동은, 시간에 경과함에 따라 계속 하류로 이동하는 과정과, 어느 정도 하류로 이동하다가 다시 상류로 역류하며 관중심에 근접하는 과정을 알 수 있다. 후자의 경우는, 앞에서 언급한 바와 같이, 관 중심부의 액체 역류 영역의 존재로 초래된 현상이며, 액체 선회류 입구에서 가까운 하류측, 즉 낮은 z_0/D 의 초기조건에서 발생한다. 그러나 초기 선회강도가 높은 M_0 에서는, 선회류 소산기간이 길어지므로, 상당한 거리의 하류에서도 기포 역류가 일어나며, 그 한계는 축방향속도와 시간 관계에서 $u_{b,s}/U_m > 0$ 의 영역이 존재하는 M_0 , z_0/D 의 값에 일치한다. 각 그림에서, 곡선이 끝나는 지점은 기포가 $r/R = 0.05$ 에 도달한 지점이므로, 초기 운동량비 M_0 가 높거나 초기 기포의 z 방향위치 z_0 가 작을수록, 기포가 관 중심에 도달하는 기간이 짧아지며, 관 중심에서 유한한 z 방향 속도를 보유하는 기포는, $z = 0$ 의 선회류 입구까지 역류할 수 있다. z 방향속도 $u_{b,z}$ 는, 기포가 벽면에서 분리된 후, 하류측으로 가속되며, M_0 가 커질

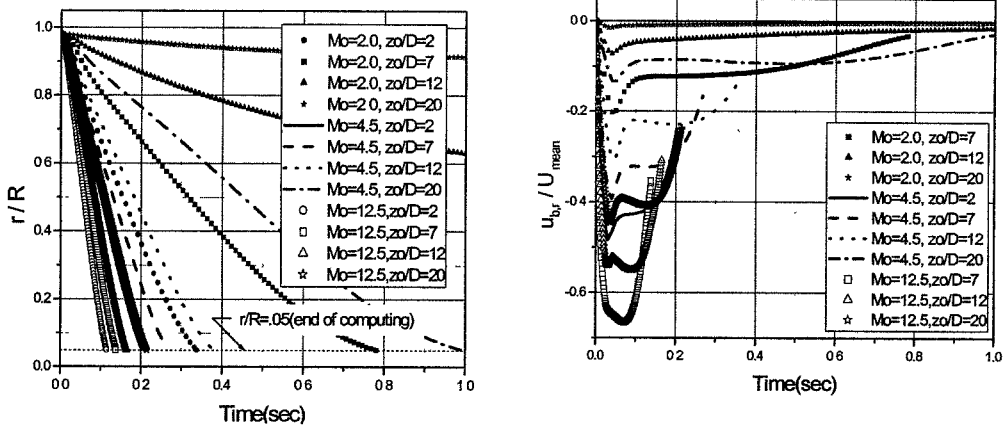
수록 벽면 근처의 최대속도 및 가속도도 증가한다. 이 현상은 액체의 z 방향 속도분포와 유사한 것으로, 속도의 시간에 대한 변화율도, 기포 초기 위치가 하류로 진행할수록 감소하고 있다.

Fig. 4(b)는 시간에 대한 기포의 r 방향 위치와 속도변화를 도시한 것으로, 벽면으로부터 분리한 기포는 음(-)의 속도에 의하여 구의 중심으로 이동하는 것을 알 수 있다. 이는 액체의 원주속도로 인한 액체 원심력이 기포보다 더 크므로, 기포는 관의 중심쪽으로 밀리는 구심력을 받기 때문이며, 이 구심력은 초기 운동량비 M_o 가 크거나, 초기기포 위치가 선회류 입구에 근접할수록 높아져 $u_{b,r}$ 이 증가되므로, 관 중심 도달기간이 짧아진다. 또한 M_o 가 낮을수록 z_o/D 변화에 대한 중심도달 기간은 더욱 광범위하게 존재하며, 본 계산에 의하면, $M_o = 12.5$ 에서 도달기간은 0.12 ~ 0.22 sec, $M_o = 4.5$ 에서 0.2 ~ 1.0, $M_o = 2.0$ 에서 3.4 ~ ∞ 이다. 이것은 초기 운동량이 낮을수록 기포에 미치는 선회류 효과는, 초기 기포위치 z_o/D 증가에 따라 더욱 민감하게 감소함을 의미한다. 기포 반경방향 속도 $u_{b,r}$ 은 벽면으로부터 분리한 후, 음(-)의 방향으로 증가하여 최대값을 갖은 후, 중심부에서의 액체 원주속도 감소로 인하여, 감소한다. 그러나 $u_{b,r} = 0$ 이 되기 전, 기포는 $r \approx 0$ 에 도달하므로, 관중심에서 기포는 유한한 r 방향의 속도를 갖을 수 있다. 중심에서 기포의 r 방향 속도는 진동을 초래하며, M_o 의 감소 또는 z_o/D 의 증가함에 따라 그 속도는 감소하여, 본 계산에서는, $M_o = 2$, $z_o/D \geq 7$ 에서 거의 "0"의 값을 갖는다.

중심에서 θ 방향속도 $u_{b,\theta}$ 도 유한한 값을 가지므로(Fig. 5 참조), θ 방향으로도 진동하며 축이동하므로, 기포는 관 중심부에서 작은 나선 궤도를 그리며 축방향으로 이동한다. 이러한 현상은 기포가 하류로 유동하면 약화되지만, 역류하여 선회류 입구 측에 접근하면 더욱 증폭될 수 있다.



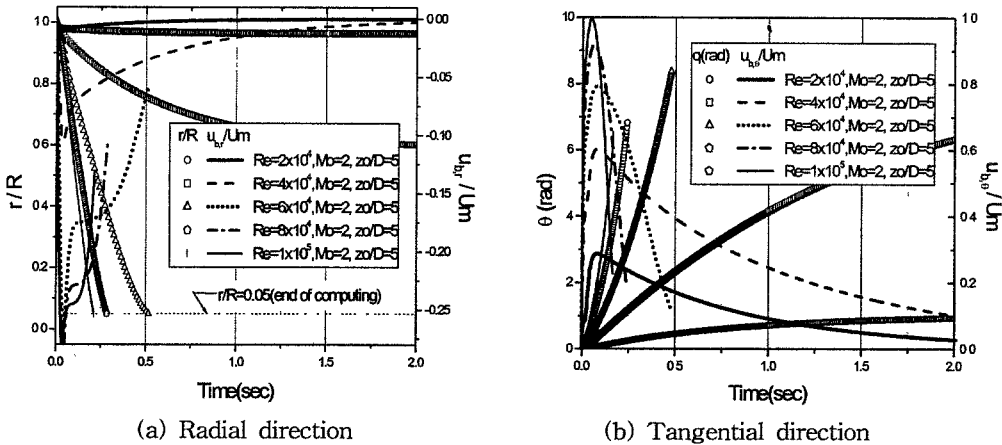
(a) Axial direction



(b) Radial direction

Fig. 4. Effect of initial momentum ratio M_o and bubble initial location z_o/D on bubble travel distance and velocity at $Re = 6 \cdot 10^4$ ($U_m = .59 m/s$)

(2) 일정 초기조건에서 Re 의 변화



(a) Radial direction

(b) Tangential direction

Fig. 5. Effect of axial Re on travel distance and bubble velocity at constant initial conditions $M_o = 2$ and $z_o/D = 5$

Fig. 5는 일정 초기조건, 즉, $M_o = 2$, $z_o/D = 5$ 에서 $Re = 2 \cdot 10^4 \sim 10^5$ 로 변화시키며 기포의 (a)반경방향과 (b)접선방향의 변위 및 속도와 시간 관계의 계산결과를 도시한 것이다.

Fig. 5(a)에서, 기포의 관중심 도달시간은 Re 가 증가할수록 단축하나, 주어진 조건의

낮은 Re 에서 기포의 반경방향 이동은, 벽면에서 분리된 후, 거의 변동없이 정지하고 있음을 알 수 있다. 이것은 액체의 낮은 접선 속도로, 기포는 충분한 구심력을 얻지 못했기 때문이며, 이러한 현상은 속도-시간 관계로부터도 관찰할 수 있다. 즉 낮은 Re 영역 $Re \leq 4 \cdot 10^4$ 에서 $u_{b,r}$ 은 시간이 경과함에 따라 "0"에 접근하나, Re 가 증가할수록 절대값으로 높은 반경방향 속도를 갖으며, 또한 관 중심에서의 $u_{b,r}$ 도 높아진다.

fig. 5(b)의 기포 접선속도 $u_{b,\theta}$ 도, $u_{b,r}$ 과 마찬가지로, 벽에서 분리된 직후 상당히 가속되어 벽면으로부터 멀어지며, 이는 벽면에 인접한 부근에서 액체 접선속도가 가속되기 때문이다. 그러나 중심에 접근할수록, 액체 접선속도는 감소하므로, 기포의 $u_{b,\theta}$ 도 감소하며, 시간에 대한 이들의 변화율은 Re 가 증가할수록 커진다. 한편, 낮은 Re 에서는, 선회류 유입속도가 너무 낮으므로, 시간 경과에 따른 기포의 각이동량 θ 는 제한된다. 그러나 Re 가 증가하면, 충분한 선회 운동량으로, 각 이동량이 증가하여 지속적인 선회가 가능하고, 기포가 중심에 도달해도 유한한 각속도를 갖으며, 반경방향에서의 중심속도와 함께, 중심에서의 기포 진동을 발생시킨다.

(3) $Re = 4 \cdot 10^4$ 에서 기포 직경의 변화

기포 크기에 대한 영향을 고려하기 위하여, Fig. 6에, $Re = 4 \cdot 10^4$, $M_o = 2$, $z_o/D = 2$ 에서 기포직경을 $d_b = 1, 2, 4 \text{ mm}$ 로 변화하여, (a) r/R 과 θ 관계와 (b) z 방향 이동량 및 속도와 시간 관계 등을 계산한 결과들을 도시했다. 이 조건은 일정 M_o 에서, 축방향 평균속도로 계산한 Re 를 변화시킨 것이므로, 접선분사 선회류의 질량유입을 \dot{m}_s 이 변화된 것이다. 따라서, 분사 직경이 일정하다면, 증가된 Re 는 선회류의 유입속도 증가를 초래한다.

Fig. 6(a)에서, 기포가 중심에 도달 할 때까지 각변위량은, 기포크기가 작을수록 증가하고 있다. 그 원인은, 기포가 받는 단위 체적당의 항력이 직경에 반비례하고, 반경 방향에서의 항력은 중심을 향하는 기포 이동에 역방향으로 작용하여, 반경방향 속도 $u_{b,r}$ 의 절대값을 감속시키기 때문이다.

따라서 직경이 작을수록 $u_{b,r}$ 은 감소하여, 기포가 관 중심에 도달하는 시간을 지연시킨다. 그러나 원주방향으로는, 항력과 기포이동 방향과 일치하므로, 작은 직경의 증가된 항력은 기포의 원주속도를 증가시켜 각이동량이 커진다. 한편, 상향유동 수직관의 축방향에서, 액체에 의하여 기포가 받는 항력도, 기포 이동방향과 일치하므로, 기포직경이 작을수록 기포의 가속력은 증가하여, $u_{b,z}$ 은 증가한다. 항력 외에 z 방향으로 작용하는 부력도 존재하나, 단위체적당의 힘으로 나타내면, 기포직경과 무관한 계수로 존재하므로, 기포크기는 주로 항력에만 영향 있다고 볼 수 있다.

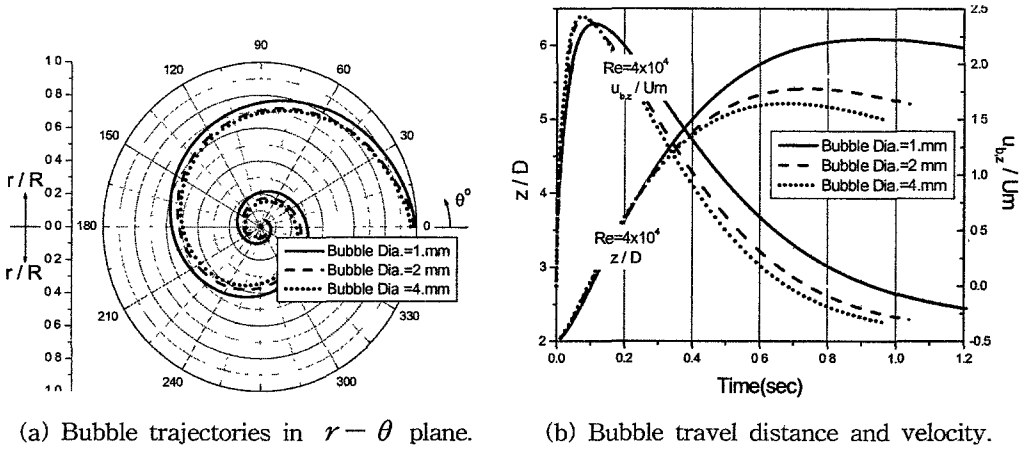


Fig. 6. Effect of bubble size on bubble trajectories, and travel distance and velocity in z direction at $Re = 4 \cdot 10^4$ ($U_m = 0.39m/s$), $M_o = 2$, $z_o/D = 2$.

따라서, Fig. 6(b)에서와 같이, 기포 직경이 작을수록 z 방향의 기포속도 $u_{b,z}$ 가 증가했으며, 기포의 관 중심 도달기간 중, 축방향으로 이동한 거리도 증가했다. 이와 같은 경향은 직경이 작은 기포들($d_b = 1$ 과 $2mm$) 간에는 현저하게 발생하나, 직경이 증가된 기포들($d_b = 2$ 과 $4mm$) 간에는 그 차이가 미소하게 나타났다.

5. 결론

원형관내의 축류 유동에 추가적인 질량을 관벽으로부터 접선 방향으로 분사 유입시켜 발생한 선회류 하류에서, $Re = 10^4 \sim 10^5$ 범위에서 초기 선회류 운동량비와 초기 기포위치, 기포크기 등을 변화하며, 단일기포 운동을 계산한 결과로부터 다음과 같은 일반적 경향을 얻었다.

- (1) 벽면에서 분리된 기포는, 나선형 궤도를 그리며 관 중심으로 접근하고, 이 과정 중 기포의 축방향 이동은 두 가지 형태가 있다. 즉, 하류로 계속 이동하는 경우와, 어느 정도 하류로 이동한 후, 상류로 역류하는 경우가 있으며, 후자는 초기 운동량이 높거나 기포 초기위치가 선회류 입구에 근접하면 발생한다.
- (2) 운동량이 높은 기포는, 관 중심에 도달해도, 반경 및 접선방향에 유한한 속도를 갖고 있으므로, 중심부에서 작은 불규칙한 나선을 그리며 축방향으로 이동할 수 있다. 이러한 현상은 하류로 진행함에 따라 약화되나, 상류로 역류하면 더 증폭될 수 있다.
- (3) 일정 조건에서 기포 직경만을 변화할 때, 기포 운동은 항력에 가장 지배적 영향을 받으므로, 기포 직경이 작을수록 반경방향 속도는 감소하고, 축방향 속도는 증가한다. 따라서 기포가 작아질수록 중심도달 기간은 길어지고, 축방향 및 접선방향 이동량은 증가한다.

참고 문헌

1. F. Kreith, and O. K. Sonju, "The decay of a turbulent swirl flow in a pipe", J. Fluid Mech, Vol. 22, No. 2, pp. 257-271(1975)
2. S. Ito, K. Ogawa and C. Kuroda, "Turbulent swirling flow in a circular pipe", J. Chem, Engr. of Japan, Vol. 13, No. 1, pp. 6-10(1980)
3. C. Kuroda, K. Ogawa, and I. Inoue, "An approximate equation of axial velocity distribution in turbulent swirling pipe flow", J. Chem, Engr. of Japan, Vol. 14, No. 2, pp. 6-10(1981)
4. H. Y. Wu, H. E. Cheng, R. J. Shuai and Q. T. Zhou, "An analytical model for decaying swirl flow and heat transfer", Trans. of ASME, Vol. 122, pp. 204-208(2000)
5. H. A. Kearsy and N. S. Hilbert, "The separation of gases from liquids by vertical flow in a cylindrical vessel", Int. Chemist, Vol. 35, pp. 475-480(1959)
6. V. K. Dhir and Z. Guo, "An analytical and experimental study of a swirling bubbly flow", Natl. Heat transfer Conference(26th), HTD-Vol. 112, pp. 93-100(1989)
7. G. Sewell, "The numerical solution of ordinary and partial difference equation", Academic Press, pp. 56-63(1989)
8. T. Miyahara and T. Takahashi, "Drag coefficient of a single bubble rising through a liquid", Int. Chem. Engr, Vol. 25, No. 1, pp. 146-148(1985)