

## 영상압축을 위한 웨이브릿 패킷 알고리즘의 개선에 관한 연구\*

추형석 · 안중구  
전기전자정보시스템공학부

### <요 약>

본 논문에서는 코딩성능을 향상시키는 base 선택 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 실험을 통하여 정해진 기준값에 의하여 알고리즘의 계산량이 제한되고, top-down tree search를 이용하며 주어진 영상에 따라서 자식 서브밴드에서 상대적으로 에너지 분포가 많은 suboptimal base를 선택한다. 본 연구의 목적은 웨이브릿 패킷 변환의 성능을 알아보는 것이므로 양자화기와 코딩 방법의 최적화는 고려되지 않았고, 제안한 알고리즘의 실험을 위하여 쿼드트리틀 이용한 코딩을 적용하여 비트율과 PSNR을 조사하였으며, 비적응적 웨이브릿 변환과 비교하여 상대적으로 적은 계산량의 증가와 1.1dB의 코딩 효율의 향상을 보였다.

## A study on the improvement of wavelet packet algorithm for image compression

Hyung Suk Chu · Chong Koo An  
School of Electrical Engineering

### <Abstract>

In this paper, the base selection algorithm, which improves the performance of the coding gains, is proposed. The resolved threshold value restrict the computational complexity and the proposed algorithm decompose the child subband with the top-down

\* 본 논문은 2000년 울산대학교 교비 (해외 파견) 연구비에 의하여 지원되었음.

tree search and the relative energy between the parent and child subband. The object of this paper is the performance of wavelet packet transform and optimization of quantisers or coders is not considered. For the present experiments, we used the quadtree coder scheme and showed the bit-rate, peak signal-to-noise ratio (PSNR) distortion measure, and the reconstructed image. Compared to discrete wavelet transform, PSNR improvements up to 1.1dB are achieved for a set of standard test images.

## 1. 서론

영상압축을 위한 transform-coding 기술의 rate-distortion 성능은 비적응적 방법인 standard discrete wavelet transformation으로는 한계점을 드러내고 있다. 단지 필터, 양자화기, 코딩의 기술을 향상시켜 약간의 성능개선을 보이고 있다. 그러나 어떤 영상들에서는 discrete wavelet packet transformation을 기반으로 한 적응적 방법들이 괄목할만한 코딩 이득의 향상을 보이고 있다.[1] 이와같은 적응적 영상압축 알고리즘에서 얻는 이득은 DWT를 기반으로 한 방법과 비교하여 많은 계산량이 필요하다는 단점을 갖고 있으므로, offline 영상 코딩응용에는 적용이 되더라도 실시간 정지영상 혹은 비디오 압축에서는 많은 문제점을 갖고 있다.

Coifman 과 Wickerhauser는 일련의 orthonormal 기저함수들중에서 임의의 신호에 대한 최적의 기저함수를 선택하는 알고리즘을 제안하였다.[2] 그들은 주어진 wavelet packet library에서 특정한 기저함수를 선택하기 위하여 bottom-up tree search와 information cost function으로 shannon entropy 함수를 사용하여 함수값을 최소로 줄이는 기저함수를 이용하였다. 여기에서 기저함수의 최적성을 위하여 information cost function은 additivity 조건을 만족해야 한다. Ramchandran 과 Vetterli는 웨이브릿 패킷 변환과 양자화의 joint rate-distortion 최적화에 기반한 best-basis 방법을 제안하였다. 이 방법은 best base 방법에 비하여 계산량이 더 많이 필요하다. [3][4]

Taswell은 additive cost를 갖는 best bases 선택방법과는 다른 nonadditive cost를 갖는 near-best bases 방법들을 제안하였고, top-down 방식과 bottom-up 방식의 차이를 비교하였다. 실험결과에서 보면 top-down tree search 와 additive 혹은 nonadditive cost function을 갖는 near-best base 선택 방법은 bottom-up tree search 와 additive cost function을 갖는 best base 선택방법의 성능을 내면서 상대적으로 계산량은 현저히 줄어든 것을 보였다.[5][6]

본 연구에서는 코딩성능을 향상시키는 base 선택 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 실험을 통하여 정해진 기준값에 의하여 알고리즘의 계산량이 제한되고, top-down tree search를 이용하며 주어진 영상에 따라서 자식 서브밴드에서 상대적으로 에너지 분포가 많은 suboptimal base를 선택한다. 여기에서 information cost function은 shannon entropy 함수를 이용하여 실험하였다. 본 연구의 목적은 제안하는 base 선택 알고리즘을 이용한 코딩 성능 향상이므로 양자화기와 코딩 방법의 최적화는 고려되지 않았고, 제안한 알고리즘의 실험을 위하여 [7]에서 제안한 쿼드트리 이용 코딩을 적용하였다. 서론에 이어 2절에서는 웨이브릿 패킷 변환과 best base 알고리즘에 관하여 개략적으로 언급하였고, 3절에

서는 본 논문에서 제안한 웨이브릿 패킷 알고리즘에 대하여 언급하였다. 4절에서는 실험에 대하여 설명하고, 제안한 알고리즘의 실험결과를 비교하였고, 5절에서 결론을 맺었다.

## 2. 이산 웨이브릿 패킷 변환

이산 웨이브릿 변환은 기저함수의 스케일을 변화시켜 함수의 길이가 가변적인 특성을 가지도록 함으로써 시간 영역 또는 주파수 영역에서 함수의 분해능을 바꿀 수 있도록 하는 변환법을 일컫고, 저주파 성분만을 분해한다. 이산웨이브릿 기저함수의 다양성과 효율성을 높여 보다 일반화한 함수가 이산 웨이브릿 패킷으로서 이산 웨이브릿 변환과 달리 이산 웨이브릿 패킷 변환은 저주파 성분과 고주파 성분을 모두 분해하여 주어진 신호를 표현한다. 크기가  $N = N_1 \cdot N_2$ 인 영상  $X$ 가 주어졌을 때, QMF(quadrature mirror filter)를 이용하여 다른 주파수영역의 성분으로 분할한다.  $H$ 를 QMF 저주파 필터,  $G$ 를 고주파 필터라 하면, 2차원 영상에 이용되는 필터  $F$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} F &= (F_0, F_1, F_2, F_3) \\ &= (H \otimes H, H \otimes G, G \otimes H, G \otimes G) \end{aligned}$$

여기에서  $F_0$ 는 영상신호를 수평방향과 수직방향으로 모두 저역통과필터를 통과시킨 것으로서 낮은 주파수의 성분으로 구성된 영상신호의 계수들을 표현할 수 있고,  $F_1, F_2, F_3$ 는 영상신호의 경계를 표현하는데 각각 수평(horizontal), 수직(vertical), 그리고 대각(diagonal) 방향의 경계가 두드러지는 특징을 관찰할 수 있다. 이와 같은 필터들을 주어진 영상에 반복적으로 적용하여 쿼드트리 구조로 분할한다. octave-band의 트리구조를 갖는 일반적인 웨이브릿 base는 웨이브릿 패킷 base중의 하나로 볼 수 있다. 그림 1은 2-D 이산 웨이브릿 변환을 이용하여 표준영상인 clown 영상에 대하여 octave-band의 트리 구조로 나타낸 예를 보았다.[4]

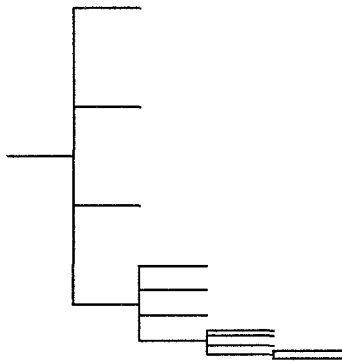


그림 1. Octave-band tree of depth L=4

## 2.1 Best-basis 알고리즘

Coifman 과 Wickerhauser는 일련의 orthonormal 기저함수들중에서 임의의 신호에 대한 최적의 기저함수를 선택하는 알고리즘을 제안하였다. 그들은 주어진 wavelet packet library에서 특정한 기저함수를 선택하기 위하여 bottom-up tree search와 information cost function으로 shannon entropy 함수를 사용하여 함수값을 최소로 줄이는 기저함수를 이용하였다. 여기에서 기저함수의 최적성을 위하여 information cost function은 additivity 조건을 만족해야 한다. 일련의 웨이브릿 base 가 주어졌을 때, 효율적인 변환을 위한 탐색은 주어진 웨이브릿 패킷 트리구조의 서브밴드간의 information cost를 측정하는 것이다. additivity function  $M: \mathcal{P}(Z^2) \rightarrow R$ 은 쿼드트리 부모 서브밴드의 information cost값이 4개의 자식서브밴드 각각의 자식 서브밴드의 information cost값을 합한 값과 같은 성질을 갖는다. 일련의 웨이브릿 패킷  $B$ 에 대하여 주어진 영상  $X$ 를 위한 best basis  $B$ 는  $M(BX)$  값이 최소가 되는 base 가 될 것이다.

best basis 알고리즘을 정리하면 다음과 같다.

단계 0: 영상  $X$ 를 웨이브릿 패킷  $B_L$ 를 이용하여 분할하고, cost  $I_{l,k} = M(B_{l,k}X)$ 을 계산한다. ( $0 \leq k < 4^l$ ,  $0 \leq l \leq L$ )

단계 1: 마지막 레벨  $l = L$ 의 서브밴드들에 대한 basis  $B$ 를 선택한다.

$$B = (B_{L,0}, \dots, B_{L,4^L-1})$$

단계 2: 부모 서브밴드의 cost와 자식 서브밴드들의 cost를 비교한다. 자식 서브밴드들의 cost합이 부모 cost값과 같거나 크면 부모 서브밴드 밑의 트리 구조를 삭제하고, 아니면 트리 구조의 부모 서브밴드를 자식 서브밴드로 확장시킨다.

$$\text{if } I_{l-1,k} \leq \sum_{j=0}^3 I_{l,4k+j} \quad (k=0, \dots, 4^{l-1}-1)$$

$$\text{then replace } [B_{i,j} \mid i=l, \dots, L; j=4^{i-l+1}k, \dots, 4^{i-l+1}(k+1)-1] \cap B \text{ by } B_{l-1,k} \in B$$

$$\text{else set } I_{l-1,k} = \sum_{j=0}^3 I_{l,4k+j}$$

단계 3: 최하위 레벨이 될 때까지 단계 2를 반복한다.

while  $l > 1$

do set  $l = l-1$ ;

repeat step 2

여기에서 이용되는 information cost function은 Shannon-Weaver entropy 이며 영상압

측에서 많이 적용되고 있다. 그림 2에서 best-basis 웨이브릿 패킷 변환 알고리즘의 순차도를 나타내었고, 그림 3에서는 clown 영상에 적용한 트리구조를 보였다.[4]

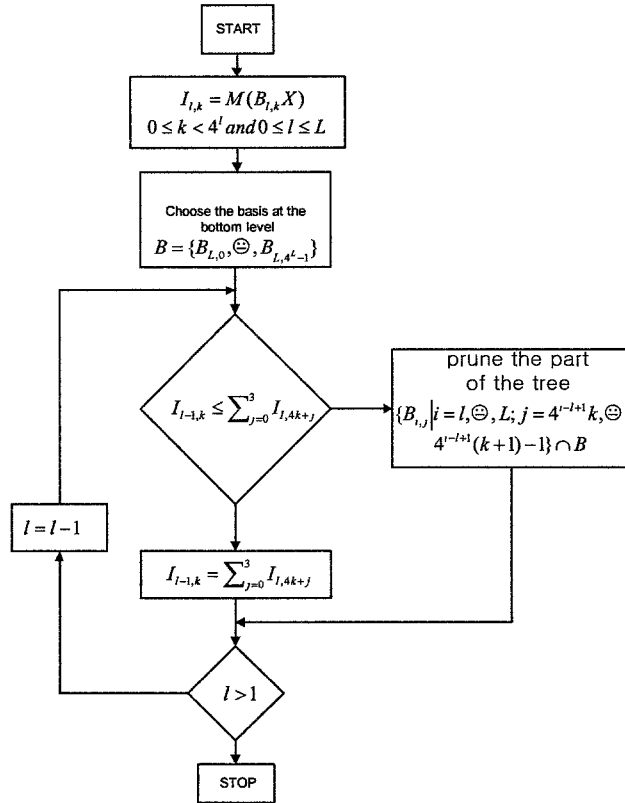


그림 2. best-basis 웨이브릿 패킷 변환

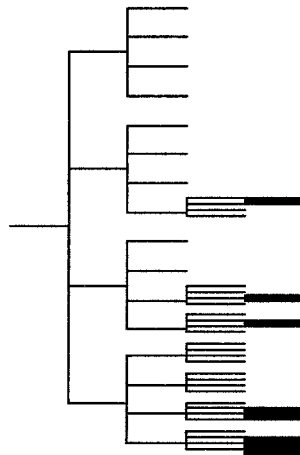


그림 3. Best-basis WP tree (L=4)

### 3. 제안한 알고리즘

본 연구에서는 코딩성능을 향상시키는 base 선택 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 실험을 통하여 정해진 기준값에 의하여 알고리즘의 계산량이 제한된다. 계산량 측정은 다음과 같이 하였다.[5][6]

크기  $N = N_1 \cdot N_2$ 의 영상  $X$ 가 주어졌을 때, 웨이브릿 패킷 분할의 최대 레벨  $L$ 은  $L \leq \min(\log_2 N_1, \log_2 N_2)$ 에 의하여 제한되고, 각 레벨 단계에서 분할시 computational cost  $C_l$ 은 각 서브밴드의 화소수에 비례한다.

$$C_l \leq C \cdot 4^{-l}N \quad (0 \leq l \leq L)$$

여기에서  $C$ 는 QMF 저주파, 고주파 필터의 계수의 수에 의해 결정된다.

레벨  $L$ 의 이산 웨이브릿 패킷 변환의 계산량은 식(1)과 같이 측정된다.

$$C(DWPT) = \sum_{l=0}^{L-1} p_l C_l \quad (1)$$

식 (1)에서  $p_l$ 은 레벨  $l$ 에서 1부터  $4^l$ 개까지의 서브밴드의 수를 나타낸다.

본 연구에서는 식 (1)에서 계산된 값을 4레벨의 octave 서브밴드로 분할하는 DWT일 때의 계산량으로 나누어 웨이브릿 패킷변환에 대한 상대적인 측정을 하여 계산량을 나타내었고, 웨이브릿 패킷 변환은 4레벨의 DWT를 했을 때의 계산량 보다 작을 때까지 분해한다. 여기에서 4레벨 이상으로 분해하였을 경우에 얻은 코딩성능이 4레벨까지의 성능과 큰 차이를 보이지 않음을 보인다.[4] 트리 구조를 구성할 때는 best basis에서 이용된 bottom-up 탐색 방법 대신에 메모리 사용량이 줄어들고, 계산시간이 단축되는 top-down 탐색 방법을 적용하였다. 여기에서 부모 서브밴드의 cost와 자식 서브밴드들의 cost를 비교한다. 자식 서브밴드들의 cost합이 부모 cost값과 같거나 크면 부모 서브밴드 밑의 트리 구조를 삭제하고, 아니면 트리 구조의 부모 서브밴드를 자식 서브밴드로 확장시킨다. 또한 확장된 자식 서브밴드들을 에너지 분포 크기에 따라서 정렬하여 자식 서브밴드간의 상대적인 에너지가 제일 많이 갖는 자식 서브밴드만을 그 다음 레벨에서 분해한다. 주어진 영상을 각 레벨에서 분할 할 때 자식 서브밴드간의 상대적인 에너지 분포를 측정하기 위하여 식(2)를 이용하였다.

$$e_{l,k} = \frac{E(B_{l,k}X)}{E(B_{l-1, \lfloor k/4 \rfloor} X)} \quad (1 \leq l \leq L; 0 \leq k < 4^l) \quad (2)$$

여기에서 information cost function은 shannon entropy 함수와 Taswell의 실험에서 좋은 성능을 보인 data compression area함수를 이용하여 실험하였다.

shannon entropy 함수를 식 (3)에 나타내었다.

$$M_H(y) = - \sum_{y_i \neq 0} y_i^2 \ln y_i^2 \tag{3}$$

그림 4에 본 연구에서 제안한 웨이브릿 패킷 알고리즘의 순서도를 나타내었다.

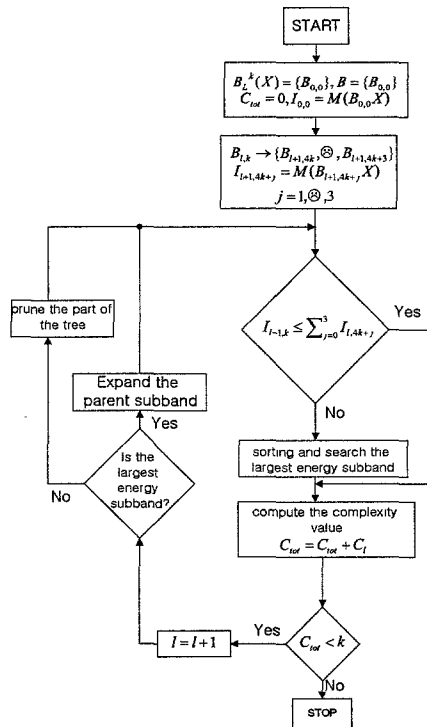


그림 4. 제안한 웨이브릿 패킷 알고리즘

### 4. 실험 및 결과

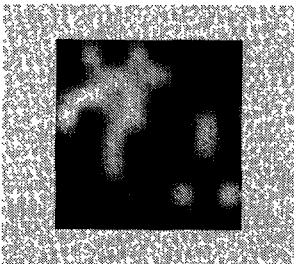
본 연구의 목적은 웨이브릿 패킷 변환의 성능을 알아보는 것이므로 양자화기와 코딩 방법의 최적화는 고려되지 않았다. 실험을 위하여 [4]에서 제안했던 코딩 알고리즘을 이용하였다. 이와같은 코딩 기법은 기존의 쿼드트리 정보를 구하는 것을 변형하여 주어진 임계값에서 중요계수의 위치를 구하고, EZW에서 제안한 방법으로 중요계수의 절대값을 결정, 그리고 부호를 결정하고 적응산술부호화를 이용하여 비트 스트림으로 전송하게된다. 실험 영상으로는 512×512 크기의 그레이 레벨 ‘LENA’ 영상과 ‘BARBARA’영상을 이용하여 실험을 하였다. 여기에서 ‘LENA’영상은 일반적으로 저주파 성분이 많고, ‘BARBARA’ 영상은 고주파 성분이 많은 영상에 속한다. 실험은 본 연구에서 제안한 웨이브릿 패킷 알고리즘을

적용하여 웨이브릿 변환을 수행하고 임계값을  $2^{13}$ 에서  $2^4$ 까지 변화 시키면서 각각의 임계값에서의 비트율과 PSNR을 조사하였고, 복원된 영상을 나타내었다. PSNR은 왜곡의 정도를 표시하고 식 (4)와 같다.

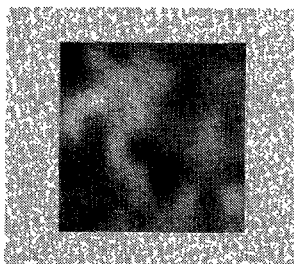
$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{D} \quad (4)$$

여기서  $D$ 는 원래 영상과 압축 복원한 영상간의 MSE(Mean Squared Error)를 의미하며, 255는 화소의 최대값이다.

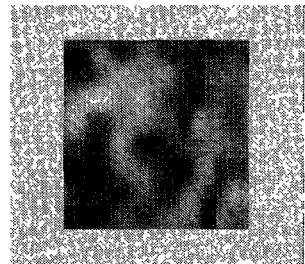
이산 웨이브릿 변환은 기저함수의 스케일을 변화시켜 함수의 길이가 가변적인 특성을 가지도록 함으로써 시간 영역 또는 주파수 영역에서 함수의 분해능을 바꿀 수 있도록 하는 변환법을 일컫고, 저주파 성분만을 분해한다. 이산웨이브릿 기저함수의 다양성과 효율성을 높여 보다 일반화한 함수가 이산 웨이브릿 패킷으로서 이산 웨이브릿 변환과 달리 이산 웨이브릿 패킷 변환은 저주파 성분과 고주파 성분을 모두 분해하여 주어진 신호를 표현한다. 여기에서 저주파 성분보다는 고주파를 상대적으로 많이 갖는 영상에서 웨이브릿 패킷을 이용한 영상 압축률이 나아짐을 예상하여 볼 수 있다. 실험결과에서 보면 임계값이  $2^6$ 까지는 DWT와 제안한 웨이브릿 패킷변환은 비슷한 성능을 보이다가 30dB 정도에서 제안한 알고리즘이 성능이 향상됨을 확인할 수 있었다. Lena 영상에서 임계값을  $2^5$ 으로 했을 때 제안한 알고리즘은 DWT와 비교하여 0.541 비트율에서 0.12dB의 향상을 보였고, Barbara 영상에서는 제안한 알고리즘이 0.4764 비트율에서 31.6dB, DWT는 0.5 비트율에서 30.5dB를 보여, 약 0.03의 낮은 비트율에서 1.1dB의 향상된 결과를 얻었다. 따라서 본 연구에서 제안한 알고리즘이 DWT와 비교하여 30dB 부근에서 압축률이 향상됨을 보이고, 상대적으로 고주파 성분을 많이 갖는 영상에서 두드러짐을 확인할 수 있었다. 그림 5에서는 'Barbara' 영상을 이용하여 각 임계값에서 복원된 영상을 보였고, 그림 6는 'Lena' 영상과 'Barbara' 영상에 대하여 비트율과 PSNR값을 제안한 알고리즘과 DWT와 비교하여 나타내었다.



(a) 0.0005 (bit rate)

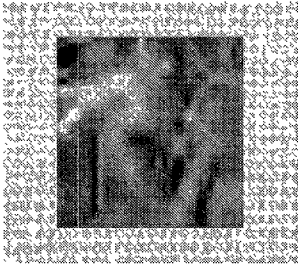


(b) 0.0013 (bit rate)



(c) 0.002 (bit rate)

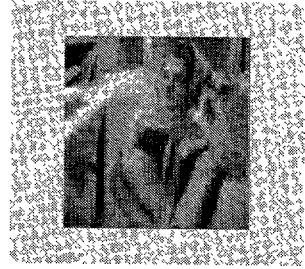




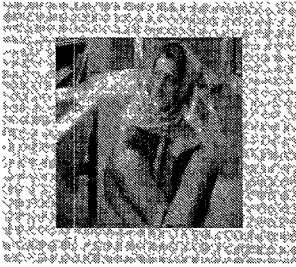
(c) 0.0036 (bit rate)



(d) 0.008 (bit rate)



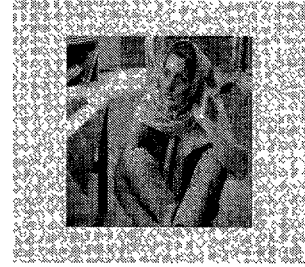
(e) 0.0212 (bit rate)



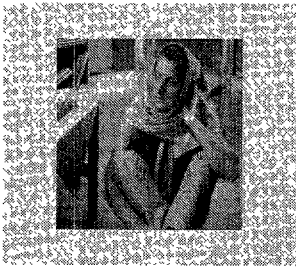
(f) 0.0647 (bit rate)



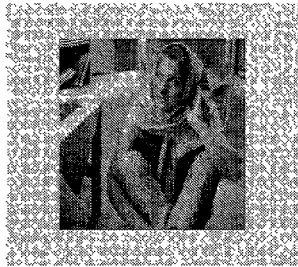
(g) 0.1988 (bit rate)



(h) 0.4764 (bit rate)

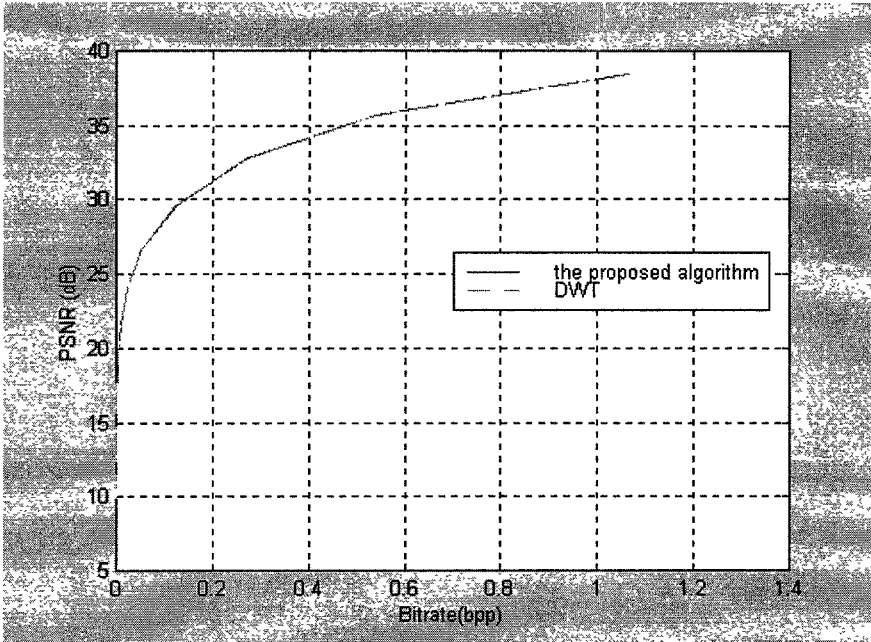


(i) 0.9401 (bit rate)

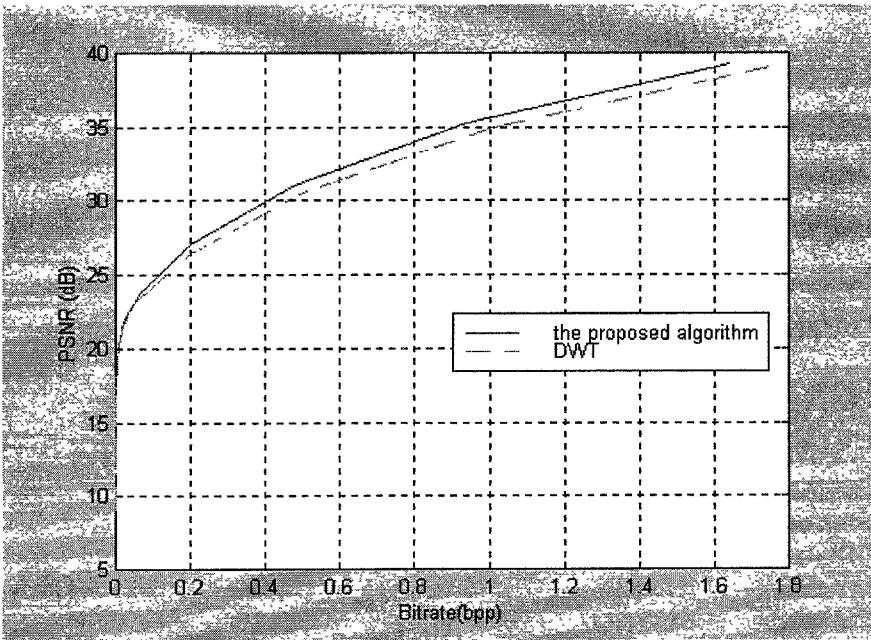


(j) 1.6429 (bit rate)

그림 5. 'Barbara'의 복원영상



(a) 'Lena'의 결과



(b) 'Barbara'의 결과

그림 6. 제안한 알고리즘의 PSNR 이득

## 5. 결론

본 연구에서는 코딩성능을 향상시키는 base 선택 알고리즘을 제안하였다. 제안한 알고리즘은 실험을 통하여 정해진 기준값에 의하여 알고리즘의 계산량이 제한되고, top-down tree search를 이용하며 주어진 영상에 따라서 자식 서브밴드에서 상대적으로 에너지 분포가 많은 suboptimal base를 선택한다. 실험결과에서 보면 DWT와 비교하여 제안한 웨이브릿 패킷변환은 저주파 성분이 많은 영상에서는 같은 성능을 보였고, 상대적으로 고주파 성분을 많이 갖는 영상에 대하여 1.1dB의 PSNR값이 향상됨을 확인할 수 있었다.

## 참고문헌

1. R.R. Coifman, M.V. Wickerhauser, "Entropy-Based Algorithms for Best Basis Selection", IEEE Transactions on Information Theory, Vol. 38, No. 2, March 1992.
2. K. Ramchandran, M. Vetterli, "Best Wavelet Packet Bases in a Rate-Distortion Sense", IEEE Transactions on Image Processing. Vol. 2, No. 2, April 1993.
3. C. Taswell, "Satisficing Search Algorithms for Selecting Near-Best Bases in Adaptive Tree-Structured Wavelet Transforms", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 44, No. 10, October 1996.
4. D. Marpe, H.L. Cycon, W.Li, "Complexity-constrained best-basis wavelet packet algorithm for image compression", IEEE Proc.-Vis. Image Signal Process, Vol. 145, No. 6, December 1998.
5. D. Marpe, G. Blattermann, J. Rieke, P. MaaB, "A Two-Layered Wavelet-Based Algorithm for Efficient Lossless and Lossy Image Compression", IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology, Vol. 7, October 2000.
6. A. Quinquis, "A Few Practical Applications of Wavelet Packets", DIGITAL SIGNAL PROCESSING 8, 49-60 (1988).
7. S.T. Kim, H.S. Chu, H.S. Jun, T.H. Lee, C.K. An, "Image Coding using Quad-tree of Wavelet Coefficients", Journal of KISPS, Vol. 2, No.1 January 2001.