

비선형력 보상 관절 별 로봇 제어

이수한 · 이재영*
기계공학과

<요 약>

로봇의 운동은 관절 상호 간의 운동이 연계되어 매우 복잡한 비선형 미분방정식으로 나타내어질 뿐 만 아니라 관절에서의 마찰력, 하중, 의외의 외력 등과 같이 운동 중 그 크기를 정확히 측정하기가 어려운 변수에 의하여도 그 식이 달라진다. 이들 변수의 변화에 기인한 힘들 때문에 선형제어기로는 로봇을 정확히 제어하기가 매우 어렵다. 따라서 본 연구에서는 이와 같은 힘을 보상할 수 있는 관절 별 보상 제어를 개발하고 이의 안정성을 리아푸노프 이론을 이용하여 증명한다. 또한 일 관절 로봇을 대상으로 전산 모의 실험과 실제 실험으로 개발된 제어기의 성능과 안정성을 검증한다. 실험 결과 개발된 제어기의 궤적 추적 성능이 선형제어기인 비례-미분 제어기에 비하여 월등하였고 제어제도 안정함을 볼 수 있었다.

Decentralized Nonlinear Force Compensation Control of Robot Manipulators

Lee, Soo Han · Lee, Jae Young*
Dept. of Mechanical Engineering

<Abstract>

Robot manipulator dynamics are governed by a set of very complicated nonlinear and strongly coupled differential equations. The dynamics contain system parameters which can change with time and are difficult to measure accurately, such as joint friction, the payload, and unexpected external forces. The forces introduced by the parameters degrade the performance of controllers designed, especially the controllers

* 기계공학과 대학원생

designed based on linear control theory. Therefore, in this paper, a simple decentralized nonlinear force compensation controller for robot manipulators is proposed and the stability of the controller is proved by using Lyapunov theory. The performance and stability of the controller proposed is also verified by computer simulations and experiments. The results of the simulations and experiments with one link model show that the controller proposed is very superior in trajectory tracking of joint motion to a proportional and derivative controller, and also show excellent system stability.

1. 서 론

로봇의 운동은 관절 상호 간의 운동이 연계되어 있어 매우 복잡한 비선형 운동 방정식으로 표현된다. 비선형력은 로봇 동작 속도가 커질 수록 또 하중이 커질 수록 그 크기가 증가하므로 간단한 비례-미분제어기로는 정확히 로봇을 제어하기가 어렵다. 그래서 정확한 로봇의 제어를 위하여 복잡한 비선형제어기가 연구되어져 왔다[1].

가장 보편적으로 알려져 있는 비선형제어기는 토크 계산 제어기(Computed torque controller)이다[2]. 이 제어기는 로봇의 동적 모형을 제어기에 이용하므로 그에 관련된 로봇 관절의 질량, 질량관성 모우먼트, 로봇 끝에 달린 하중, 관절의 마찰력 등 등의 로봇 변수 값을 정확히 알아야 그 제어기의 성능을 보장할 수 있다. 그러나 산업현장의 로봇은 다양한 하중을 취급하므로 정확한 동적 모형을 구하기가 극히 힘들고 구한다 하더라도 계산량이 많아서 실제 다축 로봇에 적용하기에는 문제가 있다. 다른 한 제어기의 유형으로는 적응제어기가 있는데, 연구된 대부분의 적응 제어기는 로봇의 동적 모형 구조를 이용하여 로봇 변수 값을 알아내고, 그 변수들 값을 위의 토크 계산 제어기에 적용시키는 것이다[3-5]. 그러나 로봇 관절수가 늘어나면 동적 모형 계산량이 급격히 늘어나서 이 제어기 역시 실제 로봇에 적용시키기에는 문제점이 있다.

또 다른 제어기 유형으로는 강인제어기가 있다[6-8]. 이 제어기는 로봇의 동적 모형을 이용하지 않으므로 제어기가 간단하고 계산량이 비교적 작은 장점은 있으나 제어기에 사용되는 동적 모델 항의 제한치(Bounded value)를 구하기가 힘들고 접근안정도(Asymptotic stability)를 보장하지 못하는 단점이 있다. 또 개발된 대부분의 비선형 제어기는 중앙 집중 제어기(Centralized controller) 형이라서 기존 산업용 로봇에 많이 사용되고 있는 관절 별 제어(Decentralized control)에 비하여 계산량이 과중하다.

일부 연구가 관절 별 비선형제어에 대하여 행하여져 왔는데, 관절 축에 걸리는 토크를 측정하거나[9] 가속도를 제어기에 사용하는[10] 등의 문제점이 있었다. 또 적응제어형 관절 별 제어기도 개발되었으나 제어 및 로봇 변수 추적에 사용되는 이득들이 많아 이 값들의 결정에 어려운 점이 있었다[11].

본 연구는 관절 별 보상 제어기 개발에 대한 것으로 개발된 제어기는 가속도를 제어기에 사용하지 않아 가격이나 노이즈 등의 문제가 없고 제어 이득 결정 역시 간단히 할 수 있는 장점을 가지고 있다. 개발된 제어기는 항상 계의 안정성을 보장함을 이론적으로 보였고 전산 모의 실험과 일관된 로봇 실험으로 이의 제어 성능과 안정도를 검증하였다.

2. 제어 이론

일반적인 n 개의 관절을 가진 로봇의 운동 방정식은 다음과 같이 표시된다[1].

$$M(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) + F(\dot{\theta}) = \tau. \quad (1)$$

여기서 $M(\theta)$ 는 관성 행렬을 뜻하는 $n \times n$ 의 행렬이며, $C(\theta, \dot{\theta})$ 는 코리올리력과 원심력을 나타내는 $n \times 1$ 의 벡터이다. 그리고, $G(\theta)$ 는 $n \times 1$ 의 중력 벡터이고, $F(\dot{\theta})$ 는 조인트의 마찰력을 나타내는 $n \times 1$ 벡터이다. $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ 는 링크의 각도, 각속도, 각가속도를 각각 나타내며, τ 는 제어 토크이다. 그리고 각도, 각속도, 각가속도 및 제어 토크는 모두 시간에 대한 변수이다.

식(1)에서 중력이나 마찰력의 항은 정상 상태의 오차를 유발하며 이외의 항들은 궤적의 추적 상에서 오차를 유발한다. 이러한 비선형 항에 의해 발생하는 오차를 줄이기 위하여 본 연구에서는 임의 관절 i 에 가해지는 제어 토크 τ_i 를 다음과 같이 정의한다.

$$\tau_i = \overline{M}_{ii}(\ddot{\theta}_d + K_{v_i}\dot{e}_i + K_{p_i}e_i) + d_i. \quad (2)$$

단, d_i 는 비선형 항의 보상을 위한 것으로 뒤에서 정의한다. \overline{M}_{ii} 는 임의 상수, $\ddot{\theta}_d$ 는 원하는 궤적의 가속도, K_{v_i} 는 미분 제어 이득, K_{p_i} 는 비례제어 이득, $\dot{e}_i (= \dot{\theta}_{di} - \dot{\theta}_i)$ 는 속도오차, 그리고 $e_i (= \theta_{di} - \theta_i)$ 는 위치오차를 각각 뜻한다.

식(2)와 운동 방정식(1)로 부터 오차 방정식을 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$\ddot{e}_i + K_{v_i}\dot{e}_i + K_{p_i}e_i = \frac{1}{\overline{M}_{ii}}(N_i - d_i). \quad (3)$$

이 식에서

$$N_i = \sum_{j=1}^n M_{ij}(\theta)\ddot{\theta}_j + C_i(\theta, \dot{\theta}) + G_i(\theta) + F_i(\dot{\theta}) - \overline{M}_{ii}(\theta)\ddot{\theta}_i$$

를 뜻한다.

오차 방정식(3)을 상태 방정식으로 나타내면 아래의 식(4)와 같고,

$$\dot{E}_i = A_i E_i + B_i U_i, \quad (4)$$

여기서

$$U_i = N_i - d_i, \quad A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_{p_i} & -K_{v_i} \end{bmatrix},$$

및

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\overline{M}_{ii}} \end{bmatrix}$$

을 나타낸다.

오차 상태 방정식(4)를 제어 시간 간격 T 에 대한 이산 상태 방정식으로 나타낼 수 있고 이는 아래의 식(5)와 같다.

$$E_i(k+1) = \Phi E_i(k) + \Gamma U_i(k). \quad (5)$$

이 식에서 제어 이득들 $K_{v_i} = 2\omega_{n_i}$, $K_{p_i} = \omega_{n_i}^2$ 으로 두고 계의 행렬을 구하면,

$$\Phi = e^{-\omega_{n_i} T} \begin{bmatrix} 1 + \omega_{n_i} T & T \\ -\omega_{n_i}^2 T & 1 - \omega_{n_i} T \end{bmatrix},$$

및

$$\Gamma = \frac{1}{\overline{M}_{ii}} \begin{bmatrix} \frac{1}{\omega_{n_i}^2} - \left(\frac{T}{\omega_{n_i}} + \frac{1}{\omega_{n_i}^2} \right) e^{-\omega_{n_i} T} \\ e^{-\omega_{n_i} T} \end{bmatrix}$$

로 상수 행렬이 된다.

이산 상태 방정식을 이용하여 리아푸노프 함수 후보를 아래와 같이 선정하고,

$$V(k) = E_i^T(k) P E_i(k), \quad (6)$$

이산 상태 방정식에 따른 리아푸노프 함수 후보의 시간에 대한 증분을 구하면 아래와 같이 표시할 수 있다.

$$\begin{aligned}
\Delta V_i(k+1) &= V_i(k+1) - V_i(k) \\
&= -E_i^T(k)QE_i(k) + \\
&\quad 2E_i^T(k) \\
&\quad \Phi^T P \Gamma U_i(k) + U_i^T(k)\Gamma^T \\
&\quad P \Gamma U_i(k).
\end{aligned} \tag{7}$$

단, 이 식에서 P 와 Q 는 아래의 식을 만족하는 Positive Definite 행렬이다.

$$-Q = \Phi^T P \Phi - P. \tag{8}$$

식 (7)의 $U_i(k)$ 를 아래와 같이 정의하면,

$$U_i(k) = -\frac{2E_i^T(k)\Phi^T P \Gamma}{\Gamma^T P \Gamma}, \tag{9}$$

식 (7)은 다음 식과 같이 되므로,

$$\Delta V_i(k+1) = -E_i^T(k)QE_i(k), \tag{10}$$

리아푸노프 함수 후보의 시간에 대한 증분값은 항상 음인 것을 알 수 있다. 또 $U_i(k) = 0$, 즉 미지력 $N_i(k)$ 를 보상제어력 $d_i(k)$ 가 완전히 상쇄하여도 식(10)이 성립된다.

제어 시간 간격 T 가 충분히 짧고 이 기간 동안 로봇의 운동 변수의 변화가 무시할 만 하다면, 통상의 로봇 운동이 그렇지만, 식 (9)로부터 $N_i(k)$ 는 다음과 같이 근사적으로 나타낼 수 있다.

$$N_i(k) \approx d_i(k-1) - \frac{2E_i^T(k)\Phi^T P \Gamma}{\Gamma^T P \Gamma}. \tag{11}$$

여기서 $d_i(k-1)$ 가 사용된 것은 입력과 동일 시간대의 $d_i(k)$ 는 미지의 값이므로 한 간격 앞의 값으로 대치되었기 때문이다.

따라서 미지력 $N_i(k)$ 를 보상하기 위한 $d_i(k)$ 를 아래와 같이 두고,

$$d_i(k) = d_i(k-1) - \frac{2E_i^T(k)\Phi^T P \Gamma}{\Gamma^T P \Gamma} \tag{12}$$

식(2)를 이산식으로 바꾼 후, 식(12)를 대입하면 비선형 제어 토오크는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\tau_i(k) = \overline{M_{ii}}(\ddot{\theta}_{d_i}(k) + K_{v_i} \dot{e}_i(k) +$$

$$K_{p_i} e_i(k) + d_i(k-1) - \tag{13}$$

$$\frac{2E_i^T(k)\Phi^T P \Gamma}{\Gamma^T P \Gamma}.$$

이 제어기의 구조는 흔히 사용하는 비례-미분 제어기와 비선형력 및 모형화할 수 없는 동적 힘 및 예측할 수 없는 외력을 보상하는 제어기로 이루어져 있음을 알 수 있다. 보상 제어부에서는 외력 등의 힘 공간을 관절의 오차 공간으로 변환하여 직접 힘과 관련된 가속도 등을 측정하지 않고 외력 등을 보상함을 알 수 있다. 제어 시간 간격 동안 로봇의 운동 변수의 변화를 고려했을 경우의 리아푸노프 함수 후보의 시간에 대한 증분은 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}
\Delta V_i(k+1) &= -E_i^T(k)QE_i(k) + 2E_i^T(k) \\
&\quad \Phi^T P \Gamma \varepsilon_i(k) + \varepsilon_i^T(k)\Gamma^T \\
&\quad P \Gamma \varepsilon_i(k).
\end{aligned} \tag{14}$$

단, $\varepsilon_i(k) = d_i(k-1) - d_i(k)$ 를 뜻한다.

식(14)는 $(2E_i^T(k)\Phi^T P \Gamma + \varepsilon_i^T(k)\Gamma^T P \Gamma)$

$\varepsilon_i(k)$ 의 항의 값이 $E_i^T(k)QE_i(k)$ 의 값보다 작은 경우에 안정하고 이는 경계 안정(Bounded Stability)함을 뜻한다.

그 경계의 구(Ball)는 $O(\varepsilon_i)$ 으로 ε_i 의 값이 작아지면 그 구도 작아진다. 오차가 구 내에 있을 때에는 구의 경계로 접근 가능하지만 오차가 그 구 밖에 있을 때에는 항상 구내로 오차를 줄이는 방향으로 움직임을 뜻한다. 따라서 $O(\varepsilon_i)$ 의 구 만

큰 오차는 있을 수 있으나 계의 안정도는 항상 보장된다.

3. 제어 실험 결과

개발된 제어기를 실 실험전에 모의 실험하여 제어기의 성능을 확인하고 문제점을 미리 대처하기 위하여 전산 모의 실험을 행하였다. 모의 실험 조건을 실제상황과 동일하게 만들기 위해 제어 시간 간격을 5ms로 하였고, 제어 시간 간격 내의 위치 출력 신호는 한번으로 하며, 위치 출력 신호는 모터의 위치를 나타내게 이산(digital)화 시켰다. 모터의 마찰, 시정수 등은 작은 값이므로 무시하였다.

모의 실험에 사용한 궤적은 아래에 식으로 나타낸 것과 같이 Cosine함수, 계단함수, 그리고 Cosine함수와 계단함수가 복합된 세 가지 경우를 선정하였다.

$$\text{경우 1 : } \theta_d(t) = \frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{8} \cos\left(\frac{\pi t}{2}\right), 0 \leq t \leq \infty$$

$$\text{경우 2 : } \theta_d(t) = \frac{\pi}{4}, 0 \leq t \leq \infty$$

$$\text{경우 3 : } \theta_d(t) = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \cos\left(\frac{\pi t}{3}\right), 0 \leq t \leq 3$$

$$: \theta_d(t) = \frac{\pi}{2}, 3 \leq t \leq \infty$$

본 연구에서 개발된 제어기의 성능을 비교하기 위한 비교 제어기로 산업용 로봇에 흔히 적용되고 있는 비례-미분 제어기를 아래와 같이 조금 개선하여 사용하였다.

$$\tau_{i0} = \overline{M}_{ii}(\ddot{\theta}_{d_i}(k) + K_{v_i} \dot{e}_i(k) + K_{p_i} e_i(k)).$$

모의 실험 후 실제 실험도 위와 동일한 조건에서 행하였는 데 표 1에 실험 장치의 구성을 그림 1에 실험 장치의 개요도를 나타내었다. 일관절 로봇은 중력 방향으로 움직이도록 배치하였다. 486 P.C.는 제어에 필요한 모든 장치를 제어하고 연산하는 주 기능을 맡으며, D/A 변환기를 이용하여 모터에 제어 신호를 출력한다.

그리고 모터의 위치 신호는 모터의 레졸버를 통한하여 이산 신호로 변환되어 출력되므로 제작한 카운터 카드를 이용하여 16비트의 2진 신호로 변환한 다음 디지털 I/O 카드를 이용하여 컴퓨터로 받아들여진다. 제어에 사용한 프로그램은 Turbo-C를 이용하였다.

실험 중에 사용한 각각의 값은 다음과 같다.

$$\overline{M}_{ii} = 8 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, K_{v_i} = 10, K_{p_i} = 25, \text{ 그리고}$$

$$P = \begin{bmatrix} 1000 & 40 \\ 40 & 10 \end{bmatrix}.$$

그림 2 - 그림 5는 전산 모의 실험 결과인 데 모든 경우에 대하여 비례-미분 제어기 보다 개발된 보상 제어기가 우수함을 알 수 있다. 특히 그림 5는 로봇의 끝에 하중 7.5 kgf를 매단 경우인 데 보상 제어기는 궤적을 잘 추적하지만 비례-미분 제어기는 큰 오버슈트가 생길 뿐 만 아니라 오차도 매우 큼을 알 수 있다. 비례-미분 제어기의 경우에 큰 오버 슈트가 생기는 이유는 설계된 \overline{M}_{ii} 와 실제와의 차이 때문으로 미분제어 이득이 질량의 증가에 의하여 상대적으로 감소하여 계가 부족감쇠(Under-damped) 현상을 보이기 때문이다. 하지만 보상 제어기의 경우에는 제어 시에 알려지지 않은 외력을 잘 보상하기 때문에 그와 같은 현상은 거의 볼 수가 없다.

그림 6-그림 9는 실제 실험 결과인 데 그 경향이 전산 모의 실험 결과와 큰 차이 없이 모든 경우에 대하여 개발된 보상 제어기의 성능이 우수함을 알 수 있다. 그림 7에 보인 계단함수 추적의 경우 보상제어 결과가 모의 실험에 비하여 덜 진동하는 것은 모터에 내재되어 있는 마찰력 때문으로 추정된다. 그림 9의 경우처럼 로봇 끝에 하중 7.5kgf를 매달았을 때 비례-미분 제어기를 사용하였을 경우는 전산 모의 실험과 같은 오버 슈트가 없는 현상도 관절의 마찰력이 그 원인으로 추정된다. 이 경우 정상상태 오차는 중력에 의

한 영향으로 하중을 달지 않았을 때보다 더욱 커짐을 볼 수 있다. 하지만 보상제어의 경우에는 정상상태 뿐만 아니라 천이영역에서도 오차가 거의 나지 않음을 알 수 있다.

이상의 실험결과에서 알 수 있듯이 개발된 제어기는 비선형력이나 모르는 외력을 잘 보상함으로써 위치추적 정확도를 높이고 항상 안정된 제어를 하는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

다관절 로봇의 관절 별 비선형력 보상제어기 개발에 관한 본 연구에서는 개발된 제어기가 최악의 경우에도 경계 안정도가 보장됨을 리아푸노프 함수를 이용하여 이론적으로 보였다. 또 그 제어기의 성능과 안정성을 중력을 받고있는 일 관절 로봇에 대한 전산 모의 실험과 실제 실험으로 검증하였는데 그 성능이나 안정도에서 흔히 사용하는 비례-미분 제어기의 경우에 비하여 월등한 결과를 보였다. 이때에 사용한 궤적은 Cosine 함수, 계단함수, 그리고 Cosine-계단 복합함수였다. 본 연구에서는 대표적인 비선형력이 중력에 의한 힘이었으나 앞으로 2 관절 이상의 다관절 로봇에 개발된 제어기를 적용하여 그 제어 성능과 안정성을 확인할 예정이다.

5. 참고문헌

- [1] F.L. Lewis, C.T. Abdallah, D.M. Dawson, "Control of Robot Manipulators," Macmillan, 1993.
- [2] J.Y.S. Luh, M.W. Walker, and R.P.C. Paul "Resolved-Acceleration Control of Mechanical Manipulators," IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. A C-25, No. 3, June 1980, pp. 468-474.
- [3] Slotine, Jean-Jacques E., and Li, W eiping, "On the Adaptive Control of Robot Manipulators," The International Journal of Robotics Research, Vol. 6, No. 3, 1987, pp. 49-58.
- [4] J. Craig, "Adaptive Control of Mechanical Manipulators," Addison-Wesley, 1985.
- [5] R. Ortega, and M. Spong, "Adaptive Motion Control of Rigid Robots: a tutorial," Proc. IEEE Conf. Decision Control, Austin, TX, 1988.
- [6] C. Abdallah, et al., "Survey of Robust Control for Rigid Robots," IEEE Control Syst. Mag., Vol. 11, No. 2, pp. 24-30, Feb. 1991.
- [7] M. Corless, "Tracking Controllers for Uncertain Systems: Application to a Manutec R3 Robot," J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 111, pp. 609-618, Dec. 1989.
- [8] D.M. Dawson, et al., "Robust Control for the Tracking of Robot Motion," Int. J. Control, 1990, Vol. 52, No. 3, pp. 581-595.
- [9] M. Nakao, et al., "a Robust Decentralized Joint Control Based on Interference Estimation," Proc. IEEE /IES Int. Workshop on Industrial Automation Systems, Tokyo 1987.
- [10] T.C. Hsia, et al., "Robust Independent Robot Joint Control: Design and Experimentation," Proc. of the 1988 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp. 1329-1334, Philadelphia, April 1988.
- [11] H. Seraji, "Decentralized Adaptive Control of Manipulators: Theory, Simulation, and Experimentation," IEEE Trans. on Robotics and Automation, Vol. 5, No. 2, April 1989, pp. 183-201.

<표 1> 단일 관절 로봇의 구성

구성품	구분	모 델 명	비 고
컴퓨터		486DX-33	
모터		NSK Direct-Drive Motor 1010	Max Torque; 16 kgf. m resolution; 153600count/rev
A/D board		Real Time Device ADA 2200	A/D convert : 16 channel
Digital I/O card		Axiom AX5214	D/A convert : 2 channel 48 bit
Amplifier		Analog Device 3B1018	
Counter board		직접 제작	2channel 16 bit up/down counter

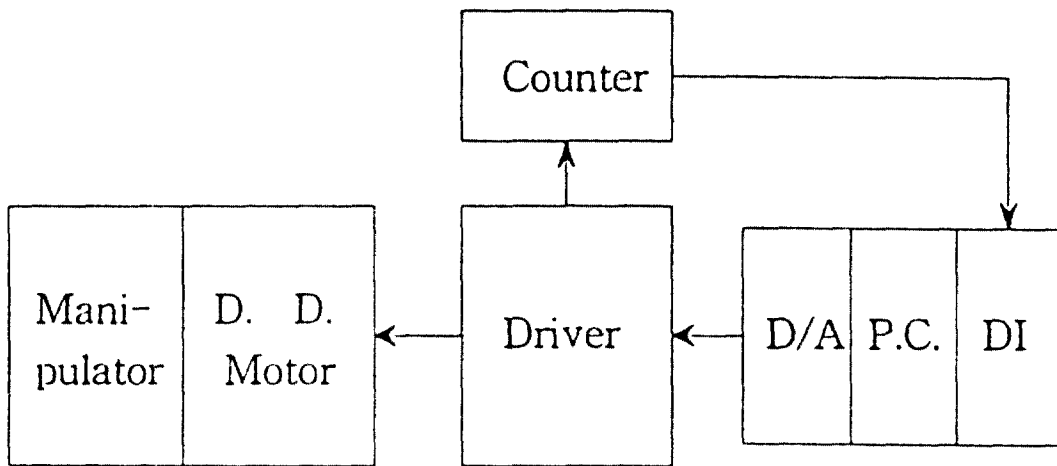


그림 1 전체 제어계의 구성도

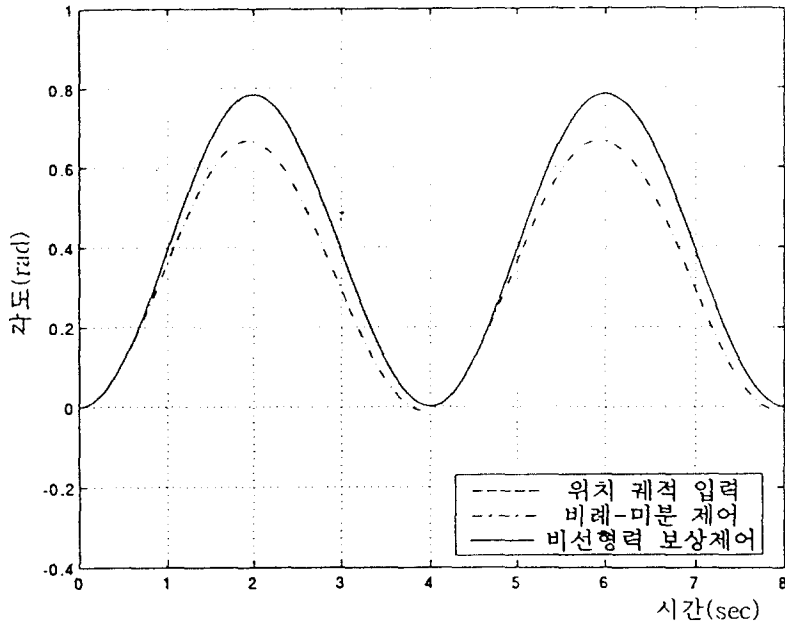


그림 2 궤적이 Cosine 함수로 주어지는 경우의 전산 모의 실험 결과

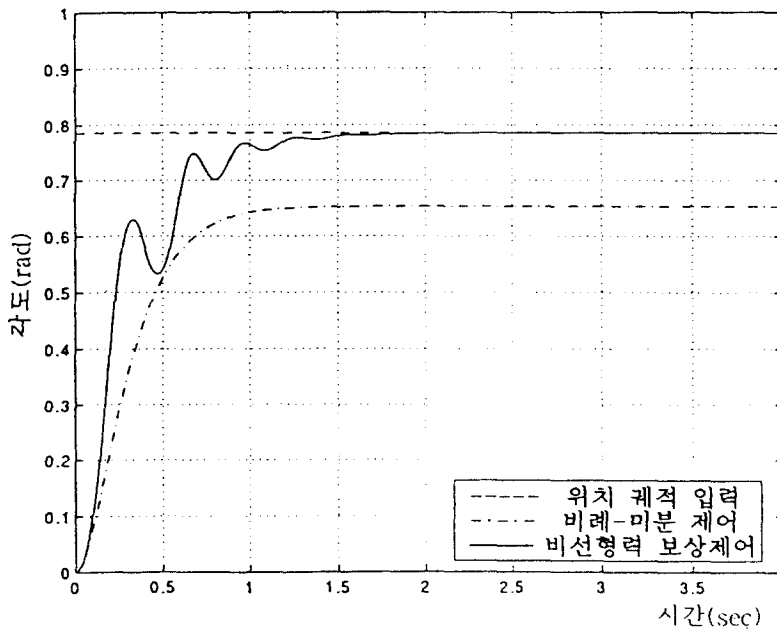


그림 3 궤적이 계단함수로 주어지는 경우의 전산모의 실험 결과

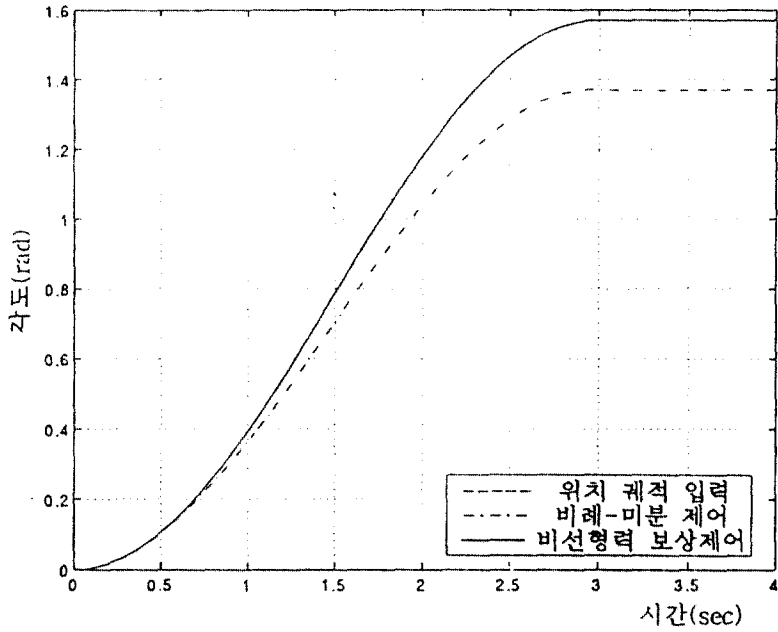


그림 4 궤적이 Cosine 함수 및 계단함수로 주어지는 경우의 전산 모의실험 결과

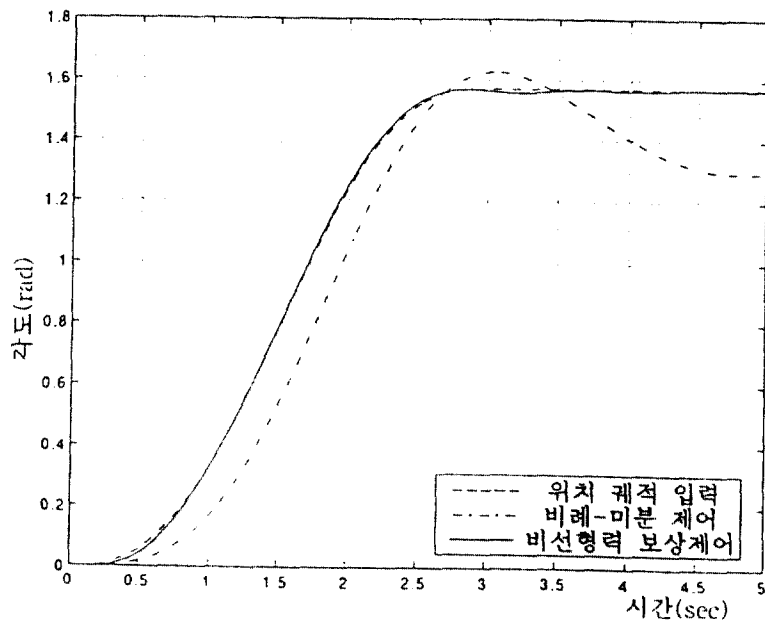


그림 5 가반하중이 7.5kgf 변화가 생겼을 때의 전산 모의실험 결과

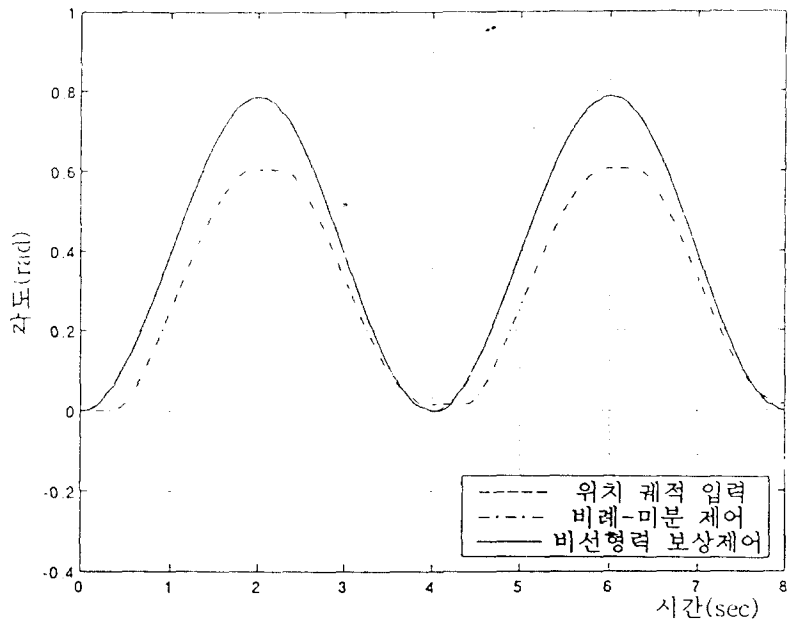


그림 6 궤적이 Cosine 함수로 주어지는 경우의 실험 결과

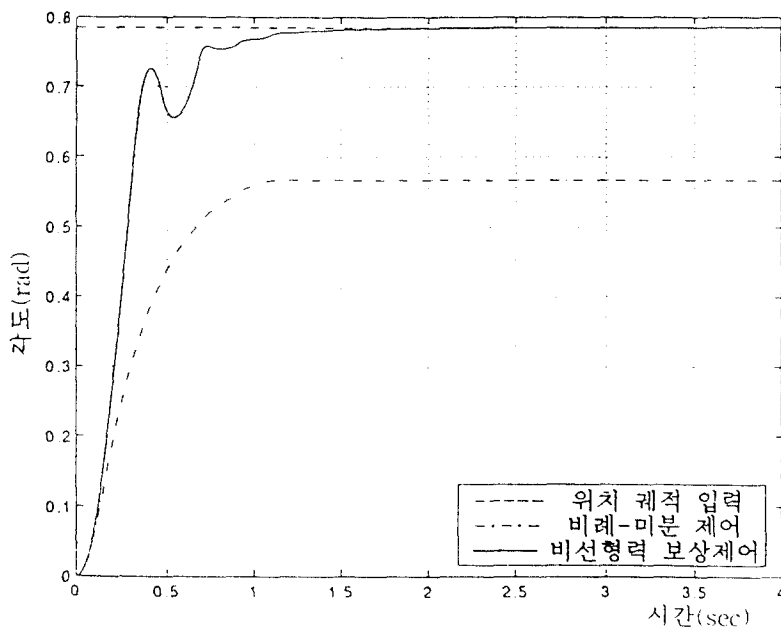


그림 7 궤적이 계단함수로 주어지는 경우의 실험 결과

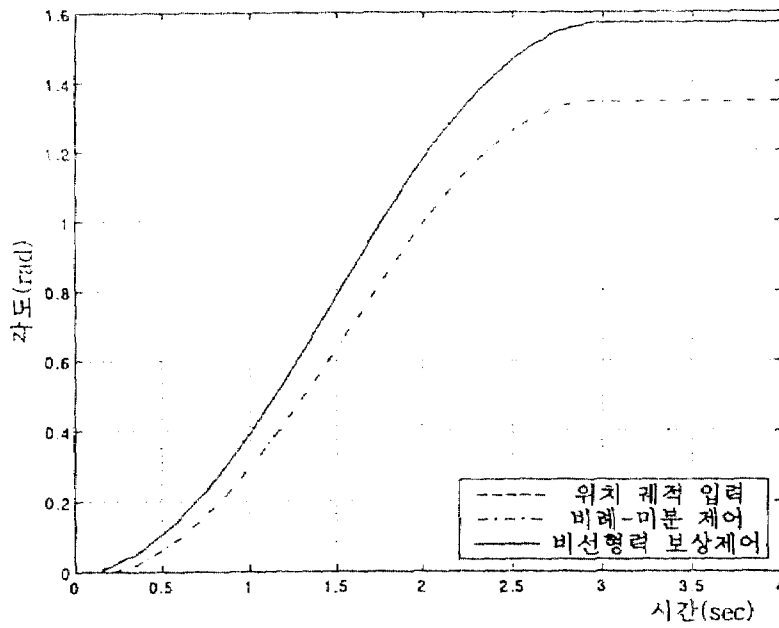


그림 8 궤적이 Cosine 함수 및 제단함수로 주어지는 경우의 실험 결과

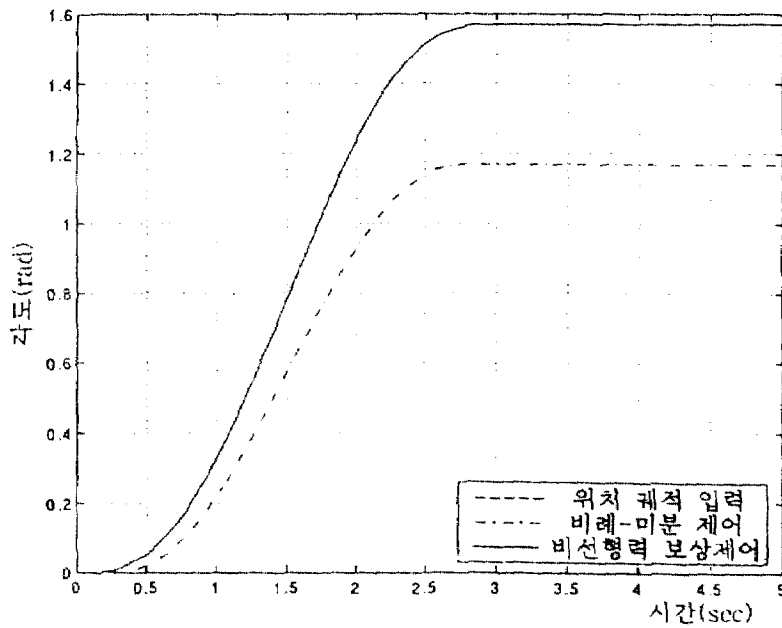


그림 9 가반하중이 7.5kgf 변화가 생겼을 때의 실험 결과