

나선선회 비행의 안정성 향상 방안*

하철근

울산대학교 수송시스템공학부

<요약>

본 연구는 항공기가 나선선회 비행을 할 때 보이는 비행역학적 현상을 규명하고 그 안정성을 향상시키는 한 방법을 제시하고자 한다. 이를 위하여 6자유도의 비선형 운동방정식을 선회비행 시뮬레이션에 적합하도록 모델링하고 수치해법을 이용하여 트림을 찾아 그 특징을 비행역학적으로 해석하였다. 그 결과, 회복성을 보이는 선회모우드 중 불안정성을 갖는 모우드가 존재하는 것을 알 수 있었으며, 정의된 선회미계수를 개선하여 이 모우드의 안정성 향상을 도모할 수 있는 한 방법을 제시하였다.

Stability Enhancement of Helical Divergence Flight

Ha, Cheolkeun

University of Ulsan, School of Transportation Systems
Aerospace Engineering Division

<Abstract>

This work aims examination of flight mechanics of the helical divergence flight and enhancement of stability of the helical divergence mode. To do this, first of all, we modeled the full nonlinear 6-DOF airplane motion equations to adequately simulate the helical divergence flight, and secondly, found out trims of the helical flight by use of numerical method and finally examined flight mechanics of the flight. From the results we noticed in this paper that among many trims of the recoverable flight from helical divergence some of

* 이 논문은 1997학년도 울산대학교 학술조성비 (대학원활성화 특별연구비)에 의하여 연구되었으며 이에 감사드립니다.

the helical divergence modes are unstable, and these modes are able to be stabilized by modification of the helical divergence derivative defined in this paper.

1. 서론

세스나(Cessna)나 네비온(Navion)과 같은 경비행기는 할강선회(gliding turn)을 하고 있을 때 조종사가 엘리베이터만으로 하강비행 상태에서 벗어나려 할 때 나선선회 강하(helical dive) 현상이 발생할 수 있는 것으로 알려져 있다. 어떤 비행상태에서는 할강선회 상태가 급속도로 진행되어 비행경로각이 급하여 회복이 불가능해지는 수도 있다. 그러나 때로는 나선선회 강하로 부터 벗어나기 위하여 엘리베이터를 사용하기 전에 수평비행 상태로 가져가야 한다는 사실은 경험적으로 알려져 있다. 이러한 나선선회 강하 현상은 동력학적 현상과 비행공기역학적 현상이 비행기의 종/횡운동 운동과 상호간섭 되어 발생하는 매우 복잡한 현상이다. 이러한 현상을 비행역학적 관점에서 이해하고자 하는 것이 본 연구의 목적이다. 본 논문에서는 우선 본 연구에 사용된 비행기의 수학적 모델과 할강선회 상태의 트림을 보인다. 그리고 수학적 모델로부터 나선선회 강하현상을 정성적으로 이해하고 이 현상이 일어나기까지의 과정에 대하여 기술한다. 뒤이어 선형모델에 대하여 해석하고 비선형모델에 대한 해석과 비교한다. 그리고 마지막으로 안정성 향상방안에 대해 논의하며 결론을 맺는다.

2. 수학적 모델

본 연구에 사용된 수학적 모델은 강체 비행기에 대한 일반적인 6자유도 운동방정식(3개의 힘방정식, 3개의 모멘트방정식, 3개의 운동학적 방정식)으로부터 일정한 속도를 갖는 경우에 대한 5자유도의 비선형 운동방정식을 취하였다. 이러한 운동방정식을 얻기 위해 공기밀도와 유속은 일정하고 공력특성을 선형이고 추력의 양력방향성분은 작기 때문에 무시할 수 있다고 가정하였다. 비행기 운동의 이해를 쉽게 하고 필요한 식의 수를 줄이기 위해 힘방정식을 풍축계(wind-axes system)에서의 받음각(angle of attack)의 미분 방정식과 옆미끄름각(side-slip angle)의 미분방정식으로 나타내었다[1]. 정리하면 식(1)~(8)로 표현된다.

$$\dot{\alpha} = q + \frac{1}{\cos \beta} \left\{ \left(-\frac{g}{V} \sin \theta - r \sin \beta \right) \sin \alpha + \left(-\frac{g}{V} \cos \theta \cos \phi - p \sin \beta \right) \cos \alpha - \frac{q_\infty S}{mV} C_L \right\} \quad (1)$$

$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{1}{\cos \beta} \left\{ \frac{q_\infty S}{mV} C_y + \frac{g}{V} \cos \theta \sin \phi \right\} \quad (2)$$

$$\dot{p} = \frac{I_y - I_z}{I_x} qr + \frac{q_\infty S b}{I_x} C_l \quad (3)$$

$$\dot{q} = \frac{I_z - I_x}{I_y} pr + \frac{q_\infty S c}{I_y} C_m \quad (4)$$

$$\dot{r} = \frac{I_x - I_z}{I_z} pq + \frac{q_\infty S b}{I_z} C_n \quad (5)$$

$$\dot{\phi} = p + q \tan \theta \sin \phi + r \tan \theta \cos \phi \quad (6)$$

$$\theta = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (7)$$

$$\dot{\psi} = \frac{1}{\cos \theta} (q \sin \phi + r \cos \phi) \quad (8)$$

여기서 사용한 변수들은 혼히 비행역학 참고문헌에서 보이는 기호를 그대로 채택하였기에 구체적인 정의는 생략한다.

한편, 비행경로각(flight path angle)은 다음과 같이 주어진다.

$$\sin \gamma = \sin \theta \cos \beta \cos \alpha - \sin \phi \cos \theta \sin \beta - \cos \phi \cos \theta \cos \beta \sin \alpha \quad (9)$$

그리고 비행기가 원통주위를 회전하면서 하강한다고 할 때 평형상태를 찾기 위해 다음과 같은 비행상태를 가정하였다. 원통주위를 회전하기 때문에 정렬회전(coordinated-turn) 비행을 하며 또한 비행기는 정상상태에 있다고 가정하면 식(10)과 식(11)에 보인 변수값들은 영이 된다.

$$C_y = 0 \quad (10)$$

$$\dot{\alpha} = \dot{\beta} = \dot{p} = \dot{q} = \dot{r} = \dot{\theta} = \dot{\phi} = 0 \quad (11)$$

식(10)~(11)의 구속조건을 만족하면서 식(1)~(9)를 만족하는 트림상태를 찾았는데 그런 트림상태는 유일하게 존재하지 않는다. 트림상태 중에서 엘리베이터를 사용하여 나선선회 강하로부터 회복하는 경우와 그렇지 못한 경우에 대한 평형상태에서의 상태 값들을 <표 1>에 나타내었다. 회복 가능한 경우와 불가능한 경우의 구분은 엘리베이터 입력이 있은 후 유한한 시간 내에서 비행기의 비행경로각과 이 값의 시간에 대한 변화율이 (+)값이 되면 회복가능하고 그렇지 못한 경우는 불가능한 경우로 간주하였다.

3. Helical dive 현상의 이해

앞에서 찾은 트림상태에서 엘리베이터 입력이 있을 때의 시간응답으로 나선선회 강하현상을 이해할 수 있는데 시간영역에서 세 부분으로 나누어 해석할 수 있다. 그것들은 빠른 응답특성을 보이는 종운동과 이에 비해 천천히 반응을 보이는 횡운동, 그리고 이 두 운동이 상호간섭 되어 나타나는 운동으로 나누어 살펴 볼 수 있다.

3.1 응답이 빠른 종운동

이 영역에서의 운동은 엘리베이터 입력으로부터 짧은 시간 내에 이루어지고 지배상태변수는 종운동에 관계된 상태변수이다. 하강하면서 비행기가 활강선회하고 있는 상태이므로 이 상태로부터 벗어나기 위해서 (-)엘리베이터 입력이 있게 되면 (+)피치모멘트의 변화로 피치율이 변하게 된다. 식(4)로부터 피치율의 미소 변화량은 받음각을 증가시키게되고 피치율의 변화로 식(7)로부터 자세각도 변하게 된다는 사실을 알 수 있다. 이 영역내의 시간

응답은 거의 0.5초 동안에 정상상태에 도달하는 것을 시간응답으로부터 알 수가 있는데 이 영역의 응답이 끝나게 되면 새로운 정상상태에 도달한 것으로 볼 수 있다.

3.2 응답이 느린 횡운동

앞에서 언급한 종운동의 결과로 받음각이 증가하게 되고 받음각의 증가로 양력의 증가를 발생시킨다. 비행기는 활강선회 운동을 하고있기 때문에 양력이 증가하면 롤 변화율(roll rate)이 변하게 되고, 따라서 롤 모멘트 계수가 변하게 되므로 C_l 은 받음각의 합수로 볼 수 있다. 롤 모멘트 계수의 변화는 식(3)에서 알 수 있듯이 롤 변화율의 변화를 가져오고 받음각의 부호와 같이 증가한다는 것을 알 수 있다. 롤 변화율의 변화는 식(2)에서 옆미끄름각(side-slip angle)을 변화시키게 된다. 옆미끄름각의 증가는 식(5)로부터 요 변화율(yaw rate)을 증가시키게 된다. 요 변화율의 증가는 롤 변화율을 증가시키게 되고 롤 변화율은 다시 옆미끄름각을 증가시켜 롤 변화율과 미끄름각은 이 영역에서는 계속하여 증가하게 되어 나선선회 강하를 하게 된다.

3.3 종운동과 횡운동이 결합된 운동

이 영역에서의 비행특성은 뱅크각(bank angle), 피치율, 비행경로각으로 특징지워지는데 횡운동 영역에서 증가된 롤 변화율의 영향으로 뱅크각과 요 변화율이 증가하게 된다. 값들의 증가는 피치각을 감소시킨다. 이 영역에서의 피치각은 뱅크각, 요 변화율에 지배적인 영향을 받게 되는데 식(7)에서의 시간반응에서 알 수 있듯이 피 변화율의 변화량은 적은데요 변화율의 변화량은 크기 때문에 이 영역에서 피치각이 감소하게 된다. 비행경로각은 식(8)과 같이 주어지는데 이 영역의 시간응답에서 보듯이 피치각과 거의 유사한 형태를 가지므로 피치각에 지배적인 영향을 받는다는 사실을 알 수 있다.

4. 선형모델에 대한 해석

다음으로 <표 1>에서 구한 두 트림 비행상태에 대한 선형모델을 통하여 helical dive 현상을 정성적으로 살펴보았다. 선형모델에 대하여 나선선회 강하 현상을 이해하기 위해 고유치와 고유벡터해석을 해보았다. <그림 3>은 helical dive 현상으로부터 회복 가능한 경우에 대한 선형모델의 고유벡터를 나타내고 그림 4는 회복 불가능한 선형모델에 대한 고유벡터를 (+)실수축에 대하여 크기와 위상에 대하여 도시한 것이다. 그림에서 상대적으로 적은 값을 갖는 상태값의 고유벡터는 생략하였다. 선형모델의 고유치는 3개의 음의 실수와 두 쌍의 결례복소쌍을 갖는다. 3개의 음의 실수를 갖는 고유치 중에서 하나의 고유치에 대한 고유벡터를 보면 롤 변화율에 해당하는 고유벡터가 다른 상태변수에 해당하는 고유벡터보다 큰 값을 갖는다. 나머지 두 개의 음의 실수 고유치에 대한 상태변수들의 고유벡터를 보면 종운동에 관계된 상태변수에 대한 고유벡터가 지배적인 영향을 준다는 것을 알 수 있다. 두 쌍의 결례복소쌍의 고유치에 해당하는 고유벡터 중에서 한 쌍의 고유치에 해당하는 고유벡터는 천천히 반응하는 횡운동, 그리고 마지막 한 쌍의 고유치에 대한 고유벡

터는 두 운동이 결합된 운동을 지배하는 고유치이다. 이러한 고유치 해석은 <그림 1>과 <그림 2>에서 확인할 수 있다. 정상상태에서 1초 후 에리베이터 입력이 있게 되면 종운동에 관련된 상태변수(pitch rate, angel of attack)와 를 변화율이 빠르게 반응한다. 이는 3개의 음의 실수 고유치에 대한 영향으로 이와 같이 반응한다는 것을 알 수 있다. 비선형 모델에 대한 해석에서 설명하였듯이 빠른 종운동에 영향을 미치는 상태변수는 피치율이라는 것을 선형모델에서도 알 수 있다. 또 횡운동에 영향을 미치는 상태변수는 요 변화율과 를 변화율이라는 사실을 알 수 있고, 두 운동이 결합되어 나타나는 운동에 영향을 미치는 상태변수는 피치각과 뱅크각이라는 사실을 선형모델에서도 확인할 수 있었다. <그림 1>과 <그림 2>의 시간응답에서 알 수 있듯이 비선형 모델의 응답과 선형모델의 응답이 입력이 있은 후 아주 짧은 시간동안에는 거의 일치하는데 시간이 지나면 오차가 증가한다는 것을 알 수 있다. 종운동에 관계된 상태변수들은 0.5 내지 1초 정도까지는 선형모델과 비선형 모델이 거의 일치하는데, 횡운동에 관계된 상태변수들(특히 미끄름각)을 보면 0.5초 이전에 선형모델과 비선형 모델의 응답이 차이가 난다는 것을 알 수 있다. 횡운동에 관계된 상태변수들의 응답에서 이와같은 차이가 발생하는 것은 트림상태에 대하여 선형모델을 찾는 기준의 방법을 그대로 적용했기 때문인 것으로 분석된다.

5. 회복가능한 불안정 나선선회비행의 안정성 향상

본 연구에 적용된 항공기는 후퇴각이 없는 일반적인 항공기였으며 나선선회 강하의 안정미계수(HDSD)는 다음과 같이 정의하였다.

$$C_s \equiv C_{l_s} C_{n_s} - C_{n_s} C_{l_s}$$

일반적으로 C_s 가 음(-)의 값을 가질 때 나선선회 강하 현상이 발생할 수 있으며 C_{l_s} 와 C_{n_s} 의 값이 HDSD(C_s)에 큰 영향을 미치는 것으로 나타났다. 실제로 C_{n_s} 과 C_{l_s} 은 받음각의 함수로 표현이 되는 값들이지만 C_{l_s} 와 C_{n_s} 의 변화에 따른 각각의 트림상태에서의 받음각의 변화는 매우 적으므로 C_{n_s} 과 C_{l_s} 의 변화도 거의 무시할 정도로 작은 값으로 나타난다. 이에 반해서 C_{l_s} 와 C_{n_s} 는 항공기의 스팬특성을 좌우하는 를 및 요우 이탈 특성을 판단하는 중요한 미계수이며 역시 나선선회 비행의 안정미계수 C_s 의 부호를 결정하는 중요한 값으로 작용한다. 본 연구에서는 이러한 C_{l_s} 와 C_{n_s} 의 값을 적절히 변화시켜 가면서 각각의 경우에 대해 C_s 의 값이 양(+)의 값을 가지는 경우를 찾아서 C_s 의 변화에 따라 항공기가 나선선회 강하로부터 어떠한 회복 특성을 보이는지 알아보았다. 물론, C_{l_s} 와 C_{n_s} 의 값을 변화시킴에 있어서는 항공기 자체가 가지는 정적 안정성을 해치지 않는 범위 내에서 수행하였으며 그 값을 상수로 가정하였다. 우선, 회복 가능한 경우에 대하여 기준상태(nominal condition)에서의 C_s 값을 구하고 고유치 해석을 해 본 결과 한쌍의 불안정한 고유치가 존재함을 알 수 있었으며 그 결과를 <표 3>과 <그림 5>에 나타내었다. 다음으로 기준상태로부터 를 안정성을 증가시키고 요우 안정성을 다소 감소시켜가

면서 C_s 의 값이 양(+)이 되는 경우를 찾아보았다. 다시 말해서 C_l 의 값은 계속 감소시키고 C_n 의 값은 양의 값을 유지하는 범위 내에서 감소시켜 가면서 각각의 경우에 대해서 C_s 의 값과 고유치를 구하였다. 그 결과를 <표 4>에 나타내었으며 C_s 값의 증가에 따른 고유치의 변화를 <그림 6>에 나타내었다. <그림 6>에서 보면 C_s 의 값이 증가해 갈수록 초기에 불안정했던 고유치가 안정한 쪽으로 이동하고 있음을 볼 수 있다. 그렇다면 이러한 경우에 있어서 실제로 항공기의 나선선회 강하상태로부터의 회복 특성이 향상될 수 있는지를 알아볼 필요가 있다. 본 연구에서는 우선 항공기가 나선선회 강하상태에 빠져들었다고 가정하고 위의 각각의 경우에 대해서 회복 특성의 차이를 살펴보았다. 즉, 나선선회 강하 상태에 있는 각각의 경우에 대해서 같은 엘리베이터 입력(-5 deg.)을 주었을 경우의 비행경로각(γ)의 시간반응을 구해보았다. 그 결과를 <그림 7>에 나타내었으며 결과적으로 C_s 의 값이 증가할수록 회복 특성이 향상되는 것을 쉽게 볼 수 있다. 다시 말해서 같은 회복 조작이 주어졌을 경우에 C_s 의 값이 큰 항공기가 나선선회 강하로부터 회복할 수 있는 시간영역이 더 넓게 나타남을 볼 수 있다. 이상의 결과들로 볼 때 항공기의 롤 안정성을 증가시키는 방향으로 설계를 하였을 경우에 나선선회 강하 상태로부터의 회복 특성도 향상될 수 있다는 사실을 알 수 있었다.

6. 결론

본 연구는 후퇴각이 없고 가벼운 일반적인 소형 비행기에 대하여 나선선회 강하로부터 엘리베이터만 사용하여 회복하는 비행특성에 대하여 연구되었다. 나선선회 강하현상이 일어나는 과정은 종운동과 횡운동의 동역학적 현상과 공기역학적 현상의 상호간섭에 의해 발생됨을 알았다. 다시 말하면 반음각의 변화에 따른 롤 모멘트 발생에 인한 공기역학적 상호간섭이 발생하여 나선선회 강하 현상이 유도됨을 알 수 있다. 그리고 엘리베이터 입력에 대하여 유한 시간내에 비행경로각과 그 값의 시간에 대한 변화율이 (+)이면 회복 가능한 경우였다. 일정한 유속에 대한 5자유도의 수학적 모델로부터 엘리베이터 입력만 있을 경우 나선선회 강하 현상으로부터 회복 가능한 경우와 불가능한 경우에 대한 트림을 찾았다. 그 트림상태에 대한 엘리베이터 응답 특성을 보았을 때 선형모델과 비선형 모델의 응답특성중 옆미끄럼각, 롤 변화율 그리고 요 변화율의 반응에서 많은 차이를 볼 수 있는데 이것은 미소교란(small perturbation) 방법으로 선형화한데 기인하는 것이다. 이 결과로 부터 알 수 있는 것은 나선선회 강하 현상에 대한 선형화 기법은 앞으로 더욱 연구되어야 할 것으로 보인다. 한편, 나선선회 비행의 회복가능 경우에 대한 불안정한 트림조건은 나선선회 강하 안정미계수 C_s 에 대한 교유치의 변화 추이를 관찰함으로써 나선선회 강하 비행의 안정성 증대를 위하여 롤 안정미계수(roll stability derivative)가 중요한 설계변수라는 사실을 알 수 있었다.

참고문헌

- [1] B. L. Stevens and F. L. Lewis, Aircraft Control and Simulation, John Wiley & Sons, USA, 1992
- [2] R.F. Porter and J.P. Loomis, "Examination of an Aerodynamic Coupling Phenomenon," Journal of Aircraft, Vol.2, Nov.-Dec. 1965
- [3] T. Hacker and C. Oprisiu, "A Discussion of the Roll Coupling Problem," in Progress in Aerospace Science, Vol.24, July 1957
- [4] 이광현, 경비행기의 스피드 회복에 관한 연구, 석사학위논문, 인하대학교, 1991

표 1. 트림상태

States	Criterion : $\gamma > 0, \dot{\gamma} > 0$	
	Recovery Case	Nonrecovery Case
α (deg)	16.4945	16.4531
β (deg)	0.1852	-0.4340
ϕ (deg)	40.0000	40.0000
θ (deg)	10.4339	-6.0956
p (deg/sec)	-2.3752	1.5236
q (deg/sec)	8.2910	9.1709
r (deg/sec)	9.8809	10.9294
γ (deg)	-0.1000	-16.0000
δ_e (deg)	-13.8106	-13.9382
$V = 35\text{m/sec}$		

표 2. 트림상태

States	Criterion : $\gamma > 0, \dot{\gamma} > 0$	
	Recovery Case	Nonrecovery Case
α (deg)	16.4945	16.4531
β (deg)	0.1852	-0.4340
ϕ (deg)	40.0000	40.0000
θ (deg)	10.4339	-6.0956
p (deg/sec)	-2.3752	1.5236
q (deg/sec)	8.2910	9.1709
r (deg/sec)	9.8809	10.9294
γ (deg)	-0.1000	-16.0000
δ_e (deg)	-13.8106	-13.9382
$V = 35\text{m/sec}$		

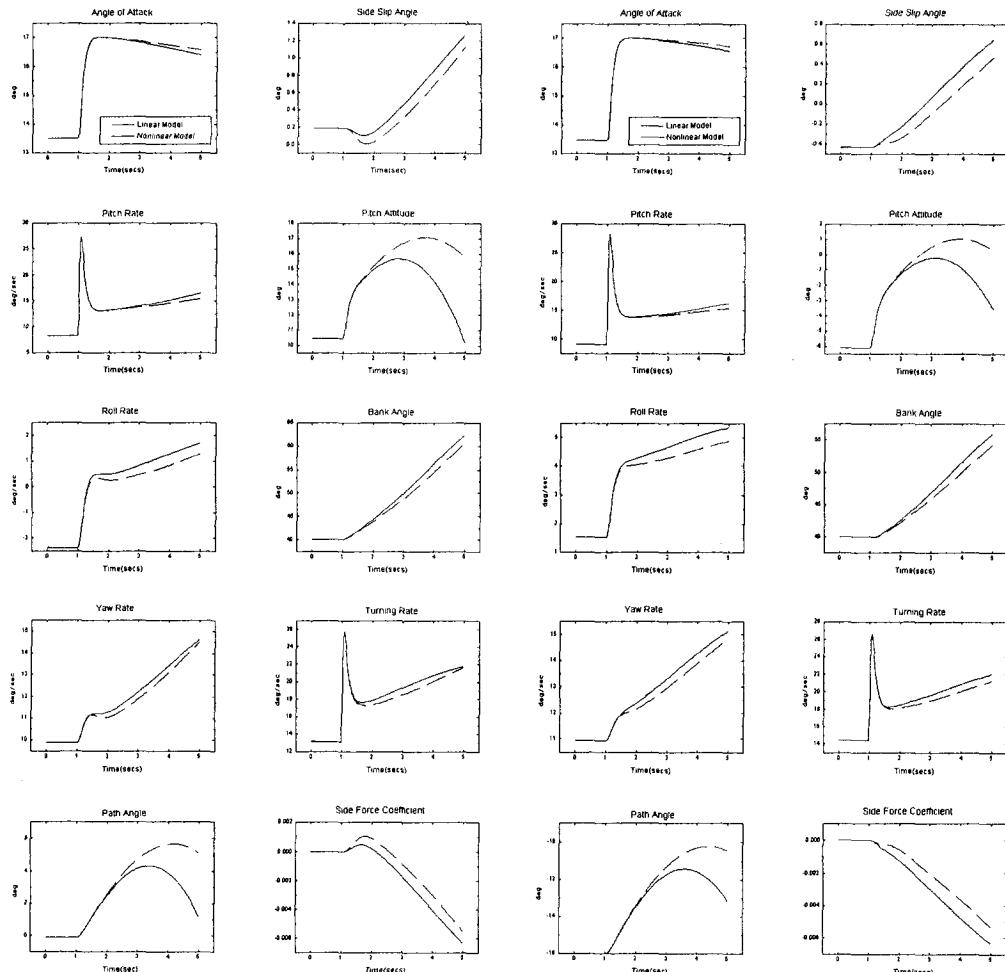


그림 2. 회복 가능한 상태의 시간

응답($\delta_e = -18.8 \text{ deg}$)

그림 2. 회복 불가능한 상태의 시간

응답($\delta_e = -18.9 \text{ deg}$)

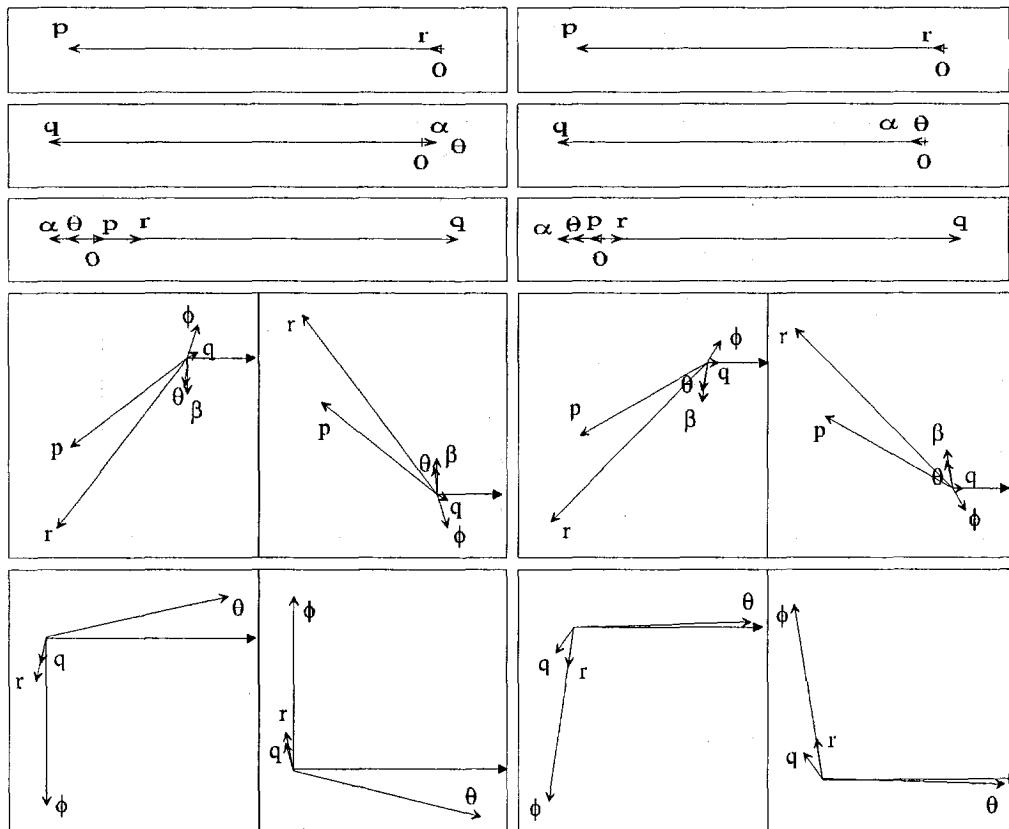


그림 3. 회복 가능한 선형모델의 고유벡터

그림 4. 회복 불가능한 선형모델의 고유벡터

표 3. Nominal 상태에서의 고유치

$$(C_{I_s} = -0.109, C_{n_s} = 0.057, C_s = -0.0108)$$

Eigenvalue	Damping	Freq. (rad/s)
5.53e-002 + 2.27e-001i	-2.37e-001	2.34e-001
5.53e-002 - 2.27e-001i	-2.37e-001	2.34e-001
-4.49e+000 + 2.98e+000i	8.34e-001	5.39e+000
-4.49e+000 - 2.98e+000i	8.34e-001	5.39e+000
-8.72e+000	1.00e+000	8.72e+000
-2.60e+001	1.00e+000	2.60e+001
-7.25e+001	1.00e+000	7.25e+001

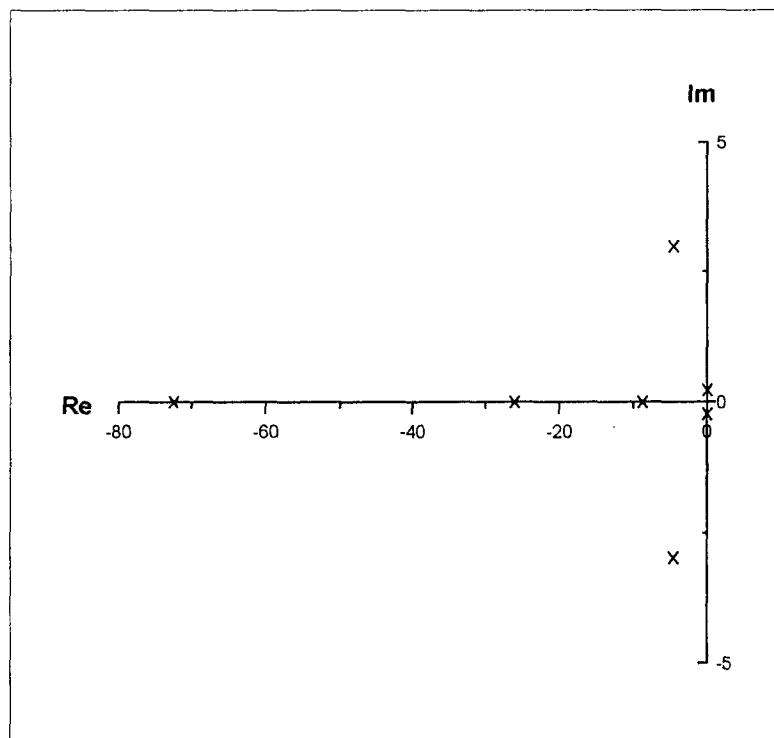
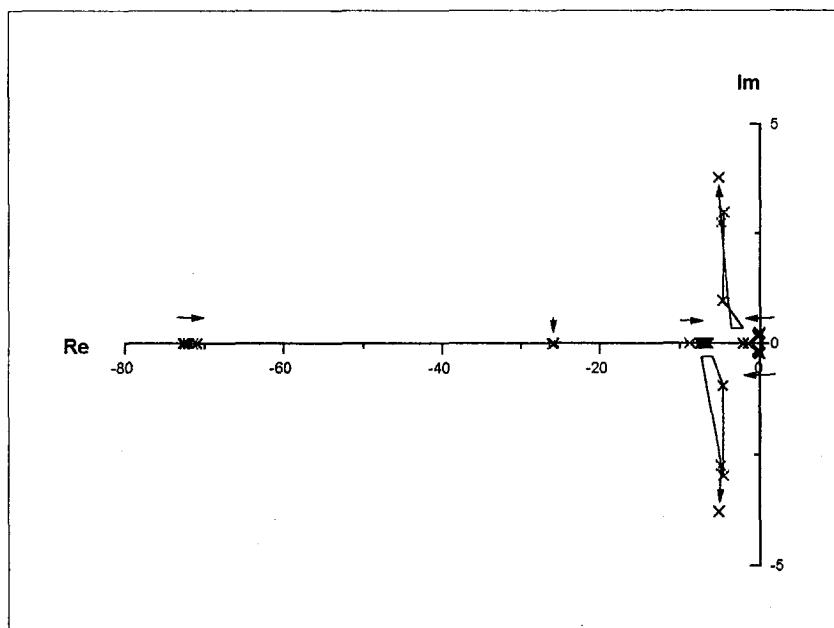


그림 5. Nominal 상태에서의 고유치

표 4. C_s 의 변화에 따른 고유치 변화

Eigenvalue ($C_s = -0.0108$: nominal)	Eigenvalue ($C_s = 0.00395$)	Eigenvalue ($C_s = 0.0131$)
$5.53e-002 + 2.27e-001i$	$-5.14e-002 + 2.35e-001i$	$-1.14e-001 + 2.23e-001i$
$5.53e-002 - 2.27e-001i$	$-5.14e-002 - 2.35e-001i$	$-1.14e-001 - 2.23e-001i$
$-4.49e+000 + 2.98e+000i$	$-1.41e+000$	$-2.03e+000$
$-4.49e+000 - 2.98e+000i$	$-6.73e+000$	$-6.51e+000$
$-8.72e+000$	$-7.49e+000$	$-7.21e+000$
$-2.60e+001$	$-2.58e+001$	$-2.58e+001$
$-7.25e+001$	$-7.26e+001$	$-7.24e+001$
Eigenvalue ($C_s = 0.0314$)	Eigenvalue ($C_s = 0.0497$)	Eigenvalue ($C_s = 0.0680$)
$-1.69e-001 + 1.89e-001i$	$-1.91e-001 + 1.66e-001i$	$-2.03e-001 + 1.50e-001i$
$-1.69e-001 - 1.89e-001i$	$-1.91e-001 - 1.66e-001i$	$-2.03e-001 - 1.50e-001i$
$-4.57e+000 + 9.59e-001i$	$-4.82e+000 + 2.75e+000i$	$-5.07e+000 + 3.78e+000i$
$-4.57e+000 - 9.59e-001i$	$-4.82e+000 - 2.75e+000i$	$-5.07e+000 - 3.78e+000i$
$-7.01e+000$	$-6.96e+000$	$-6.95e+000$
$-2.58e+001$	$-2.58e+001$	$-2.58e+001$
$-7.19e+001$	$-7.14e+001$	$-7.09e+001$

그림 6. C_s 의 증가에 따른 고유치 변화

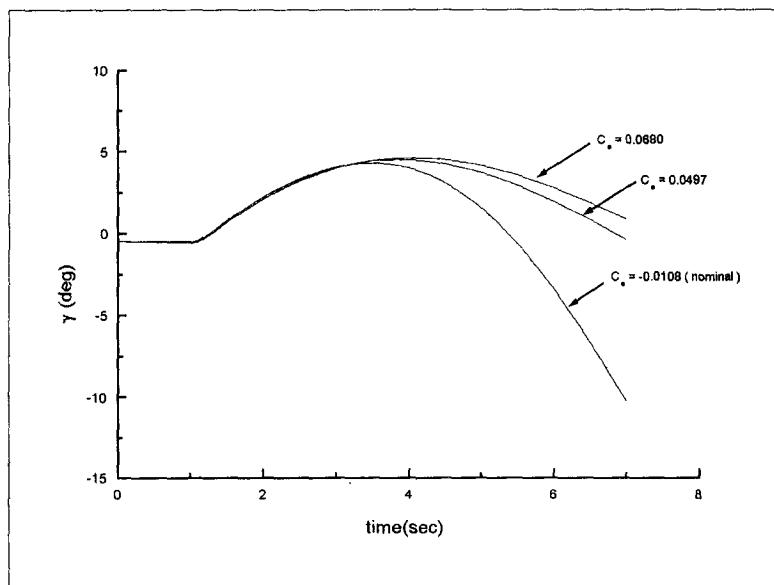


그림 7. 서로 다른 C_s 에서의 시간 반응 (회복 가능한 경우)