

비틀림, 전단력, 휨모멘트를 받는 철근콘크리트 보의 상호작용식

최 완 철

건축공학과

(1983. 4. 30 접수)

〈요 약〉

비틀림외에 휨모멘트, 전단력이 동시에 작용되는 철근콘크리트 부재의 강도는 상호작용으로 인하여 비틀림, 휨모멘트, 전단력만이 작용되는 부재의 강도에 비해 감소한다. 이러한 상호작용에 관하여는 만족할 만한 이론식이 제의되지 못하고 있으며 단지 많은 실험을 통한 신뢰성 높은 결과식이 대신되고 있다.

본 논문은 腹部철근의 有無에 따라, 휨, 비틀림, 전단력의 합성에 따른 상호작용에 관한 이론을 고찰하였다. 현행 ACI Code의 비틀림에 관한 사항은 논의하였고, 腹部철근에 따라서, 또한 휨모멘트 및 전단력에 따라서 상호작용식을 구분 적용함이 타당하다고 고찰되었다.

Interaction Equations for Combined Torsion, Shear,
and Bending in Reinforced Concrete Beams

Choi, Oan Chul

Dept. of Architecture

(Received April 30, 1983)

〈Abstract〉

Flexural moments, flexural shear forces and torques, when applied simultaneously, interact in a manner which will reduce the strength of a concrete member in pure torsion or pure shear.

No satisfactory theories of this complex interaction have been applied, therefore one must rely on the experimental investigations of this situation.

This paper intends to study the interaction theories between torsion, bending, shear for concrete members with or without web reinforcement.

The torsion criteria of the 1977 ACI Code provisions are compared with these studied theories for the design of concrete members subject to combined loadings.

I. 서 론

철근콘크리트 구조물의 응력해석은 보-기둥의 평면 frame 해석으로서 충분한 것으로 되어 왔다. 이에 비해 Fig.1.과 같은 구조물에서는 spandrel beam의 비틀림이 문제되고 치명적인 균열을 발생시키기도 한다.

특히 Fig.1의 spandrel beam은 비틀림 외에 전단력, 휨모멘트가 동시에 작용되므로 저항모멘트, 저항비틀림, 저항전단력은 상대적으로 감소한다. 이러한 상대적인 감소효과는 일정한 수식으로 표현되기에는 많은 요인이 연관되어 있다.

철근콘크리트 단면의 비틀림에 관한 연구는 1968년은 기점으로 전반의 미비한 연구에 비해 후반에 활발한 실험을 통하여 연구 발표되었으며 순수 비틀

II. 腹筋철근이 없는 콘크리트보의 상호작용식

1. 휨과 함성할 비틀림.

휨과 비틀림을 동시에 받는 철근 콘크리트 부재의 거동과 극한강도는 비틀림-휨모멘트의 비, 주근의 배근상태 및 부재의 단면에 따라 달라진다.

Cowan은 최대응력도 이론에 의하여 해석적 방법으로 상호작용식을 유도한데 비하여 다른 대부분의 연구자들은 실험을 통하여 제안하였으니 이들의 비교가 Fig.2이다.⁽⁹⁾

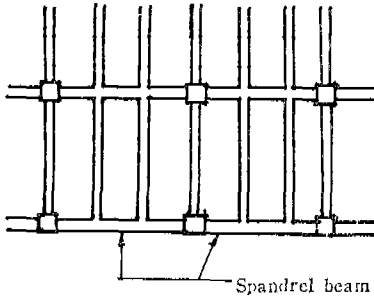


Fig. 1. 휨, 전단력, 비틀림을 받는보

림이 작용되었을 때의 단면의 극한강도와 전단력, 휨모멘트의 함성에 의한 상호작용식이 연구의 대상이 되어 왔다.

비틀림을 받는 철근콘크리트 부재의 실체는 콘크리트 단면이 저항할 수 있는 부분 이상을 腹筋 철근이 부담하도록 설계되고 있다.⁽¹⁾ 콘크리트 단면이 비틀림 외에 전단력, 휨을 동시에 부담하여야 할 때 일정한 콘크리트의 인장응력도와 압축응력도로 인하여 단면은 분담을 하게 된다.⁽²⁾

이러한 분담관계식에 관해서는, 작용되는 응력의 함성, 腹筋철근의 유무, 주근의 배근상태에 따라 그 식이 각각 달라진다. 腹筋철근이 없는 단면의 해석은 비틀림에 대한 축의 결정이 곤란하고, 함성되는 휨모멘트, 전단력의 대소에 따라 널리 결과가 얻어지며, 더우기 재료의 비균질성, 비탄성등으로 인하여 이론적인 해석이 곤란하다. 이러한 현상으로 많은 연구는 실험을 통하여 비교적 여유있는 식을 제안하고 있다.⁽⁹⁾

여에 비해 腹筋 철근이 있는 단면에 대한 해석은 이론적인 해석법이 제안되고 실험을 통하여 타당성과 적용상의 제한을 제시하고 있다.

현행 ACI 규준의 비틀림에 관한 설계에서는 전단력의 함성에 관해서만 고려되고 있다.⁽¹⁾ 또한 腹筋 철근이 있는 단면의 비틀림과 전단력의 함성에 관한 상호작용식은 腹筋 철근이 없는, 무근 콘크리트의 상호작용식을 적용하고 있다.

본 논문에서는 腹筋 철근이 없는 콘크리트보의 기본적인 상호작용식은 응력의 함성에 따라 고찰하고 腹筋 철근이 있는 보의 이론적인 해석법 및 실험결과에 의한 제안식의 타당성을 논의한다.

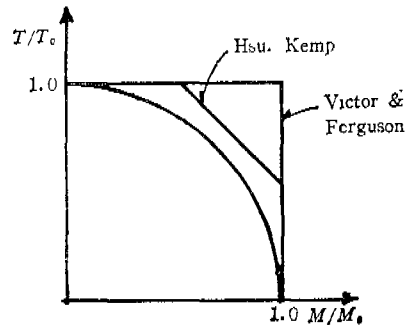


Fig. 2. 휨-비틀림의 상호작용식

일반적으로 M/M_0 의 작은 값에서는 비틀림 강도의 변화가 적고 이에 비하여 M/M_0 의 큰 값에서 비틀림의 강도는 급격히 감소한다. Victor와 Ferguson은 경방형 상호작용식을,⁽⁷⁾ Hsu와 Kemp는 삼절직선식을 제안하였으니 이들의 하한선으로 사분원도 제안되고 있다.⁽⁹⁾

Hsu와 Kemp의 삼절직선식과 일치되는 실험식의 제안이 Nylander와 Ramakrishnan에 의한 실험자료로서 Fig.3은 이들 자료로부터 비교적 타당한 상호작용식인 구간별의 삼절직선식이다.⁽⁴⁾

이들을 수식으로 표현하면,

$$\frac{T}{T_0} = 1; M/M_0 \leq 0.5 \quad (1, a)$$

$$\frac{T}{T_0} = 1.7 - 1.4M/M_0; 0.5 \leq \frac{M}{M_0} \leq 1.0 \quad (1, b)$$

$$M/M_0 = 1; T/T_0 < 0.3 \quad (1, c)$$

여기서 M_0, T_0 는 순수 휨극한강도, 순수 비틀림

극한 강도이고 M, T 는 휨과 비틀림의 합성시의 휨과 비틀림의 극한강도이다.

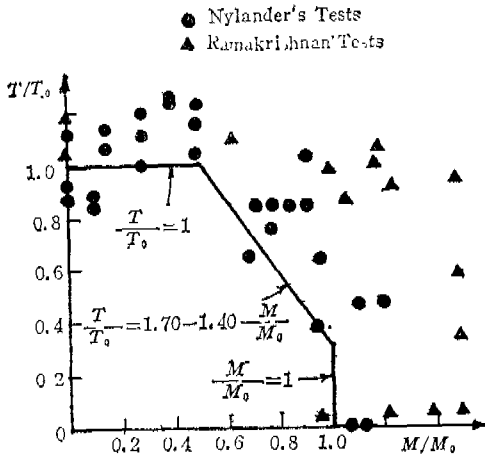


Fig. 3. 휨-비틀림의 상호작용식

2. 휨과 합성한 전단력

腹部결함이 없는 콘크리트 보의 전단강도는 휨모멘트에 따라서 그 크기가 변한다. 즉 콘크리트의 전단강도는 휨응력에 의한 합성으로 사인장 균열을 발생시킴으로 인해 감소된다.

ACI 규준은 휨모멘트의 영향에 의한 콘크리트 단면의 전단력은 다음의 식으로 나타내며 이 식이 전단력과 휨모멘트의 상호작용식으로 한다.⁽¹⁾

$$V_c = 1.9\sqrt{f'_c} + 2500\rho_w \frac{V_s d}{M_s} b_w d \leq 3.5\sqrt{f'_c} b_w d \quad (2)$$

3. 전단력과 합성한 비틀림

Nylander의 실험결과에 의하면 전단력과 합성한 비틀림에 의한 파괴는 콘크리트의 인장강도가 비틀림-전단력의 조합인 전단응력보다 식을 때 콘크리트의 인장강도에 의해 결정된다. 이것은 직선형 상호작용식으로 다음의 식과 같다.

$$\frac{T}{T_0} + \frac{V}{V_0} = 1 \quad (3)$$

그러나 이 이론식은 단성, 간질재료에 대한 것으로 철근콘크리트는 정확하게 적용되지 않는다. 이에 비해 최근 Texas, Washington의 실험에 의한 결과는 다음의 원형식이 적합함을 제안하고 있다.⁽³⁾

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1 \quad (4)$$

이 제안식은 휨응력의 영향을 고려한 단순보에 적합하다는 것이 밝혀 졌다.

이들식에 대한 또 다른 제안으로 순수비틀림과 순수전단력에 의한 실험결과로 Nylander와 Klus는 Fig. 4와 같이 발표했으며 극한강도의 개념을 이용하여 일정한 안전계수를 도입하여 구간별로 다음식을 사용시켰다.⁽⁶⁾

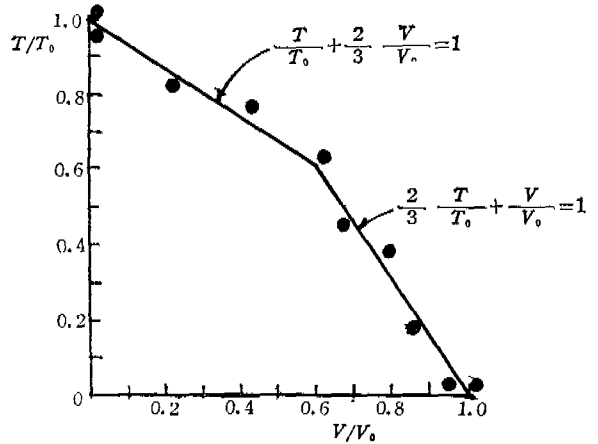


Fig. 4. 전단력-비틀림의 상호 작용식

$$\frac{2}{3} \frac{T}{T_0} + \frac{V}{V_0} \leq 1; \quad \frac{T}{T_0} \leq 0.6 \quad (5, a)$$

$$\frac{T}{T_0} + \frac{2}{3} \frac{V}{V_0} \leq 1; \quad \frac{V}{V_0} \leq 0.6 \quad (5, b)$$

4. 휨, 전단력, 비틀림의 상호작용식

휨, 전단력, 비틀림이 동시에 적용되는 효과는 세 개의 각각 좌표 $T/T_0, V/V_0, M/M_0$ 의 상호작용면으로 나타낼 수 있다. 이에 관한 이론은 전항의 상호작용식의 조합에 근거되며 각 연구가들에 의해 대체로 다음의 세가지로 구분된다.

첫 상호작용면은 식 (1), (2), (5)의 결과로 Fig. 5와 같으며 Nylander, Hsu의 제안이다.

식 (5)에서의 전단력-비틀림의 상호작용식을 휨모멘트의 크기에 따라 다음과 같이 구분 적용하였다.⁽⁴⁾

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1; \quad \frac{M}{M_0} \leq 0.5 \quad (6)$$

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1; \quad 0.5 \leq \frac{M}{M_0} \leq 1.0 \quad (7)$$

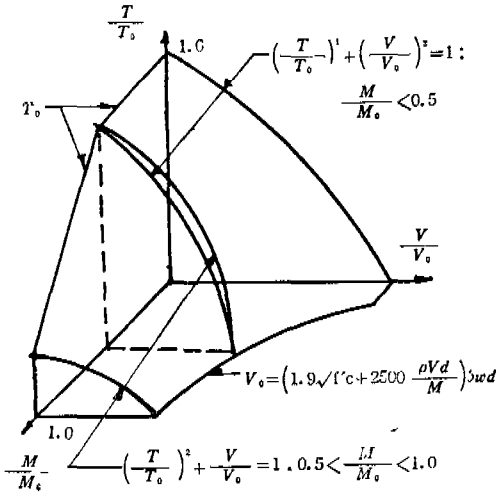


Fig. 5. 휨-전단력-비틀림의 상호작용면(Hsu)

여기서 $V=0$ 일때 상호작용식은 비틀림-휨의 상호작용식과 일치되며 $T=0$ 일때는 ACI 전단력식이 된다. 이 이론은 Brown, Farmer, Erosy, Mattock 등의 실험결과로 더욱 타당성을 갖게 되었다.

Mirza 와 McCutchen 에 의해 제시된 두번째 상호작용면은 Hsu 등의 첫번째 제안식과는 기본적인 개념을 담지하고 있다. 즉 ACI 전단력식은 사인장 관입의 근사값으로 휨모멘트 및 비틀림을 만능 보의 극한치중은 아니다. 따라서 ACI 전단력식의 사용은 전단력-비틀림 및 휨-비틀림의 상호작용시

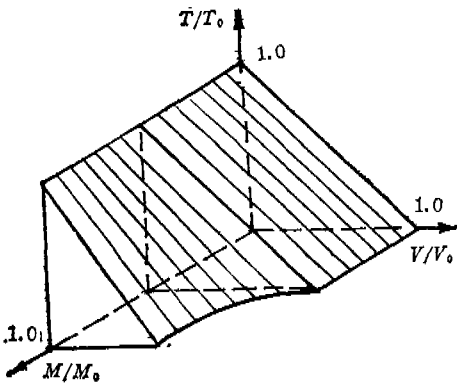


Fig. 6. 휨-전단력-비틀림의 상호작용면(Mirza)

과 일치되지 않으며 정방형 휨-비틀림식의 적용경우에 타당하다. 이 제안의 상호작용면이 Fig. 6이다. (9)

세번째 제안은 Victor 와 Ferguson 의 식으로 ACI 전단력식은 휨모멘트-전단력의 상호작용식으로 적용하기에는 합리성이 적으므로 단순화하여 정방형의 휨-전단력식을 제안하였다. Victor 의 상호작용면이 Fig. 7이다. (9)

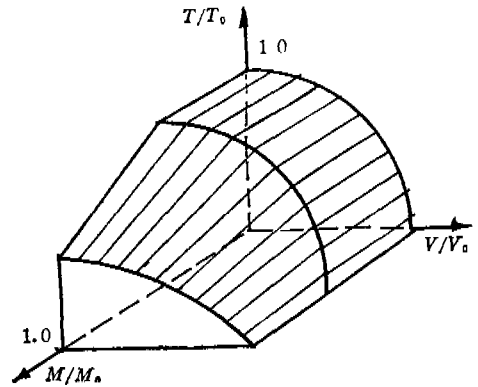


Fig. 7. 휨-전단력-비틀림의 상호작용면(Mirza & Ferguson)

이외에 최근의 더욱 단순화시킨 원통형의 상호작용식이 Rajagopalan 에 의해 제안되었다.

III. 腹部철근이 있는 보의 상호작용식

1. 휨과 합성한 비틀림

Fig. 8과 같은 矩形보가 휨과 비틀림의 합성에 의해 파괴될때 세면에서 철근이 항복되며 네번째 면에 압축부가 형성된다. 균열의 방향은 비틀림 저항을 최소화 하는 45°로 가징되고 콘크리트 압축부의 높이 h' 는 대체로 작음으로 인하여 보상부의 철근의 높이에 근사하게 된다. Fig. 9는 이러한 단면의 파괴 기구이다.

압축부의 중심을 통과하는 축을 중심으로하는 두개의 모멘트 식으로 부디 극한 휨 및 비틀림 강도를 얻는다.

먼저 보의 축과 평행인 비틀림모멘트는 내용력에 의한 비틀림모멘트와 같게 된다. 즉,

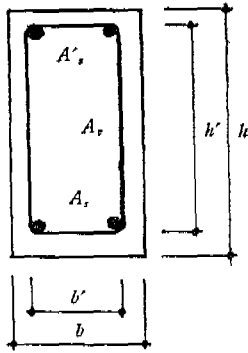


Fig. 8. 矩形보 단면

복사인 식(8)로서 이들을 관계식으로 하여 도식화한 것이 Fig.10이다.

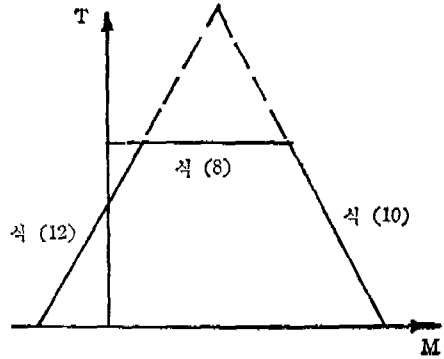


Fig. 10. 휨- 비틀림의 상호작용식

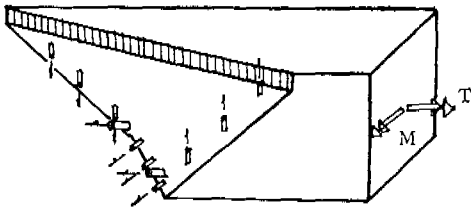


Fig. 9. 휨- 비틀림 작용시의 파괴기구

$$T = A_s f_y \left(\frac{b'}{s} h' + \frac{2h'}{s} \cdot \frac{b'}{2} \right) - 2b' h' \frac{A_v f_y}{s} \quad (8)$$

또한 보의 축에 수직인 휨모멘트의 비응력에 의한 휨모멘트의 평형식으로부터,

$$M = 2A_s' f_y h' - A_s f_y \left(\frac{b'}{2} + \frac{h'}{2} \right) \quad (9)$$

식 (8)과 식(9)로부터 휨과 비틀림의 상호작용식을 얻게되며

$$M = 2A_s' f_y h' - T \frac{h' + b'}{2b'} \quad (10)$$

과 같이 된다.

여기서 휨모멘트가 적거나 -모멘트일 때 콘크리트의 압축부는 하단에 형성되고 이때 식 (9)는 다음과 같이 된다.

$$-M = 2A_s' f_y h' - A_s f_y \frac{h'}{s} (b' + h') \quad (11)$$

또한 상호작용식도 식 (8)과 식 (11)에 의하여

$$M = -2A_s' f_y h' + T \frac{h' + b'}{2b'} \quad (12)$$

가 되며 상한선인 최대 비틀림모멘트는 축근의 항

휨과 비틀림을 받는 腹部철근이 있는 보의 극한 강도의 이론은 전술된 바와 같이 파괴면의 가정과 보를 회전시키는 축의 가장 형태에 따라 달라진다.

주 파괴면의 가정에 따라서 Lessig, Yudin, Gesund의 각각 다른 상호작용식의 이론이 제시되고 있다.⁽⁹⁾ Lessig의 이론은 많은 연구가들과 합치되고 있으나 몇가지 제한사항으로 철근의 휨복, 腹部 철근대 송방향 주근의 비의 제한, 콘크리트의 조기압축파괴를 방지하기 위한 비틀림의 상한치 제한인장철근량의 제한등 경험적인 요구사항은 밝히고 있다.

그의 Goode와 Helmy, Collins 등은 Lessig 이론을 발전시켜 상부보다 하부의 배근량이 많은 보의 압축부가 하부에 형성된 경우, 腹部철근과 종방향 수근이 동시에 휨복되지 않는 경우등의 또 다른 파괴 형태를 관찰하였다.

2. 휨, 전단력, 비틀림의 상호작용식

휨과 비틀림의 합성에 전단력이 작용될 때에는 휨과 비틀림의 합성시와 다른 거동을 갖게 된다. 전단력의 작용으로 인하여 보의 각면에는 사인강응력이 생기고 사인강응력의 차이로 균열의 경사각이 달라진다. (전향에서는 45°로 가정) 이로 인하여 압축축의 중심과 균열의 중심이 일치되지 못하고 전단력에 의한 우력모멘트가 발생되며 이것이 휨모멘트에 증가된다.

콘크리트의 압축부분이 보의 상부에 형성되는 파괴형태를 고찰할때 Fig.11과 같으며 보의 거연의 균열경사각은 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 이 된다.

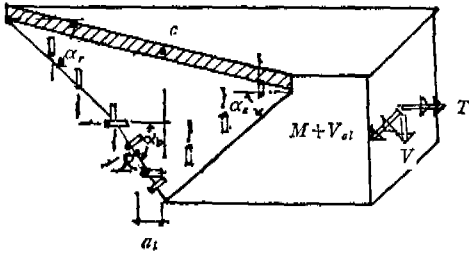


Fig. 11. 쉘-비틀림-전단력 작용시의 파괴기구

압축부의 중심 c 를 통과하는 두 축에 대한 모멘트의 평형식과, 수직방향의 힘의 평형식을 적용한다. 먼지 보의 축과 평행인 비틀림모멘트는 내응력에 의한 비틀림모멘트와 같게 된다. 즉,

$$T = A_s f_y \left[\frac{b' \cot \alpha_1}{s} h' + \frac{h'}{s} (\cot \alpha_1 + \cot \alpha_2) \frac{b'}{2} \right] \quad (13)$$

또한 보의 축에 수직인 휨모멘트는 내응력에 의한 휨모멘트와 같다. 그런데 압축력의 중심 c 와 인장철근의 중심 R 은 각면의 경사각의 차이로부터 α_1 만큼 차이가 나고 이 차이는 수직력, 즉 전단력에 의한 모멘트를 추가로 발생시킨다. 따라서 c 점에 작용되는 휨모멘트는 $M+V_{s1}$ 이 되며 평형식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M + V_{s1} &= 2A_s f_y h' \\ &\quad - A_s f_y \frac{h' \cot \alpha_1}{s} \left(\frac{b'}{2} 2 \cot \alpha_1 + \frac{h'}{2} \cot \alpha_2 \right) \\ &\quad - A_s f_y \frac{h' \cot \alpha_2}{s} \left(\frac{b'}{2} 2 \cot \alpha_1 + \frac{h'}{2} \cot \alpha_1 \right) \end{aligned} \quad (14)$$

수직방향의 힘의 평형식으로 부러 수직방향의 내응력과 작용된 수직전단력은 같게 된다. 여기서 콘 크리트의 압축부의 전단력 저항을 무시하면

$$V = A_s f_y \frac{h'}{s} (\cot \alpha_1 - \cot \alpha_2) \quad (15)$$

여기서

$$a_1 = \frac{h'}{2} (\cot \alpha_1 - \cot \alpha_2) \quad (16)$$

이 되고 식 (16)을 식 (14)에 대입하고 식 (13) 식로부터 상호작용식을 다음과 같이 얻게 된다.

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{M}{2A_s f_y h'} + \frac{T^2}{(2b'h')^2} \frac{b'+h'}{2A_s f_y} \frac{s}{A_s f_y} \\ &\quad + \frac{V^2}{(2h')^2} \frac{h'}{2A_s f_y} \frac{s}{A_s f_y} \end{aligned} \quad (17)$$

M_0, T_0, V_0 를 순수극한 휨강도, 비틀림강도, 전단강도라 할때

$$\left. \begin{aligned} M_0 &= 2A_s f_y h' \\ T_0 &= 2b'h' \frac{A_s f_y}{s} \sqrt{\frac{2A_s f_y}{b'+h'} \frac{s}{A_s f_y}} \\ V_0 &= 2h' \frac{A_s f_y}{s} \sqrt{\frac{2A_s f_y}{h'} \frac{s}{A_s f_y}} \end{aligned} \right\} \quad (18 \text{ a, b, c})$$

$$1 = \frac{M}{M_0} + \left(\frac{T}{T_0} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 \quad (19)$$

식 (19)의 상호작용식이 Fig. 12와 같으며 전단력과 비틀림은 원형곡선은, 쉘과 비틀림 및 휨과 전단력은 직선의 형태를 갖는다.

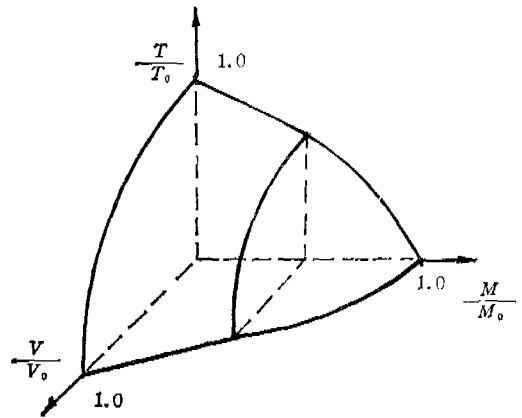


Fig. 12. 쉘-전단력-비틀림의 상호작용면 (Elfren & Karlsson)

식의 전개과정 및 결과를 고찰하면 식 (18, b, c)의 근호는 종방향 주근대 횡방향 腹部철근의 비로서 고찰된다. 또한 비틀림 파괴의 가정사항으로 $\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$ 로 하였을 때 식 (8), (9)와 일치한다.

이상의 해석적 방법은 Lennart Elfren과 Ingc Karlsson에 의해 제안된 과정을 요약한 것이다.⁽⁵⁾ 이에 비해 실험적 방법이 Behera의 상호작용식으로 몇몇 연구자에 의해 수정, 보완되었다.⁽⁶⁾ Behera는 I形 보에 관하여 전단력, 비틀림, 휨모멘트를 각각 달리 적용시킨 결과 Fig. 13과 같은 상호작용면을 얻었고⁽⁵⁾ 이들을 근사한 이론식을 적용한 결과 오차가 저음을 보여 주었다.

이에 따른 비틀림, 전단력의 상호작용식은

$$\left(\frac{T}{T_0} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 = 1; \quad \frac{V_m}{V_0} \geq 1 \quad (20)$$

$$\frac{V}{V_0} = \frac{V_m}{V_0}; \quad \frac{V_m}{V_0} \leq 1, \quad \frac{T}{T_0} \leq y' \quad (21)$$

IV. 결 론

1. 腹部철근이 없는 비틀림 단면의 설계, 즉 작은 전단력이 작용하는 단면의 설계에서는 다음의 $\frac{M}{M_0}$ 의 값에 따라 상호작용식은 구분 적용한다.

$$\left(\frac{T}{T_0}\right)^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1; \frac{M}{M_0} \leq 0.5$$

$$\left[\frac{T}{T_0(1.70 - 1.40 \frac{M}{M_0})}\right]^2 + \left(\frac{V}{V_0}\right)^2 = 1,$$

$$0.5 < \frac{M}{M_0} \leq 1.0$$

2. 전단력이 크고, 腹部철근이 필요한 단면의 비틀림에 관한 설계는 腹部철근이 없는 콘크리트 단면의 상호작용식과는 구분 적용이 합당하다.

3. 腹部철근이 있는 단면의 상호작용식은 Elfren의 식 (18)과 Behera의 식 (24)에서 논의된 바와 같이 휨모멘트, 전단력의 값의 크기에 따라 적용된 이 합당한 것으로 고찰되었다.

4. 현행 ACI code의 비틀림설계에 관한 시험에서, 腹部철근이 있는 단면의 상호작용식, 휨모멘트와 전단력에 따른 상호작용식에 의하여 설계되어야 할 것이다.

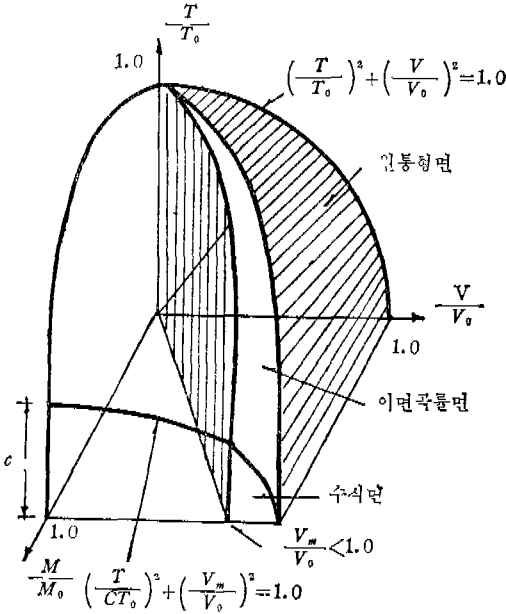


Fig. 13. 휨-전단력-비틀림의 상호작용면

$$\left(\frac{V}{V_m}\right)^2 + \frac{\left(\frac{T}{T_0} - y'\right)^2}{(1-y')^2} = 1; \frac{V_m}{V_0} \leq 1, \frac{T}{T_0} \geq y' \quad (22)$$

여기서

$$y' = c \sqrt{1 - \left(\frac{V_m}{V_0}\right)^2} \quad (23)$$

$$V_m = V \left(\frac{M_0}{M}\right) \quad (24)$$

$c = 0.5$ (L形), $c = 0.3$ (矩形)

또한 비틀림과 휨모멘트의 상호작용식은

$$\frac{M}{M_0} = 1; \frac{T}{T_0} \leq y' \quad (25)$$

$$\left(\frac{M}{M_0}\right)^2 + \frac{\left(\frac{T}{T_0} - y'\right)^2}{(1-y')^2} = 1; \frac{T}{T_0} \geq y' \quad (26)$$

$$\frac{M}{M_0} = 1; \frac{T}{T_0} \leq c \quad (27)$$

$$\left(\frac{M}{M_0}\right)^2 + \frac{\left(\frac{T}{T_0} - c\right)^2}{(1-c)^2} = 1; \frac{T}{T_0} \geq c \quad (28)$$

References

1. ACI committee 318, "Building Code Requirement for Reinforced Concrete(ACI 318-77)," American Concrete Institute, Detroit, 1977.
2. George Winter and Arthur H. Nilson, "Design of Concrete Structure, "McGraw-Hill, Ltd., 1979, pp.176-179.
3. Behera, U., and Ferguson, P.M., "Torsion, Shear, and Bending on Stirruped L-Beams," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.96, ST 7, Proc. Paper 7419, July, 1970, pp.1271-1286.
4. Hsu, T.T. "Torsion of Structural Concrete-In teraction surface for Combined Torsion, Shear and Bending in Beams without Stirrups," Journal of the American Concrete Institute, Vol.65, No.1, Jan., 1968, pp.51-60.
5. Elfren, L., Karlsson, I., and Losberg, A.,

- "Torsion-Bending-Shear Interaction for Concrete Beams," Journal of the structural Division, ASCE, Vol.100, ST8, Proc. Paper 10749, Aug. 1974, pp.1657-1676.
6. Rajagopalan, K. S., Behera, U., and Ferguson, P.M., "Total Interaction Method for Torsion Design," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.98, No. ST9, Proc. Paper 9209, Sept., 1972, pp.2097-2117.
7. Victor, D.J., and Ferguson, Phil M., "Reinforced Concrete T-Beams without Stirrups under Combined Moment and Torsion," Journal of the American Concrete Institute, Vol.65, No.1, Jan., 1968, pp.29-36.
8. Klus, J.P., "Ultimate strength of Reinforced Concrete Beams in Combined Torsion and Shear," Journal of the American Concrete Institute, Vol.65, No.3, March, 1968, pp.210-215.
9. Zia, P., "What Do We Know About Torsion in Concrete Members?" Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.96, No. St 6, Proc. Paper 7372, June, 1970, pp.1185-1199.