

통신망의 정량적 생존도 분석

김현준
경영정보학과

<요 약>

대용량의 전송능력을 갖는 광섬유의 도입에 따라 통신망 구성요소의 장애에 따른 통신망의 장애대비능력 분석이 연구의 주요대상이 되고 있다. 본 연구에서는 통신망의 링크에 장애가 발생하는 경우에도 여전히 제공될 수 있는 서비스의 비율을 통신망의 정량적 생존도로 정의하고, 그래프적 시각에서 그 구조적 특성을 분석한다. 분석결과를 이용하여 링크 이중장애시 망생존도 계산의 효율제고를 위한 「사이클 분해」의 개념을 제시하며, 이 과정이 분지한계법의 틀 속에서 효율적으로 구현될 수 있음을 보인다. 무작위적으로 만들어진 다양한 문제를 대상으로 이루어진 시험적용의 결과는 제시된 사이클 분해법이 현실에서의 통신망 생존도 분석에 효과적으로 적용될 수 있음을 보여준다.

Quantitative Survivability in Communication Networks

Hyun-joon Kim
Dept. of Management Information Systems

<Abstract>

We consider the issue of network survivability with focus placed on that against link failures. The link survivability is first defined as the relative portion of traffic amount still intact under a set of link failures. We then exploits its characteristics on the case of two-link failures to devise the so-called cycle factoring operation. We also develop a branch and bound procedure for two-link survivability of a general network, which successfully incorporates a sequence of cycle factoring operations. Computational experience with a wide range of test problems shows that the proposed procedure could be directly applied to obtain the two-link survivability of fairly large real-world networks.

이 논문은 1995년도 대학 학술연구비의 지원하에 연구되었음.

I. 서 론

'80년대 후반이후 급격한 발전을 보이고 있는 통신망의 광대역화와 통신서비스의 지능화는 사회의 정보화를 가속화시키고 있다. 통신망의 광대역화는 광섬유의 도입과 대용량 전송 및 교환기술의 발전으로 비롯되는 현상으로서, 기존의 음성 및 문자정보의 전송을 위주로 한 정보통신서비스의 영역을 영상 및 동화상등의 전송을 포함하는 멀티미디어 서비스로 확장시키는 기반을 제공하고 있으며, 통신기술과 컴퓨터기술의 결합으로 나타나기 시작한 서비스의 지능화는 통신처리 단계의 서비스를 정보처리 차원으로 격상시키는 원동력이 되고 있다. 또한 이러한 컴퓨터기술의 도입은 통신망 자체의 지능화를 가능하게 함으로써 망의 자기진단 및 자동복구, 정보처리기술의 내장화 등을 가능하게 함으로써 다양한 서비스 수요의 창출을 가능하게 하여 사회의 통신의존도를 급속히 심화시켜 가고 있다.

이러한 기술발전에 따른 정보 및 통신의존도의 심화 흐름에 수반되어 통신망의 기술적 및 관리적인 차원의 주요 이슈로 등장하고 있는 요소 중에 통신망 생존도(network survivability)가 있다. 통신망 생존도는 통신망의 구성요소 중의 일부에 장애가 발생했을 시의 서비스 처리 능력이라 정의된다. 통신망 생존도의 중요성은 통신기술의 발전과 긴밀한 관련을 가진다. Wu등(1988, 1992)이 지적한 바와 같이, 광섬유의 도입은 통신망의 설계 및 운용의 관점에서 엄청난 변화를 가져오게 된다. 기존의 동축케이블을 위주로 한 통신망의 경우에는 단일의 통신링크의 전송용량이 상대적으로 적었고 각 교환기를 연결하는 통신선로(링크, link)의 수가 매우 많았으며, 결과적으로 매우 복잡한 형태의 그물모양 통신망이 구축되고 운영되었다. 따라서 교환기 또는 통신선로의 일부에 장애가 발생한다고 하여도 주어진 서비스요구를 처리하는 우회경로의 확보가 매우 쉽게 이루어질 수 있었으며, 설사 우회경로가 확보되지 못하는 경우라 하더라도 처리되지 못하고 유실되는 정보량은 상대적으로 매우 적었다.

그러나 대용량의 전송능력을 가지는 광섬유 및 대용량 교환기가 주를 이루는 광대역 통신망의 경우에는 상당한 변화가 있게 된다. 즉, 광섬유가 가지는 대용량의 전송능력이 고려되어 전체적인 통신망의 구조가 단순해지게 되고, 특정의 통신선로에 장애가 발생했을 때 주어진 서비스처리를 위한 우회 경로 확보에 어려움이 발생할 수 있다. 또한 사회의 정보화와 더불어 통신서비스를 요하는 정보요구는 증가하고 동일 정보량이 가지는 가치는 상대적으로 증가하게 되어, 처리되지 못한 서비스의 발생에 따른 비용의 증가도 매우 커지게 된다. 결국 광대역시대의 통신망 설계 및 운용은 통신망 생존도에 대한 충분한 고려를 전제로 이루어져야 하는 것이다.

이러한 기술적인 발전흐름하에서 관심을 모으는 망생존도의 개념이 Cardwell등(1989)에 의해서 제시되었다. 이들은 서비스량에 근거한 망생존도의 개념을 제시하고, 단일링크 장애에 따른 생존도를 1:N 보호체계(protection scheme)하의 통신망 설계문제에 적용하여 이에 특화된 계산방법을 제시하고 있다. 다만 특화된 기술적인 환경하에서의 연구로서 한계를 지니고 있어, 보편적인 생존도 개념으로의 정리가 미흡하였다. 특히 정량적 생존도의 산출에 수반되는 계산상의 복잡성이 제기되었으며, 이로 인하여 이후의 이론적인 연구는 또 다른 망생존도를 반영하는 정성적인 지표인 망연결성(network connectivity)을 중심으로 이루어지게 되었다. 즉, 구성요소 장애시의 서비스 처리능력은 망구성요소의 중복적인 배치에 의한 망구조의 중복화로 제고될 수 있다는 점에 착안하게 된 것이다.

통신설비를 중복적으로 구성하여 됨으로써, 요소 장애발생시의 우회경로 확보가 용이하게 되고 따라서 서비스의 처리능력은 높아지게 된다. '80년도 후반이후 최근까지의 많은 연구들이 이러한 사실적인 근거하에서 통신망 생존도의 개념을 정성적인 지표인 통신망의

교환기간 연결성으로 인식하였다. 이러한 통신망의 연결성을 정성적 지표로 분류하는 것은 요구되는 서비스 처리량을 고려하지 않고 망의 상태만을 고려하여 지표산출이 이루어지기 때문이다. 이러한 정성적 지표는 Monma등(1989)에 의해서 활용되고 있으며, 이후 연결성을 제고시키기 위한 통신망 설계방식의 연구로 이어진다. 즉, 교환기의 상대적인 중요성을 우선적으로 파악한 후, 이를 정량화한 노드별 필요연결도를 정의하고 이를 토대로 노드간의 필요연결도를 결정한다. 이후 망의 설계시에 노드간의 연결도를 충족시킨다는 제약의 형태로 망설계 문제를 정식화하고 이 문제의 최적해를 구하는 연구들(Monma 1989, Grötchel의 1990, 1992)이 활발히 이어졌다.

통신망 생존도에 대한 이러한 접근은 구성요소의 중복에 의한 망의 장애대비능력을 측정하고 향상시킬 수 있다는 본질적인 의미를 지니고 있으나, 통신망에 요구되는 서비스 요구량을 고려하지 않는다는 기본적인 단점을 가지고 있다. 즉, 본질적으로 통신망은 노드간에 주어지는 서비스 요구를 처리하기 위하여 설계되고 운용되는 것이므로 통신망의 능력 또한 서비스의 관점에서 조명될 필요가 있는 것이다. Brush등(1990)은 이러한 점을 잘 지적하고 있으며, Cardwell등(1989)의 연구에도 이러한 시각이 언급되고 있다. 결국, 망의 장애대비능력을 지표화할 수 있는 두가지 요소중 한가지에만 근거한 정성적인 접근은 비용 대비 성능이라는 경제적 최적성의 기준을 만족시킬 수 없으며, 망운용자 관점에서의 비용과 수익의 조화를 제공할 수 없게 된다.

본 연구에서는 망생존도에의 정성적인 접근이 가지는 이러한 단점을 극복하는 수단으로서 요구되는 서비스 요구량을 고려한 정량적 망생존도에 근거하며, 정량적 접근에의 장애로 작용해온 생존도 산출의 효율적 처리를 위한 방법론을 제시하고자 한다. 이러한 지표는 Cardwell등(1989)에 의하여 제시되었으나, 구체적인 산출절차에 대한 연구는 제시되지 않고 있다. 먼저 정량적인 지표로서의 망생존도는 “구성요소중의 일부에 장애가 발생된 경우 최소한으로 유지되는 서비스 처리능력”으로 정의된다. 분석은 통신망의 구성요소인 통신링크에 발생하는 장애를 대상으로 하며, 단일링크의 장애와 이중링크의 장애로 구분되어 이루어진다. 이들에 대한 그래프적인 특성의 분석과 이들의 산출을 위한 기존 그래프 이론이 2장에서 정리되며, 링크 이중장애시의 망생존도 분석을 위한 “사이클 분해법”이 3장에서 제시된다. 이는 그래프내 임의의 두 링크와 사이클이 가지는 특성에 근거하여 정립된 방법으로 이중장애시의 망생존도 산출 효율성을 제고시키며, 나아가 정량적 망생존도의 실제적인 응용을 가능하게 할 것이다 이를 뒷받침하는 계산결과가 4장에서 제시된다.

II. 문제의 정의

망에 주어지는 서비스 요구량을 고려하는 정량적인 지표로서의 통신망 생존도는 그래프상의 노드 분할(partition)과 밀접한 관련을 맺고 있다. 본 절에서는 그래프를 통한 수리적인 접근에 필요한 용어의 설명과 생존도 분석문제의 정의 및 특성분석을 정리한다.

2.1 용어설명

정량적 생존도 문제는 노드의 집합 N 과 링크의 집합 E , 노드간의 서비스 요구량 $T = (t_{ij}), i, j \in N$ 를 갖는 그래프 G 상에서 정의될 수 있다. 먼저 그래프 이론에서의 간단한 용어 및 절차를 정리한다. 이중연결 그래프는 임의의 두 노드쌍이 서로 겹치지 않는 두개의 연결경로를 가지는 그래프를 의미한다. 임의의 링크집합의 모든 원소를 제거함으

로써 서로 연결되어 있던 노드집합이 두개로 분리되는 경우 이 링크집합을 컷셋(cutset)이라 한다. 하나의 링크로 구성되는 컷셋을 브리지(bridge)라 하며, 원소가 k 개인 경우를 k -링크 컷셋이라 한다. 컷셋내의 모든 링크를 제거함으로써 처리될 수 없는 서비스의 양을 서비스 단절량(cut value)라 정의한다¹⁾. 그래프상의 한 링크의 축약(contraction)은 해당 링크와 양쪽 노드를 하나의 새로운 노드로 대체하는 것을 의미한다. 이 때 양쪽 단말노드로 연결되는 링크 및 서비스는 새로운 노드로 연결되는 링크 및 서비스로 대체된다. 또한 링크집합의 축약은 집합내의 모든 링크의 개별적 축약을 의미한다.

한편 그래프 G 에 대한 k 링크 생존도 $S_k(G)$ 는 어떠한 k 개의 링크에 장애가 발생했을 경우에도 여전히 처리될 수 있는 서비스량의 비율로 정의된다. 따라서 k 링크 컷셋의 서비스 단절량중 최대값을 $W_k(G)$ 라 정의하면 $S_k(G)$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$S_k(G) = (\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij} - W_k(G)) / \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij}.$$

따라서 정량적 생존도 $S_k(G)$ 를 구하는 문제는 그래프상의 최대 서비스 단절량 $W_k(G)$ 를 구하는 문제로 변하게 된다.

그러나 $W_k(G)$ 는 기본적으로 모든 k 링크 컷셋의 서비스 단절량을 검색함으로써 구해진다. 즉, 그래프에 존재하는 모든 k 링크 집합에 대하여, 그것이 컷셋을 이루는지의 확인과 컷셋이 되는 경우의 서비스 단절량을 계산함으로써 $W_k(G)$ 를 구할 수 있는 것이다. 결국, 계산의 부담을 줄일 수 있는 특별한 알고리즘적인 장치가 마련되지 않는 경우에 이러한 열거적 방법(enumeration method)을 이용하여 $W_k(G)$ 및 $S_k(G)$ 를 구하게 되며, 이러한 접근의 수학적 복잡도(complexity)는 $O(m^k n^2)$ 으로 나타내어 진다²⁾. 본 연구에서는 이러한 열거적 방법을 Proc-EXEN으로 구현하였으며, 4장에 이를 통한 계산결과를 제시하고 있다.

1) 이러한 정의는 그래프 이론의 일반적인 정의와 차이가 있으나, 본 연구의 정리를 간략히 하기 위하여 채택하였다

2) 그래프 G 가 n 개의 노드와 m 개의 링크로 구성되는 경우 G 에는 ${}_m C_k$ 개의 k 링크집합이 있고 각 집합에 대하여 ${}_n C_2$ 개의 서비스 요구를 고려해야 하기 때문이다

Proc-EXEN

Begin

WorstValue = 0.

For each pair of two links,

- 1) Delete these links from G .
- 2) Check if the resulting graph is still connected.
We obtain a spanning tree if connected, or two or three node partitions otherwise.
- 3) Compute CutValue as the amount of traffics crossing node partitions.
- 4) Replace WorstValue with CutValue if CutValue > WorstValue.

End.

2.2 단일링크 장애시의 정량적 망생존도, $S_1(G)$

주어진 그래프에서 단일링크 컷셋은 모두 브리지이다. 따라서 단일링크 장애시의 망생존도 $S_1(G)$ 의 계산은 그래프의 브리지중 가장 큰 흐름을 가지는 링크를 찾음으로써 가능하며, 브리지가 되지 못하는 다른 모든 링크는 고려대상에서 제외될 수 있게 된다. 다음의 Lemma는 그래프상의 구성요소인 임의의 사이클과 임의의 링크와의 관련성을 보여 주는데, 이를 이용하여 $S_1(G)$ 계산의 효율적 방법이 제시될 수 있다.

Lemma 1. 임의의 사이클에 속하는 링크는 브리지가 될 수 없다.

Lemma 1에 근거하면, 주어지는 그래프에 사이클이 존재하는 경우 이 사이클상의 모든 링크는 $S_1(G)$ 의 계산에서 고려될 필요가 없다. 따라서 해당 사이클상의 모든 링크는 축약될 수 있으며, 이 과정의 반복을 통하여 궁극적으로 주어지는 그래프는 트리 형태로 변형되게 된다. 한편, 트리상에서의 모든 링크는 브리지이고 모든 노드간에는 유일한 연결경로만이 존재하게 된다. 따라서 각 링크를 흐르는 서비스 흐름량이 쉽게 결정되며, 결과적으로 $S_1(G)$ 도 구해지게 된다. $S_1(G)$ 의 계산과정은 아래와 같이 정리된다.

Step 1. 그래프 G 와 서비스 요구 T 에 대하여 다음의 과정을 반복한다.

- 1) 임의의 사이클을 찾는다. 사이클이 존재하지 않으면 Step 2로 간다.
- 2) 사이클상의 모든 링크를 축약한다.

이 때, 그래프의 변환에 따라 서비스 요구 T 를 조정한다.

Step 2. 모든 노드쌍간의 서비스 요구에 대하여, 아래의 과정을 적용한다.

- 1) 시작노드와 끝노드를 연결하는 경로를 찾는다.
- 2) 경로상의 모든 링크에 해당 노드쌍간의 서비스 요구량을 누적시킨다.

Step 3. 최대 흐름을 가지는 링크, $W_1(G)$, $S_1(G)$ 를 계산한다.

이러한 과정을 통한 $S_1(G)$ 계산의 복잡도를 노드수 n 과 링크수 m 에 근거하여 분석하

면 다음과 같다. 임의의 그래프에서 사이클을 찾는 과정은 $O(n^2)$ 시간내에 이루어지고 (Ahuja의 1993), 사이클내의 링크 축약은 노드수를 하나 이상 줄인다. 또한 서비스 요구 T 의 조정도 $O(n^2)$ 시간에 이루어지므로, Step 1은 $O(n^3)$ 내에 처리된다. 한편 트리에서 두 노드간의 경로확인도 $O(n)$ 시간에 이루어질 수 있으며, 노드간의 서비스요구는 n^2 개 이하이므로 Step 2도 $O(n^3)$ 시간내에 이루어진다. 결국 단일 링크 장애시의 정량적 망생존도 $S_1(G)$ 는 $O(n^3)$ 시간내에 이루어지게 된다.

2.3 이중링크 장애시의 정량적 망생존도, $S_2(G)$

링크의 이중장애에 의해서 주어지는 통신망을 분할시키는 링크집합은 그래프의 두 브리지이거나 아니면 두 링크가 동시에 어떤 사이클에 속하게 된다(3장 참조). 따라서 본 절에서는 이러한 성질을 전형적으로 반영하는 단순 그래프로써 트리과 사이클에서의 망생존도 계산과정을 정리한다. (이후 3장에서 사이클 분해법을 통하여 모든 일반적인 그래프들이 이러한 단순 그래프로 분해됨을 보이게 된다.)

A. 트리에서의 이중링크 생존도

트리 그래프에서 임의의 두 링크를 단절하게 되면, 노드들은 세개의 집합으로 나누어진다. 따라서 이들 세 노드집합간의 서비스흐름양들을 모두 계산해 봄으로써 최대 서비스 단절량 $W_2(G)$ 를 구할 수 있다. 한편 노드수가 n 인 트리의 링크수는 $n-1$ 이므로, 총 ${}_{n-1}C_2$ 개의 서비스 단절량을 계산함으로써 $S_2(G)$ 를 구할 수 있다. 본 연구에서는 이 과정을 Proc-SOT라 하며, 이는 $n-1$ 번의 $S_1(G)$ 계산으로 구현될 수 있다. 이 경우 계산소요시간은 $O(n^4)$ 이 된다.

B. 단순 사이클에서의 이중링크 생존도

단순 사이클에서 두개의 링크가 단절되면, 노드들은 두개의 집합으로 나누어진다. 따라서 이들 두 노드집합간의 서비스흐름양들을 계산하여 서비스 단절량을 구할 수 있으며, 총 ${}_nC_2$ 개의 컷셀에 대한 서비스 단절량 계산을 통하여 단순 사이클에서의 $S_2(G)$ 를 구할 수 있다. 이러한 과정을 단순 열거법에 의존하여 구현하는 경우, 계산소요시간은 $O(n^4)$ 이 된다.

그러나 사이클에서의 인접한 컷셀들간에는 특수한 성질이 만족되며, 이를 반영함으로써 계산의 효율성을 제고할 수 있다.

Definition 1. 사이클의 두 컷셀이 하나의 링크를 공통으로 포함하고, 나머지 하나의 링크가 서로 인접하는 경우 이들을 인접 컷셀이라 한다.

단순 사이클 그래프 $G=(V, E)$ 에 대하여 $V=\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, $E=\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$, $N=\{1, 2, \dots, n\}$ 이라 하자. 특히 사이클은 $e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, e_n, v_n$ 의 순서로 구성된다고 가정한다. 또 $C_{i,j}$ 는 e_i 와 e_j 로 구성되는 컷셀을 의미하며, 그 서비스 단절량을 $c(i, j)$ 라

한다. 그러면 $C_{i,j}$ 는 서로 다른 4개의 인접 컷셋 $C_{i,j-1}, C_{i,j+1}, C_{i-1,j}, C_{i+1,j}$ 를 가지며, 이들 간에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

Proposition 2. For $i \in N$ and $j \in N$,

$$c(i, j) = c(i, j-1) + \left(\sum_{k=j}^n t_{j-1,k} + \sum_{k=1}^{j-1} t_{k,j-1} \right) - \sum_{k=1}^{j-2} t_{k,j-1}, \quad (1)$$

$$c(i, j) = c(i-1, j) - c(i-1, i) + 2 \sum_{k=i}^{j-1} t_{i-1,k}. \quad (2)$$

Proof: $c(i, j)$ 및 인접 컷셋의 정의에 따라서 식(1)과 다음의 식(3)과 (4)가 성립한다.

$$c(i, j) = c(i-1, j) + \sum_{k=i}^{j-1} t_{i-1,k} - \left(\sum_{k=j}^n t_{i-1,k} + \sum_{k=1}^{i-2} t_{k,i-1} \right), \quad (3)$$

$$c(i, i) = c(i, i-1) + \left(\sum_{k=i}^n t_{i-1,k} + \sum_{k=1}^{i-1} t_{k,i-1} \right) - \sum_{k=i}^{i-2} t_{k,i-1}. \quad (4)$$

단순싸이클에 있어서 $c(i, i) = 0$ 이므로 식(3)과 식(4)를 더하여 식(2)를 얻을 수 있다. \square

위의 성질에 근거하여 단순 싸이클에서의 이중링크 생존도 계산을 위한 보다 효율적인 절차를 다음과 같이 제시한다(이를 Proc-SOC라 한다).

Proc-SOC

Step 1. For each $j=2, \dots, n$, $c(1, j)$ 를 다음과 같이 계산한다.

$$c(1, j) = \sum_{k=j}^n t_{1,k}, \quad \text{for } j=2.$$

$$c(1, j) = c(1, j-1) - \sum_{k=1}^{j-2} t_{k,j-1} + \sum_{k=j}^n t_{j-1,k}, \quad \text{for } j=3, \dots, n.$$

Step 2. 다음의 관계식을 이용하여 $c(i, j)$ 를 계산한다.

$$c(i, j) = c(i-1, j) - c(i-1, i) + 2 \sum_{k=i}^{j-1} t_{i-1,k} \quad \text{for } i=2, \dots, n-1, \quad j=i+1, \dots, n.$$

Step 3. 아래와 같이 $S_2(G)$ 를 계산한다

$$S_2(G) = \frac{\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij} - \max_{i,j \in N} \{c(i, j)\}}{\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} t_{ij}}$$

Proc-SOC를 이용하면 $O(n^3)$ 의 더하기와 $O(n^2)$ 의 비교를 통하여 링크 이중장에서의 망생존도 $S_2(G)$ 를 구할 수 있다.

III. 사이클 분해법 (Cycle Factoring Method)

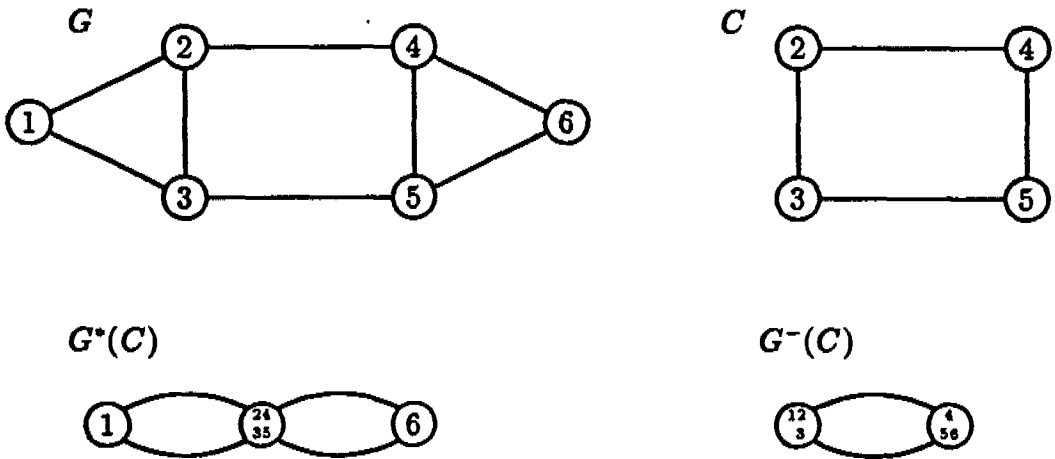
임의의 이중링크 컷은 하나의 컷셀이거나 두 브리지의 집합이 된다. 두 브리지로 구성되는 이중링크 컷의 서비스 단절량 분석은 연속적인 사이클 축약에 의해서 만들어지는 트리 그래프상에서의 분석으로 변환될 수 있다(2장 참조). 본 장에서는 컷셀으로 나타나는 이중링크 컷의 분석을 다루며, 그 분석은 아래의 그래프 속성에 근거한다.

Proposition 3. 임의의 사이클과 임의의 컷셀은 짝수개의 공통링크를 가진다.

Proof : Swamy의(1981)의 Theorem 2.14참조. □

Proposition 3에 따르면, 임의의 사이클과 이중링크 컷셀은 2개의 공통링크를 가지거나 전혀 공통링크를 갖지 않는다. 따라서 그래프내의 모든 사이클만을 대상으로, 해당 사이클내의 링크로만 구성되는 이중링크 컷셀을 고려함으로써 그래프내의 모든 이중링크 컷셀을 고려할 수 있게 된다.

그래프 G 내의 임의의 사이클 C 에 대해서 축약유도된 두가지의 하위그래프 $G^*(C)$ 와 $G^-(C)$ 를 정의하자. $G^*(C)$ 는 C 의 모든 링크를 축약함으로써 얻어지는 그래프이며, $G^-(C)$ 는 C 에 포함되지 않는 모든 링크를 축약함으로써 얻어진다. (그림1)은 이러한 축약의 예를 보여준다.



(그림1) 사이클 분해에 의한 두가지 축약 그래프의 예

G 의 C 에 대한 두가지 축약 그래프를 이용하면, 링크 이중장에서의 생존도 분석을 위한 다음과 같은 중요한 결과를 얻을 수 있다.

Theorem 4. 그래프 G 내의 임의의 싸이클 C 에 대하여,

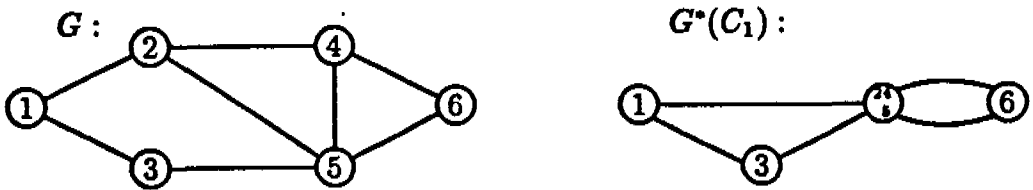
$$W_2(G) = \max \{ W_2(G^+(C)), W_2(G^-(C)) \}.$$

Proof: $W_2(G)$ 는 최대 서비스 단절량을 가지는 이중링크 컷에 의하여 결정된다. 이 컷을 S^* 라 하자. 그러면, Proposition 3에 의하여 S^* 의 두 링크는 싸이클 C 에 모두 포함되거나, 모두 포함되지 않는다. 그러므로 이들 두 링크는 $G^+(C)$ 에 모두 포함되거나 $G^-(C)$ 에 모두 포함되며, 이로부터 Theorem의 결과를 얻는다. \square

Theorem 4의 결과에 근거하여, 임의의 그래프 G 는 보다 단순화된 두개의 축약그래프로 분해된다. 이 과정을 이중링크 생존도 분석을 위한 싸이클 분해라 한다. 또 축약으로 만들어지는 하위그래프가 단순싸이클 또는 트리구조를 가질 때까지 싸이클 분해를 계속 적용함으로써, 이진 트리구조를 갖는 그래프 트리를 얻게 된다. 우리는 이 트리를 싸이클 분해 트리라 한다. 한편, 한번의 싸이클 분해가 이루어짐에 따라 노드간의 트래픽량을 조정할 필요가 있으며, 이 과정은 $O(n^2)$ 의 시간내에 이루어진다. 또 싸이클 분해에 의한 그래프의 단순화는 일반적인 네트워크 신뢰도 분석을 위한 링크분해(edge factoring)와 유사함을 주목할 필요가 있다.

싸이클 분해 트리의 리프노드(leaf node)에는 단순싸이클 또는 트리 그래프가 대응되며, 이러한 단순그래프에 대한 이중링크 생존도 분석은 2장에서 정리된 바와 같이 간단히 이루어진다. 따라서 싸이클 분해법을 이용함으로써, 임의의 그래프에 대한 이중링크 생존도는 효과적으로 분석될 수 있는 것이다. 이러한 효율성은 다음과 같은 예제를 통하여 예시적으로 설명된다. 시험계산을 통한 싸이클 분해의 효율성은 4장에 정리된다.

Example 1. (그림2)에서 보는 바와 같이 6개의 노드와 8개의 링크를 가지는 그래프를 생각해 보자. 먼저 임의의 싸이클 $C_1=(2,4,5)$ 를 찾아서 분해한다. 그러면 $G^-(C_1)$ 는 한 노드로 구성되는 그래프가 되며, 따라서 0의 최대 서비스 단절량을 갖는다. 또 $G^+(C_1)$ 은 귀걸이 모양의 그래프가 되어 다음 싸이클 분해과정을 통하여 두개의 단순 싸이클로 분해된다.



(그림2) 싸이클 분해의 예

위의 예제에서 두개의 링크를 원소로 갖는 링크집합은 총 ${}_8C_2=28$ 개이지만, 두번의 사이클 분해를 적용하면 사이클 분해트리의 리프노드에서 3개의 단순그래프를 대상으로 오직 4개의 컷셀만을 찾아낼 수 있음을 알 수 있다.

사이클 분해가 가지는 또 다른 이점인 사이클 분해트리의 구조로부터 유도된다. 주어지는 그래프에 대해서 사이클 분해법을 반복적으로 적용했을 때에, 결과적으로 유도되는 사이클 분해트리는 이진구조를 가지며, 이 트리상의 각 노드는 주어진 그래프의 일부가 축약되어진 하위의 그래프를 나타내게 된다. 이러한 구조는 수리모형에의 열거적 접근시에 개념 지워지는 분지한계트리(Branch & Bound Tree)와 동일한 구조를 가진다. 따라서 분지한계법에서 사용되는 최적해의 상한값 또는 하한값을 이용한 서브트리 제거의 개념이 생존도 분석에도 적용될 수 있음을 알 수 있다. 즉, 사이클 분해법의 적용과정중 특정한 하위그래프에 주어지는 서비스 요구량의 총합이 이미 확인된 최대 서비스 단절량보다 크지 않는 경우 해당 하위그래프이하의 모든 그래프에 대한 분석을 생략할 수 있는 것이다. 이는 사이클 분해트리가 기존의 그래프를 축약하는 과정만을 이용하기 때문에 나타나는 성질이라 할 수 있다 4장의 계산결과에서 이러한 분지한계법의 적용 효과를 정리하고 있다.

이제 이러한 사이클 분해법을 통한 망생존도 계산의 복잡도를 분석해 보자. 이는 주어지는 통신망의 생존도 분석에 필요한 사이클 분해의 횟수와 한번의 사이클 분해에 내재되는 계산량의 확인을 통하여 이루어진다. 이의 분석을 위하여 $n(G)$ 와 $n_l(G)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$n(G)$: 그래프 G 의 노드수

$n_l(G)$: 그래프 G 의 이중장에 생존도 분석에 필요한 총 사이클 분해 횟수

$l_l(G)$: 그래프 G 의 사이클 분해트리상에서 최하위 리프노드까지 경로의 길이

한편, 사이클 C 의 분해에 의해서 만들어지는 하위그래프로서 $G^-(C)$ 의 구조를 살펴보면, 그 모양상의 특성을 찾을 수 있다. 즉, $G^-(C)$ 에는 C 에 포함되는 노드만이 포함되고 그 중의 일부는 축약되기도 하므로, $G^-(C)$ 의 결과적인 모양은 단순 사이클이 체인식으로 연결되어진 형태이다. 따라서 $G^-(C)$ 를 대상으로 하는 다음 단계의 사이클 분해에서 단순사이클이 하나씩 분리되어지게 된다. 이러한 관찰을 토대로 다음과 같은 결과를 얻을 수 있다.

Proposition 5. $n_l(G(C)) \leq n(C)-2$.

Proof: $G^-(C)$ 는 단순 사이클이 체인모양으로 연결되어 있는 형태이다. 따라서 하나의 사이클은 적어도 두개의 노드를 포함하며 $G^-(C)$ 의 노드수가 $n(G^-(C))$ 임을 감안할 때, $G^-(C)$ 에는 $n(G^-(C))-1$ 개 이하의 사이클만이 존재할 수 있다 또한 $G^-(C)$ 의 노드수는 C 의 노드수보다 많지 않으며, $G^-(C)$ 에 사이클 분해를 적용하면 하나의 단순 사이클이 분해되어 떨어진다. 따라서 다음과 같은 결과가 얻어진다.

$$\begin{aligned} n_f(G^-(C)) &\leq n(G^-(C))-2 \\ &\leq n(C)-2. \end{aligned} \quad \square$$

또한, 사이클 분해법의 축약과정을 통하여 다음과 같은 관계도 얻어진다.

$$n(G^*(C)) = n(G) - n(C) + 1 \tag{5}$$

$$n_f(G) = n_f(G^*(C)) + n_f(G^-(C)) + 1 \tag{6}$$

결국 Proposition 5의 결과와 (5), (6)을 결합하여 볼 때, 다음과 같은 재귀식을 얻을 수 있다.

$$n_f(G) \leq n_f(G^*(C)) + n(C) - 1 \tag{7}$$

식 (7)은 사이클 분해의 횟수가 $n_f(G^*(C))$ 와 $n(C)$ 에 의해서 결정됨을 보여준다. 여기서 그래프 G 가 $C_1, C_2, \dots, C_{l(G)}$ 를 대상으로 하여 연속적인 사이클 분해를 가진다고 가정하자. 그러면 식 (7)의 결과로부터 사이클 분해 횟수에 대한 다음과 같은 성리를 얻을 수 있다

Theorem 6. $n_f(G) \leq n(G) - 1$.

Proof: 사이클 분해트리의 각 리프노드에는 하나이상의 노드를 가지는 단순그래프(사이클 또는 트리)가 대응된다. 또 $n(G^*(C_k))$ 는 $n(G^*(C_{k-1})) - (n(C_k) - 1)$ 과 같다. 따라서 다음의 관계식들을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} n(G^*(C_i)) &= n(G) - \sum_{k=1}^i (n(C_k) - 1) \geq 1 \quad \text{for } i=1, \dots, l(G) \\ \sum_{k=1}^{l(G)} (n(C_k) - 1) &\leq n(G) - 1. \end{aligned}$$

따라서,

$$\begin{aligned} n_f(G) &\leq n_f(G^*(C_1)) + (n(C_1) - 1) \\ &\leq n_f(G^*(C_2)) + (n(C_1) - 1) + (n(C_2) - 1) \\ &\quad \vdots \\ &\leq \sum_{k=1}^{l(G)} (n(C_k) - 1) \\ &\leq n(G) - 1. \end{aligned} \quad \square$$

Theorem 6은 최대 $n-1$ 번의 사이클 분해를 통하여 그래프 G 에 포함되는 모든 단순 사이클들(이중장에 생존도에 관련되는)을 찾아낼 수 있음을 설명하고 있다. 또 주어진 그래프에서 사이클을 찾는 과정은 $O(n^2)$ 의 시간에 이루어지며, 한번의 사이클 분해에 수반되는 서비스요구의 조정도 $O(n^2)$ 의 시간에 이루어진다. 결국 2장에서 본 바와 같이 단순

사이클에서의 링크이중장에 생존도를 $O(n^3)$ 의 시간에 처리할 수 있음을 감안할 때, 이중 연결그래프의 링크이중장에 생존도의 계산은 $O(n^4)$ 의 시간내에 이루어짐을 알 수 있다.

IV. 시험적용 및 결과

일반적인 그래프에서 링크 이중장에서의 정량적인 생존도를 계산하는 절차로서의 싸이클 분해접근은 다음과 같이 정형화될 수 있다.

```

Proc-  $W_2(G)$ 
Begin
  If  $G$  is a simple cycle, compute  $W_2(G)$  by using Proc-SOC.
  If  $G$  is a tree, compute  $W_2(G)$  by using Proc-SOT
  Otherwise,
    Find a cycle  $C$  and construct  $G^*(C)$  and  $G^-(C)$  and
    adjust service requirements according to the contractions.
    Compute  $W_2(G) = \max \{W_2(G^*(C)), W_2(G^-(C))\}$ .
End
  
```

본 연구에서는 Proc-SOC와 Proc-SOT를 하위절차로 구성하여 둔 후, 위의 싸이클 분해절차를 3장에서 정리된 분지한계법의 틀하에서 구현하였다.

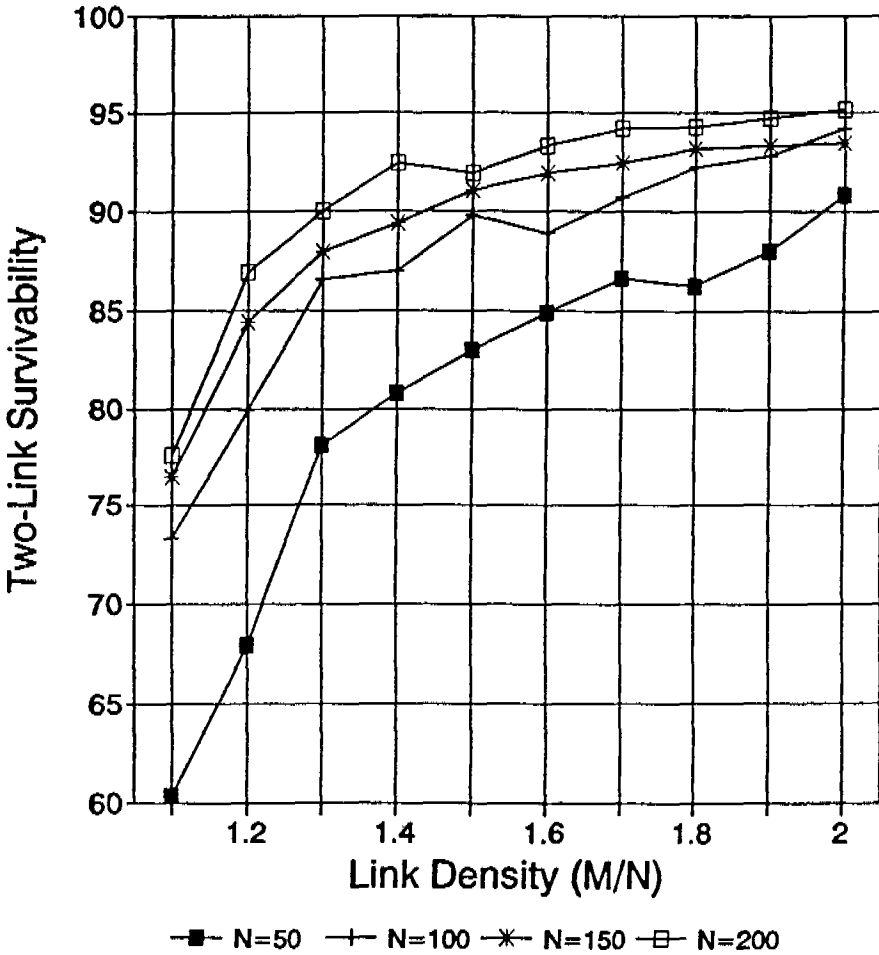
분지한계의 틀을 이용한 싸이클 분해절차는 486PC에서 PASCAL언어를 이용하여 구현되었다. 또한 계산결과의 효율비교를 통하여 2장에서 언급된 열거적 방법(Proc-EXEN)도 아래와 같은 틀하에서 구현하였다.

계산효율비교는 무작위적(random)으로 만들어진 문제들을 대상으로 이루어졌다. 먼저 정해진 수만큼의 노드를 2차원 평면위에 위치시킨 후, 이들 노드들을 연결하는 걸침나무(spanning tree)를 만들었다. 계속해서 정해진 수준만큼의 구조적 중복이 달성될 때까지 링크를 추가로 설치하였으며, 이후 노드간의 서비스 요구량이 역시 무작위적으로 배정되었다. 그래프의 크기는 노드수 기준으로 100에서 200개까지, 링크수는 노드수의 1.4배에서 4배까지로 하여 그래프를 구축하였다. 총 480개의 그래프를 대상으로 시험계산을 하였으며, 얻어진 계산결과를 기준에 따라 10분체씩 48개 그룹으로 분류하여 정리하였다.

대상문제의 크기를 비롯한 계산결과는 <표1>에 정리되어 있다. <표1>은 계산에 소요된 시간(CPU), 고려된 cut의 수(n_c)등을 Proc- W_2 와 Proc-EXEN에 대하여 보여준다. 또한 부가적으로 이루어진 싸이클 분해의 횟수(n_f), 분지한계트리에서 분석이 생략된 횟수(n_p) 등도 계산의 효과분석을 설명하기 위하여 포함되었다. 표속의 N , M , K 는 각각 노드의 수, 링크의 수, 주어진 서비스요구의 수를 나타내며, 모든 수치는 10문제에 대한 평균값으로 정리되어 있다.

계산결과는 제안된 싸이클 분해법을 통한 정량적 생존도 분석이 매우 효율적으로 이루어짐을 보여준다. 또한 일반적인 그래프에서 컷이 되는 두 링크조합의 수는 상대적으로 적음을 보여주며, 3장에서 제안된 분지한계적 틀과 싸이클 분해법이 서로 효율적으로 연계됨을 보여줌으로써, 제안된 방법이 상당한 크기까지의 현실 통신망의 생존도 분석에 활용될 수 있음을 설명하고 있다.

한편 본 연구에서는 이러한 계산절차를 이용하여 링크수의 증가에 따른 정량적 생존도의 변화를 보기 위한 또다른 시험계산의 결과를 정리하였다. (그림3)은 노드수 50, 100, 150, 200의 그래프에서 링크수가 노드수의 2배에 이를 때까지 변화할 때의 결과적인 링크 이중장애 생존도를 그림으로 보여준다 그림에서 보는 바와 같이, 링크수의 증가에 따라 망의 생존도는 증가하지만, 링크수의 증가에 따른 생존도의 상대적인 증가는 점차 줄어들고 있음을 알 수 있다 이는 단일 링크의 장애에 따른 생존도의 변화와 일치하는 결과이다(Wu의, 1988).



(그림3) 링크수의 증가에 따른 정량적 생존도의 변화

V. 결 론

본 연구에서는 통신망의 링크장애에 따른 망의 생존도에 관한 분석을 다루었다. 기존의 노드간 연결성을 위주로 하는 접근에 대하여, 통신망에 주어지는 서비스 요구를 감안하는 방법으로서 링크장애 발생시에도 여전히 제공 가능한 서비스의 최소비율로서 정량적 링크

생존도를 정의하였으며, 단일장애 및 이중장애에 따른 정량적 생존도 계산방법을 정리하였다. 특히 링크장애의 의미를 그래프구조의 측면에서 분석하였으며, 이를 토대로 생존도 계산의 효율을 제고시킬 수 있는 사이클 분해법을 제시하고 있다. 사이클 분해법은 그래프에 내재된 특정의 사이클을 대상으로 주어진 그래프를 보다 단순한 하위그래프로 축약 분해시킨다는 개념이다. 또한 이러한 분해과정이 분지한계적 틀속에서 효율적으로 구현될 수 있음을 보였으며, 그 효율성이 폭넓은 시험계산을 통하여 검증되었다. 계산결과는 사이클분해의 개념이 현실에서의 여러 통신망에 대한 생존도 분석이 효과적으로 이용되어질 수 있음을 보여주었다.

다만, 본 연구에서 제시된 방법은 링크의 단일 또는 이중장애까지의 생존도 분석만을 대상으로 하므로, 보다 일반적인 k 링크 생존도 분석으로의 확장이 연구될 필요가 있다. 또한 멀티미디어 서비스가 보편화되는 경우, 링크의 전송용량제한을 고려할 수 있는 생존도로의 개념확장도 향후 연구의 주요 방향이 될 것이다

<표1> 사이클 분해법과 열거법의 계산결과 비교

Problem Size			n_c	S_2	$W_2(G)$			EXEN	
N	M	K			n_f	n_b	CPU*	CPU*	
50	70	100	98.9	80 82	16 2	6.7	0 53	5.90	
		200	97.8	81 85	16 7	7 4	1.25	6 68	
		400	97 8	93 47	16.0	5 9	3 15	8.20	
	90	100	22 2	86 05	19 6	10 8	0.53	10 70	
		200	21 9	87 01	20.5	11 0	1 19	10.97	
		400	24.2	88 14	20 6	10 5	3 31	12.06	
	120	100	6 3	92 28	17 5	12.6	0 60	23 35	
		200	6 0	92 44	18.1	14 0	1.18	23.54	
		400	4 9	94 17	17 7	13.6	2 99	23 74	
	200	100	0 4	98 64	10.8	10 4	0 81	101.26	
		200	0 3	99.04	9 7	9 4	1.49	101 23	
		400	0 4	98.41	10.9	10 5	3.33	101.25	
100	140	200	341.6	88 01	31 0	14 8	2 93	47 62	
		400	384 3	87 14	30.7	18.7	7.02	54 41	
		1000	394 4	87.07	31 2	18.4	29 60	73 81	
	180	200	87.3	91 20	38.8	23 4	3.17	87.60	
		400	92 7	91.97	39 0	26 7	7 71	91.50	
		1000	89 7	93.10	38.6	20.8	31.80	103 14	
	240	200	14 8	94 72	35 0	25.4	3.31	189.88	
		400	15 3	95 41	35.9	26.3	8.21	191 62	
		1000	12 9	95 64	47 2	29 0	33 34	195.14	
	400	200	0 2	99.73	23 1	22.9	4.25	837 05	
		400	0 9	98 50	23.5	22.7	9.75	836 99	
		1000	0 9	99.08	24 5	21.9	38.65	837.42	

* 단위는 초(seconds)이며 자료입력시간은 제외되었음.

<표1> 싸이클 분해법과 열거법의 계산결과 비교 (계속)

Problem Size			n_c	S_2	$W_2(G)$			EXEN
N	M	K			n_f	n_p	CPU*	CPU*
150	210	300	98.9	80.82	16.2	6.7	0.53	5.90
		450	97.8	81.85	16.7	7.4	1.25	6.68
		600	97.8	93.47	16.0	5.9	3.15	8.20
	240	300	22.2	86.05	19.6	10.8	0.53	10.70
		450	21.9	87.01	20.5	11.0	1.19	10.97
		600	24.2	88.14	20.6	10.5	3.31	12.06
	360	300	6.3	92.28	17.5	12.6	0.60	23.35
		450	6.0	92.44	18.1	14.0	1.18	23.54
		600	4.9	94.17	17.7	13.6	2.99	23.74
	500	300	0.4	98.64	10.8	10.4	0.81	101.26
		450	0.3	99.04	9.7	9.4	1.49	101.23
		600	0.4	98.41	10.9	10.5	3.33	101.25
200	240	300	341.6	88.01	31.0	14.8	2.93	47.62
		400	384.3	87.14	30.7	18.7	7.02	54.41
		600	394.4	87.07	31.2	18.4	29.60	73.81
	280	300	87.3	91.20	38.8	23.4	3.17	87.60
		400	92.7	91.97	39.0	26.7	7.71	91.50
		600	89.7	93.10	38.6	20.8	31.80	103.14
	360	300	14.8	94.72	35.0	25.4	3.31	189.88
		400	15.3	95.41	35.9	26.3	8.21	191.62
		600	12.9	95.64	47.2	29.0	33.34	195.14
	480	300	0.2	99.73	23.1	22.9	4.25	837.05
		400	0.9	98.50	23.5	22.7	9.75	836.99
		600	0.9	99.08	24.5	21.9	38.65	837.42

* 단위는 초이며 자료입력시간은 제외되었음.

參 考 文 獻

- Ahuja, R. K., T. L. Magnanti and J. B. Orlin, *Network Flows*, Prentice-Hall, Inc (1993).
- Brush, G. G. and N. A. Malrow, "Assuring the dependability of telecommunications networks and services," *IEEE Network magazine* Jan. (1990) 29-34.
- Cardwell, R. and G. Brush, "Meeting the challenge of assuring dependable telecommunications services in the '90s," *IEEE communications Magazine* (1990) 40-45.
- Cardwell, R. H., C. L. Monma and T. Wu, "Computer-aided design procedures for survivable fiber optic networks," *IEEE J. SAC* 7 (1989) 1188-1197
- Gavish, B., P. Trudeau, M. Dror, M. Gendreau and L. Mason, "Fiberoptic circuit network design under reliability constraints," *IEEE J. SAC* 7 (1989) 1181-1187.
- Grötschel, M. and C. L. Monma, "Integer polyhedra arising from certain network design problems with connectivity constraints," *SIAM J. Disc. Math.* 3 (1990) 502-524.
- Grötschel, M., C. L. Monma and M. Stoer, "Computational results with a cutting plane algorithm for designing communication networks with low-connectivity constraints," *Operations Research* 40 (1992) 309-330
- Monma, C. L., B. S. Munson and W. R. Pullyblank, "Minimum-weighted two-connected spanning networks," *Mathematical Programming* 46 (1990) 153-171
- Monma, C. L., and D. F. Shallcross, "Methods for designing communications networks with certain two-connected survivability constraints," *Operations Research* 37 (1989) 531-541.
- Satyanarayana, A. and M. K. Chang, "Network reliability and the factoring theorem," *Networks* 13 (1983) 107-120.
- Steiglitz, K. P., P. Weiner and D. J. Kleitman, "The design of minimum-cost survivable networks," *IEEE Trans. Circuit Theory* CT-16 (1969) 455-460
- Swamy, M. N. S. and K. Thulasiraman, *Graphs, networks, and algorithms*, John Wiley & Sons, Inc. (1981).
- Wu, T., D. J. Kolar and R. C. Cardwell, "Survivable network architectures for broad-band fiber optic network: model and performance comparison," *J. Lightwave Tech.* 6 (1988) 1698-1709.
- Wu, T., *Fiber network survivability*, Artech House, Inc. (1992).