

3축선반용 대형스크류가공 CAM 시스템에서의 스크류의 형상과 공구간섭의 특성 및 그 응용

이원규
기계공학과

<요 약>

플라스틱 압출기의 소재압축 및 운반에 또는 단순소재운반 기계 등에 사용되는 대형 축방향 스크류의 가공은 주로 2축선반 또는 3축선반상에서 가공된다. 이와 같은 대형스크류는 일반적인 재래식 선반에서 스크류 가공기능을 이용하여 고정된 단일절삭날을 갖는 공구로 가공할 수 없는 특성이 있다. 그 이유는 고정된 단일 절삭날을 사용할 경우 절삭속도는 요구되는 표면거칠기를 만족시키기에는 충분히 크게 할 수 없기 때문이다. 따라서 회전공구를 사용하여야 하며, 이 경우 스크류 형상에 따른 수 많은 공구위치의 계산이 필요하며, 공구위치 산출에 있어 범용선반에서의 스크류의 가공공정과 형상특성 및 공구의 간섭특성을 파악해야 한다. 본 논문은 3축선반에서 볼엔드밀을 사용하여 대형스크류를 가공할 경우 그 가공과정과 관련하여 스크류의 형상특성 및 공구간섭의 특성에 관하여 기술하고 있다. 이는 현재 스크류 가공용 CAM 시스템을 개발에 고려되고 있다.

The characteristics of the shape of a screw and tool interference and its application in the development of large screw machining CAM system for 3-axis lathe

W. K. Lee
Dept. of Mech. Engineering

<Abstract>

Relatively large axial screws which are used in plastic injection molding machine or simple transfer machine for materials are usually machined on 2-axis or 3-axis turning

machine. It is characterized that such screws cannot be machined by use of a single-tipped form tool on a conventional lathe with a single or multiple strokes of tool movement. It is because the proper cutting speed for required surface roughness cannot be obtained from such kind of tool movements. Therefore, rotating tool must be used, and in this case large number of tool location points need to be calculated. In their calculation, the screw machining procedure, shape characteristics and tool interference characteristics must be considered. In this paper, described are the characteristics of screw shape and tool interference to be considered in link with its machining procedure when machining a large screw on 3-axis CNC lathe using a ball endmill. These characteristics are referenced to in the CAM system currently being developed by the author.

1. 서 론

CNC가공기의 하드웨어 및 소프트웨어 발전과 더불어 지금까지 이 가공기의 활용을 위한 많은 CAM시스템들이 개발되어 왔다(1,2). 드릴링, 와이어 커팅 등과 같은 2축 가공기로부터 복잡한 자유형상을 위한 5축 가공기에 이르기까지 다양한 CAM시스템들이 개발 보급되어 왔으며 이제는 우리나라 제조업의 전반적인 분야에서 이들이 활용되고 있다(3,4,5).

이들 대부분은 범용 CAM시스템들로서(7,8,9), 어떤 특정분야의 CNC가공에의 응용에는 CAM 시스템 자체의 높은 비용과 적합하지 않은 모듈의 사용으로 인한 많은 시간소모를 초래하기 때문에, 제한된 분야에의 기능만을 요구하는 생산업체에서는 그 사용을 기피하거나 또는 사용하더라도 그 효율성이 매우 낮은 특징이 있다. 예를 들어 플라스틱 사출기, 축방향 운반기 등에 사용되는 대형스크류와 같은 규칙성을 지닌 형상가공에서는 고정형상 공구를 사용하기가 불가능하며, 회전공구를 사용할 경우 가공데이터는 상당히 많고 CAD 시스템에서 모델링하기에 상당한 시간이 소모되며 더우기 이로부터 비교적 낮은 축수(3축: X, Z 및 C축)의 가공기에서의 가공을 위한 데이터를 산출해 내는 작업은 효율적인 작업이 되지 않고 있다.

따라서 3축(x-z-c축) CNC선반의 C축적용 가공기능을 이용한 대형스크류 가공을 저비용 고효율로 할 수 있는 CAM시스템의 개발이 필요하다. 이 CAM시스템의 개발에서 필연적으로 접하는 중요한 문제점의 하나는 가공물과 공구간의 간섭이다. 본 논문에서는 3축선반에서 대형스크류 가공을 위한 CAM시스템 개발에 필요한 스크류의 가공과정과 스크류형상 및 공구간섭의 특성에 대하여 소개하고자 한다.

2. 범용 3축선반에서의 일반적인 대형스크류 가공과정 및 대상

본 논문에서 다루는 3축 선반에서는, 공구대에 회전공구를 장착하고 C축에 변화를 줄 수 있으므로 가공할 수 있는 형상은 다양하다. 대표적인 예로서 스크류와 같이 주축과 평

행한 표면에 임의의 형상을 가공하는 경우와 주축에 수직한 단면에 형상을 가공하는 경우가 있다. 이와 같은 형상은 특수한 전용공구를 사용하지 않을 경우 선삭에 의한 가공이 용이하지 않으며 2축선반의 나사절삭기능으로도 수행하기 곤란한 경우의 형상이다. 본 논문에서는 회전공구를 사용하여 주축에 평행한 면에 어떤 형상을 갖는 스크류의 가공을 대상으로 하고 있으며 취급하는 스크류의 단면형상은 다음과 같다.

그림 1은 리이드 L인 스크류 단면의 기하학적 형상을 나타낸다. 이 스크류는 주축에 수직으로 일정한 단면형상을 갖고 주축의 거리에 따라 그 단면이 회전하여 생성된다. 단면형상의 정의에 따라 많은 종류의 스크류가 있을 수 있으나 대표적인 형상 10가지만을 대상으로 하였으며, CAM 시스템 개발이 용이하도록 이들을 단면 형상의 특성에 따라 분류하여 그림 2와 같이 그룹화 하였다. 이 그림에서 사이클 수는 나사산의 수와 같으며 단면형상 그림의 첫 번째부터 차례로 모듈 번호를 부여하였다.

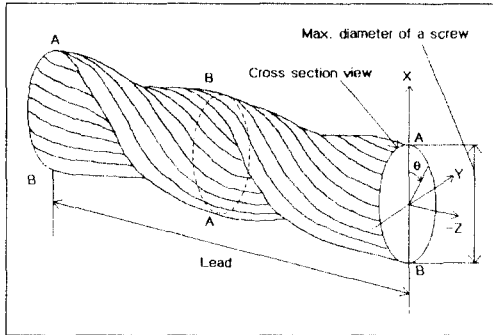


그림 2 리이드 L인 스크류의 기하학적 형상

Pattern	Shape	Module Number
2 Cycle		1 ~ 3
3 Cycle		4 ~ 6
4 Cycle		7 ~ 10

그림 1 대표적인 가공단면 형상

이와 같은 분류 및 그룹화는 CAM시스템의 모듈화 및 확장성을 용이하게 해 준다.

범용 3축 선반에서의 밀링공구에 의한 대형스크류의 일반적인 가공과정은 대체로 다음과 같이 4단계로 구성된다.

- ①1단계:소재 우단에서의 스핀들 및 공구위치 결정(그림 3)
- ②2단계:공구의 z축 이동 및 스핀들의 c축 회전(그림 3)
- ③3단계:스핀들의 일정각 회전(그림 4)
- ④4단계:공구와 스핀들의 반대방향 이동(그림 4)

이와 같은 4단계들이 반복되어 가공이 진행된다. 이 가공과정에서 1단계 및 3단계에서의 공구위치는 본질적으로 그 특성이 같다. 즉 가공프로그램 작성시 공구의 위치 데이터 산출 과정에서 동일한 모듈을 사용할 수 있다는 특성이 있다. 본 논문에서 취급하는 스크류는 그 직경과 리이드가 일정하므로 1단계에서의 스크류 단면형상 및 간섭의 특성을 검토하면 된다. 따라서 가공물의 단면형상과 리이드 공구의 크기 및 그 위치가 스크류형상 및 공구 간섭의 주요 변수가 된다.

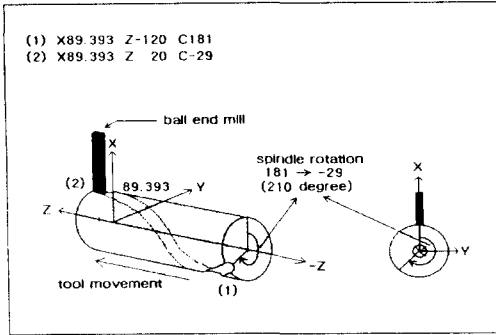


그림 3 Step 1과 2

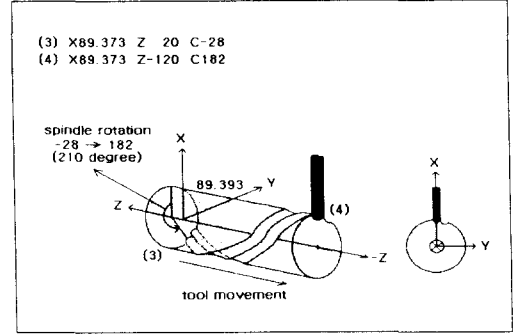


그림 4 Step 3과 4

3. 스크류 형상 및 공구간섭의 특성

대형스크류의 가공프로그램 생성을 위해서는 먼저 가공물의 표면형상특성에 대하여 인식하고, 다음 사용공구와 관련하여 발생가능한 공구간섭의 종류와 그 특성 또는 한계성을 판단하여야 한다.

3.1 스크류 형상의 특성

스크류의 표면형상의 구성은 자유곡면과는 달리 규칙성이 있으며 그 구성요소는 서로 다른 크기의 반경을 가진 헬릭스(Helix)들로 되어 있다. 이들 헬릭스들의 공통점은 동일한 리이드를 갖는다는 점이다. 본 논문에서 취급하는 대표적인 스크류의 단면을 구체적인 그림으로 나타내면 그림 5에서와 같다. 각 헬릭스의 반경은 중심 O점으로부터 스크류 단면의 외곽선상에 있는 헬릭스의 시점까지의 거리이다.

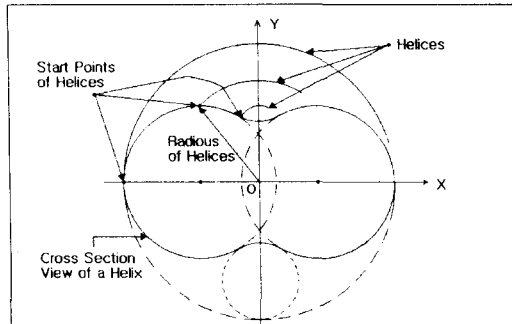


그림 5 스크류의 단면과 그의 헬릭스

가공하려는 스크류의 길이와 리이드의 길이에 따라 헬릭스의 회전수가 결정되며 수 많은 이들 헬릭스들에 의해 스크류의 표면형상이 이루어진다. 이와 같은 헬릭스들에 의해 형

성되는 스크류의 곡면은 해석함수의 식으로 표시 되지만 그 식이 삼각함수를 포함하고 있는 초월함수식이므로 어떤 값을 기준으로 한 해를 일반적인 식으로 구하는 것은 불가능한 특성을 갖고 있다. 또한 이들 헬릭스는 공구와 소재의 접촉점(CC점)의 이동궤적이 된다는 특성이 있으며 따라서 이들 헬릭스들이 공구의 간섭을 판단하는데 이용될 수 있는 점도 인지할 수 있다. 스크류의 표면형상을 이루는 이와같은 헬릭스들은 공간에서 상호거리가 일정하게 유지되므로, 하나의 헬릭스에 수직한 평면이 다른 헬릭스에도 수직한가를 확인해 볼 필요가 있다. 왜냐하면 만일 단일 수직평면을 갖는다면, 스크류를 이 단일 수직평면으로 절단할 때 생성되는 절단곡선의 곡률반경 최소치를 단 한번 계산하고 이를 공구의 반경과 비교하여 공구간섭을 판단할 수 있기 때문이다. 직관적으로는 이들 두 헬릭스는 동일한 수직평면을 갖지 않는다. 이를 수식으로 확인하면 부록 1에서와 같다.

따라서 스크류 곡면이 비록 해석함수로 표시될 수 있다 하더라도, 스크류 곡면상의 어느 한 헬릭스에 수직한 평면이 스크류 곡면을 절단할 때 생성되는 곡선과, 동일한 평면으로 공구(에드밀) 절삭날의 구를 절단할 때 생성되는 곡선(이는 항상 공구의 반경과 같은 크기의 반경을 갖는 원이다)과의 교차상태를, 단 한번만 판단함으로써 공구의 간섭여부를 판단할 수는 없는 특성이 있음을 알 수 있다. 그러므로 공구간섭과 관련해서는 스크류 단면상에서 공구가 놓이는 매 위치마다 그 위치에 해당하는 헬릭스의 수직 평면을 구하여, 그 평면으로 스크류와 구형의 공구 절삭날부분을 절단할 때 생성되는 두 곡선의 교차여부를 검토함으로써 공구와 공작물간의 간섭을 판단해야 한다. 그러나 이와 같이 스크류의 단면상에서 공구의 매 위치마다 공구의 간섭여부를 계산해야 하는 불편함이 있는 한편 이 문제를 간단화 시켜주는 한가지 특성이 있다. 그것은 스크류의 단면($Z=0$ 평면)상에서 공구와 공작물의 접촉점(CC점)을 지나며 그 접촉점을 포함하는 헬릭스에 수직한 평면은 항상 좌표계(그림 1에서의 X-Y-Z 좌표계)의 원점을 통과한다는 점이다. 이와 같은 특성은 헬릭스에 수직한 평면이 스크류와 공구 절삭날의 구를 절단할 때 생성되는 곡선식들의 계산을 용이하게 해 준다.

3.2 공구간섭의 종류와 특성

이와 같은 특성을 갖는 스크류의 형상을 볼엔드밀을 사용하여 가공할 때 발생 가능한 공구와 공작물과의 간섭은 2가지 경우가 있을 수 있다.

첫번째는 스크류의 단면형상이 그림 6(a)에서와 같이 포켓 형상을 가질 때 공구의 날 또는 몸체와 스크류의 인접산과의 간섭이 존재하는 경우이며, 두번째는 그림 6(b)에서와 같이 공구가 공작물과 접촉하며 헬릭스를 따라 이동할 때 접촉점에서 공작물에 대한 공구의 상대운동 방향에 수직한 평면상에 나타나는 스크류의 곡면의 곡률반경이 공구의 곡률반경보다 작은 경우이다.

첫번째의 경우의 간섭은 J.H.Oliver 등에 의한 'gouge detection algorithm'(11)을 이용하여 발견할 수 있으나, 이 알고리즘은 자유곡면을 대상으로 하는 것으로서 스크류 가공과 관련해서는 지나치게 복잡하며 PC상에서 이의 구현이 현실적이지 못하다. 스크류가공을 대상으로 할 경우 다음에 기술하는 바와 같이 이보다 훨씬 간단한 알고리즘의 사용으로

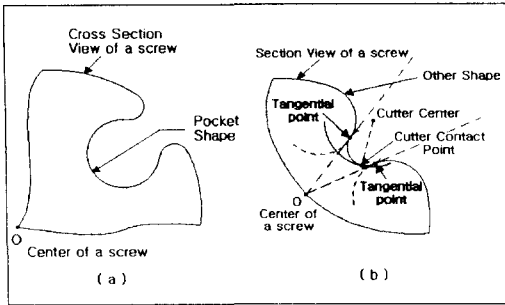


그림 6 2 가지 종류의 공구 간섭

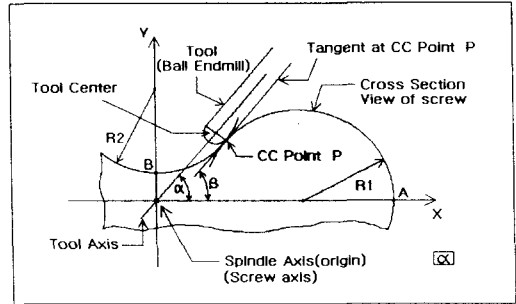


그림 7 스크류의 단면도 및 공구의 상대위치

발견할 수 있다. 이 알고리즘을 설명하기 위해 Fig. 7에 스크류의 단면 일부와 공구의 접촉상태를 도시하였다. 이 그림에서, 스크류 단면 외곽선의 구성은 다수의 원호들(반경 R1 및 R2인 원호들)의 접속으로 되어 있으며, 스크류의 전체 단면형상은 그림에서 보인 1상한 형상의 X축 및 Y축 대칭으로 되어 있다. A점은 반경 R1의 원호가 시작되는 점이다. P점은 반경 R1 및 R2인 원호들이 접하는 점으로 이 그림에서는 현재의 CC점과 일치하고 있다. B점은 반경 R2인 원호가 Y축과 만나는 점이다. 먼저 형상이 일의적으로 구성되는 영역(원호 AP 및 PB)에서는 포켓형상의 존재를 검토할 필요가 없다. 왜냐하면 대상 스크류 단면 외곽선의 구성은 다수의 원호들의 접속으로 되어 있기 때문이다. 포켓형상의 존재와 관련해서는 단지 원호들의 접속점(그림에서 P점)의 특성만을 고려한다. 그림에서는 P점만이 1상한에서의 접속점이다. 그림에서와 같이 P점이 공구가 소재와 접하는 CC점이라고 할 때 공구의 중심과 좌표계의 원점을 연결한 공구중심선의 기울기(α)를 구한다. 다음 P점에서의 접선을 구하고 이 접선의 기울기(β)와 앞에서 구한 공구중심선의 기울기를 비교하여, 접선의 기울기가 공구중심선의 기울기보다 크면 포켓형상이 존재하고 그렇지 않으면 존재하지 않는다. 이와 같은 알고리즘의 사용으로 첫 번째 종류의 간섭을 판단할 수 있다.

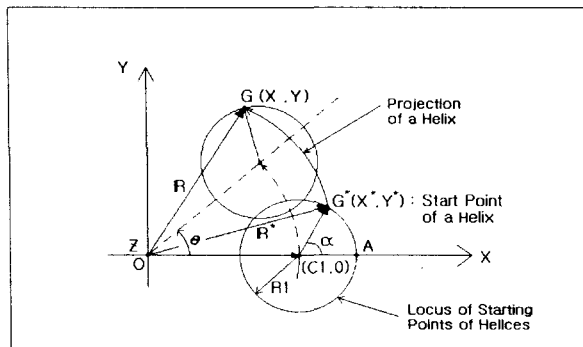


그림 8 X-Y 평면에 투상한 스크류 곡면상의 한 헬릭스

두 번째 종류의 간섭에 대해서는 CC점에서의 가공곡률반경이 문제가 된다. 가공곡률반경은 공구 접촉점에서 공구진행방향에 수직인 단면상에서 가공형상이 갖는 곡률반경을 뜻한다. 이와 같은 가공곡률반경은 그림. 8에서 보인 바와 같은 스크류 단면형상의 외곽선이 갖는 곡률반경과는 다르다. 그 이유는 스크류의 단면 형상이 축방향을 따라 이동할 때 회전하기 때문이다. 또한 이 경우, 공구와 공작물과의 접촉은 앞의 그림. 7에서와 같이 이루어지므로, 첫번째 경우의 간섭이 없다면, 리이드가 작은 스크류의 가공에서도 공구의 몸체와 스크류의 인접산과의 간섭은 있을 수 없는 특성이 있다. 이와 같은 특성은 간섭문제의 해결을 더욱 간단하게 해 줄 것이다.

4. 대형 스크류의 가공을 위한 CAM 시스템 개발에의 적용

앞에서 설명한 가공과정과 관련하여 스크류의 형상특성 및 공구간섭의 특성을 스크류 가공용 CAM 시스템 개발에 적용하여 보았다.

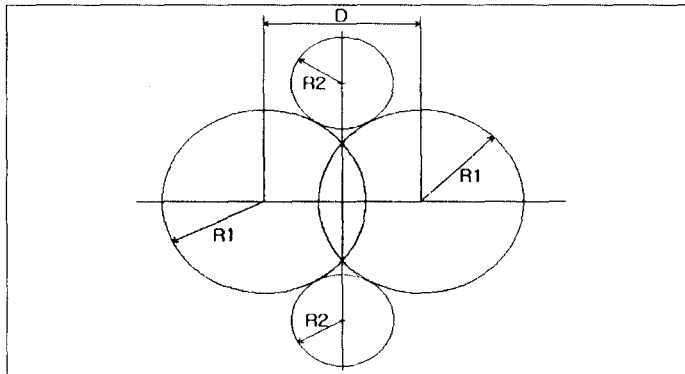


그림 9 대표적인 스크류의 단면형상에 대한 입력 파라미터들

적용과정은 먼저 형상특성에 의해 스크류의 형상을 구성하는 헬릭스의 식을 구하고 앞에서 기술한 스크류 형상의 공구간섭과 관련된 특성을 고려하여 이 식으로부터 취급 가능한 공구간섭을 판단한다. 첫 번째 경우의 간섭에 있어서는 전술한 바와 같은 알고리즘에 의해 그 존재여부만을 판단하여 간섭이 없는 경우 두 번째 간섭을 판단한다. 이를 위해서는, 스크류의 형상특성을 활용하여, 그 구성요소인 헬릭스에 수직인 평면상에서의 가공곡률반경을 구하여 공구의 반경과 비교한다.

가공곡률반경을 구하는 과정은 C 언어를 사용하여 프로그래밍하여 현재 부분적으로 개발한 3축 선반용 CAM 소프트웨어에 통합시켜 검토하여 보았다. 한 예로서, 그림 9에서보인 바와 같은 스크류의 단면에 대해 필요한 파라미터 값을 대입하여 가공곡률반경을 계산하였다. 여기서 $R1=35$, $R2=25$, $D=60$, $Rt=10$ (간섭 없음:그림 10) 과 $Rt=12$ (간섭 있음:그림 11) 를 취하였으며, 수치만으로는 최소곡률반경의 발생위치를 확인하기가 곤란하므로 계산 결과의 수치를 CAM 소프트웨어의 시뮬레이션 부분에 통합시켜 컴퓨터 디스플레이에 나타

내어 보였다. 스크류의 단면 형상을 가공하는 공구의 위치를 나타내는 그림에 추가하여 가공곡률중심을 공구와 가공물의 접촉점에서 수직방향에 표시하였다. 이 그림에서는 곡률반경의 최대 최소치 및 마지막 정삭 가공만을 위한 곡률중심궤적만을 나타내었으며, 스크류 단면 외곽에 표시한 곡선궤적이 가공곡률중심의 궤적이다. 그림으로부터 알 수 있듯이 곡률중심의 궤적이 공구중심궤적 밖에 있는 한 가공 중 공구의 간섭은 없다. 그리고 어느 위치에서 가장 작은 곡률반경을 갖는가를 쉽게 판단 할 수 있다.

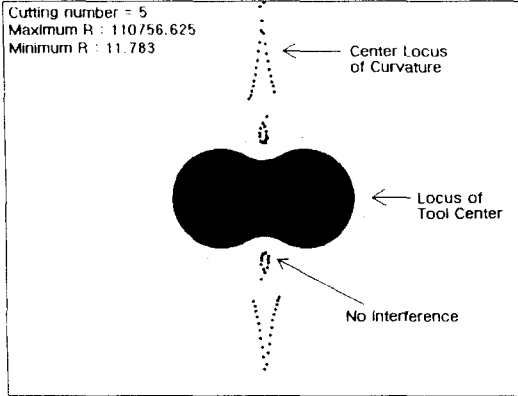


그림 10 공구반경=10 인 경우 간섭 없음

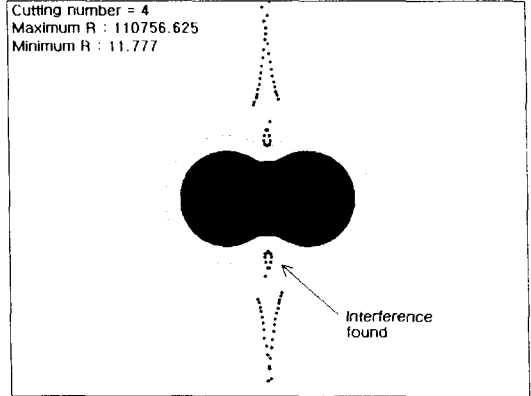


그림 11 공구반경=12 인 경우 간섭 있음

5. 결 론

범용 3축선반에서 볼 에드밀을 사용하여 대형스크류를 가공할 때 그 스크류형상의 특성 및 간섭의 특성에 대한 연구를 통하여 다음과 같은 결론을 내릴 수 있다.

(1) 스크류 형상의 곡면식은 해석함수로 표시가 가능하나, 스크류의 한 헬릭스에 수직한 평면은 동일 스크류의 다른 헬릭스에는 수직이 되지 않는 특성이 있다. 따라서 공구의 간섭과 관련하여, 공구와 공작물의 매 접촉시작점에서 곡률반경을 계산하여 간섭을 판단해야 한다.

(2) 3축 선반에서 취급할 수 있는 간섭특성으로부터, 스크류 단면상에서 형상접점에서의 접선의 기울기가 공구축 기울기보다 크지 않는 한, 헬릭스에 수직한 스크류 단면의 곡률반경과 공구 곡률반경에 의한 간섭뿐이다.

(3) 본 연구에서 기술한 스크류 형상 및 공구간섭의 특성은 3축 선반에서의 스크류가공용 CAM 소프트웨어 개발에 응용할 수 있다.

7. 참고 문헌

1. Ibrahim Zeid, "CAD/CAM Theory and Practice", McGraw-Hill Inc. 1991, pp.8-19, 25-42.
2. Farid M. L. Amirouche, "Computer-Aided Design and Manufacturing", Prentice-Hall Int. Inc. 1993, pp.22-23, 257-272.
3. 전차수, 박세형, 전용태, "자유곡면 5축 NC 가공을 위한 CAM 시스템 개발", 한국정밀 공학회지 제10권 제1호, 1993.3. pp.51-61.
4. C. G. Jensen and D. C. Anderson, "A review of numerically controlled methods for finish-sculptured-surface machining", IIE Transactions, 1996, pp.30-39
5. 전용태, 박세형, "Development of a CAM system for Impeller Machining", 대한기계학 회 춘계학술대회논문집(I), 1994 pp.217-220
6. KOSEF 88-0218-04, "선반 가공용 CAM시스템의 개발", 한국과학재단, 1992
7. Publication 03703-010000-5010 "Autosurf" Release 2.1, 1993-1994
8. MicroCADD Reference and User Guide etc. IBM. 1987
9. MicroStation Reference Guide and User's Guide, Version 5, Intergraph, 1993
10. 최병규 "Calculation of Economic CL-data for Sculptured Surface Machining", 대한산 업 공학회지, Vol.9, NO. 2, 1983
11. J. H. Oliver, D. A. Wysocki, E. D. Goodman, Gouge Detection Algorithms for Sculptured Surface NC generation, Journal of Engineering Industry, 1993, Vol. 1, 139-144

부록 1

먼저 그림 8을 참조하여, $Z = 0$ 인 평면상의 G^* 점에서 시작하여 리이드 L 을 가지며 θ 만큼 회전하여 G 점을 통과하는 헬릭스를 생각한다. 그러면 G^* 점의 위치벡터는

$$\mathbf{R}^* = X^* \cdot \mathbf{i} + Y^* \cdot \mathbf{j} + 0 \cdot \mathbf{k} = (C_1 + R_1 \cdot \cos \alpha) \cdot \mathbf{i} + R_1 \cdot \sin \alpha \cdot \mathbf{j} \quad \text{A-(1)}$$

따라서 $X^* = R_1 \cos \alpha + C_1$, $Y^* = R_1 \sin \alpha$ 이 되고, 이를 좌표변환하여 G 점의 좌표 (X, Y) 를 구하면 다음과 같이 된다.

$$X = (R_1 \cos \alpha + C_1) \cos \theta - (R_1 \sin \alpha) \sin \theta = X^* \cos \theta - Y^* \sin \theta \quad \text{A-(2)}$$

$$Y = (R_1 \cos \alpha + C_1) \sin \theta + (R_1 \sin \alpha) \cos \theta = X^* \sin \theta + Y^* \cos \theta \quad \text{A-(3)}$$

헬릭스에서 Z 좌표는 회전각 θ 에 비례하므로

$$Z = \frac{L}{2\pi} \theta \quad \text{A-(4)}$$

이 된다. 따라서 G*점에서 시작하는 헬릭스 HG를 벡터식으로 표시하면

$$\mathbf{R} = X \cdot \mathbf{i} + Y \cdot \mathbf{j} + Z \cdot \mathbf{k} \quad \text{A-(5)}$$

이와 같은 헬릭스들로 이루어지는 스크류 곡면의 식을 구하기 위하여 A-(2), A-(3) 식을 다음과 같이 변형시킨다

$$X - C_1 \cos \theta = (R_1 \cos \alpha) \cos \theta - (R_1 \sin \alpha) \sin \theta \quad \text{A-(6)}$$

$$Y - C_1 \sin \theta = (R_1 \cos \alpha) \sin \theta + (R_1 \sin \alpha) \cos \theta \quad \text{A-(7)}$$

위의 두 식들 A-(6)과 A-(7)의 양변을 각각 자승하여 더하면

$$(X - C_1 \cos \theta)^2 + (Y - C_1 \sin \theta)^2 = R_1^2 \quad \text{A-(8)}$$

이 되며, 이것은 스크류의 일부 곡면의 식이 된다.

이제, 스크류 곡면상에서 인접한 두 헬릭스는 동일한 수직평면을 갖지 않는다는 문제를 용이하게 증명하기 위해 헬릭스의 식을 가능한 한 간단히 해 줄 필요가 있다. 식 A-(2), A-(3), A-(4)에서 α 의 값을 0으로 하여 이들을 식 A-(5)에 대입하면 다음과 같이 $Z = 0$ 평면상에 놓인 A점에서 출발하는 헬릭스 HA의 식 A-(9)를 구할 수 있다.

$$\mathbf{R}_A = R_A \cdot \cos \theta \cdot \mathbf{i} + R_A \cdot \sin \theta \cdot \mathbf{j} + \frac{L}{2\pi} \cdot \theta \cdot \mathbf{k} \quad \text{A-(9)}$$

여기서 $R_A = X_1$ 이고 A점에서 헬릭스의 접선벡터는

$$\frac{d\mathbf{R}_A}{d\theta} = -R_A \sin \theta \cdot \mathbf{i} + R_A \cos \theta \cdot \mathbf{j} + \frac{L}{2\pi} \cdot \mathbf{k} \quad \text{A-(10)}$$

이다. 따라서 이 헬릭스에 수직한 평면 PA의 식은 다음과 같다.

$$(-R_A \cdot \sin \theta) \cdot (X - X_1) + (R_A \cdot \cos \theta) \cdot (Y - Y_1) + \left(\frac{L}{2\pi}\right) \cdot (Z - Z_1) = 0 \quad \text{A-(11)}$$

여기서 (X_1, Y_1, Z_1) 은 $Z = 0$ 평면상에 놓인 헬릭스 HA의 시작점 A의 좌표이므로 $X_1 = C_1 + R_1 = R_A$, $Y_1 = 0$, $Z_1 = 0$ (즉 $\theta = 0$)이다. 그러면 수직평면의 식은

$$Y = -\frac{L}{2\pi R} \cdot Z \tag{A-12}$$

이 된다.

헬릭스 HA에 인접한 다른 헬릭스 HB의 식을 구하기 위해 평면 PA와 스크류의 교차 곡선 상의 어느 임의점(S점)을 선정해야 한다.

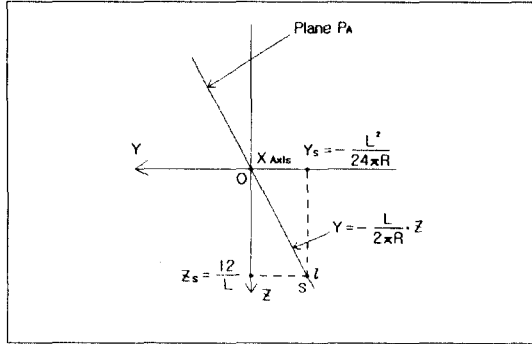


그림 A-1 Y-Z 평면상에 평면 P_A의 투사 및 인접 헬릭스 H_B상의 한 점의 선정

그림 A-1을 참조하여 평면 PA 상에서 Z 좌표가 $Z_S = \frac{L}{12}$ 인 점들을 먼저 고려하면 이들의 Y 좌표는 $Y_S = -\frac{L}{2\pi R} \cdot \frac{L}{12}$ 이다. 이 점들의 X 좌표는 어떤 값도 가능한 Fig. 12에서 지면에 수직인 직선 l이 된다. 이 직선 l과 스크류곡면과의 교점을 구함으로써 헬릭스 HA에 수직인 평면 PA 상에 있으면서 동시에 스크류곡면 상의 인접한 헬릭스 HB 상의 점, 즉 수직평면 PA가 HA에 인접한 헬릭스를 자를 때 생기는 S점을 정의해 줄 수 있다. 그리고 이 점으로부터 이 점을 지나는 헬릭스 HB의 식을 구할 수 있다. 먼저 Z 좌표로서 $Z_S = \frac{L}{12}$ 를 선정하여 식 A-(4)에 대입하면 $\theta_S = \frac{2\pi}{L} \cdot \frac{L}{12} = \frac{\pi}{6}$ 이 된다. 다음 스크류의 곡면식 A-(8)에 이들 Z_S, Y_S, θ_S 를 대입하여 X_S 를 구하면

$$X_S = \frac{\sqrt{3}}{2} C_1 \pm [R_1^2 - (Y_S - C_1 \cdot \frac{1}{2})^2]^{\frac{1}{2}} \tag{A-13}$$

이 된다. S(X_S, Y_S, Z_S) 점을 지나는 헬릭스 HB의 $Z=0$ 평면 상에 놓인 이 헬릭스의 시점인 B점의 좌표를 ($X_2, Y_2, 0$)이라고 하자. 그러면 S점은 B점이 $Z=0$ 평면 상에서 시작하여 $\frac{\pi}{6}$ 만큼 헬릭스 HB를 따라 회전한 점이 된다. 따라서 X_2, Y_2 는 다음의

식으로 표시된다.

$$X_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot X_S + \frac{1}{2} \cdot Y_S \quad \text{A-(14)}$$

$$Y_2 = -\frac{1}{2} \cdot X_S + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot Y_S \quad \text{A-(15)}$$

또한 헬릭스 HB의 회전반경은

$$R_B = \sqrt{X_S^2 + Y_S^2} = \sqrt{X_2^2 + Y_2^2} \quad \text{A-(16)}$$

이다. 그러므로 헬릭스 HB의 벡터식은 식 A-(2), A-(3) 및 A-(5)를 이용하면 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{R}_B = (X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta) \cdot \mathbf{i} + (X_2 \sin \theta + Y_2 \cos \theta) \cdot \mathbf{j} + \left(\frac{L}{2\pi} \theta\right) \cdot \mathbf{k} \quad \text{A-(17)}$$

식 (17)을 θ 로 미분하면

$$\frac{d\mathbf{R}_B}{d\theta} = (-X_2 \sin \theta - Y_2 \cos \theta) \cdot \mathbf{i} + (X_2 \cos \theta - Y_2 \sin \theta) \cdot \mathbf{j} + \left(\frac{L}{2\pi}\right) \cdot \mathbf{k} \quad \text{A-(18)}$$

이 되고 이 식에 식 A-(14), A-(15) 및 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 를 대입하면 헬릭스 HB상의 S점에서의 접선벡터를 구할 수 있으며 그 식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{d\mathbf{R}_B}{d\theta} = (-Y_S) \cdot \mathbf{i} + (X_S) \cdot \mathbf{j} + \left(\frac{L}{2\pi}\right) \cdot \mathbf{k} \quad \text{A-(19)}$$

따라서 S점에서 헬릭스 HB에 수직한 평면의 식은

$$(-Y_S) \cdot X + (X_S) \cdot Y + \left(\frac{L}{2\pi}\right) \cdot Z = \frac{L^2}{24\pi} \quad \text{A-(20)}$$

이 되며, 식 A-(20)과 점 A를 지나며 헬릭스 HA에 수직한 평면식인 식 A-(12)와 비교하면 동일하지 않음을 알 수 있다.