

유연 구조진동 모드를 갖는 디지털 비행제어시스템 설계를 위한 샘플링 주파수 결정에 관한 연구

하철근 · 류승완

수송시스템공학부, 항공우주공학 전공

<요 약>

본 논문에서는 유연 구조진동 모드가 있는 경우 디지털 비행제어시스템 설계시 샘플링 주파수 선정에 대해 논하고자 한다. 디지털 가속도 비행제어시스템 설계시 노치필터를 설계하여 보다 큰 최소 샘플링 주파수를 선정할 수 있다. 그 외에도 조종입력이 존재하는 경우 대역주파수를 고려하여 샘플링 시간을 선정하고 전체시스템의 안정성과 성능을 만족해야 한다. 또한 외란이 존재하는 경우는 최적제어기법을 적용하여 외란모델을 설계과정에 직접 고려하고 확률적 외란의 correlation time과 측정오차 PSD(Power Spectral Density)를 변화시켜 가면서 적절한 샘플링 시간을 선정할 수 있다.

Sampling Frequency Selection for Design of Digital Flight Control System with flexible vibration mode

Ha, Cheolkeun · Lyoo, Seungwan

School of Transportation Systems Engineering, Aerospace Engineering Division

<Abstract>

In this paper, an issue of sampling time selection is treated for design of a digital flight control system with flexible vibration mode. When a notch filter properly designed is embedded in the flight control system, the required minimum sampling time to meet design specifications can be further relaxed. Moreover, the closed-loop bandwidth is a factor to be considered to select sampling time for a pilot command

signal such as vertical acceleration command, whose sampling time selected has to satisfy overall system stability and performance requirements. When random external disturbances excite the flight control system, optimal control technique is convenient to treat the disturbance model in the design process and handle correlation time of process noises and PSD of measurement noises at hand for proper selection of sampling time.

1. 서론

마이크로프로세서의 발달과 더불어 디지털 비행제어시스템이 보편화되고 그 성능은 더욱 향상되었다. 아날로그 시스템에 비해 디지털 시스템이 갖는 장점은 여러 가지가 있으나 몇 가지만 예를 들면 비행상태 변화에 대해 제어로직의 변경이 용이하고 보다 정확하고 다양한 기능을 갖는 비행제어시스템 설계가 가능하다. 하지만 A/D 변환기를 통한 디지털 신호를 D/A 변환기를 사용하여 아날로그 신호로 바꾸어야 하는 번거로움과 이러한 과정에서 데이터의 변형이 발생할 수 있는 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해서는 샘플링 시간 선정이 매우 중요하다. 디지털 비행제어시스템 설계에서 샘플링 시간선정은 비용과 성능면에서 고려된다. 일반적으로 긴 샘플링 시간을 갖는 비행제어시스템을 설계하면 비용은 낮출 수 있으나 성능은 저하되며 보다 짧은 샘플링 시간을 갖는 경우는 반대이다. 하지만 현재는 긴 샘플링 시간을 갖지만 성능은 우수한 비행제어시스템을 설계하고자 하는 추세이다. 왜냐하면 디지털 비행제어시스템이 한 샘플링 시간내에 처리할 수 있는 기능--가령, 비행조건의 변화에 대한 비행운동의 안정화 및 정확한 경로 유도, 비행상태의 모니터링 등--이 보다 다양해질 수 있기 때문이다. 디지털 시스템을 설계하는 방법은 크게 간접설계방법(indirect design)과 직접설계방법(direct design)으로 나뉜다. 전자는 아날로그 시스템을 설계한 후 적절한 샘플링 시간으로 이산화시켜 디지털 시스템을 설계하는 방법이며 설계사양이 연속영역에서 설정되며 후자는 이산화된 시스템을 이산영역에서 디지털 시스템을 설계하는 방법으로 설계사양이 이산영역에서 정의되어야 한다. 따라서 샘플링 시간선정은 기본 설계변수이다. 지금까지 디지털 비행제어시스템 설계와 관련된 연구로는, 참고문헌[1,2]는 아날로그 제어시스템의 이산화 과정에 대하여 연구하였고 참고문헌[3,4]는 연속시스템을 이산영역(z-Domain)으로의 이산화 방법에 대해 논하였다. 그리고 이산영역이 아닌 w-Domain으로 변환하는 설계방법도 참고문헌[5]에서 연구되었다. 한편 최적제어 이론에서 성능지수를 이산화하는 과정에 대하여 참고문헌[6]에 보였으며 최근에는 w-Domain에서 최적제어이론을 정립한 결과를 참고문헌[7]에 발표하였다. 하지만 주로 강체비행체 모델에 대해 샘플링 시간선정 문제를 다루었거나 최적제어시 샘플링 시간을 임의로 가정하였다. 본 연구에서는 유연 구조진동 모드를 갖고 있는 비행체의 디지털 비행제어시스템 설계를 위한 샘플링 시간선정에 대해 연구하고자 한다. 이를 위해 본 논문에서는 종운동 비행모델에 대해 간략히 언급하고 조종입력이 존재하는 경우에 대한 샘플링 시간선정 문제를 3장에서 다룬 다음 외란이 존재하는 경우에 대해 논하고자 한다.

2. 중운동 비행운동 방정식

일반적으로 비행기의 중운동은 단주기 모드(short-period mode)와 장주기 모드(phugoid mode)로 구성되어 있으나 본 연구에서는 유연 구조진동 모드를 포함하는 단주기 모드만을 고려한 비행기의 중운동 방정식을 상태방정식으로 나타내었다.

$$\begin{aligned} \dot{X} &= AX + Bu + G\eta_g \dots\dots\dots(1) \\ y &= CX + Du \end{aligned}$$

여기서 상태변수 X 는 각각 피치율(q), 받음각(α_T), 수직 외란변수(w_g), 굽힘변위 및 속도(x_4, x_5)이며 입력 u 는 엘리베이터(δ_e), 외란 입력 η_g 는 수직외란, 출력 y 는 피치 각속도(q_T)와 수직가속도(n_T)이다. 다음에 일반적인 항공기의 데이터를 아래에 보였다 [11]. 또한 관련 변수들의 단위는 ft, sec, rad이다.

$$A = \begin{bmatrix} -1.2132e+000 & -1.7701e+002 & 1.0400e-003 & -6.8547e-003 & 0; \\ 1.0000e+000 & -4.0300e+000 & 1.4925e-003 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & -2.0000e+000 & 0 & 0; \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.5000e+001; \\ -8.1003e+003 & 3.2644e+004 & 0 & -2.5000e+001 & -5.0000e-001 \end{bmatrix}$$

$$[B \ G] = \begin{bmatrix} -6.9307e+001 & -1.2480e-002; \\ -2.9776e-001 & -1.7910e-002; \\ 0 & 2.4000e+001; \\ 0 & 0; \\ -3.7488e+004 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[C \ D] = \begin{bmatrix} 1.0000e+000 & 0 & 0 & 0 & -2.0000e-004 & 0; \\ -3.9666e+001 & 3.0135e+003 & 0 & -7.0000e-002 & -1.4000e-003 & -6.7627e+002 \end{bmatrix}$$

본 모델 비행기의 유연 구조진동 모드는 매우 작은 감쇠계수(0.07)와 4Hz의 주파수를 갖는다. 일반적으로 샘플링된 데이터로부터 원래의 아날로그 신호를 재생하기 위해서는, 잘 알려진 샘플링 이론에 따라(시스템의 가장 빠른 모드 주파수의 2배), 샘플링 시간은 0.125초보다 더 작게 결정되어야 한다. 비행제어시스템과 같은 피드백 시스템인 경우 이러한 샘플링 이론을 적용하기에는 실제적이지 못하다. 왜냐하면 비행시스템은 주파수를 알지 못하는 조종입력 신호를 받으며, 돌풍과 같은 외란을 맞는 환경에 놓이기도 한다. 그리고 이를 설계할 때 비행기 운동모델 역시 매우 복잡함으로 해서 야기되는 모델오차 등이 존재하기 때문이다. 따라서 디지털 비행제어시스템 설계시 이러한 영향들에 대해 샘플링 시간선정은

매우 중요한 문제이다. 본 논문에서는 조종입력과 외란이 존재하는 경우에 대하여 샘플링 시간선정에 대해 논하고자 한다. 단, 본 연구에서는 A/D변환기 후방에 위치하는 선행필터(prefilter)의 설계는 고려하지 않는다.

3. 조종입력이 존재하는 경우

비행제어시스템에 조종입력이 존재하는 경우, 고전제어기 설계시 적분기를 첨가하게 된다. 하지만 이는 조종입력에 대한 시간반응을 느리게 함으로 비례기와 함께 설계한다. 그리고 유연 구조진동 모드를 제거하기 위한 노치필터(notch filter)를 첨가한다. 왜냐하면 이 모드는 비행제어 및 조종성에 유해할 뿐 아니라 작동기의 포화(saturation)를 유발할 수 있고 샘플링 시간을 지나치게 작게 하도록 구속하기 때문이다. 가속도 자동조종장치를 그림 1에 나타내었다. 명령필터(command shaping filter)는 초기시간반응을 고려하여 설계하였다. 그리고 설계된 노치필터의 전달함수는 다음과 같다. 여기서 전달함수의 분자는 유연 구조진동 모드와 일치한다. 그리고 분자는 노치폭을 고려하여 선정하였다.

$$\frac{\text{출력}}{\text{입력}} = \frac{s^2 + 3.616s + 617.8}{s^2 + 2.129s + 568.3} \dots\dots\dots(2)$$

비행제어시스템의 조종입력에 대한 주파수 특성을 미리 알 수 없기 때문에 시스템 폐회로의 대역주파수(bandwidth)에 대하여 샘플링 시간을 선정할 수 있다. 그림 2에 보인 Bode plot으로부터 본 설계의 경우는 1Hz 미만의 대역주파수를 갖는다. 이처럼 낮은 수치를 갖는 것은 유연 구조진동 모드가 제거되어 단주기모드만을 갖기 때문이다. 하지만 전체 시스템의 안정성을 보장하는 최소 샘플링 주파수는 13Hz로, 이는 샘플링 이론치인 두배의 보상전 유연 구조진동 모드 주파수보다 1.6배 증가한 것이다. 따라서 조종입력이 존재하는 경우, 디지털 비행제어시스템 설계시 샘플링 주파수 선정은 적어도 샘플링 이론을 만족하도록 대역주파수를 고려하여야 하며, 본 모델에 대해서는 적어도 대역주파수의 2배이상 이 되도록 선정할 필요가 있다. 또한 작동기의 대역주파수 범위를 넘지 않아야 한다. 이 경우, 시스템 안정성과 성능에 대한 요구조건을 만족하는 지를 반드시 검증해야 한다. 단위 수직 가속도 입력에 대한 시간반응을 그림 3에 나타내었다. 현재, 운용되는 비행제어시스템에서 채택하는 샘플링 주파수는 10Hz에서 15Hz 범위에 있다. 다음은 외란의 영향을 받고 있는 경우, 샘플링 주파수 선정에 대해 알아보하고자 한다. 이러한 상황에 대해 최적제어 이론을 적용하고자 한다. 왜냐하면 고전제어기법은 설계시 외란의 영향을 고려하기가 어렵다.

4. 외란이 존재하는 경우

우선 수직외란(w_g)에 대한 모델을 식(1)에 모델링하였다. 이는 유연 구조진동모드에 영향을 주어 부가적인 받음각을 유도하며 수직가속도에 영향을 주기 때문에 기체 구조강도에 직접적인 영향을 미친다. 그리고 수직가속도 명령에 대한 자동조종장치의 설계임으로

오차적분 상태변수를 도입한다. 따라서 식(1)에서 보인 측정변수(q_T, n_T)와 오차적분 상태변수(x_i)를 입력으로 하는 LQG(Linear Quadratic Gaussian) 제어를 설계한다. 그리고 이러한 상태변수가 존재하더라도 Separation Principle, 즉 LQR(Linear Quadratic Regulator) 설계와 LQE(Linear Quadratic Estimator) 설계를 분리해서 진행할 수 있다. 하지만 주의할 사항은, LQR 설계시 오차적분 상태변수에 반드시 가중행렬을 두지 않으면 기존의 대수 ARE(Algebraic Riccati Equation)의 해법(관련 Hamiltonian 행렬의 고유벡터 분할방식)으로는 LQR 이득을 구할 수 없으며 또한 LQE 설계시 오차적분 상태변수에 대해서는 상태변수를 추정하지 않는다. 본 연구에서는 다음과 같이 이산최적제어 문제를 정의한다.

$$\text{성능지수} : J = \lim_{t_f \rightarrow \infty} \frac{1}{2t_f} \int_0^{t_f} E \{ z(t)^T Q z(t) + u(t)^T R u(t) \} dt \dots\dots\dots(3)$$

문제정의 : 식(1)에서 주어진 시스템과 식(4)의 조건을 만족하는 경우, 식(3)의 성능지수를 최소화하는 이산 LQG 제어를 설계한다.

$$\text{구속조건} : u(t) = u_k \text{ for } kT \leq t < (k+1)T \dots\dots\dots(4)$$

여기서 u_k 는 시간 $t = kT$ 에서 갖는 값으로 k 는 정수이다. 그리고 $z(t)$ 는 성능평가 상태벡터이며 $Q \geq 0, R > 0$ 를 만족한다. 본 논문에서는 이산 LQG 제어를 설계하고자 할 때 샘플링 시간 선정에 대하여 논하고 있음으로 위에서 제시한 이산최적 LQG 제어기와 이산화(discretization)한 아날로그 최적 LQG 제어를 설계하여 이 문제를 다루고자 한다. 먼저 아날로그 최적 LQG 제어를 설계하자. 본 연구에서는 성능평가 상태변수로는 $\{q, a_T, x_i, x_5\}$ 를 선택하였다. 이는 단주기모드와 유연 구조진동 모드의 특성 개선과 오차적분 모드에 가중치를 주기위해서이다. 그리고 조종입력에 가중치 3×10^6 를 주었다. 그리고 명령필터는 3장에서 설계한 결과를 그대로 사용하였다. 그 결과, 아날로그 LQR 이득을 다음과 같이 얻었다.

$$[K \ K_i] = [-0.5213 \ 6.4504 \ -0.0002 \ -0.0010 \ -0.0005 \ 0.0004] \dots\dots\dots(5)$$

여기서 K 는 제어기의 되먹임 이득이고, K_i 는 오차적분 변수에 해당하는 되먹임 이득이다. 그리고 이 LQR 이득에서 3번째 값(-0.0002)이 존재하는 것은 돌풍완화(gust alleviation)를 위한 결과임을 보이고 있는데 고전제어기 설계에서는 이를 설계과정에 고려할 수 없다. 다음은 아날로그 LQE를 설계하자. 본 중운동 모델에서는, 유연 구조진동 모드는 매우 약한 가제어성(또는 disturbability)을 가지기 때문에 이를 추정하는 것이 매우 어렵다. 이 문제를 해결하기 위하여 유연 구조진동 모드에 인위적인 교란을 인가한다. 그리고 오차적분 상태변수는 측정이 불가능하고 이를 추정할 필요가 없다. 따라서 이러한 LQE는 5차의 차수를 갖는다. 이때 가정한 잡음의 확률데이터는 다음과 같다[12].

$$Q_w \sim N(0,1), R_v \text{ for } q_T \sim N(0, 1.6667 \times 10^{-2}), R_v \text{ for } n_T \sim N(0, 5.0 \times 10^{-2}) \dots\dots(6)$$

그 결과 얻어진 아날로그 LQE 이득은 다음과 같다.

$$L = [1.0225 \quad 2.1947; 0.0206 \quad 0.1385; 11.1249 \quad -6.1815; 207.2129 \quad 752.2069; 320.7333 \quad -55.4163] \dots\dots(7)$$

따라서 오차적분 상태변수를 갖는 아날로그 LQG 제어기 구조는 그림 5에 나타내었다. 샘플링 시간 선정에 대한 결과를 비교분석하기 위해서 아날로그 LQG 제어기를 설계할 때 2장에서 고려한 안정성과 성능에 대한 조건을 가능한 한 일치시켰다. 그 결과로부터 이산화된 제어기를 얻기위한 최소 샘플링 주파수는 12Hz이다. 이렇게 얻어진 결과에 대해 단위 수직가속도에 대한 시간반응을 그림 6에서 비교하였다. LQG 제어기에 대한 결과가 고전제어기의 경우에 비해 시간지연이 발생하고 있는데 이는 제어기의 차수 증가에 따른 결과이다. 그리고 같은 LQG 제어기의 경우에서도 디지털화 한 LQG 제어기에 대한 경우에서 시간지연이 나타나고 있다. 이는 디지털화의 결과이다. 한편, 그림 7은 설계된 LQG제어기의 Bode 선도를 나타내는 것으로, 설계된 아날로그 LQG 제어기는 유연 구조진동 모드의 주파수 근방에서 노치필터 특성을 갖고 있음을 알 수 있다. 이는 최적제어이론상 노치 특성을 갖는 저주파 통과 필터(Low-Pass Filter)가 되어야 한다.

4-1. 확률적 돌풍의 correlation time과 샘플링 시간과의 관계

앞에서 수직돌풍에 대한 모델은 식(1)에 고려하였으며 colored noise 특성을 갖고 있다. 이는 correlation time(τ_w)과 variance(σ)에 의해서 그 특징을 결정할 수 있다. 따라서 수직돌풍은 다음과 같은 Power Spectral Density를 갖고 있다고 하겠다.

$$\text{확률적 돌풍 PSD} = 2\sigma^2 / \tau_w \dots\dots\dots(8)$$

결과적으로 variance와 correlation time의 변화는 샘플링 시간선정과 밀접한 관계에 있다. 따라서 샘플링 시간의 변화에 대한 피치율과 받음각의 RMS(Root Mean Square) 값의 변화를 그림 8에 나타내었다. 같은 correlation time인 경우, 샘플링 시간의 증가는 RMS 값의 증가를 가져와 결국 디지털 비행제어시스템의 성능을 저하시키게 된다. 그리고 같은 샘플링 시간을 선정했다라도 외란의 correlation time이 증가할수록 보다 정확하게 상태변수를 추정하게되어 RMS 값이 감소하게 된다.

4-2. 측정변수의 확률적 측정오차와 샘플링 시간과의 관계

측정기의 오차도 제어시스템의 성능에 직접 영향을 미친다. 디지털 최적비행제어시스템 설계시 고려되는 측정기 확률오차는 다음과 같은 PSD 식에 따른다[8].

$$\text{확률적 측정오차 } PSD = \sigma^2 \frac{1 + e^{-T_i/\tau}}{1 - e^{-T_i/\tau}} \dots\dots\dots(9)$$

여기서 가속도계와 미분자이로의 correlation time=0.01 sec이며 RMS 값은 측정범위의 0.25%라고 가정한다. 측정오차 PSD의 변화에 대한 샘플링 시간과 받음각과 피치율의 RMS와의 관계를 그림 9에 나타내었다. 측정오차가 전혀 없는 경우, 샘플링 시간이 증가하면 RMS 값이 증가하나 작은 샘플링 시간대에서 매우 예민하게 증가한다. 측정오차가 클수록 샘플링 시간의 증가에 따라 디지털 비행제어시스템 성능이 저하됨을 알 수 있다.

5. 결론

지금까지 유연 구조진동 모드를 갖는 비행기의 중운동에 대하여 디지털 수직가속도 자동비행제어시스템 설계시 샘플링 주파수 결정에 대해 논하였다. 일반적으로 잘 알려진 샘플링 이론(Shanon's Theorem)에 따라 디지털 비행제어시스템 설계시 샘플링 시간을 선정할 경우 지나치게 작은 샘플링 시간을 선정할 수 있음을 알 수 있다. 하지만 노치필터를 적절히 설계한다면 보다 작은 샘플링 주파수를 선정할 수 있다. 그리고 조종입력이 존재하는 경우 샘플링 시간은 전체 시스템의 안정성과 성능을 만족시키는 범위내에서 선정되어야 하며 유연 구조진동 모드의 주파수보다는 폐회로 시스템의 대역주파수를 고려해 선정하는 것이 좋다. 따라서 본 예에서는 디지털 수직가속도 자동제어시스템을 설계할 때 13Hz정도의 샘플링 주파수를 선정하였다. 그리고 외란이 존재하는 경우 외란을 모델링하여 설계과정에 직접 고려(gust alleviation design)하는 경우, 샘플링 시간의 증가에 대해 시스템 성능(RMS 값)이 덜 저하됨을 알 수 있었다. 또한 확률적 외란의 PSD와 샘플링 시간 선정에 있어서 외란의 correlation time이 증가하는 경우 같은 샘플링 시간에 대해 시스템 성능은 향상됨을 알 수 있으며 확률적 측정오차가 존재하는 경우, 측정오차가 클수록 샘플링 시간의 증가에 따라 디지털 비행제어시스템 성능이 저하됨을 알 수 있다.

후기

본 연구는 1999년도 울산대학교 학술조성비(대학연구비 일반과제)에 의해 수행되었으며 이에 감사드립니다.

참고문헌

- [1] Slater, G.L., "A Unified Approach to Digital Flight Control Algorithms", AIAA Mechanics and Control of Flight Conference, Anaheim CA., Aug.5-9, 1974.
- [2] Yackel, R.A., Kuo, B.C., and Singh, G., "Digital Redesign of Continuous Systems by Matching of States at Multiple Sampling Periods", Automatica, vol.10, 1974.
- [3] Cadzow, J.A., Discrete-Time Systems, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1973.
- [4] Kuo, B.C., and Peterson, D.W., "Optimal Discretization of Continuous Data Control System", Automatica, vol.9, 1973.
- [5] Lee, J.F.L., "A Digital Flight Control System Approach for a Space Shuttle Booster Type Vehicle", AIAA paper, 1974.
- [6] Lewis, A.H., et al, "On the Behavior of Optimal Linear Regulators", International Journal of Control, vol.13, Feb. 1971.
- [7] Ha, C., Ly, U.L., and Berg, M., "Optimal Discrete-time Dynamic Output-feedback Design : A W-Domain Approach", Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol.16, No.3, May-June 1993.
- [8] Bucy, R.S. and Joseph, P.D., "Filtering for Stochastic Processes with Application to Guidance", Interscience Publishers, Division of Wiley and Sons, 1968.
- [9] Mukhopadhyay, V., "Digital Robust Control Law Synthesis Using Constrained Optimization", Journal of Guidance, Control and Dynamics, vol.12, no.2, 1989.
- [10] Diduch, C.P. and Doraiswami, R., "Robust Servomechanism Controller Design for Digital Implementation", IEEE Transaction on Industrial Electronics, vol.IE-34, no.2, 1987.
- [11] Borow, M.S., et al, "Navy Digital Flight Control System Developments", Honeywell Document No. 21857-FR, Honeywell, Inc., Minneapolis, Minn, Dec 1972.
- [12] Bucy, R.S., and P.D. Joseph, "Filtering for Stochastic process with Application to Guidance", Interscience Publisher, Divsn of Wiley and Sons, 1968.

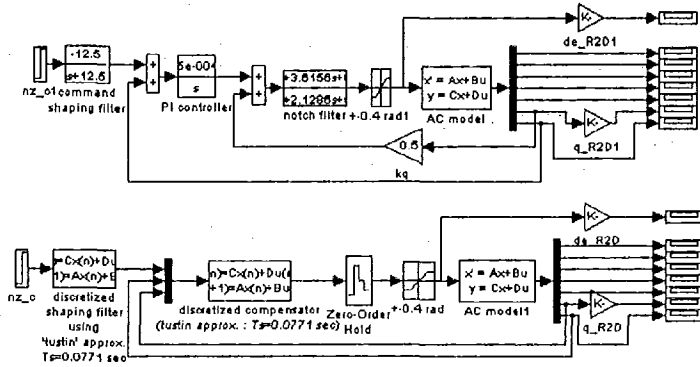


그림 1 Analog-type acceleration autopilot and digital-type acceleration autopilot

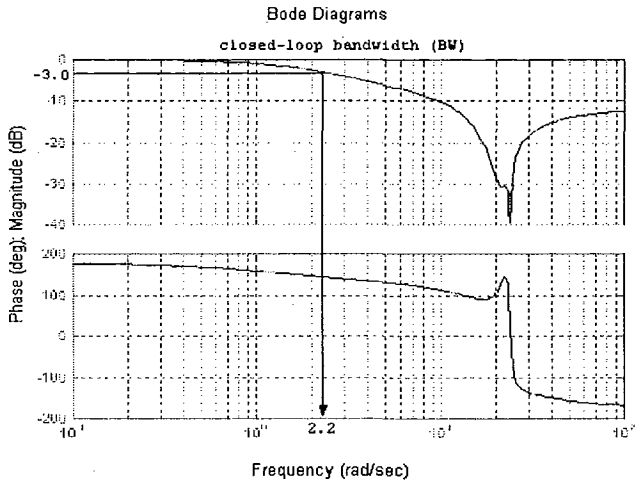


그림 2 Bode plot of analog-type acceleration autopilot

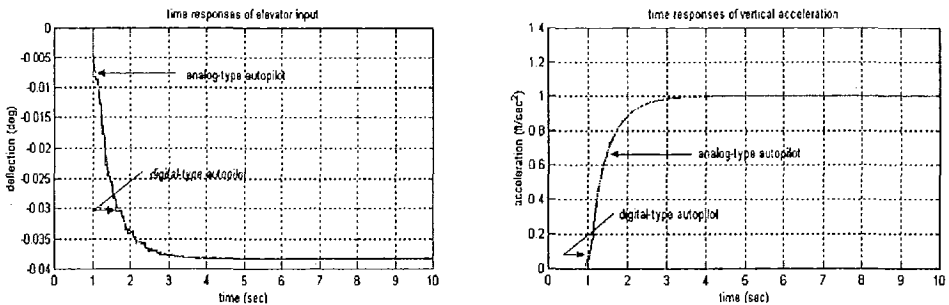


그림 3 Time responses to unit-acceleration command

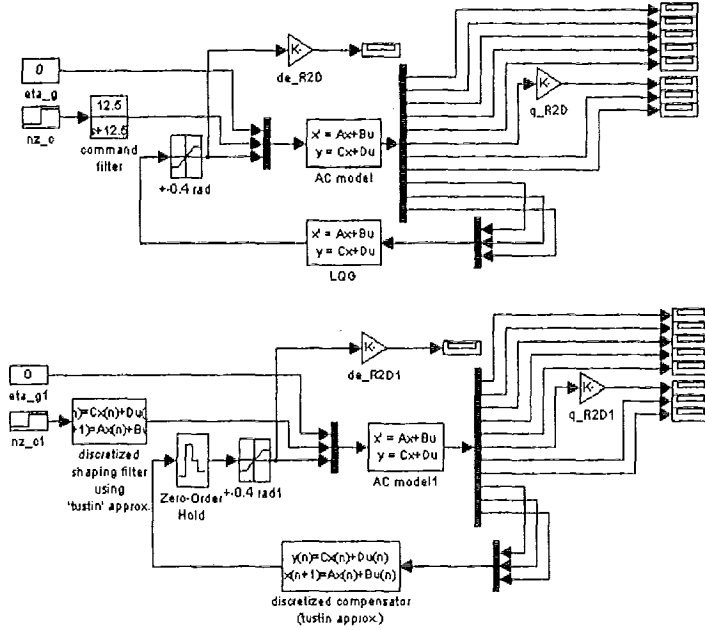


그림 4 Analog-type LQG controller and digital-type LQG controller

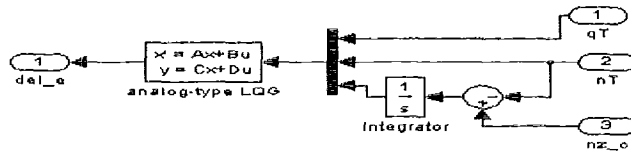


그림 5 Analog-type LQG with integral state

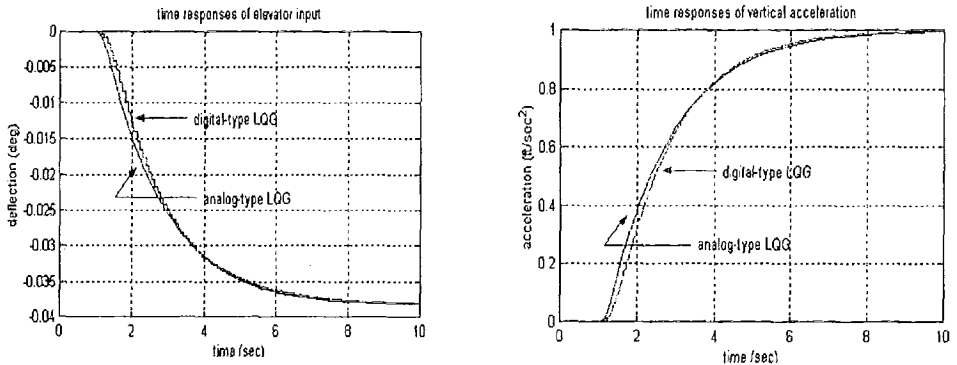


Fig. 6 Time responses to unit-vertical acceleration command

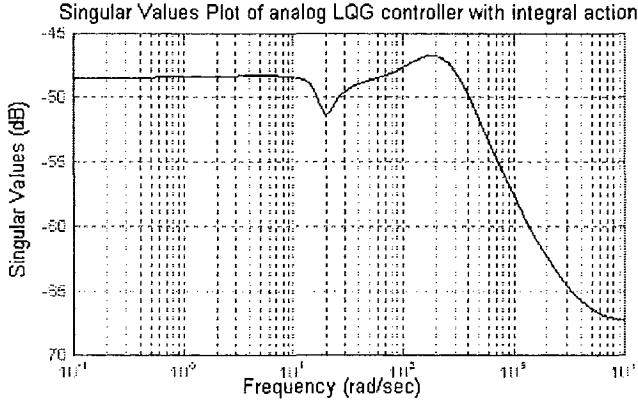


그림 7 Bode magnitude plot of analog LQG controller with integral action

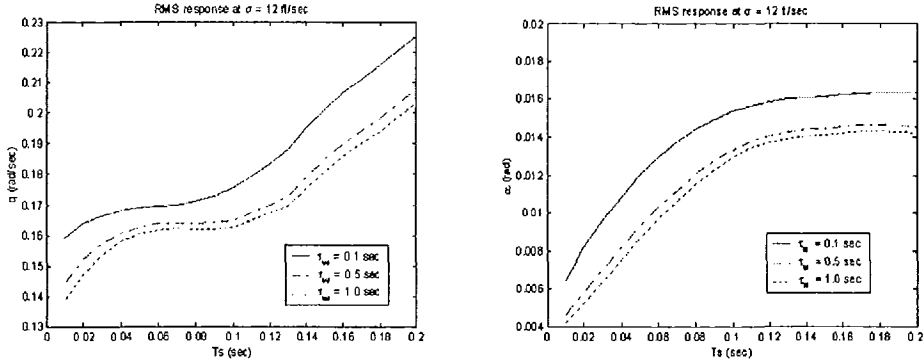


그림 8 Variation of RMS value due to change in sampling time and correlation time

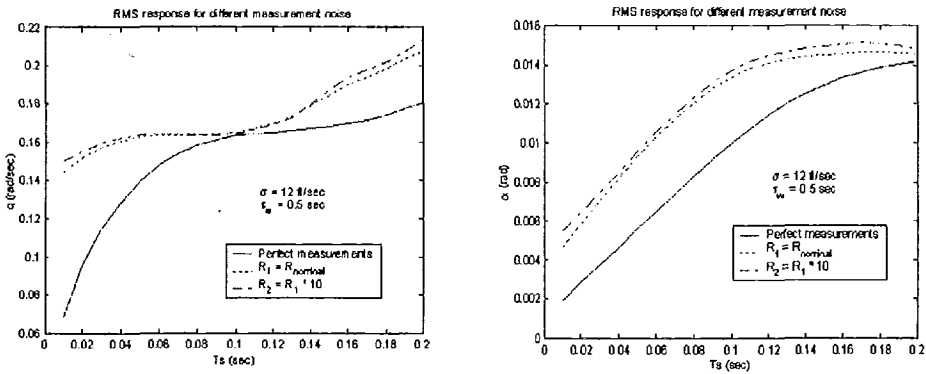


그림 9 Variation of RMS value due to change in sampling time and measurement covariances