

자유단에 질량을 가진 외팔보 동흡진기

이 수 한 · 임 윤 철

기계 공 학 과

(1983.9.30 접수)

〈요 약〉

본 연구는 자유단에 질량을 가진 외팔보 동흡진기를 강제조화운동을 하는 일자유도 진동계에 적용한 것으로 그 장점은 구조가 간단하고 점유공간이 작다는 것이다. 질량비에 대한 동흡진기의 최적조정비와 최적 감쇠계수를 전산기로 수치계산하여 결과를 그림으로 나타내었으며, 그 최적변수에 의하여 동흡진기가 공명에서의 진폭을 효과적으로 제어함을 보였다.

Cantilever Beam Dynamic Vibration Absorbers
That Have Mass at Free Ends

Lee, Soo-Han · Rhim, Youn-Chul

Dept. of Mechanical Engineering

(Received September 30, 1983)

〈Abstract〉

This work considers the application of double-ended cantilever beam dynamic vibration absorbers that are attached at their ends by rigid mass to a single-degree-of-freedom system in the presence of sinusoidal forces. The absorbers have the advantages of mechanical simplicity and compact rod geometry.

The numerical results of the optimum values of their tuning and damping parameters to a given mass ratio are specified in graphical form, and the absorbers with the optimum parameters are shown to be very effective in suppressing the amplitude at resonance.

I. 서 론

일반적으로 동흡진기는 진동계가 어떤 진동수를 가진 외력 혹은 기저변위에 의해서 과도한 진폭으로 진동할 경우에 그 진폭을 바람직한 수준으로 제한하는 역할을 하므로 기계나 구조물 등의 동적 거동을 개선하기 위하여 많이 적용되어 왔다.

동흡진기에 대한 개념이 Ormondroyd 와 Den Hartog 에 의하여⁽¹⁾ 보고된 후 동흡진기의 적용 및 최적설계에 대하여 많은 연구가 수행되었다. 참고

문헌 [2]와 [3]은 불규칙 외력에 의한 진동계의 응답을 최소화되게 하는 동흡진기의 설계에 대한 것이고, [4]와 [5]는 보나 평판 같은 분포질량계의 진동제어에 동흡진기를 적용했으며, [6], [7] 및 [8]에서는 2개 이상의 동흡진기를 진동체에 부착하여 진동제어 성능의 향상을 꾀했다. [9]와 [10]은 최적제어 이론을 동흡진기 설계에 응용한 것이다. 또 위의 연구들과 같이 질량, 감쇠기 및 스프링으로 이루어진 통상적인 동흡진기에 대한 것 외에도 외팔보나 원판 같은 분포질량계를 동흡진기로 응용한 것도 있다.⁽¹¹⁾⁽¹²⁾ 하지만 본 연구의 대상인 Fig. 1

과 같은 양 끝단에 질량이 부착된 질량, 스프링 및 감쇠기 복합체인 외팔보를 동흡진기로 적용한 보고서는 아직 없었다. 본 연구에서는 이와 같은 동흡진기를 해석하여 진량비에 대한 최적조정비 및 최적 감쇠계수를 수치적으로 구하고 끝단의 질량이 진동제어에 미치는 영향을 밝힌다.

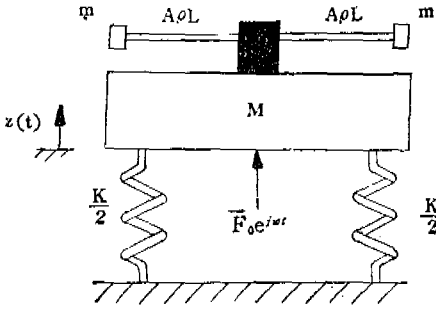


Fig. 1. Simple mass-spring system with beam-type dynamic vibration absorber

II. 진동계 해석

비교적 큰 감쇠를 가진 보의 강과 점탄성 물체와의 적용에 의해서 혹은 점탄성 물체를 보에 임혀서 제작이 가능하고 이 때 삽치는 고체감쇠인 것이 알려져 있다.⁽⁴⁾ Fig. 2에 보인 고체감쇠에 의한 보의 지배식은 복소수강성도 E^* 에 의하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$E^* I \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

$y = \bar{Y}(x)e^{j\omega t}$ 로 둘 때 생략 경계조건은 아래와 같다.

$$\bar{Y}(0) = Z \quad (2)$$

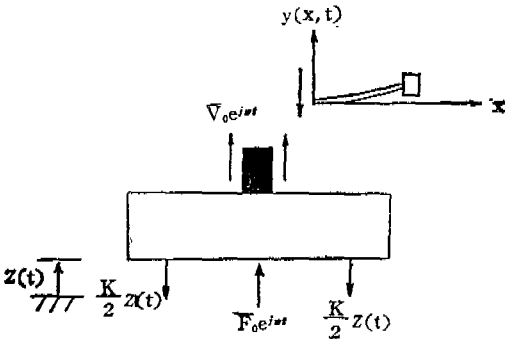


Fig. 2. Freebody diagram of the absorber system

$$\frac{d\bar{Y}}{dx}(0) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{d^2\bar{Y}}{dx^2}(L) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d^3\bar{Y}}{dx^3}(L) = -\frac{m\omega^2 \bar{Y}(L)}{E^* I} \quad (5)$$

위의 식에서 복소수강성도 $E^* = E(1 + j\delta)$ 이고, δ 는 감쇠계수인데 일정한 값으로 둔다. 또 I, A 및 ρ 는 각각 보의 단면 2차모멘트, 단면적 및 밀도이고, 위에 -가 쳐진 것은 복소수 함수를 뜻한다.

질량 M 에 작용하는 전단력 \bar{V}_0 는 다음과 같고,

$$\bar{V}_0 = -E^* I \frac{d^3 \bar{Y}}{dx^3}(0) \quad (6)$$

경계조건들과 식(1)으로부터 식 (6)은 아래와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{V}_0 = & E^* I \beta^{*3} Z \{ \beta^{*3} (\sin \beta^* L \cosh \beta^* L \\ & + \sinh \beta^* L \cos \beta^* L) \\ & + 2 \frac{m\omega^2}{E^* I} \cosh \beta^* L \cos \beta^* L \} \\ & / \{ \beta^{*3} (1 + \cosh \beta^* L \cos \beta^* L) \\ & + \frac{m\omega^2}{E^* I} (\sinh \beta^* L \cos \beta^* L \\ & - \sin \beta^* L \cosh \beta^* L) \} \quad (7) \end{aligned}$$

위의 식에서 $\beta^* = \left(\frac{\rho A \omega^2}{E^* I} \right)^{1/4}$ 이다. 외력의 크기를

\bar{F}_0 로 둘 때에 전체 진동계의 지배식은

$$M \frac{d^2 z}{dt^2} + K z = \bar{F}_0 e^{j\omega t} + 2 \bar{V}_0 e^{j\omega t} \quad (8)$$

이고, 정상상태에서의 해는 $z = Z e^{j\omega t}$ 인데 Z 는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} Z = & \bar{F}_0 \{ \beta^{*3} (1 + \cosh \beta^* L \cos \beta^* L) \\ & + \frac{m\omega^2}{E^* I} (\sinh \beta^* L \cos \beta^* L \\ & - \sin \beta^* L \cosh \beta^* L) \} / \\ & [(K - M\omega^2) \{ \beta^{*3} (1 + \cosh \beta^* L \cos \beta^* L) \\ & + \frac{m\omega^2}{E^* I} (\sinh \beta^* L \cos \beta^* L \\ & - \sin \beta^* L \cosh \beta^* L) \} \\ & - 2 E^* I \beta^{*3} \{ \beta^{*3} (\sin \beta^* L \cosh \beta^* L \\ & + \sinh \beta^* L \cos \beta^* L) \\ & + 2 \frac{m\omega^2}{E^* I} \cosh \beta^* L \cos \beta^* L \}] \quad (9) \end{aligned}$$

계산의 편의를 위하여 위의 식은 무차원화하고 진폭비 AR 로 고쳐 쓰면,

$$AR = \left| \frac{\bar{Z}}{F_0/K} \right| = \left(\frac{R_N^2 + I_N^2}{R_D^2 + I_D^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

이다. 단,

$$R_N = R_{N1} + \gamma(pA - qB) \quad (11)$$

$$I_N = I_{N1} + \gamma(qA + pB) \quad (12)$$

$$R_D = (1 - \Omega^2)R_N - \frac{T\Omega\sqrt{D_E}\mu}{N^2(1+\gamma)}(pC + qD) - \frac{2\gamma\Omega^2\mu}{1+\gamma}(R_{N1} - 1) \quad (13)$$

$$I_D = (1 - \Omega^2)I_N - \frac{T\Omega\sqrt{D_E}\mu}{N^2(1+\gamma)}(pD - qC) - \frac{2\gamma\Omega^2\mu}{1+\gamma}I_{N1} \quad (14)$$

이고, R_{N1} , I_{N1} , p , q , A , B , C 및 D 는 아래와 같이 주어진다.

$$R_{N1} = 1 + \sinh p \sin p \sinh q \sin q + \cosh p \cos p \cosh q \cos q \quad (15)$$

$$I_{N1} = \sinh p \cos p \cosh q \sin q - \cosh p \sin p \sinh q \cos q \quad (16)$$

$$p = \beta L \left[-\frac{1}{2\sqrt{D_E}} + \frac{(1+D_E)^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{2}D_E} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$q = -\beta L \left[\frac{1}{2\sqrt{D_E}} - \frac{(1+D_E)^{\frac{1}{2}}}{2\sqrt{2}D_E} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$A = \sinh p \cos p (\sinh q \sin q + \cosh q \cos q) + \cosh p \sin p (\sinh q \sin q - \cosh q \cos q) \quad (19)$$

$$B = \cosh p \cos p (\cosh q \sin q - \sinh q \cos q) - \sinh p \sin p (\sinh q \cos q + \cosh q \sin q) \quad (20)$$

$$C = \sinh p \cos p (\cosh q \cos q - \sinh q \sin q) + \cosh p \sin p (\sinh q \sin q + \cosh q \cos q) \quad (21)$$

$$D = -\sinh p \sin p (\sinh q \cos q - \cosh q \sin q) + \cosh p \cos p (\cosh q \sin q + \sinh q \cos q) \quad (22)$$

식 (17)과 (18)에서

$$D_E = \sqrt{1 + \beta^2} \quad (23)$$

이며,

$$\beta = \left(\frac{A\rho\omega^2}{EI} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (24)$$

이다.

위에서 μ 와 Ω 는 질량비 및 진동수비로서

$$\mu = \frac{M}{M + 2m + 2A\rho L} \quad (25)$$

이고,

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_0} \quad (26)$$

인데 ω 는 외력의 가진동수이고, 기준진동수 ω_0 는 아래와 같이 두었다.

$$\omega_0 = \left(\frac{K}{M + 2m + 2A\rho L} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (27)$$

질량비 γ 는 보의 질량에 대한 끝단의 질량비로서

$$\gamma = \frac{m}{A\rho L} \quad (28)$$

이고, 조정비 T 는 ω_0 에 대한 보의 고유진동수 ω_n 의 비,

$$T = \frac{\omega_n}{\omega_0} \quad (29)$$

이다.

파도수 β 와 진동수비 Ω 는 아래와 같은 관계가 있고,

$$(\beta L)^2 = \frac{N^2 \Omega}{\omega_n / \omega_0} \quad (30)$$

N 는 질량비 γ 에 의해서 결정되는 상수이다. 예로서 $\gamma = 5$ 일 때 $N = 0.87002$ 이고, Fig. 3에 γ 와 N 의 관계를 나타내었다. 끝단에 질량이 부착된 외팔보가 첫번째 진동형으로 진동할 때 보의 고유진동수 ω_n 은 식 (24)와 식 (30)으로부터

$$\omega_n = \frac{N^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{A\rho}} \quad (31)$$

이므로 조정비 ω_n/ω_0 만 결정되면 보의 치수를 결정할 수 있다.

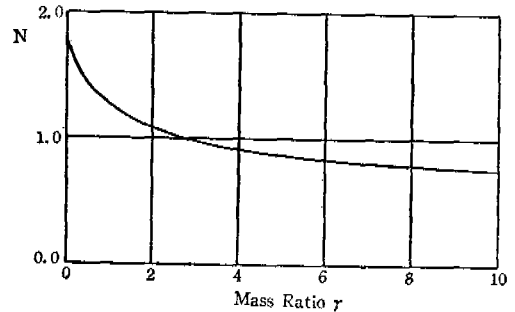


Fig. 3. Values of N for the natural frequencies of the fundamental mode of the vibration of the beam-type absorber

Ⅲ. 최적변수 및 결과

조정비 ω_n/ω_0 와 감쇠계수 δ 는 동흡진기의 성능을 결정하는 중요 변수이므로 이들의 값을 최적으로 결정해야 한다.

$\delta=0$ 와 $\delta=\infty$ 인 두 경우의 Ω 에 대한 AR 곡선을 비교하면 $\Omega=1$ 근방의 좌우에서 교점을 가진다. 그런데 이 두 점의 높이가 같아지게 하는 ω_n/ω_0 을 최적조정비라 하고, 최적감쇠계수는 이 두 교점 인근에 생기는 봉우리의 높이가 같게 하는 δ 이다.⁽⁴⁾

위의 방법으로 식 (10)을 수치해석하여 질량비 $2(A_0L+m)/M$ 에 대한 최적조정비와 최적감쇠계수를 구하고 그 결과를 Fig. 4에 나타내었다.

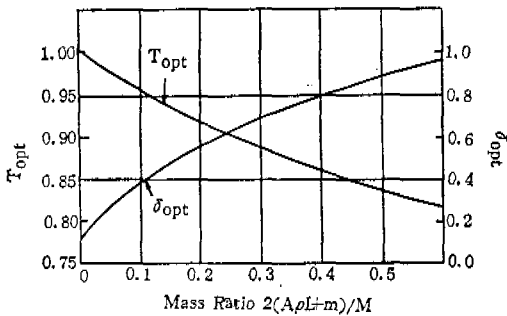


Fig. 4. Values of the optimum damping factor and of the optimum tuning ratio for $\gamma=5$.

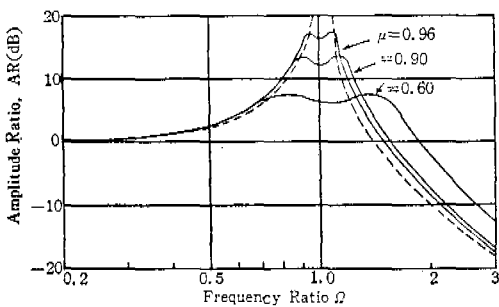


Fig. 5. Frequency response optimally tuned and damped beam-type absorber for $\mu=0.96, 0.90, \text{ and } 0.60; \gamma=5$.

$\mu=0.96, 0.90$ 및 0.60 일 때 Ω 에 대한 진폭비 AR을 Fig. 5에 나타내었는데 공명에서 효과적으로 진동을 제어함을 알 수 있다. 그림에서 점선은 동흡진기를 부착하지 않은 경우를 나타낸다.

끝단에 부착된 질량 m 이 흡진기에 미치는 영향은 Fig. 6에서 알 수 있듯이 흡진기의 질량이 동일하더라도 보의 질량에 비하여 m 이 클수록 즉, 질량비 γ 가 클수록 제진능력이 향상된다. Fig. 6에는 질량비 $\mu=0.90$ 인 경우만 나타내었지만 다른 μ 값에도 유사한 경향을 볼 수 있겠다.

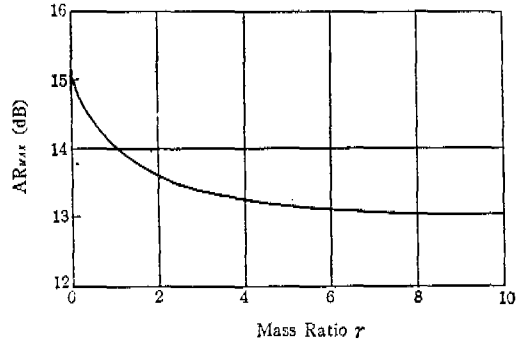


Fig. 6. Maximum values of the amplitude ratio against mass ratio γ for $\mu=0.90$.

Ⅳ. 결 론

끝단에 질량이 부착된 외팔보형 동흡진기를 질량-스프링으로 이루어진 일자유도 진동계에 적용하여 최적조정비 및 최적감쇠계수를 구하였다. 해석 결과 γ 의 값이 커질수록 제진능력은 향상되었다. 하지만 그 값이 과도하게 크면 비선형 거동을 할 우려가 있다.

이와 같은 외팔보형 동흡진기는 구조가 간단하고 점유공간이 작은 장점이 있다.

참 고 문 헌

- 1) Ormondroyd, J., and Den Hartog, J.P., "The theory of the Dynamic Vibration absorbers," TRANS. ASME, Vol. 50, 1928, pp. A9-A22.
- 2) Jacquot, R.G., and Hoppe, D.L., "Optimal Random Vibration Absorbers to distributed Systems," J. of Engr. Mech. Div. ASCE, Vol. 99, 1973, pp. 612-616.
- 3) Syring, R.P., "Tuned Dampers for Ran-

- domly Excited Dynamic Systems," ASME Paper, 73--DET--70.
- 4) Snowdon, J.C., *Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1968.
 - 5) Snowdon, J.C., "Mechanical Four-Pole Parameters and Their Application," *J. Sound Vib.*, Vol.15, No.3, 1971, pp.307--323.
 - 6) Srinivasan, A.V., "Analysis of Parallel Damped Dynamic Absorbers," *J. of Engr. for Ind.*, TRANS. ASME, Vol.91, No.1, 1969, pp.282--287.
 - 7) Snowdon, J.C., "Dynamic Vibration Absorbers That have Increased Effectiveness," *J. of Engr. for Ind.*, TRANS. ASME, vol.96, No.3, 1974, pp.940--945.
 - 8) Kaneda, K., and Seto, K., "Vibration Reduction Due to the Feedback Controlled Compound Dynamic Absorber Attached to Portable Vibrating tools," *JSME, series Co.*, Vol.48, No.435, 1982, pp.1759--1766.
 - 9) Van de Vegte, J., and Hladun, R.A., "Design of Optimal Passive Beam Vibration Controls by Optimal Control Techniques," *J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, TRANS. ASME, Vol.95, No.4, 1973, pp.427--434.
 - 10) Van de Vegte, J., and Wu, Y.L., "Optimal Linear Dampers for Flexible Plates," *J. of Engr. for Ind.*, TRANS. ASME, Vol.97, No.3, 1975, pp.887--892.
 - 11) Jacquot, R.G., and Foster, J.E., "Optimal Cantilener Dynamic Vibration Absorbers," *J. of Engr. for Ind.*, TRANS. ASME, Vol.99, No.1, 1977, pp.138--141.
 - 12) Snowdon, J.C., "Platelike Dynamic Vibration Absorbers," *J. of Engr. for Ind.*, TRANS. ASME, Vol.97, No.1, 1975, pp.88--93.