

테이퍼를 갖는 복합재료 날개의 공탄성해석

구교남
수송시스템공학부

<요 약>

항공기 날개의 테이퍼 비가 공력탄성 안정성에 미치는 영향을 조사하였다. 일반적인 형상의 공탄성 해석에 적합한 유한요소법과 DPM을 이용하여 해석을 수행하였다. 알루미늄 날개와 복합재료 날개의 자유진동해석을 수행한 뒤 이 해석결과를 이용하여 플러터 속도 및 진동수를 계산하였다. 알루미늄 날개와 복합재료 날개 모두 플러터 모우드의 변화가 없다면 테이퍼 비가 감소함에 따라 플러터 속도는 증가하는 것으로 나타났다.

Aeroelastic Analysis of Tapered Composite Wings

Kyo-Nam Koo
School of Transportation Systems Engineering

<Abstract>

An effect of taper ratio on aeroelastic stability has been studied for aluminum and composite wings. Aeroelastic analyses utilize the finite element method and the doublet point method which are suitable for arbitrary wings. The flutter velocity and frequency are computed using the results from the free vibrational analysis for the aluminum and composite wings. The flutter velocity of the aluminum and composite wings increases as the taper ratio decreases as long as there is no change in flutter mode.

1. 서 론

항공기의 날개형상은 다양한 형태로 진화해 왔다. 초기 항공기 날개는 사각형 또는 타원형 등의 단순한 형상이었으나 후퇴익이 제2차 세계대전 말기에 독일에서 처음 도입된 후 지난 수십 년간 후퇴익은 항공기 날개의 전형이었다고 해도 과언이 아니다. 그러나 1980년대 이후에는 Grumann사의 X-29 전진익기가 출현하게 되는데 이는 전적으로 복합재료를 이용함으로써 가능해졌다. 이 전진익은 후퇴익의 장점을 가질 뿐만 아니라 날개 끝단에서의 경계층이 발생하지 않는 특성을 갖는다. 그러나 X-29는 실용화되지 못하는 불운을 맞이하게 되었다. 새로운 항공기 형상은 공탄성 분야의 연구를 필요로 한다. 대표적인 예로서 경사익(oblique wing) 항공기, X-29 전진익기, 전환 회전익(tilt rotor) 등을 들 수 있다.

과거에 수행된 공탄성에 대한 연구들은 주로 복합재료 날개에 대한 것들이며 간단히 살펴보면 다음과 같다. Hollowell과 Dugundji[1]는 해석과 실험을 통해 후퇴각인 없는 복합재료 날개의 플러터(Flutter) 및 다이버전스(Divergence) 거동에 대한 휨-비틀림 연성효과를 연구하였다. Lotatti[2]는 복합재료 전진익의 플러터 및 다이버전스 특성을 해석적으로 연구한 바 있다. Lin 등[3]은 일반적인 형상의 해석이 가능한 DLM(Doublet Lattice Method)과 유한요소법을 이용하여 복합재료 전진익과 후퇴익의 플러터 해석을 수행하였다. Koo와 Lee[4]는 임의 형상의 복합재료 날개에 대한 구조적 감쇠효과를 연구하기 위해 횡전단변형을 고려한 유한요소법과 DPM(Doublet Point Method)을 사용하였다. Patil[5]은 2-D 공기력을 이용하여 복합재료 상자보의 공탄성 해석을 수행하였다.

본 연구에서는 일반적 날개형상의 공탄성 해석을 수행할 수 있는 기법과 전산 프로그램을 개발하였다. 복잡한 구조형상과 날개형상을 모델링하기 위해서 참고문헌 [4]에서 사용한 유한요소법과 DPM을 사용하였다. 날개의 테이퍼 비가 공탄성 특성에 미치는 영향을 알루미늄 날개와 복합재료 날개에 대해 수행하였다.

2. 공탄성방정식

지배방정식의 유도를 위해 다음의 Hamilton 원리를 이용한다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W dt = 0 \quad (1)$$

식 (1)에서 T 는 운동에너지, U 는 변형률에너지, W 는 공기력에 의한 일로 간주할 수 있다. 횡전단변형 판이론에서 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_o(x, y, t) + z\phi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_o(x, y, t) + z\phi_y(x, y, t) \\ w(x, y, t) &= w(x, y, t) \end{aligned} \quad (2)$$

Hamilton 원리에 의해 유도된 지배방정식에 식 (2)의 변위장과 구성방정식을 적용한 뒤 임의의 요소에 대해 변위를 형상함수로 보간하면 다음과 같은 유한요소 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \quad (3)$$

여기서 $[M]$ 와 $[K]$ 는 각각 질량행렬, 강성행렬이고 변위 벡터 $\{u\}$ 는 ϕ_x, ϕ_y, w 로 구성된다.

식 (3)에서 $\{f\}$ 는 비정상 공기력 벡터이며 DPM를 이용하여 계산한다.

단순조화운동하는 날개의 압력분포 Δp 와 업워시(upwash) \bar{w} 와의 관계식은 다음의 적분 관계식으로 표현된다.

$$\bar{w}(x, y) = \frac{1}{8\pi} \int_S \Delta p(\xi, \eta) K(x_o, y_o) d\xi d\eta \quad (4)$$

여기서 핵함수 $K(x_o, y_o)$ 는 참고문헌[6]에 정의되어 있다.

DPM에서는 공력면을 사각형 요소로 분할하고 각 요소 내에 더블릿과 업워시를 1/4-3/4 코드에 위치시켜 업워시 벡터 $\{\bar{w}\}$ 와 압력 벡터 $\{p\}$ 의 관계에 대한 대수방정식을 얻는다.

$$\{\bar{w}\} = \frac{2}{\rho_\infty V^2} [\bar{A}]\{p\} \quad (5)$$

여기서 $[\bar{A}]$ 는 공력영향 계수행렬이며 복소수이다.

공기력 벡터 $\{f\}$ 는 식 (5)를 사용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\{f\} = \frac{1}{2} \rho_\infty V^2 [S][\bar{A}]^{-1}[D]\{u\} \quad (6)$$

여기서 $[S]$ 는 공력요소의 면적행렬이고 $[D]$ 는 업워시와 변위의 변환행렬이다.

식 (6)에서 $\{f\}$ 는 각 공력요소의 더블릿 점 $\{u\}$ 에 작용하므로 표면보간(surface spline)을 이용하여 유한요소 절점에 작용하는 힘으로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{f\} &= \omega^2 \frac{\rho_\infty b^2}{2k} [G]^T [S][\bar{A}]^{-1}[D][G]\{u\} \\ &= \omega^2 [Q]\{u\} \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $k = \frac{\omega b}{V}$ 는 환산진동수 (reduced frequency), b 는 날개뿌리에서의 반시위 길이, $[G]$ 는 공력요소의 더블릿 점과 유한요소 절점의 변수간 변환행렬이다. 따라서 다음과 같은 공탄성 방정식을 얻을 수 있다.

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} - \omega^2[Q(k)]\{u\} = \{0\} \quad (8)$$

식 (8)에서 공기력은 조화운동한다는 가정 하에 계산되었으므로 날개의 운동도 조화운동한다고 가정하고 전통적인 $V-g$ 방법으로 해를 구하기 위해 가상의 구조감쇠를 도입하면 플러터 방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$([M] + [Q(k)] - Z[K])\{u\} = \{0\} \quad (9)$$

여기서 Z 는 복소고유치이며 다음과 같이 정의된다.

$$Z = \frac{1 + ig}{\omega^2} \quad (10)$$

식 (9)의 차수는 유한요소 절점의 개수가 n 이라면 $3n$ 이므로 반복계산을 고려하면 계산 시간이 오래 걸리므로 식 (3)에서 외력 항을 제거한 시스템의 모달 행렬(modal matrix) $[\Phi]$ 를 이용해 $\{u\} = [\Phi]\{q\}$ 로 다음과 같이 변환한다.

$$[\Phi]^T([M] + [Q(k)] - Z[K][\Phi])\{q\} = \{0\} \quad (11)$$

모달 행렬에서 N 개의 모우드 벡터(mode vector)를 취한 경우에 식 (11)은 $N \times N$ 고유치 문제가 되므로 오차를 무시할 수 있는 정확도를 얻으면서 계산시간을 대폭 감소시킬 수 있다.

식 (11)의 해는 환산진동수 k 를 선택하여 복소고유치를 Z 를 계산한 뒤 다음의 식을 이용하여 진동수 ω , 구조감쇠 g , 속도 V 를 계산한다.

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{\text{Re}(Z)}}, g = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)}, V = \frac{\omega b}{k} \quad (12)$$

환산진동수 k 를 감소시켜 가며 구조감쇠 g 의 값이 음에서 양으로 변할 때까지 반복계산을 수행하여 $V-g$ 선도로부터 플러터 진동수 및 속도를 구한다.

3. 계산 결과 및 분석

본 논문에서 해석에 사용된 날개의 기하학적인 특성과 좌표계를 그림 1에 나타내었다. 여기서 후퇴각이 없는 날개이며 날개의 뿌리시위와 끝단시위는 각각 c_r 과 c_t 로 표현되며 두 시위길이의 비를 테이퍼 비(taper ratio) λ 라고 정의하며 다음과 같다.

$$\lambda = \frac{c_t}{c_r} \quad (13)$$

본 연구에서는 날개의 테이퍼 비가 공력탄성학적 안정성에 미치는 영향을 살펴보기 위해 등방성 재료인 알루미늄 날개와 이방성 날개인 복합재료 날개를 고려하였다.

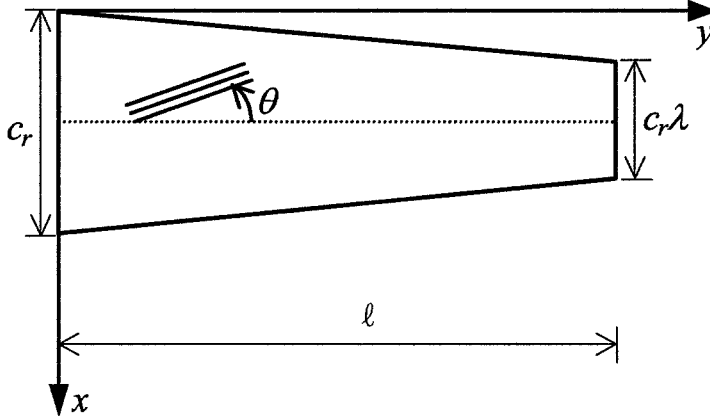


그림 1. 테이퍼를 갖는 날개의 기하학적 형상

3.1. 알루미늄 날개

해석에 사용된 날개는 AI-2024 평판으로 가정하였으며 물성치와 날개의 제원은 다음과 같다.

$$E = 73.77 \text{ GPa}, G = 27.58 \text{ GPa}, t = 1 \text{ mm}, \rho = 2768 \text{ Kg/m}^3$$

$$c_r = 76 \text{ mm}, l = 305 \text{ mm}, \Lambda = 0^\circ$$

알루미늄 날개의 테이퍼 비 λ 는 직사각형 날개인 1.0에서부터 0.1씩 감소시켜가며 진동 특성 및 플러터 특성을 살펴보았다. 먼저 모우드 접근법을 사용하기 위해 자유진동해석을 수행하였다. 그림 2 ~ 그림 4는 테이퍼 비에 따른 알루미늄 날개의 모우드 형상을 나타낸다. $\lambda=1.0$ 인 경우에 1, 2, 4차 모우드는 굽힘 모우드이며 3, 5차는 비틀림 모우드이다. 이는 $\lambda=0.5$ 일 때에도 같은 모우드 형상을 유지하나 $\lambda=0.1$ 이 되면 3차와 4차 모우드가 서로 바뀌게 되며 5차 모우드도 2차 비틀림 모우드에서 4차 굽힘 모우드가 된다. 알루미늄 날개의 모우드 형상의 특징은 그림 2 ~ 4에서처럼 중간 시위(mid chord)에 대해 대칭으로 나타난다.

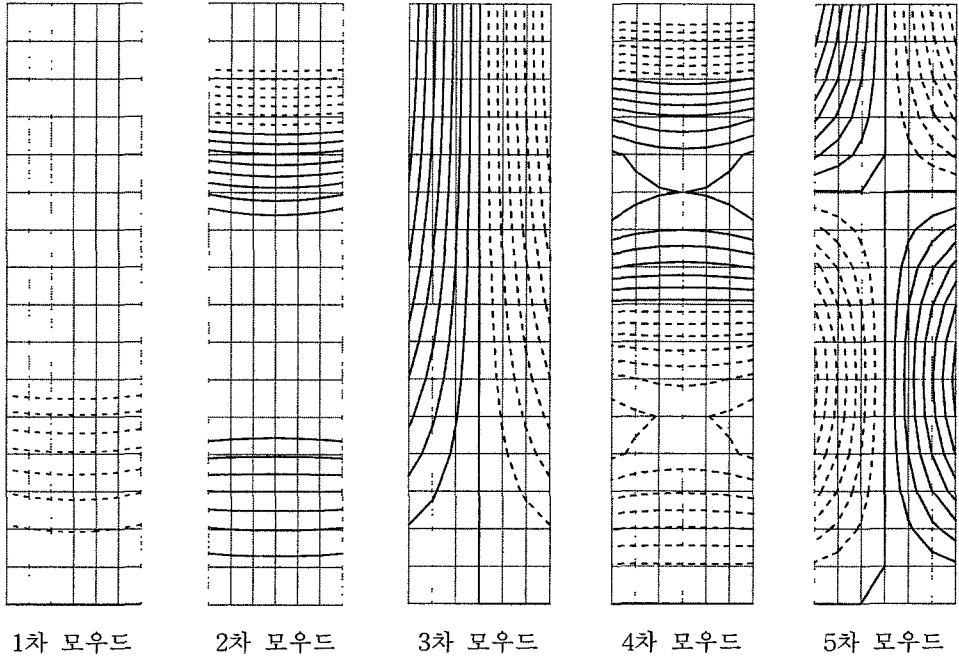


그림 2. 알루미늄 날개의 모우드 형상: $\lambda=1.0$

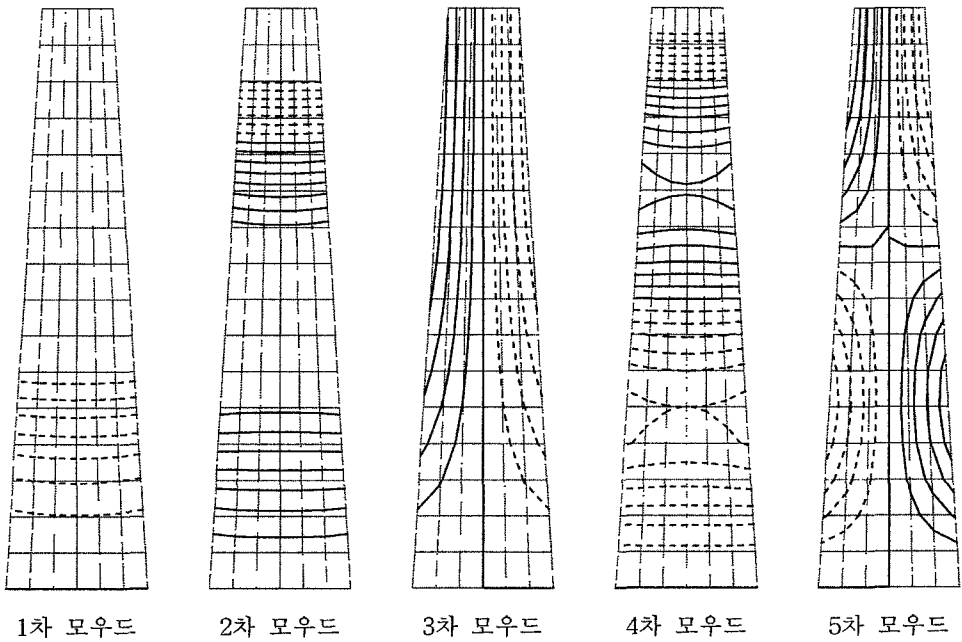


그림 3. 알루미늄 날개의 모우드 형상: $\lambda=0.5$

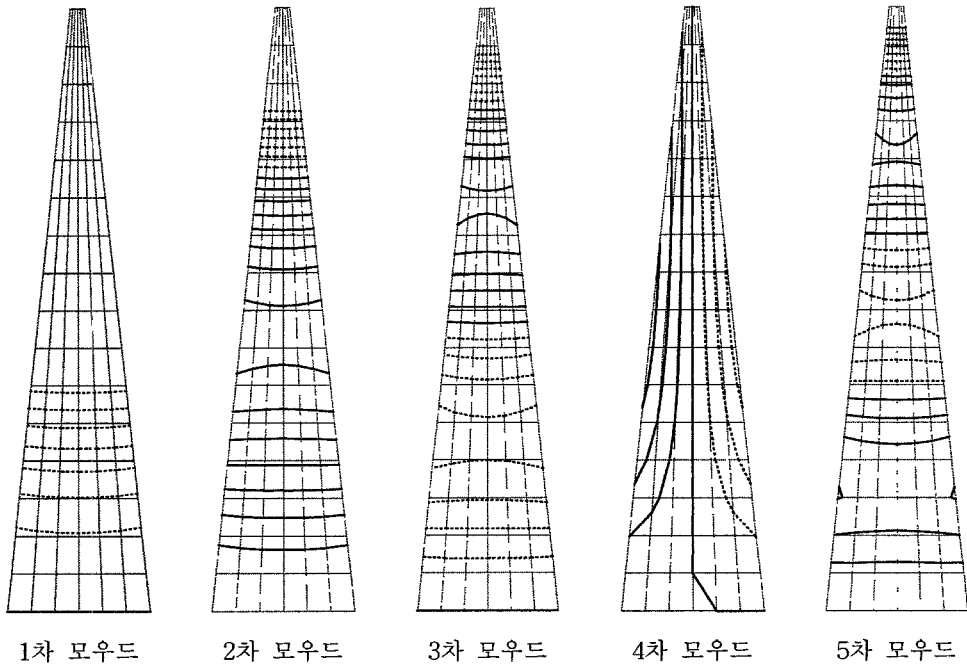


그림 4. 알루미늄 날개의 모우드 형상: $\lambda=0.1$

그림 5~그림 7에는 각 테이퍼 비에 대한 $V-g$ 선도와 $V-f$ 선도를 제시하였다. $V-g$ 선도에서 g 값이 (-)에서 (+)로 변화하는 속도가 플러터 속도가 된다. $\lambda=1.0$ 인 경우에 그림 5에서 플러터는 2차 모우드에서 발생하며 3차 모우드가 험프 모우드(hump mode) 형상을 갖게 되어 잠재적인 불안정성을 나타내고 있다. 그림 6에서 $\lambda=0.5$ 일 때는 3차 모우드에서 발생하며 그 모우드는 험프 모우드가 된다. 그림 7을 살펴보면 $\lambda=0.1$ 일 때는 $\lambda=0.5$ 일 때와 마찬가지로 3차 모우드에서 플러터가 발생한다.

각 테이퍼 비에 따른 플러터 속도와 진동수를 그림 8에 나타내었다. 플러터 속도는 테이퍼 비가 작아짐에 따라 증가하는 경향을 나타내고 있으나 $\lambda=1.0$ 에서 $\lambda=0.9$ 로 변할 때 플러터 속도가 감소하였다가 테이퍼 비가 감소함에 따라 플러터 속도가 증가한다. 그 이유는 고유진동수와 플러터 진동수 그래프를 살펴보면 분명해지는데 $\lambda=1.0$ 일 때 플러터는 1차와 2차 고유 모우드 연계로 발생하지만 그 이외의 테이퍼 비에서는 2차와 3차의 고유 모우드의 연계로 발생하기 때문이다.

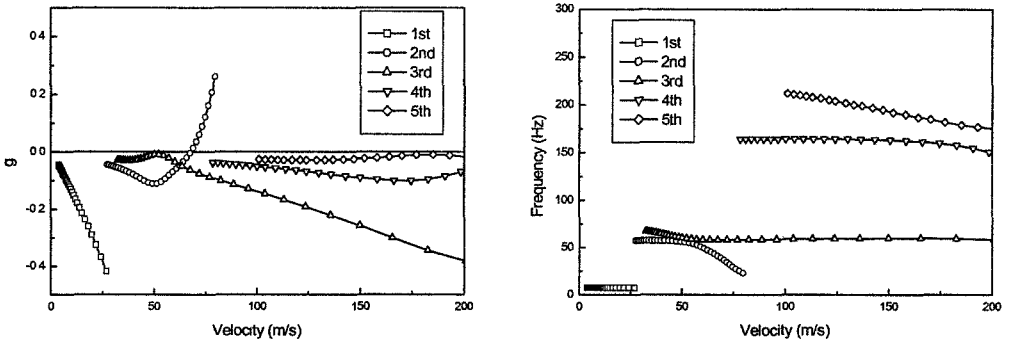


그림 5. 알루미늄 날개의 $V-g$ 및 $V-f$ 선도: $\lambda=1.0$

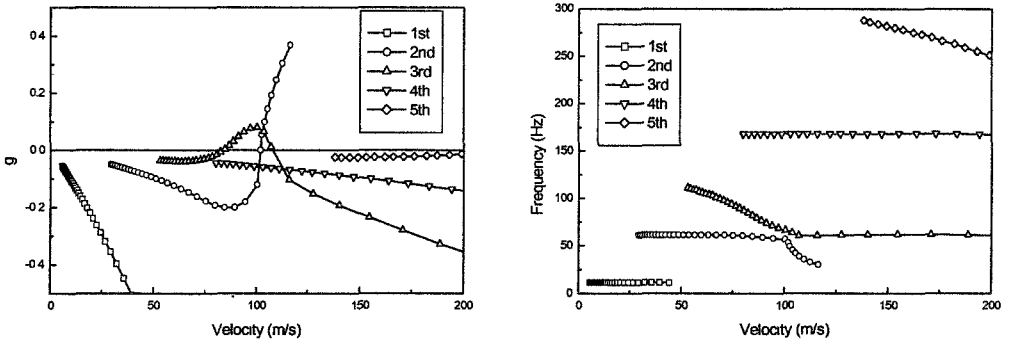


그림 6. 알루미늄 날개의 $V-g$ 및 $V-f$ 선도: $\lambda=0.5$

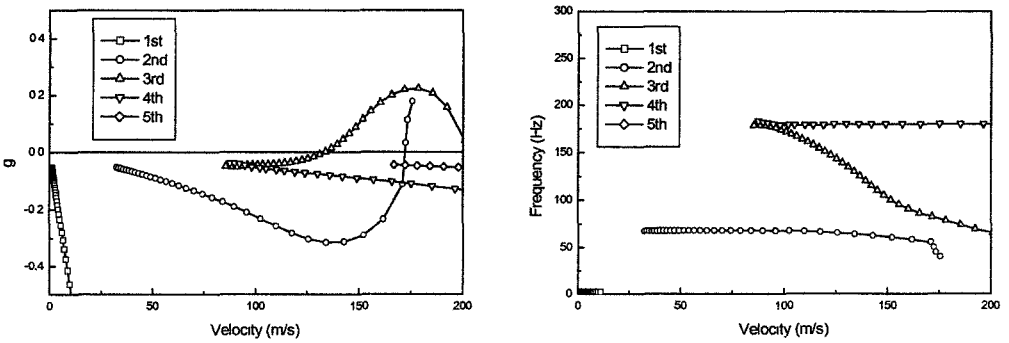
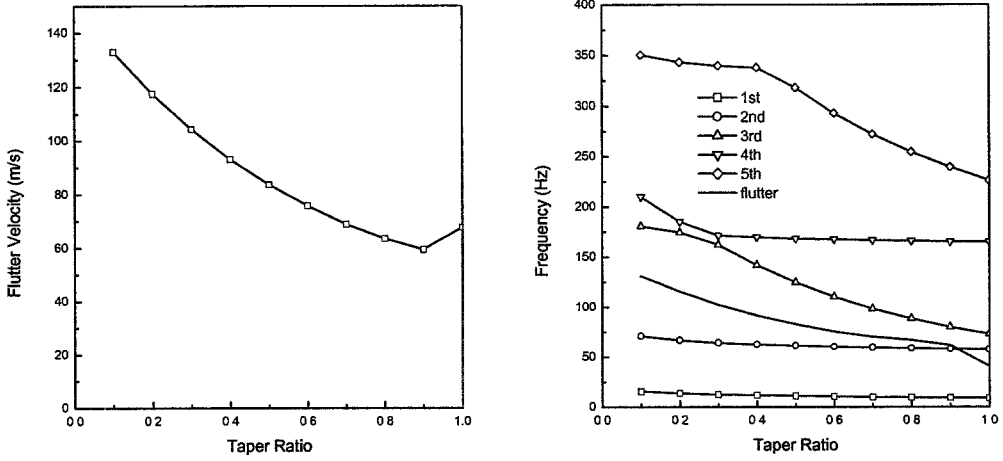


그림 7. 알루미늄 날개의 $V-g$ 및 $V-f$ 선도: $\lambda=0.1$



(a) 플러터 속도

(b) 고유진동수 및 플러터 진동수

그림 8. 알루미늄 날개의 플러터 속도 및 진동수

3.2. 복합재료 날개

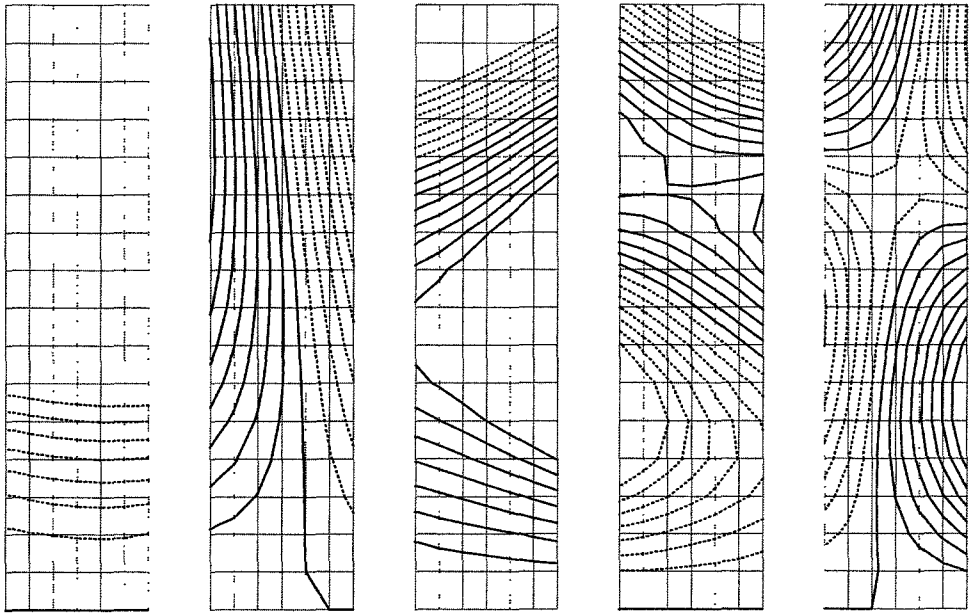
복합재료는 일반적으로 섬유강화 복합재료를 일컫는다. 복합재료는 여러 개의 단층(lamina)으로 적층판(laminate)을 이룬다. 본 연구에서 사용된 단층의 물성치는 다음과 같다.

$$E_1 = 98.9 \text{ GPa}, E_2 = 7.9 \text{ GPa}, G_{12} = G_{13} = 5.6 \text{ GPa}, G_{23} = 2.63 \text{ GPa}$$

$$\nu_{12} = 0.28, \rho = 1520 \text{ Kg/m}^3, t_l = 0.134 \text{ mm}$$

본 연구에서 사용된 적층판의 적층순서는 $[0/\pm 45/90]_S$ 로 총 8층으로 이루어졌으며 적층 각 θ 는 그림 1에서와 같이 날개방향으로부터 측정된다. 따라서 복합재료 날개의 형상은 알루미늄 날개와 같으며 복합재료 날개의 두께는 $0.134 \text{ mm} \times 8 = 1.07 \text{ mm}$ 로 약간 차이가 있으나 거의 동일하다고 보아도 무방하다.

그림 9 ~ 그림 11에는 테이퍼 비가 $\lambda=1.0$, $\lambda=0.5$, $\lambda=0.1$ 인 복합재료 날개의 모우드 형상을 나타내었다. 모우드 형상을 살펴보면 알루미늄 날개와는 달리 모든 모우드에서 굽힘과 비틀림이 함께 나타나고 있음을 알 수 있다. 이는 날개의 적층순서가 $[0/\pm 45/90]_S$ 이므로 인장-굽힘 연계는 없으나 굽힘-비틀림 연계가 있기 때문이다. 그림 9를 살펴보면 $\lambda=1.0$ 인 날개의 1차 모우드는 굽힘이 모우드를 지배하고 있으나 약간의 비틀림이 있음을 알 수 있으며 2차 모우드는 비틀림이 모우드를 지배하고 있으나 약간의 굽힘이 포함되어 있다. 알루미늄 날개에서는 3차와 5차 모우드가 비틀림 모우드이나 복합재료 날개는 2차와 5차 모우드에서 비틀림이 지배적이다. 테이퍼 비 $\lambda=0.5$ 에서는 3차에서 비틀림 모우드가 발생하며 $\lambda=1.0$ 인 날개에 비해 굽힘-비틀림 연계가 적어진 양상을 보인다. $\lambda=0.1$ 인 날개에서는 5차 모우드까지 굽힘 모우드로 변경된 모습을 보여준다.



1차 모우드

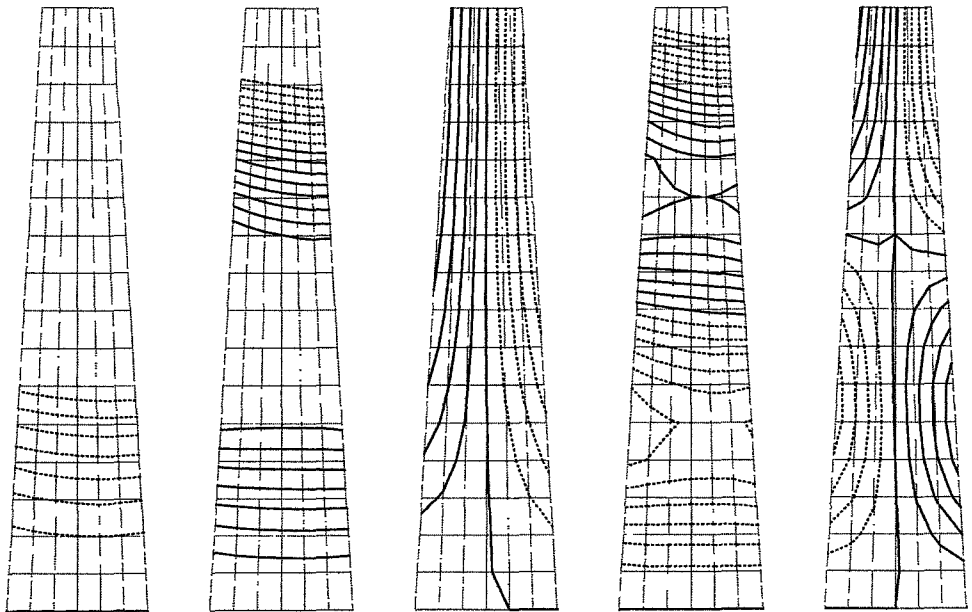
2차 모우드

3차 모우드

4차 모우드

5차 모우드

그림 9. 복합재료 날개의 모우드 형상: $\lambda=1.0$



1차 모우드

2차 모우드

3차 모우드

4차 모우드

5차 모우드

그림 10. 복합재료 날개의 모우드 형상: $\lambda=0.5$

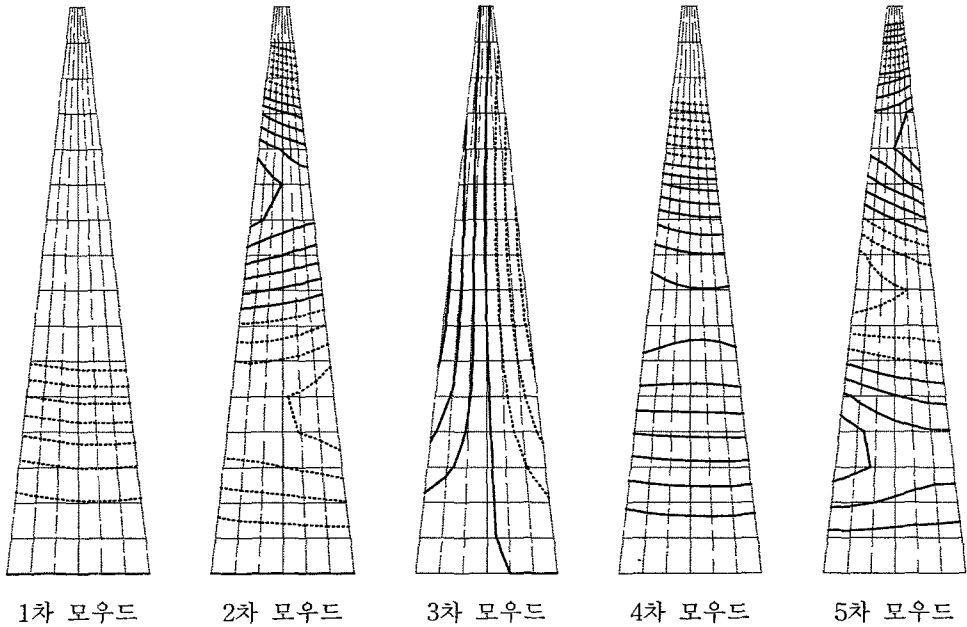


그림 11. 복합재료 날개의 모우드 형상: $\lambda=0.1$

$\lambda=1.0$, $\lambda=0.5$, $\lambda=0.1$ 인 복합재료 날개의 $V-g$ 선도와 $V-f$ 선도를 각각 그림 12 ~ 그림 14에 나타내었다. $\lambda=1.0$ 와 $\lambda=0.5$ 인 복합재료 날개는 2차 모우드에서 플러터가 발생하나 $\lambda=0.1$ 인 날개는 3차 모우드에서 발생한다. 이는 알루미늄 날개에서 $\lambda=1.0$ 에서만 2차 모우드에서 플러터가 발생하는 점과 다른 양상이다. 그림 15에 테이퍼 비에 따른 플러터 속도와 진동수를 나타내었다. $\lambda=1.0 \sim 0.5$ 에서는 1차와 2차 고유진동 모우드의 연계를 플러터가 발생하지만 $\lambda=0.5 \sim 0.1$ 에서는 2차와 3차 고유진동 모우드의 연계를 발생한다. 알루미늄 날개에서와 마찬가지로 테이퍼 비가 작아짐에 따라 플러터 속도가 증가함을 확인할 수 있다. 이는 날개의 무게 중심이나 탄성축의 변화 없이 날개 끝단의 공력면이 작아짐에 따라 플러터 안정성이 증가되는 것으로 판단된다.

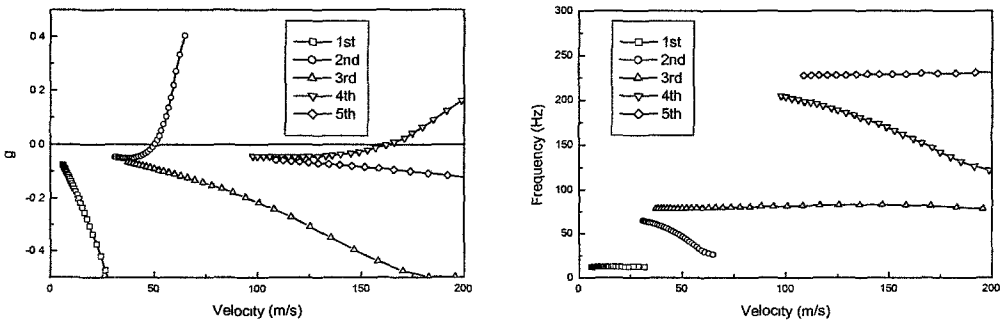


그림 12. 복합재료 날개의 $V-g$ 및 $V-f$ 선도: $\lambda=1.0$

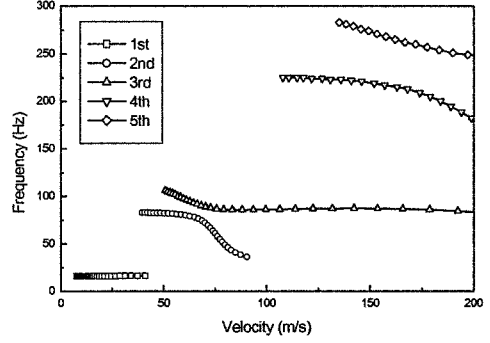
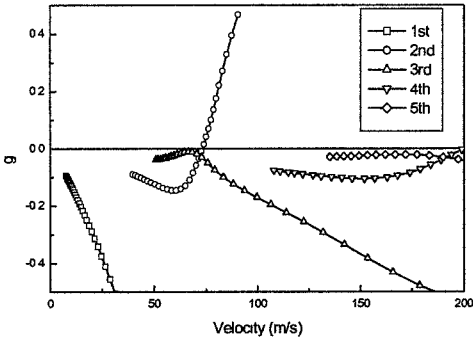


그림 13. 복합재료 날개의 $V-g$ 및 $V-f$ 선도: $\lambda=0.5$

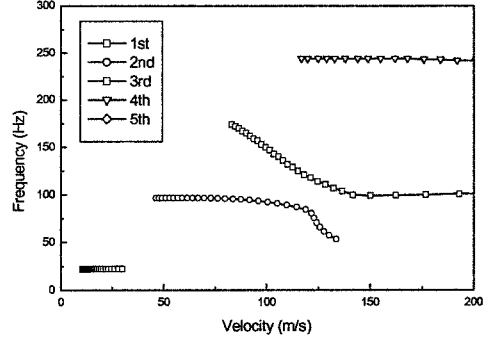
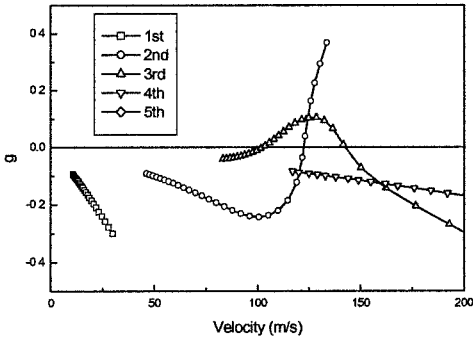
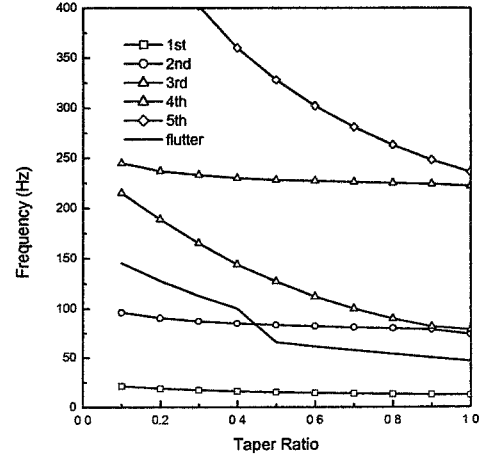
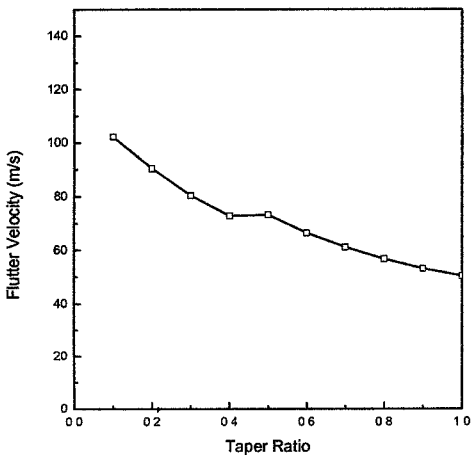


그림 14. 복합재료 날개의 $V-g$ 및 $V-f$ 선도: $\lambda=0.1$



(a) 플러터 속도

(b) 고유진동수 및 플러터 진동수

그림 15. 복합재료 날개의 플러터 속도 및 진동수

4. 결론

본 연구에서는 일반적 날개형상의 공탄성 해석을 수행할 수 있는 기법과 전산 프로그램을 개발하였다. 복잡한 구조형상과 날개형상을 모델링하기 위해서 참고문헌 [4]에서 사용한 유한요소법과 DPM을 사용하였다. 날개의 테이퍼 비가 공탄성 특성에 미치는 영향을 알루미늄 날개와 복합재료 날개에 대해 수행하였다.

테이퍼 비가 1.0에서 감소함에 따라 고유진동 모우드 형상과 공력특성의 변화로 플러터 속도가 변화하게 된다. 알루미늄 날개와 복합재료 날개의 경우 모두 플러터 속도는 증가하는 결과는 얻었는데 이는 날개 끝단에서 공력면이 작아짐에 따라 날개의 하중의 감소의 영향이 가장 큰 것으로 판단된다.

참고문헌

1. Hollowell, S. J. and Dugudji, J., "Aeroelastic Flutter and Divergence of Stiffness Coupled, Graphite Epoxy Cantilevered Plated," *AIAA Journal of Aircraft*, Vol. 21, No. 1, 1984, pp. 69-76.
2. Lottati, I., "Flutter and Divergence Aeroelastic Characteristics for Composite Forward Swept Cantilever Wing," *AIAA Journal of Aircraft*, Vol. 22, No. 11, 1985, pp. 1001-1007.
3. Lin, K. J., Lu, P. J., and Tarn, J. Q., "Flutter Analysis of Cantilever Composite Plates in Subsonic Flow," *AIAA Journal*, Vol. 27, No. 8, 1989, pp. 1102-1109.
4. 구교남, 이인, "복합재료 날개의 공력탄성학적 안정성에 대한 구조적 감쇠효과", *한국항공우주학회지*, 제21권, 제2호, 1993, pp. 69-77.
5. Patil, M. J., "Aeroelastic Tailoring of Composite Box Beams," *AIAA-97-0015, Proceedings of 35th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, Jan. 1997 pp. 1-10.
6. Ueda, T. and Dowell, E. H., "A New Solution Method for Lifting Surfaces in Subsonic Flow," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 3, 1982, pp. 348-355.