연구논문집 제4권 제1호 p.9~15 1973

부유유사의 농도분포와 유사량 공식

정 영 식
도목 공학과

〈요 약〉

浮遊流砂의 濃度分布는 理論的으로는 Rouse方程式으로 表現되고 流砂量을 推定하는 몇가지 方法에서 이것이 利用된다. 方法에 따라 Rouse方程式의 參考濃度 C_a와 指數 z의 取扱을 달리하고 있다. 우리나라 河川에서 流砂量을 推定하는데 흔히 Einstein公式이 쓰이며 이 方法의 信賴度를 評價해야 할 必要가 있다.

Distribution of Sediment Concentration and Sediment Discharge Formulas

Chung, Young Sik
Dept. of Civil Engineering

〈Abstract〉

Rouse equation gives a theoretical distribution of concentration of suspended sediment. Several methods of estimating the suspended sediment discharge make use of the equation and take various expressions of reference concentration C_a and exponent z. Einstein's formula is frequently used to estimate the sediment discharge in Korean rivers and its reliability should be evaluated.

I. 序 言

河川에 있어서 流砂量을 正確히 推定하기란 대단히 어려운 일이며 또 重要한 일이다. 河川改修, 水資源 開發等을 計劃함에 있어 流砂量의 推定은 諸般 水文資料의 準備와 함께 가장 先行되어야 할 일이다. 美國 等地에서는 이 流砂의 問題에 對하여 水文學的 및 水理學的인 양면에서 활발한 研究가 進行되고 있다.

開水路에서 流水中에 浮遊하여 運搬되는 單位 幅當, 單位 時間當의 流砂의 量은 다음 式으로 計算된다.

$$g_{ss}=\int_{y_0}^{d} U(y)\, C(y)dy \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

여기서 $U(y)$는 流速分布, $C(y)$는 流砂의 濃度分布이다. 이 中에서 濃度分布 $C(y)$는 그 測定이 어렵고 다양한 요소에 의하여 左右되므로 流砂量의 계산에 큰 影響을 주는 因子인 것이다.

여기서는 몇 가지의 流砂量을 推定하는 方法에서 浮遊 流砂의 濃度分布를 어떻게 取扱하였는가를 살피고 이들의 信賴度를 考察한다.

II. 浮遊流砂의 濃度分布에 關한 基礎 方程式

지금 2次元 定常 等速流에 있어서 微小 六面體를 생각하고 시간 Δt동안에 이 속으로 들어가는 流砂의 量과 여기로부터 나오는 流砂의 量과의 差가 $\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$內의 濃度의 變化와 같으므로

$$\left[-\frac{\partial}{\partial x}(UC)+\frac{\partial}{\partial x}\left(\epsilon_x\frac{\partial C}{\partial x}\right)-\frac{\partial}{\partial y}(VC)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\epsilon_y\frac{\partial C}{\partial y}\right)+w_0\frac{\partial C}{\partial y}\right]\Delta x\,\Delta y\,\Delta t=\frac{\partial C}{\partial t}\Delta x\Delta y\Delta t\cdots(2)$$

이 되고 非壓縮性 流體에서는 $\frac{\partial U}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y}=0$이므로

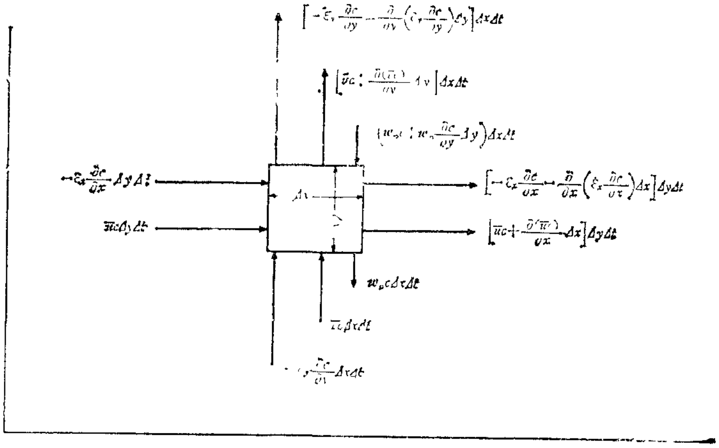

Fig. 1

$$-\bar{U}\frac{\partial C}{\partial x}-\bar{V}\frac{\partial C}{\partial y}+\epsilon_x\frac{\partial^2 C}{\partial x^2}+\frac{\partial\epsilon_x}{\partial x}\frac{\partial C}{\partial x}+\epsilon_y\frac{\partial^2 C}{\partial y^2}$$
$$+\frac{\partial\epsilon_y}{\partial y}\frac{\partial C}{\partial y}+w_0\frac{\partial C}{\partial y}=\frac{\partial C}{\partial t}\cdots\cdots\cdots\cdots(3)$$

가 된다. 여기서 平均流가 x 方向이고 流砂의 分布가 t 및 x에 따라 變하지 않는다면, $\bar{V}=0,\ \frac{\partial C}{\partial t}=0$ 이고 x에 關한 모든 微分이 역시 零이 되므로 (3)式은

$$\epsilon_y\frac{d^2C}{dy^2}+\frac{d\epsilon_y}{dy}\frac{dC}{dy}+w_0\frac{dC}{dy}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

이 되고 $\epsilon_y=\epsilon_s$라 놓으면

$$\frac{d}{dy}\left(\epsilon_s\frac{dC}{dy}\right)+w_0\frac{dC}{dy}=0\cdots\cdots\cdots\cdots(5)$$

이 된다.

여기서 ϵ_s, 즉 ϵ_y는 y方向의 流砂擴散係數이고 w_0는 침강속도이다. (5)式을 積分하면

$$\epsilon_s\frac{dC}{dy}+w_0C=C^*\cdots\cdots\cdots\cdots(6)$$

이고 (6)式의 左邊의 第1項은 어떤 水平한 單位面積을 通하여 單位時間에 擴散에 依하여 運搬되는 流砂의 量이고 第2項은 침전에 의한 것이다. 流砂의 分布가 時間에 따라 變하지 않으므로 어떤 水平面에서도 그 平均濃度는 一定할 것이며, 한 水平面을 通하여 運搬되는 流砂量의 代數的 和는 零이 될 것이므로 (6)式은

$$\epsilon_s\frac{dC}{dy}+w_0C=0\cdots\cdots\cdots\cdots(7)$$

이 된다.

萬一 全 水深에 걸쳐 turbulence가 均等하다면 ϵ_s는 constant이고 微分方程式 (7)의 解는

$$\frac{C}{C_a}=\exp\left\{-\frac{w_0}{\epsilon_s}(y-a)\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots(8)$$

C_a는 $y=a$에서의 C

이 될 것이나 實際로 turbulence는 全 水深에 걸쳐 일정치 않을 것이다.

ϵ_s의 y方向의 分布를 알기 爲하여 $\epsilon_s=\beta\epsilon_m$라 놓는다. 여기서 β는 常數이고 ϵ_m는 運動量 擴散係數이다. ϵ_s와 ϵ_m이 같으면 $\beta=1$이 될 것이나 運動量輸送과 流砂輸送의 mechanism이 同一하다고 볼 수 없으므로 ϵ_s와 ϵ_m의 比로서 β를 取한 것이다.

$$\tau=\rho\epsilon_m\frac{dU}{dy}=\tau_0\left(\frac{d-y}{d}\right)$$

와 Prandtl-von Karman velocity law

$$\frac{U-U_{\max}}{U_*}=\frac{1}{k}\ln\frac{y}{d}\cdots\cdots\cdots\cdots(9)$$

로 부터 $\epsilon_m=kU_*y\left(1-\frac{y}{d}\right)$이고 따라서

$$\epsilon_s=\beta kU_*y\left(1-\frac{y}{d}\right)\cdots\cdots\cdots\cdots(10)$$

이다. (10)式을 (7)式에 代入하면 微分方程式

$$\beta kU_*\ y\left(1-\frac{y}{d}\right)\frac{dC}{dy}+w_0C=0\cdots\cdots\cdots\cdots(11)$$

이 얻어지고 變數分離하여 積分하고 境界條件으로서 $y=a$에서의 濃度를 C_a라고 하면

$$\frac{C}{C_a}=\left[\frac{d-y}{y}\cdot\frac{a}{d-a}\right]^z\cdots\cdots\cdots\cdots(12)$$

여기서 $z=\frac{w_0}{\beta kU_*}$

$U_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$: 마찰 속도

k : Karman의 普遍常數

C_a : $y=a$에서의 C 값

를 얻는다.

Ⅲ. Brooks, Lane, Kalinske, Einstein의 流砂量 公式

Brooks는 濃度分布로서 (12)式을, 流速分布로서 (9)式의 變形인

$$U=V+\frac{U_*}{k}\left(1+\ln\frac{y}{d}\right) \quad \cdots\cdots(13)$$

를 各各 (1)式에 代入하여 (1)式을 積分하였다. 여기서는 $a=\frac{d}{2}$로 잡아 中間水深에서의 濃度 $C_{md}=C_a$를 測定하여 浮遊 流砂量을 計算할 수 있는 公式

$$\frac{g_{ss}}{C_{md}\cdot q}=\left(1+\frac{U_*}{kV}\right)\int_{\eta_0}^{1}\left[\frac{1-\eta}{\eta}\right]^z d\eta + \frac{U_*}{kV}\int_{\eta_0}^{1}\left[\frac{1-\eta}{\eta}\right]^z \ln\eta\, d\eta \quad \cdots\cdots(14)$$

를 만들었다.

Lane과 Kalinske는 濃度分布로서 (8)式을 사용하였다. 여기서 ϵ_s는 (10)式에서 $\beta=1, k=0.4$로 놓고 全水深에 걸친 平均値 $\frac{dU_*}{15}$를 사용하였다.

Einstein은 濃度分布로서 (12)式을 流速分布로서는

$$U=2.5\,U_*'\ln\left\{\frac{30.2x}{d_{65}}y\right\} \quad \cdots\cdots(15)$$

를 써서 (1)式을 積分하여 Einstein 公式

$$G_s=bg_s \quad \cdots\cdots(16a)$$

$$g_s=\sum_i g_{si} \quad \cdots\cdots(16b)$$

$$g_{si}=g_{sbi}\left[P_r I_1(\eta_{0i},z_i)+I_2(\eta_{0i},z_i)+1\right] \quad \cdots(16c)$$

$$I_1(\eta_{0i},z_i)=0.216\frac{\eta_{0i}^{z_i-1}}{(1-\eta_{0i})^{z_i}}\int_{\eta_{0i}}^{1}\left(\frac{1-\eta}{\eta}\right)^{z_i}d\eta \quad \cdots\cdots(16d)$$

$$I_2(\eta_{0i},z_i)=0.216\frac{\eta_{0i}^{z_i-1}}{(1-\eta_{0i})^{z_i}}\int_{\eta_{0i}}^{1}\left(\frac{1-\eta}{\eta}\right)^{z_i}\ln\eta\, d\eta \quad \cdots\cdots(16e)$$

$$P_r=2.3\log\frac{30.2x\,r_b}{d_{65}} \quad \cdots\cdots(16f)$$

$$z_i=\frac{w_{0i}}{0.4U'_*} \quad \cdots\cdots(16g)$$

여기서 $\eta=\frac{y}{r_b}$, $\eta_{0i}=2\frac{d_{si}}{r_b}$, $U'_*=\sqrt{g r_b' S}$

x : 補正 parameter

d_{65} : 河床粗度 : 통과 백분율 65%粒徑

r_b : bed hydraulic radius

g_{sbi} : i번째 size fraction의 단위 폭당의 掃流砂量

g_{si} : i번째 size fraction의 단위 폭당의 全流砂量

g_s : 단위폭당의 全流砂量(단위 시간당)

G_s : 단위 시간당의 全流砂量

를 내놓았다. Einstein은 河床에 作用하는 剪斷力을 堤防部分의 潤邊에 작용하는 剪斷力으로 부터 分離할 것을 主張하고 流砂量 公式에서 d대신 r_b를 사용하였다. 또 그는 最初로 掃流砂量과 浮遊流砂量을 한 式으로 表示하였고 濃度分布를 나타내는 Rouse equation (12)式에서 z의 값이 粒徑에 따라 달라지므로 流砂의 量을 粒徑의 크기別로 여러 fraction으로 區分하여 計算하였다.

Ⅳ. C_a에 關하여

Rouse equation은 $y=a$에서의 濃度 C_a에 대한 相對濃度 $\frac{C}{C_a}$를 준다. 任意의 地點에서의 濃度 C를 알려면 $y=a$에서의 濃度 C_a를 알아야 한다.

1. Lane and Kalinske theory

Lane and Kalinske theory는 다음과 같은 假定에서 出發한다.

1. 河床 부근에서의 y方向의 순간적인 變動速度 v'는 正規分布이다.
2. 어떤 크기의 砂粒이 河床에서 流水中으로 浮上하는 比率은 河床物質의 全 重量에 對한 그 크기의 砂粒의 重量의 比, $P_i(w_0)$와, 砂粒을 浮上시킬 수 있는 速度 v'의 크기와, 이러한 v'가 發生하는 頻度에 比例한다.
3. 어떤 砂粒의 沈降速度 w_0를 능가하는 v'만이 그 砂粒을 浮上시킬 수 있다.

지금 v'가 正規分布이고 $\bar{v}'=0$이므로 그 密度函數 $f(v')$는

$$f(v')=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sqrt{\bar{v}'^2}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{v'^2}{\bar{v}'^2}\right)} \quad \cdots\cdots(17)$$

이고 여기서 $\bar{v}'^2$는 v'의 제곱의 平均이며 마찰 속도의 제곱 U_*^2에 比例한다고 假定한다. 그러면 沈降速度가 w_0인 어떤 크기의 砂粒이 單位面積의 河床에서 浮上하는 比率은

$$P_i(w_0)\int_{w_0}^{\infty}v'f(v')dv' \quad \cdots\cdots(18)$$

에 比例할 것이고, 濃度가 一定하게 維持되기 爲하여는 浮上하는 比率과 沈降하는 比率이 같아야 할 것이다. 지금 C_0를 河床 부근에서의 濃度라고 하면 C_0w_0와 (18)式의 값은 어떤 比例關係를 가진 것이다. (17)式을 (18)式에 代入하고 積分하면

$$P_t(w_0)\int_{w_0}^{\infty}v'\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}\ \sqrt{\overline{v}'^2}}e^{-\frac{1}{2}\frac{v'^2}{\overline{v}'^2}}dv'$$

$$=\frac{P_t(w_0)\sqrt{\overline{v}'^2}}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\frac{1}{2}\frac{w_0^2}{\overline{v}'^2}\right\}$$

$$=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}P_t(w_0)\cdot w_0\cdot\frac{1}{t_c}e^{-\frac{1}{2}t_c^2}$$

여기서 $\frac{w_0}{\sqrt{\overline{v}'^2}}=t_c$

이 되고

$$\frac{C_0}{P_t(w_0)}\propto\frac{1}{t_c}e^{-\frac{1}{2}t^2} \qquad \cdots\cdots(19)$$

이 된다.

Lane과 Kalinske는 (19)式을 實際河川에 적용하여

$$\frac{C_0}{P_t(w_0)}=m\left[\frac{1}{t_c}e^{-\frac{1}{2}t^2}\right]^n \qquad \cdots\cdots(20)$$

의 關係에서 $m=5.55$, $n=1.61$을 얻었다.

2. Einstein

Einstein은 (1)式의 積分의 下限으로서 $y_0=2d_{st}$를 擇하고 河床에서 두께 $2d_{st}$의 層에서 移動하는 土砂를 掃流砂로 取扱하였다. $y_0=2d_{st}$에서의 濃度 C_{at}를 Rouse equation의 參考濃度로 하고 이 C_{at}와 單位 幅當의 掃流砂量 g_{sbt}사이에 다음과 같은 關係가 存在한다고 假定하였다.

$$g_{sbt}=C_{at}\cdot 2d_{st}\cdot\overline{U}_g \qquad \cdots\cdots(21)$$

여기서 $\overline{U}_g$는 砂粒의 平均速度로서 層流底層의 外端에 있어서의 流速 $11.6U_*'$와 같다고 假定하여

$$C_{at}=\frac{g_{sbt}}{2\times 11.6d_{st}U_*'} \qquad \cdots\cdots(22)$$

를 얻었다.

Ⅴ. z에 關하여

Fig. 2는 Rouse equation

$$\frac{C}{C_a}=\left[\frac{a}{d-a}\ \frac{d-y}{y}\right]^z$$

$$z=\frac{w_0}{\beta kU_*}$$

를 몇가지의 z值에 대하여 Graph로 표시한 것이다.

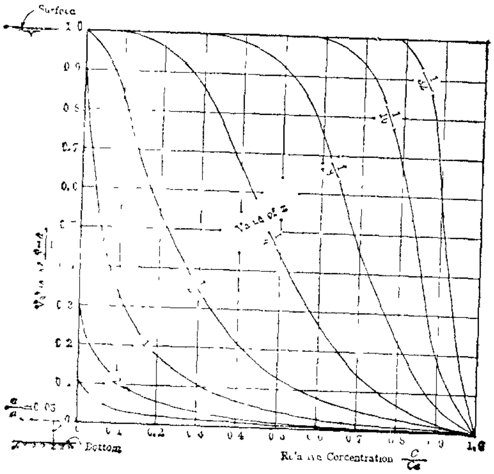

Fig. 2

이기서는 $a=0.05d$로 하고 z값이 $4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}$일 때 相對深度 $\frac{y-a}{d-a}$에 對한 相對濃度 $\frac{C}{C_a}$의 變化를 나타내었다. z값이 작으면 濃度는 全水深에 걸쳐 거의 均等하고 z값이 크면 水面부근에서의 濃度는 작고 바닥 부근에서의 濃度는 매우 커진다. 주어진 시간에 주어진 흐름에서는 z값은 沈降速度 w_0에 直接比例하고 따라서 細粒의 流砂는 작은 z값을 가지므로 비교적 均等히 分布되며 큰 z값을 가지는 粗粒의 流砂는 바닥부근에 集中된다.

Brooks의 流砂量 公式 (14)式을 Graph로 나타내면 Fig. 3과 같다. 아주 작은 z값에 대하여 流砂量의 流量에 對한 比, g_{ss}/q는 中間水深에서의 濃度

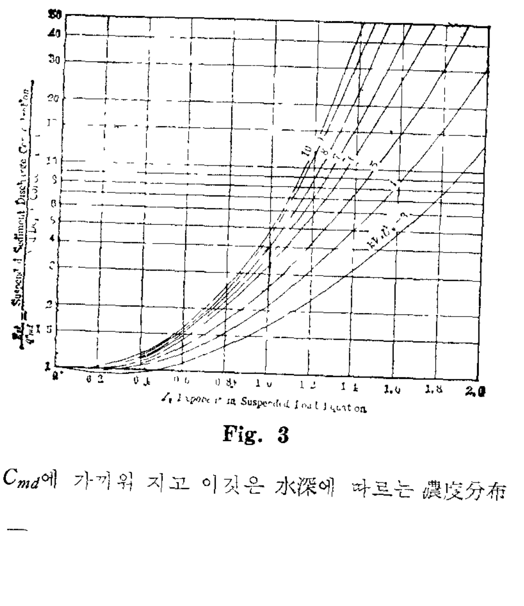

Fig. 3

C_{md}에 가까워 지고 이것은 水深에 따르는 濃度分布

가 均等해 짐을 意味한다.

Einstein은 z를 $z=\dfrac{w_0}{0.4U_*'}$로 나타내었다. 즉 $\beta=1$, $k=0.4$로 하고 U_*대신 U_*'를 썼다. U_*대신 U_*'를 쓰므로서 z값이 너무 커지는 경향이 있고 k로서 0.4는 너무 큰 값이며 이는 U_*대신 U_*'를 사용한 것을 보상한다.

Ⅱ. Modified Einstein Procedure

Suspended load sampler는 河床부근 얼마간의 浮遊流砂와 掃流砂는 採取하지 못한다. 浮遊流砂中에 粒徑이 작은 wash load는 全水深에 걸쳐 均等히 分布한 것이나 粗粒의 bed sediment는 河床 부근에서 많이 分布된다. 그러므로 實測한 流砂量은 實際의 流砂量보다 상당히 적다. Colby와 Hembree는 이 實測한 資料와 그 地點에서의 橫斷面, 水位, 平均流速 그리고 bed sediment의 粒度分布等의 資料로서 實測되지 않은 部分의 流砂量을 計算하는 方法을 考案하여 이를 Modified Einstein Method라 하였다.

지금 a'를 sampler가 最低位置에 왔을때 sampler inlet와 河床間의 거리, d를 sampling하는 地點의 水深, d_n를 그 橫斷面의 平均水深, b를 河幅, Q를 流量, Q'를 sampled zone의 流量, 즉 $y=a'$이상 부분의 流量이라고 하면 다음과 같은 關係를 얻는다.

$$Q'=b\int_{a'}^{d_n} U\,dy$$

$$=b\int_{a'}^{d_n} 5.75U_*'\log\left\{\frac{30.2\,xy}{d_{65}}\right\}dy$$

$$=2.5bU_*'d_n\left[(1-\eta_m)(P_m-1)-2.3\eta_m\log\eta_m\right] \quad\cdots\cdots(23)$$

$$\eta_m=\frac{a'}{d_n}$$

$$P_m=2.3\log\frac{30.2\,xd_n}{d_{65}}$$

$$Q=\lim_{\eta_m\to 0} Q'=2.5bU_*'d_n(P_m-1) \quad\cdots\cdots(24)$$

$$\frac{Q'}{Q}=(1-\eta_m)-2.3\frac{\eta_m\log\eta_m}{(P_m-1)} \quad\cdots\cdots(25)$$

또 $\overline{C_m'}$를 한 橫斷面上의 여러 地點에서 實測한 浮遊流砂의 discharge concentration의 平均値에서 wash load부분을 공제한 값이라 하고 이 $\overline{C_m'}$中에서 平均粒徑이 d_{si}인 i번째 fraction의 부분을 $\overline{C_{mi}'}$라 하면 sampled zone에서의 bed sediment의 i번째 fraction의 全 輸送量 G'_{ssi}는

$$G'_{ssi}=bg'_{ssi}$$

$$=\overline{C_m'}\ Q'$$

$$=\overline{C_m'}\ Q\left[(1-\eta_m)-2.3\frac{\eta_m\log\eta_m}{(P_m-1)}\right] \quad\cdots\cdots(26)$$

와 같이 된다.

한편 (1)式에 의하면 이 sampled zone에서의 i번째 fraction의 單位幅當의 流砂量은

$$g'_{ssi}=\int_{a'}^{d_v} C_i U\,dy \quad\cdots\cdots(27)$$

이 되고 (27)式의 C_i로서 Rouse equation (12)式을 U로서 (15)式을 그리고 (12)式의 a로서 $2d_{si}$를, C_{ai}로서 (22)式을 各各 代入하여 (27)式을 積分하면 다음 式이 얻어진다.

$$g'_{ssi}=\left(\frac{\eta_{0i}'}{\eta_v}\right)^{z_i'-1}\left(\frac{1-\eta_v}{1-\eta_{0i}'}\right)^{z_i'}g_{sbi}$$

$$\left[P_vI_1(\eta_v,z_i')+I_2(\eta_v,z_i')\right] \quad\cdots\cdots(28)$$

여기서

$$P_v=2.3\log\frac{30.2\,xd_v}{d_{65}}$$

d_v=流砂 採取地點들의 平均水深

$$\eta_{0i}=2d_{si}/d_v$$

$$\eta_v=a'/d_v$$

$$I_1(\eta_v,z_i')=0.216\frac{\eta_v^{z_i'-1}}{(1-\eta_v)^{z_i'}}\int_{\eta_v}^{1}\left[\frac{1-\eta}{\eta}\right]^{z_i'}d\eta$$

$$I_2(\eta_v,z_i')=0.216\frac{\eta_v^{z_i'-1}}{(1-\eta_v)^{z_i'}}\int_{\eta_v}^{1}\left[\frac{1-\eta}{\eta}\right]^{z_i'}\ln\eta\,d\eta$$

(28)式에서 g_{sbi}는 Einstein의 bed-load function으로부터 求하고 z_i'는 (26)式에서 求한 g'_{ssi}를 (28)式에 代入하여 試算에 의하여 求한다. Colby와 Hembree는 z_1'를 平均粒徑이 d_{s1}이고 沈降速度가 w_{01}인 size fraction에 대하여 (28)式으로 부터 구한 값이라 하고 z_i'를 平均粒徑이 d_{si}이고 沈降速度가 w_{0i}인 size fraction에 대한 값이라 하면 (28)式의 z_i'와 침강속도 w_{0i}와의 간에는 다음 關係가 成立함을 밝혔다.

$$\frac{z_i'}{z_1'}=\left(\frac{w_{0i}}{w_{01}}\right)^{0.7} \quad\cdots\cdots(29)$$

또 이들은 採取된 試料中에서 가장 큰 比率을 차지하는 size fraction에 대하여만 (28)式으로 부터 求하고 다른 size fraction에 대한 z_i'는 (29)式으로 부터 구할 것을 추천하있다.

이렇게 하여 z_i'의 값이 구해지면 unsampled zone에 대한 流砂量을 推定할 수 있고 따라서 全 流砂量이 求해지는 것이다.

Ⅶ. Toffaleti 公式

이 公式에서는 實際河川을 幅 b, 깊이 r의 二次元 流로 假定(여기서 b와 r는 實際河川의 幅과 水深)하였고, bed sediment의 size fraction은 American Geophysical Union grade scale에 따랐다.

Toffaleti는 Einstein의 Φ_*-Ψ_*關係의 槪念은 $2d_{si}$의 層의 掃流砂에만 局限시키지 않고, $y=2d_{si}$에서 $y=\frac{r}{11.24}$까지의 層에서의 流砂量은 stream parameter에 關聯시켰다. 實測된 여러 資料로 부터 $y=2d_{si}$에서 $y=\frac{r}{11.24}$ 사이의 層에서의 i번째 size fraction의 流砂量 g_{ssLi}를

$$g_{ssLi}=\frac{0.600\ P_i}{\left(\frac{T_T A k_4}{V^2}\right)^{\frac{5}{3}}\left(\frac{d_{si}}{0.00058}\right)^{\frac{5}{3}}}\ \text{(tons per day per } ft) \qquad (30)$$

로부터 구하였다. 여기서 A는 $(10^5\nu)^{\frac{1}{3}}/10U_*'$의 함수, k_1은 A의 補正係數, T_T는 $T_T=1.10(0.051+0.00009T)$, T는 水温($°F$)이다. 流速分布는

$$\left.\begin{aligned} &U=(1+n_v)V\left(\frac{y}{r}\right)^{n_v} \\ &n_v=0.1198+0.00048T \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

로서 表示하였고, 浮遊流砂의 濃度分布는 全水深을 $y=2d_{si}\sim\frac{r}{11.24}$을 lower zone으로, $y=\frac{r}{11.24}\sim\frac{r}{2.5}$은 middle zone으로, $y=\frac{r}{2.5}\sim r$을 upper zone으로 구분하여 다음과 같이 표시하였다.

$$\text{upper zone, } C_i=C_{ui}\left(\frac{y}{r}\right)^{-1.5z_i} \qquad (32a)$$

$$\text{middle zone; } C_i=C_{mi}\left(\frac{y}{r}\right)^{-z_i} \qquad (32b)$$

$$\text{lower zone; } C_i=C_{Li}\left(\frac{y}{r}\right)^{-0.756z_i} \qquad (32c)$$

여기서

$$z_i=\frac{w_i V}{C_z r S}$$

$$C_z=260.67-0.667T$$

(32c)式의 C_{Li}는 (30)式에서 求한 g_{ssLi}와 (1)式에 (31)式과 (32c)式을 代入하여 積分한 것

$$g_{ssLi}=43.2P_iC_{Li}(1+n_v)Vr^{0.756z_i-n_v}\int_{2d_{si}}^{\frac{r}{11.24}} y^{n_v-0.756z_i}\,dy \qquad (33)$$

여기서 43.2는 換算係數

P_i는 i번째 fraction의 전체에 대한 비율

의를 같이 놓아 구할 수 있다. 또한 (32b)式의 C_{mi}는 $y=\frac{r}{11.24}$에서의 C_i가 (32b)와 (32c)로부터 같은 값이 같아야 하므로

$$C_{mi}\left(\frac{1}{11.24}\right)^{-z_i}=C_{Li}\left(\frac{1}{11.24}\right)^{-0.756z_i}$$

$$C_{mi}=\left(\frac{1}{11.24}\right)^{0.244z_i}C_{Li}$$

로 부터 求해지며 C_{ui}는 역시 같은 방법으로

$$C_{ui}=\left(\frac{1}{2.5}\right)^{0.5z_i}C_{mi}$$

$$=\left(\frac{1}{11.24}\right)^{0.244z_i}\left(\frac{1}{2.5}\right)^{0.5z_i}C_{Li}$$

로 부터 求할 수 있다.

Ⅷ. 考 察

Rouse equation의 指數 z를 알기 위하여 우리는 β와 k의 값을 알아야 한다. β는 實驗의 結果 1.0~1.5사이에서 變하나 河床에서의 剪斷應力 τ_0에 대한 側壁의 効果를 고려하면 거의 1에 가가운 값이 된다고 한다. k는 맑은 물에서는 대략 0.40이고 浮遊流砂의 濃度가 커지면 차차 감소하여 높은 농도에서는 0.20까지 내려간다. 浮遊流砂의 濃度가 增加함에 따라 k의 값이 감소하는 現象은 Vanoni, Brooks, Barton, Lin等 諸氏의 여러 實驗에서 觀察되었고 또한 Lloyd Fowler는 流砂가 많은 Missouri 江의 k값이 流砂가 거의 없는 St. Clair 및 St. Mary 江의 k값보다 훨씬 작음을 발견하였다.

또한 (9)式 $\frac{U-U_{max}}{U_*}=\frac{1}{k}\ln\frac{y}{d}$로 부터

$$\frac{dU}{dy}=\frac{U_*}{k}\frac{1}{y}\text{이고}$$

$$\tau=\rho\epsilon_m\frac{dU}{dy}=\tau_0\left(\frac{d-y}{d}\right)\text{이므로}$$

$$\epsilon_m=kU_*y\left(1-\frac{y}{d}\right) \qquad (34)$$

을 얻고 여기서 $U_*, d,$ 및 y가 一定하면 k의 값이 감소함에 따라 ϵ_m의 값도 감소한다. 따라서 浮遊流砂의 存在가 k 및 ϵ_m의 감소를 가져오는 것을 설명하기 爲하여 Vanoni는 turbulence가 浮遊流砂에 依하여 鈍化된다는 가설을 내놓았다.

椿東一郎은 浮遊流砂의 濃度가 클 때 k의 값이 淸水의 경우의 0.4보다 작아지는 理由는 浮遊流砂로 因하여 安定한 密度勾配가 形成되고 이것이 turbulence를 減衰하여 擴散能力을 작게하기 때문임을 밝혔다. H.M.Ismail의 closed channel에서의 實驗

에 의하면 平均 濃度가 4.3%일때 k값은 0.20으로 감소했다고 한다.

앞에서 본 바와 같이 浮遊流砂의 濃度分布를 나타내는 (12)式은 Brooks 와 Einstein의 流砂量 公式에서 [illegible] 이어졌다. Einstein의 流砂量公式은 여러 公式들 가운데 唯一하게 모든 關聯因子를 다 포함하고 있지만 [illegible] 正確度를 기하지 못하고 있다.

Rouse equation의 指數 z를 決定하는데 k를 0.4로 固定시키고 U_*대신 U_*'를 쓴 點이 反論의 대상이 되어있다. k이 같은 위에서 말한 바와 같이 濃度增加에 따라 감소하며 濃度分布에 關한 微分方程式 (7)式에 주어진 擴散係數는 砂粒의 粗度에 의한 전단응력 τ_0'에만 의존하는 것이 아니고 total shear stress τ_0에 의존하므로 U_*대신 U_*'를 쓴 點은 온당치 못하다는 것이다.

Modified Einstein方法은 實測한 流砂量으로부터 指數 z를 求하고 이로부터 實測하지 못한 部分의 流砂量을 포함한 全 流砂量을 推定하므로 公式만 쓰는 경우보다 훨씬 信賴度가 좋다. Modified Einstein 方法의 信賴度를 추측하기 爲하여 이 方法으로 계산한 流砂量과 直接實測한 流砂量과를 比較한 結果를 보면 Niobrara江의 경우 24개의 計算된 流砂量中 半數가 實測한 값의 20%이내의 範圍에 들어갔고 세개만이 50%이상 틀렸으며, Middle Loup江의 경우 63개의 계산된 流砂量中 半이상이 實測한 값의 20%이내의 범위에 들어왔고 7개만이 50%이상 틀렸다. 이 方法은 浮流遊砂와 平均流速을 實測하므로서 상당한 部分의 不確實한 要素를 排除하기 때문에 信賴性 있는 結果를 주며 지금까지는 가장 좋은 方法으로 알려져 있다.

Toffaleti는 浮遊流砂의 濃度分布를 세개의 區域으로 나누어 각각 다른 指數로서 表示하였다. 또 여기서는 流速 및 濃度 共히 水溫의 영향을 고려하였다.

여러가지 公式으로 計算된 流量—流砂量 關係를 Colorado江에서의 Modified Einstein方法으로 구한 것과 Niobrara江에서의 直接 實測한 것들에 比較한 結果를 보면 Toffaleti의 公式이 여러 公式들 中에서 가장 實測値에 잘 맞는다.

우리 나라에서의 流砂量 推定은 대개 Einstein公式에 의존하고 있으며 Modified Einstein方法이나 直接實測에 의하여 여러 公式들의 우리나라 河川에서의 信賴度를 評價해야 할 것이다. Toffaleti公式이 美國의 두 河川에서 實測値에 잘 맞는 點을 注目하고 또 이 方法에서는 水溫의 영향을 고려하므로 우리나라 처럼 氣溫의 變化가 심한 경우에는 더욱 좋은 信賴度를 보이지 않을까 생각된다.

참 고 문 헌

1. 石原藤次郎, 本間仁, "應用水理學 中 I", 丸善 1958.
2. 本間仁, 安芸皎一, "物部水理學", 岩波, 1962.
3. 椿東一郎, "浮流流砂が" 流れに 及ぼす 影響について", 日本土木學會誌, 第40巻, 第9號, 1955.
4. H.M. Ismail, "Turbulent Transfer Mechanism and Suspended Sediment in Closed Channels," Transactions of ASCE, Vol. 117, 1952.
5. H.A. Einstein and N.L. Barbarossa, "River Channel Roughness," Transactions of ASCE, Vol. 117, 1952.
6. Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, "Sediment Transportation Mechanic; Suspension of Sediment," Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 89, No. HY5, 1963.
7. F.B. Toffaleti, "Definitive computations of Sand Discharge in Rivers," Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 95, No. HY1, 1969.
8. Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, "Sediment Transportation Mechanics: Hydraulic Relations for Alluvial Streams," Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 97, No. HY1, 1971.
9. Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, "Sediment Transportation Mechanics: Sediment Discharge Formulas," Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 97, No. HY4, 1971.
10. Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual, "Sediment Transportation Mechanics: Fundamentals of Sediment Transportation," Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 97, No. HY12, 1971.