

Thyristor의 비대칭 트리거에 의한 부하의 정상상태 해석

이 쾌 회
전기 공학과

<요 약>

쌍방향인 사이리스터의 비대칭 트리거에 의한 부하의 특성을 해석하고 부하에 의한 부하의 특성을 해석하고 부하의 특성에 대해 알아보았다. 또한 전력, 의형율 그리고 기본파의 역율을 계산했다.

Steady State Analysis of the Load Controlled by Asymmetrical Triggering of Thyristor

Lee, Kwae Hi
Dept. of Electrical Engineering

< Abstract >

The load wave forms produced by asymmetrical triggering of an inverse-parallel connected pair of thyristors are analyzed.

The power factor of the circuits is studied and its relationship to power, distortion factor and fundamental power factor is given.

I. 서 론

사이리스터의 트리거에 의해 단상회로의 전력을 제어하는 연구는 많이 되어왔다. (1~7)

부하전력은 트리거를 기각각(firing angle), 전압, 부하임피던스, 부하의 역율 등에 관계된다. 또한 부하역율은 제어각과 부하의 특성에 의해 결정된다.

지금까지 나타난 전력제어방법은 크게 두가지로 나눌 수 있다. 하나는 제어각을 변형시켜 부하에 흐르는 전류 및 부하전압을 조정하는 방법이고, (1~4) 다른 한가지는 어느기간동안 전력을 공급하다가 어느기간은 공급하지않는 소위 'Integral cycle switching' (6,7)이라 불리는 방법이다. 이때는 공급기간의 주기에 따라 전력이 제어된다.

일반적인 상방향으로 연결된 사이리스터 회로가 (그림 1)에 주어졌다.

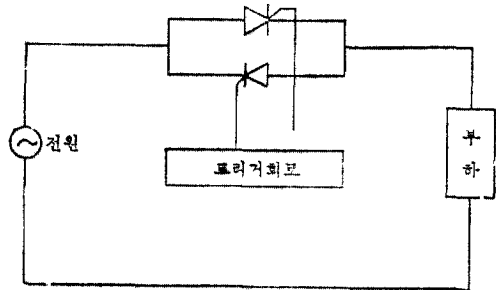


그림 1. 쌍방향 사이리스터 회로

이 논문에서는 부하가 순저항으로 된 경우와 인덕턴스가 있는 경우에 대해 비대칭 트리거에 의한 AC 부하의 전압 및 전류의 실효치, 전력, 의형율, 기본파의 역율, 평균전력 등을 구해 보고자 한다.

여기서 다음과 같은 가정을 한다.

1) 전원은 임피던스가 없고 원전 정현파이다.

- 2) 스위치 소자는 도전될 경우 진압강하가 전혀 없다.
- 3) 스위치 턴온, 턴오프는 순간적으로 이루어진다.

II. 전류와 전압 방정식

1. 부하가 저항으로만 되어있는 경우

전압이 양의 값을 갖는 기간의 제어각을 α , 음의 경우 제어각을 β 라면 부하에 나타나는 전압 및 전류 파형은 <그림 2>와 같다.

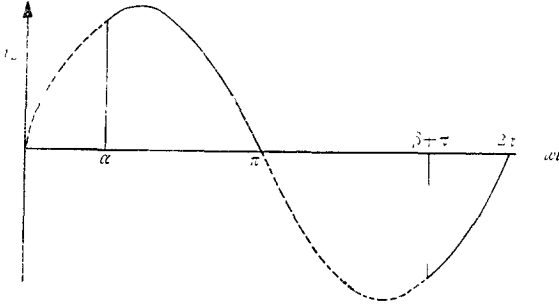


그림 2. 전압 및 전류파형

$$e_L = E_m \sin wt \Big|_{\alpha, \beta+\pi}^{\pi, 2\pi} + 0 \Big|_{0, \pi}^{\pi, \beta+\pi} \quad (1)$$

이것을 푸리에 급수로 전개하면

$$e_L = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nwt + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin nwt \quad (2)$$

여기서

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_L \cdot dwt = \frac{E_m}{2\pi} [\cos \alpha - \cos \beta] \quad (3)$$

$$a_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos wt \cdot e_L \cdot dwt = \frac{E_m}{2\pi} \left[\frac{\cos 2\alpha + \cos 2\beta - 2}{2} \right] \quad (4)$$

$$b_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \sin wt \cdot e_L \cdot dwt = \frac{E_m}{2\pi} \left[\frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}{2} + 2\pi - \alpha - \beta \right] \quad (5)$$

2. 부하에 인덕턴스가 포함된 경우

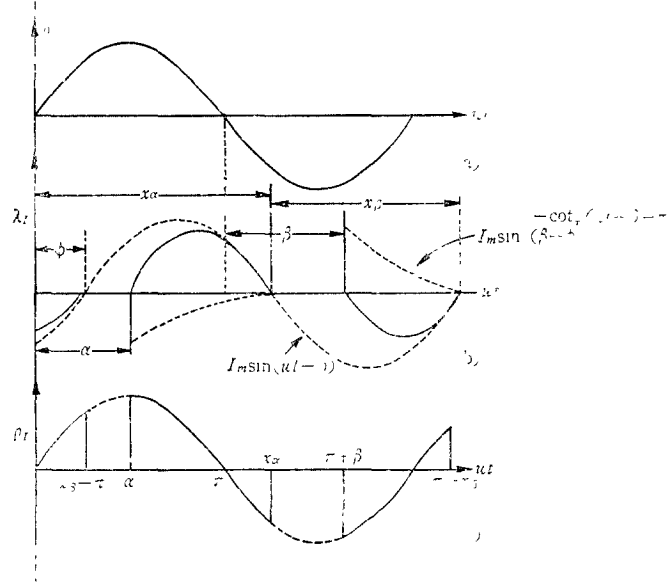
부하각이 ϕ 라면 전압 및 전류파형은 <그림 3>과 같다.

$$i_L = I_m [\sin(wt - \phi)] \Big|_{0, \alpha - \phi}^{\beta - \phi, x_\alpha - \phi} + \sin(\beta - \phi) \exp[-\cot \phi (wt - \beta + \pi)] \Big|_{\beta - \phi}^{x_\beta - \phi} - \sin(\alpha - \phi) \exp[-\cot \phi (wt - \alpha)] \Big|_{\alpha - \phi}^{x_\alpha - \phi}$$

$$+ \sin(\beta - \phi) \exp[-\cot \phi (wt - \pi - \beta)] \Big|_{\pi - \beta - \phi}^{\pi - \alpha - \phi} \quad (6)$$

$$\text{여기서 } \cot \phi = \frac{R}{\omega L} \quad (7)$$

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \quad (8)$$



(a) 공급전압 (b) 부하전류 (c) 푸리에전압
그림 3. 부하의 전압 및 전류

x_α 는 전압이 양의 기간에서 전류가 영이 되는 각이고 x_β 는 음의 기간에서 전류가 영이 되는 각이다.

$$e_L = E_m \sin wt \Big|_{0, \alpha - \phi}^{\beta - \phi, x_\alpha - \phi} \quad (9)$$

그림에서 보는 바와 같이 x_α 및 x_β 는 다음과 같고 정상값이 같아지는 경우이므로

$$|\sin(x_\alpha - \phi)| = |\sin(\alpha - \phi) \exp[-\cot \phi (x_\alpha - \alpha)]| \quad (10)$$

$$|\sin(x_\beta - \phi)| = |\sin(\beta - \phi) \exp[-\cot \phi (x_\beta - \beta)]| \quad (11)$$

수치해석법으로 (10) 및 (11)식을 풀면 구할 수 있다.

부하 전류를 푸리에 급수로 전개할 때 직류분(평균값) 및 기본파 성분을 구해 본다.

$$\frac{a_0}{2} = \frac{I_m}{2\pi} [\{\cos(x_\beta - \phi) - \cos(x_\alpha - \phi) + \cos(\alpha - \phi) - \cos(\beta - \phi)\} + \tan \phi \{\sin(\beta - \phi) [1 - \exp(-\cot \phi (x_\beta - \beta))] - \sin(\alpha - \phi) [1 - \exp(-\cot \phi (x_\alpha - \alpha))]\}] \quad (12)$$

$$a_1 = \frac{I_m}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \{ \cos(2\alpha - \phi) + \cos(2\beta - \phi) - \cos(2x_\alpha - \phi) - \cos(2x_\beta - \beta - \phi) \} - \sin\phi \{ x_\alpha + x_\beta - \alpha - \beta + \sin 2\alpha + \sin 2\beta - 2\sin 2\phi \} + 2\sin\phi \{ \sin(\alpha - \phi) \cos(x_\alpha + \phi) \exp[-\cot\phi(x_\alpha - \alpha)] + \sin(\beta - \phi) \cos(x_\beta + \phi) \exp[-\cot\phi(x_\beta - \beta)] \} \right] \quad (13)$$

$$b_1 = \frac{I_m}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \{ \sin(2\alpha - \phi) - \sin(2\beta - \phi) - \sin(2x_\alpha - \phi) - \sin(2x_\beta - \phi) \} + \cos\phi \{ x_\alpha + x_\beta - \alpha - \beta \} + \sin\phi \{ \cos 2\alpha - \cos 2\beta - 2\cos 2\phi \} + 2\sin\phi \{ \sin(\alpha - \phi) \sin(x_\alpha + \phi) \exp[-\cot\phi(x_\alpha - \alpha)] + \sin(\beta - \phi) \sin(x_\beta + \phi) \exp[-\cot\phi(x_\beta - \beta)] \} \right] \quad (14)$$

부하전압을 푸리에 급수로 전개할 때 적류분 및 기본과 성분을 구해본다.

$$\frac{a_0}{2} = \frac{E_m}{2\pi} [\cos\alpha - \cos\beta + \cos x_\beta - \cos x_\alpha] \quad (15)$$

$$a_1 = \frac{E_m}{2\pi} \left[\frac{1}{2} \{ \cos 2\alpha - \cos 2\beta - \cos 2x_\alpha - \cos 2x_\beta \} \right] \quad (16)$$

$$b_1 = \frac{E_m}{2\pi} \left[(x_\alpha + x_\beta - \alpha - \beta) + \frac{1}{2} \{ \sin 2\alpha - \sin 2\beta - \sin 2x_\alpha - \sin 2x_\beta \} \right] \quad (17)$$

III. 부하해석

1. 순저항인 경우

전압 및 전류의 실효치를 E_L , I_L 이라면

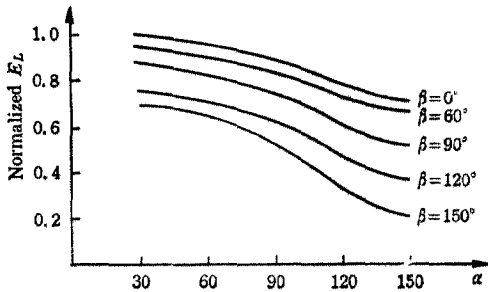
$$E_L = \left[\frac{1}{2\pi} \left(\int_\alpha^\pi E_m^2 \sin^2 \omega t \, d\omega t - \int_{\pi+\beta}^{2\pi} E_m^2 \sin^2 \omega t \, d\omega t \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{E_m}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{2\pi - (\alpha + \beta)}{2} + \frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

$$I_L = \frac{I_m}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \left[\frac{2\pi - (\alpha + \beta)}{2} + \frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

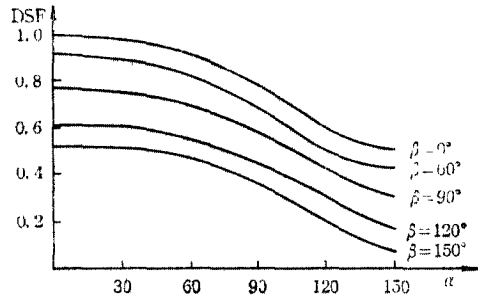
부하에 공급된 전력은

$$\text{Power} = \frac{E_L^2}{R} = \frac{E_m^2}{2\pi R} \left[\frac{2\pi - (\alpha + \beta)}{2} + \frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}{4} \right] \quad (20)$$

β 가 일정할 경우 α 에 대한 전압의 실효치를 <그림 4> (a)에 그리고 전력을 (b)에 나타냈다.



(a) Normalized E_L



(b) Normalized Power

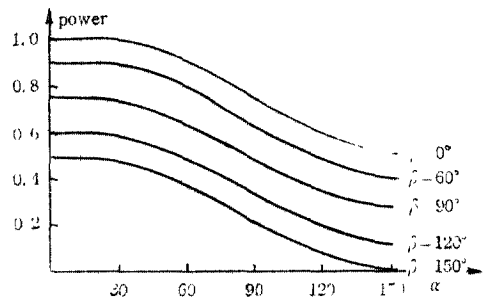
그림 4. 전압실효치 및 전력

의형율은 기본과 성분의 진폭에 대한 비율이므로

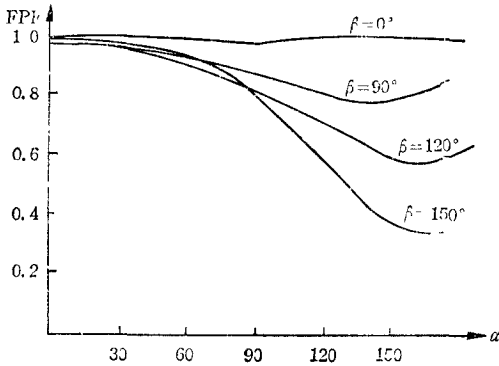
$$\text{의형율} = \frac{(a_1^2 + b_1^2)^{\frac{1}{2}}}{E_m} \quad (21)$$

$$\text{기본과 역율} = \frac{b_1}{(a_1^2 + b_1^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (22)$$

<그림 5>에 의형율 및 기본과 역율을 나타냈다.



(a) Distortion factor



(b) Fundamental Power factor
그림 5. 의형율 및 기본파역율

2. 인덕턴스를 포함한 경우

$$E_L = \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{x_2} E_m^2 \sin^2 wt \, dwt + \int_{x_1}^{x_2} E_m^2 \sin^2 wt \, dwt - \int_{x_1}^{x_2} E_m^2 \sin^2 wt \, dwt \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}} E_m \left[\frac{(x_2 + x_1) - (\alpha + \beta)}{2} - \frac{(\sin 2x_2 - \sin 2x_1) - (\sin 2\alpha - \sin 2\beta)}{4} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (23)$$

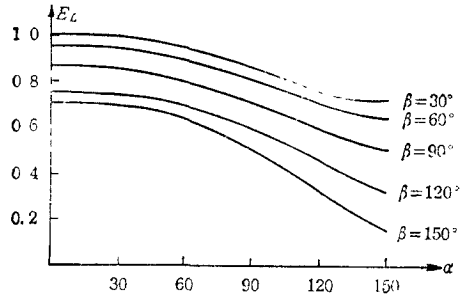
$$I_L = \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{x_2} [\sin(wt - \phi) - \sin(\beta - \phi)] \exp[-\cot\phi(wt + \pi - \beta)]^2 \, dwt - \int_{x_1}^{x_2} [\sin(wt - \phi) + \sin(\alpha - \phi)] \exp[-\cot\phi(wt - \alpha)]^2 \, dwt - \int_{x_1}^{x_2} [\sin(wt - \phi) + \sin(\beta - \phi)] \exp[-\cot\phi(wt - \pi - \beta)]^2 \, dwt \right)^{\frac{1}{2}} \quad (24)$$

$$\text{Power} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e_L i_L \, dwt$$

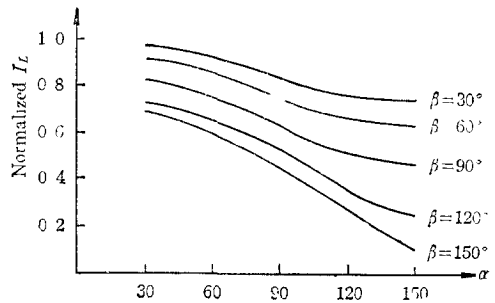
$$= \frac{E_m I_m}{2\pi} \left[\int_0^{x_2} \sin wt [\sin(wt - \phi) + \sin(\beta - \phi)] \exp[-\cot\phi(wt + \pi - \beta)] \, dwt + \int_{x_1}^{x_2} \sin wt [\sin(wt - \phi) - \sin(\alpha - \phi)] \exp[-\cot\phi(wt - \alpha)] \, dwt + \int_{x_1}^{x_2} \sin wt [\sin(wt - \phi) - \sin(\beta - \phi)] \exp[-\cot\phi(wt - \pi - \beta)] \, dwt \right] \quad (25)$$

<그림 6>에 부하각이 30°인 경우, 전압 및 전류 실효치, 건력을 나타냈다.

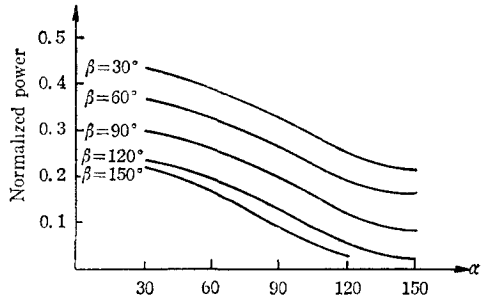
<그림 7>에 부하각이 30°인 경우 의형율 및 기본파 역율을 나타냈다.



(a) Normalized voltage

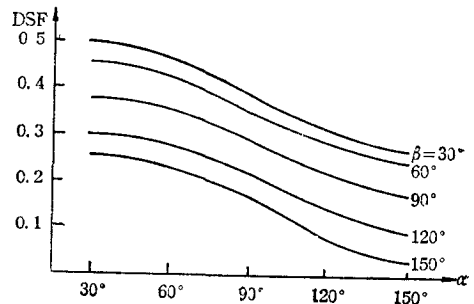


(b) Normalized current

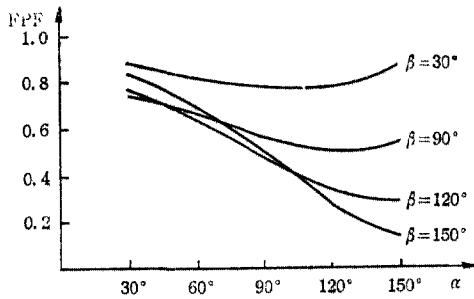


(c) Power

그림 6. φ=30° 인경우 전압, 전류, 전력



(a) Distortion factor



(b) Fundamental Power factor

그림 7. 의형을 및 기본파역율

IV. 결 론

지금까지 부하가 저항일 경우와 인덕턴스를 포함한 경우에 대해 비대칭 트리거에 의한 쌍방향성 스위치 소자의 부하를 해석했다. 진류 및 전압 실효치, 전력, 기본파의 역율, 의형율 등 여러가지 특성을 구했다. 부하이 인덕턴스가 포함된 경우에는 부하각이 30°일 때에만 계산치를 구했지만 부하각이 다른 경우에도 같은 방법으로 구할 수 있다.

이러한 단상회로에서 계산은 3상교류에도 적용할 수 있다.

참 고 문 헌

1. SHEPHERD, W., "Steady-State Analysis of the Series Resistance-Inductance Circuit Controlled by Silicon Controlled Rectifier," *IEEE Trans. Ind. Gen. Appl.* July/Aug; pp.

259—265 (1965)

2. ———, "Steady-State Analysis of the Single-Phase Parallel, Resistance-Inductance Circuits Controlled by SCR Pairs", *IEEE Trans. Ind. Gen. Appl.* Nov./Dec., pp.469—473(1936)
3. LINGARD, B.W. and JOHNSON, R.W., "Steady-State Performance and Analysis of the Series Resistance-Capacitance Circuit with Control by Adjustable Thyristor Triggering", *IEEE Tran. Ind. Gen. Appl.* Nov./Dec., pp.644—654(1968)
4. BROADLEY, F.C. and SHEPHERD, W., "Steady-State Analysis of the Series Resistance-Inductance Circuit Controlled by Asymmetrical Triggering of Thyristors", *IEEE Trans. Ind. Gen. Appl.* July/Aug. (1973)
5. BLAND, T.G, "Steady-State Analysis of Single-Phase AC Controller with Resistance Load", *IEEE Trans. Ind. Elec. Con. Ins.* Aug, pp.441—447(1975)
6. LINGARD, B.W. and JOHNSON, R.W., "Analysis of Thyristor Controlled Single-Phase Loads with Integral-Cycle triggering", *Proc. Inst. Elec. Eng.* Vol.117, pp.607—608 (1970)
7. BARRETT, A. and SHEPHERD, W., "Analysis of Single Phase Rectified Thyristor Controlled Load with Integral-Cycle Triggering", *Proc. Inst. Elec. Eng.* Vol 117, pp.409—414(1970)