

칼만필터補償器를 이용한 레이다 — 서어보계의 最適位置制御에 관한 연구

李 陽 範

전기공학과

(1987. 4. 30 접수)

<要 約>

이 논문은 레이다 — 서어보계의 位置制御問題를 確率系 모델로 택하여 最適狀態推定 및 最適確率制御方法을 규명하고 이러한 制御性能을 구현할 수 있는 制御調節器를 設計하는데 목적을 두었다.

여기서 레이다 — 서어보系統은 적절한 가정하에 時不變線型 狀態모델로 線型化 하였으며 주어진 최종 및 초기 시간하에 이 系統을 最適化시키기 위한 制御性能 平價函數로는 狀態變數와 制御信號에 관한 二次型 형태로 취급하였다.

레이다의 角變位가 외부 確率外亂에 의하여 平衡運轉點을 이탈하였을 때 最適化 이론으로는 Stochastic Hamiltonian-Jacobi-Bellman 方程式의 最適化 原理를 도입하였으며 결과적으로 最適狀態推定 및 最適確率制御效果에 대한 결과치를 비교 검토한 결과 만족할만한 좋은 결론을 얻었다.

A Study on the Optimal Position Control of a Radar-Servo System using the Kalman Filter Compensator.

Lee Yang-Bum

Dept. of Electrical Engineering

(Received April 30, 1987)

<Abstract>

The objective of this paper is to estimate the optimal state and to search the control strategy of optimal stochastic position of a Radar-Servo system, considering as a stochastic model.

In the course of the analysis, the Radar-Servo dynamics are assumed to have the linear time-invariant schemes under a certain prescribed condition, and the performance measure of the state and the control effort in optimizing the system is considered to have a quadratic form when the initial and the final time is specified.

When the radar angular displacement is deviated from a stationary operating point by any external random disturbance, the optimal stochastic feedback control law invokes the stochastic Hamilton-Jacobi-Bellman equation, and suggests the realizability of the required control mechanism.

Finally the optimal state estimation and the optimal stochastic control efforts are compared to confirm the obtained results.

1. 緒 論

과거 많은 문헌에서의 레이다—서어보系的 定特性 및 動特性 해석방법은 傳達函數法에 의존된다든지 혹은 狀態空間解析法을 사용하였다. 하더라도 在來式 複素周波數領域 내에서의 解析 혹은 設計方法에 의존된 경향이 많았다.^(1,2) 이러한 古典的方法으로는 다루는 制御系의 次數가 높아지면 그 數學的 처리가 비교적 번거롭고 어려울뿐 아니라 制御系의 設計 및 最適制御化 問題를 다루는 데에는 더 한층 알맞지 못한 단점이 있다.

最近에 와서 變分法, 最大原理法, 動的計劃法, 傾斜法 등 系統의 最適制御에 관한 理論的 研究가 이루어 짐에 따라 레이다—서어보系의 位置制御 분야에서도 이러한 理論을 적용하여 制御系를 電算機를 써서 해석한다든지 혹은 制御系의 最適制御를 위한 機構設計를 이러한 方法에 의해 實現하려는 연구가 활발히 진행되고 있다.^(3,4,5,6)

한편 많은 系는 위에서 언급한 確定系(deterministic system)로 設計했을때 만족한 결과를 얻을수도 있지만 여러가지 이유로 인하여 確率모델(stochastic system)로 취급할 때도 있다. 즉 실제 系에는 雜音이나 불규칙한 外亂이 존재하여 測定된 出力에는 測定雜音이 포함하게 된다. 그뿐만 아니라 非線型을 線型化 시켰을 때도 誤차가 존재하게 된다. 이러한 경우, 制御機構의 最適調節器 設計問題는 確定的 最適制御問題로는 다룰 수 없고 다만 변화가 나타날 수 있는 대상의 確率만을 생각하여 統計學的으로 다루는 最適確率制御問題로 다루어야 한다.^(7,8,9)

이에 본 研究에서는 적절한 가정하에 레이다—서어보系의 位置制御問題를 確率系모델로 택하여 最適確率制御方法을 규명하고 이러한 制御性能을 구현할 수 있는 制御調節器를 設計하는데 목적을 두었다.^(10,11)

레이다—서어보系의 位置制御機構에서 直流電動機는 操作部에 자주 사용된다. 이러한 電動機가 一定速度運轉을 유지하지 못하는 데에는 여러가지 원인이 있을 수 있으나 여기서는 어떤 目標設定方位角을 갖는 레이다가 一定速度로 運轉되어 오다가 어떤 目標物이 나타날 때 빠른 時間內에 적은 制御量을 소비하면서 目標物쪽으로 레이다의 方向을 最適으로

調節케 하는 問題를 確率系로 모델화 시켜 다루었다. 이렇게 確率系로 다루게 되는 이유로는, 一定速度로 運轉되는 레이다에 無作爲한 wind 토오크가 가해졌을 경우와 전위차계로 레이다의 角變位를 測定하던중 測定雜音이 존재했을 경우들을 들 수 있다. 따라서 이러한 外亂雜音信號들로 오염된 레이다—서어보系 狀態量을 最適으로 推定하고 다시 位置를 最適화시킬 목적으로 出力을 角變位로 택하여 이를 饋還시켜 감으로서 最終系를 最適化 시켜가는 最適確率制御機構設計問題를 다루었다. 이때 制御性能平價函數로는 二次型으로 택하였으며 이 平價函數를 最適화하도록 制御量을 여하히 最適制御할 것인가를 실현키 위해 出力피이드백 制御系의 構成, 調節器가 갖추어야 할 條件들을 규명하고 그 制御效果들을 디지털計算機로 數值解析하여 검토하여 보았다.^(12,13,14) 最適化 理論으로는 stochastic Hamiltonian-Jacobi-Bellman方程式의 最適化 原理를 도입하였으며 레이다—서어보系의 狀態모델에서 狀態變數는 電動機의 角變位, 角速度, 電機子電流를 택하고 制御量으로는 電機子電壓을 택하도록 하였다.

한편 이 電動機—負荷系의 系統方程式은 이때 非線型微分方程式으로 표현되므로 여기서는 電動機의 平衡運轉點을 중심으로한 微少變動을 고려하여 다루는 制御對象을 線型化 시켰다.

2. 最適狀態推定 및 位置制御 條件

制御對象인 레이다—서어보系의 狀態모델과 出力 모델은 적절한 가정하에 다음으로 표현됨을 증명할 수 있다.

$$\dot{X}(t) = A(t)X(t) + B(t)U(t) + D(t)W(t) \quad (1)$$

$$Y(t) = C(t)X(t) + V(t) \quad (2)$$

여기서

$X(t)$: n 벡터(狀態)

$Y(t)$: m 벡터(測定)

$U(t)$: γ 벡터(制御)

$W(t)$: n 벡터(프로세스雜音)

$V(t)$: m 벡터(測定雜音)

위 식에서 系의 初期狀態 X_0 를 다음과 같은 平均值와 共分散을 갖는 確率벡터

$$\begin{aligned} E[X_0] &= \bar{X}_0 \\ \text{cov}[X_0, X_0] &= P_0 \end{aligned} \quad (3)$$

로 가정하고 制御벡터 $U(t) \in R^r$ 는 時間 t 에 대하여 確率變數가 아닌 既知의 값으로 가정한다. 또한 行列 $A(t), B(t), C(t), D(t)$ 도 確率變數가 아닌 積절한 次元을 갖는 既知의 값으로 가정한다. 또한 外亂雜音벡터 $W(t), V(t)$ 는 平均置가 零인 白色確率過程(white zero mean stochastic process)으로 간주하며, 이들과 初期狀態 X_0 및 서로들 간에는 相關關係(correlation)를 갖지 않는 것으로 가정한다.

$$\left. \begin{aligned} E[W(t)] &= 0 \\ E[V(t)] &= 0 \\ \text{cov}[W(t), V(t)] &= 0 \\ \text{cov}[W(t), X_0] &= 0 \\ \text{cov}[V(t), X_0] &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

한편 n 및 m 차원 確率벡터 $W(t)$ 와 $V(t)$ 는 時間 t, τ 에 대하여 二次確率特性(second-order statistical property)를 갖는 것으로 가정하여 다음과 같이 놓는다.

$$\left. \begin{aligned} \text{cov}[W(t), W(\tau)] &= Q_2(t)\delta(t-\tau) \\ \text{cov}[V(t), V(\tau)] &= R_2(t)\delta(t-\tau) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

단,

- $Q_2(t)$: non-negative definite matrix
- $R_2(t)$: positive definite matrix
- δ : dirac delta function

한편 제어대상의 狀態모델이 確率모델 이므로 最適化를 위한 制御機構의 平價尺度에 平均値를 취하여 線型調節器設計에서의 最適化 平價基準를 택하도록 한다.

$$J = E \int_0^T [X^T(t)Q_1(t)X(t) + U^T(t)R_1(t)U(t)] dt \quad (6)$$

여기서 最終時間 T 는 固定된 것으로 생각하며 Q_1 은 non-negative definite 行列이고 R_1 은 positive definite 行列이다.

한편 허용되는 制御入力(admissible control)은 測定된 出力만의 函數이어야 한다.

$$U^*(t) = \mu[Y(\tau), \tau \in (0, t)]$$

여기서 μ 는 모든 測定置의 集合 $\{Y(\tau), \tau \in (0, t)\}$ 벡터 r 次元函數이다. 이제 식(6)의 目的函數도 確率變數이므로 과거로부터 현재의 時刻 t 까지 測定된 값들을 이용하는 條件付 平均値를 취하고

$$J = E \int_0^T [X^T(t)Q_1(t)X(t) + U^T(t)R_1(t)U(t)] dt | Y(\tau), \tau \in (0, t) \quad (7)$$

다시 한번 平均値를 취하면

$$J = E \int_0^T E[X^T(t)Q_1(t)X(t) + U^T(t)R_1(t)U(t)] dt | Y(\tau), \tau \in (0, t) \quad (8)$$

으로 표현된다.

한편 條件付 平均値를 취한 狀態變數와 誤差分散方程式을 다음과 같이 正義하고

$$\left. \begin{aligned} \dot{\hat{X}}(t) &= E[X(t) | Y(\tau), \tau \in (0, t)] \\ P_2(t) &= E[(X(t) - \hat{X}(t))[X(t) - \hat{X}(t)]^T] \\ &Y(\tau), \tau \in (0, t) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

식(8)을 정리하여 식(9)를 적용시키면 다음과 같은 二次形式의 平價函數가 얻어진다.

$$J' = E \int_0^T [\hat{X}^T(t)Q_1(t)X(t) + U^T(t)R_1(t)U(t)] dt + E \int_0^T Q_1(t)P_2(t) dt \quad (10)$$

단, t_r 은 trace임.

따라서 식(1) 및 식(2)로 표현되는 制御對象을 식(6)의 平價函數를 最少로 하는 最適確率制御의 最適制御量을 구하는 問題는, 雜音이 섞인 測定値로부터 最適필터링하여 狀態推定하여 낸 系의 應答을 식(10)의 平價函數를 最少로 하는 最適制御量을 구하는 問題로 집약된다. 이러한 문제는 分離解析이 가능하며 Kalman-Bucy필터와 LQ調節器 問題로부터 解를 구할 수 있다. 이때 Kalman-Bucy 필터를 만족하는 狀態推定式과 最少誤差分散方程式은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\dot{\hat{X}}(t) = A(t)\hat{X}(t) + B(t)U(t) + K(t)[Y(t) - C(t)\hat{X}(t)] \quad (11)$$

$$K(t) = P_2(t)C^T(t)R_2^{-1}(t) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \dot{P}_2(t) &= A(t)P_2(t) + P_2(t)A^T(t) \\ &\quad - P_2(t)C^T(t)R_2^{-1}(t)C(t)P_2(t) \\ &\quad + D(t)Q_2(t)D^T(t) \end{aligned} \quad (13)$$

단, $K(t)$: 칼만 利得행렬

또한 雜音이 섞인 測定置들을 最適필터링하여 狀態推定하여 낸 系의 應答을 다시 最適化시키는 問題는 식(10)에 最適化技法인 Stochastic Hamiltonian-Jacobi-Bellman 方程式을 이용하여 최적제어의 조건식을 도출하면

$$U^*(t) = -R_1^{-1}(t)B^T(t)P_1(t)\hat{X}(t) = -F(t)\hat{X}(t) \quad (14)$$

이며 여기서 行列 $P_1(t)$ 는 다음과 같은 行列 Riccati 方程式의 解이다.

$$-\dot{P}_1(t) = P_1(t)A(t) + A^T(t)P_1(t) - P_1(t)B(t)R_1^{-1}(t)B^T(t)P_1(t) + Q_1(t) \quad (15)$$

결국 식(14)를 最適狀態推定式에 대입하면 補償器特性을 갖는 最適饋還系의 狀態方程式은 다음과 같이 구성된다.

$$\dot{\hat{X}}(t) = [A(t) - B(t)F(t) - K(t)C(t)]\hat{X}(t) + K(t)Y(t) \quad (16)$$

단, $F(t)$: 饋還利得行列

이 論文에서는 어떤 目標設定 方位角을 갖는 레이다가 一定速度로 運轉되어 오다가 어떤 目標物이 나타날때 빠른 時間內에 적은 制御量을 소비하면서 目標物쪽으로 레이다의 方向을 最適으로 調節케하는 問題를 確率系로 다루어 보았다. 이렇게 레이다—서어보系の 問題를 確率系로 다루는 이유로는 i), 一定速度로 運轉되는 레이다에 無作爲한 wind토포크가 가해졌을 경우와 ii), 전위차제로 레이다의 角變位를 感知할 때 測定雜音이 存在했을 경우를 들 수 있다. 이때의 外亂信號들은 近似的인 正規性白色雜音인 것으로 간주하였다. 지금 레이다—서어보系の 狀態量을 最適으로 推定하기 위한 平價尺度로서 數式的 표현은 M.M.S.E(minimum mean square estimate) 平價函數를 사용하였으며 다시 最適狀態推定值를 最適化시키기 위한 數式的 표현은 식(10)과 같은 二次形式 平價函數를 사용하였다. 따라서 레이다—서어보系の 狀態量을 最適으로 推定하기 위한 目的函數는

$$J = E[\bar{X}^T \bar{X}] \quad (17)$$

단, \bar{X} : 狀態推定誤差

로 設定하였으며 推定된 狀態應答을 가지고 電動機의 角變位 θ_m 을 出力으로 하여 다시 最適化를 위한 目的函數는

$$J = E \left[\int_0^T [q_1 \theta_m^2 + R_1 \dot{L}^2] dt \right] \quad (18)$$

로 설정한다.

3. 最適確率制御機構의 具現

레이다—서어보系の 位置制御問題를 確率系로 택

하여 식(18)의 J 를 最小로 하는 最適制御量을 구하기 위해서는 非線型微分方程式인 行列 Riccati 方程式

$$\begin{aligned} -\dot{P}_1(t) &= P_1(t)A(t) + A^T(t)P_1(t) \\ -\dot{P}_1(t)B(t)R_1^{-1}(t)B^T(t)P_1(t) &+ CT(t)Q_1(t)C(t) \end{aligned} \quad (19)$$

을 境界條件 $P_1(T)=0$ 인 制約下에서 풀어야 한다. 이 方程式은 最終時間과 最終置가 주어진 非線型微分方程式이다. 여기서 $P_1(T)$ 가 T 에서 0까지 구해지면 最適化를 위한 調節裝置의 制御量이 아래와 같이 얻어진다.

$$U^*(t) = -R_1^{-1}(t)B^T(t)P_1(t)\hat{X}(t) \quad (20)$$

따라서 最適化 機能을 갖춘 最終制御系는 그림 1과 같이 具現化 시킬 수 있다

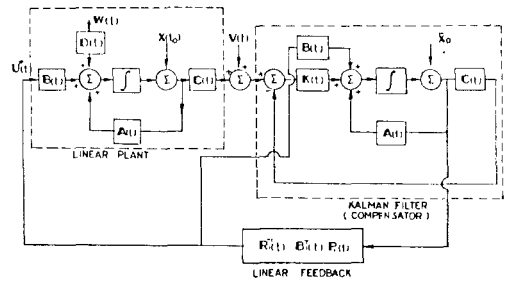


그림 1. 最適確率制御系의 블럭線圖
Fig. 1. Block diagram of the optimal stochastic control system.

이제 電動機의 一定速度 平衡運轉點(nominal operating point)을 기준하여 無作爲한 wind토포크로 말미암아 야기된 다른 狀態量들에 대한 變動分은

$$\Delta \dot{X}(t) = A(t)\Delta X(t) + B(t)\Delta U(t) \quad (21)$$

가 되고 初期條件은

$$\Delta X(0) = \Delta \bar{X}_0 \quad (22)$$

로 얻어진다. 狀態變數를 角變位, 角速度, 電機子電流로 택하였을 때 레이다의 一定速度 平衡點을 中心으로 微分量만큼 變化하였을 때의 각 狀態量은

$$\left. \begin{aligned} \theta_m &= \theta_{m0} + \Delta \theta_m \\ W_m &= W_{m0} + \Delta W_m \\ i_a &= I_{a0} + \Delta i_a \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

로 되며 여기서 $I_{a0}, W_{m0}, \theta_{m0}$ 들은 平衡狀態動作點에서의 狀態量이다.

한편 最適으로 推定된 狀態量중에서 位置를 最適化시킬 目的으로 出力을 角變位로 취하였을 때

$$\theta_m(t) = C\hat{X}(t) \quad (24)$$

로 되며 식(24)를 식(18)에 대입하여 얻어지는 目的函數는

$$J' = E \left\{ \int_0^T [\hat{X}^T C^T q_1 C \hat{X} + R_1 U^2] dt \right\} \quad (25)$$

로 표시된다. 따라서 外亂雜音으로 인하여 야기된 狀態量을 最適狀態推定하고 다시 角變位를 最適化시키자면 그림 2와 같은 濾터와 位置調節器를 구성시켜야 한다.

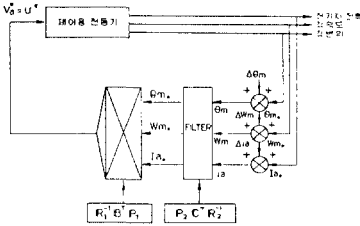


그림 2. 最適確率制御系의 블럭線圖

Fig. 1. Block diagram of the optimum position controller.

레이더 - 서어보系로 부터 角變位, 角速度, 電機子電流를 檢出하여 이것들과 雜音信號로 말미암아 야기된 増分量 $\Delta \theta_m$, Δw_m , Δi_a 를 합한뒤 칼만利得 행렬 $P_2 C^T R_2^{-1}$ 를 구하여 狀態量을 推定해 낸 다음 다시 위치를 最適化시킬 目的으로 饋還利得行列 $R_1^{-1} B^T P_1$ 를 구하여 最適制御된 電機子電壓 V_a^* 를 얻어낸다.

4. 設計事例研究을 위한 制御對象의 狀態모델의 유도.

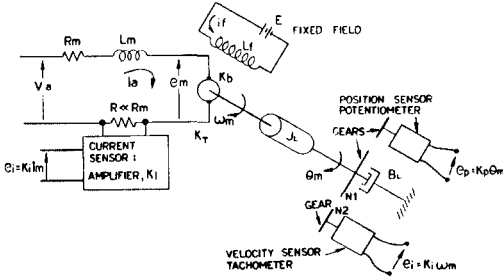


그림 3. 開루우프 位置制御系

Fig. 3. Open-loop position control system.

그림 3은 粘性摩擦과 慣性能率을 가지며 機械負荷의 位置를 制御할 수 있는 開루우프 位置制御系統을 나타낸 장치이다. 먼저 直流電動機를 이용하여 機械負荷의 速度推定 및 位置를 制御할 수 있도록 電動機 機械負荷간의 摩擦과 等價量을 고려한 運動方程式의 數學的 표현은 다음과 같이 세울 수 있다. (부록)

$$\left. \begin{aligned} V_a(t) &= R_m i_a(t) + L_m di_a(t)/dt + e_m(t) \\ \phi(t) &= K_f i_a = \phi(\text{界磁磁束 - 一定}) \\ T(t) &= K_m \phi i_a(t) = K_m K_f i_a(t) = K_T i_a(t) \\ T_D(t) + T(t) &= J \frac{d^2 \theta_m(t)}{dt^2} + B \frac{d\theta_m(t)}{dt} \\ W_m(t) &= \frac{d}{dt} \theta_m(t) \\ e_m(t) &= K_b W_m(t) = K_b \frac{d\theta_m(t)}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

이때 狀態變數를 $X_1 = \theta_m$, $X_2 = w_m$, $X_3 = i_a$ 로 택하면 이 系의 狀態方程式은 다음과 같은 벡터 行列型으로 표현된다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{J} & \frac{K_T}{J} \\ 0 & -\frac{K_b}{L_m} & -\frac{R_m}{L_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ L_m \end{pmatrix} V_a + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{pmatrix} T_D \end{aligned} \quad (27)$$

또한 出力端에서 角變位를 測定하던중 不規則한 測定雜音이 발생된다고 생각하였을 때 出力方程式을 벡터行列로 표현하면 다음과 같다.

$$Y(t) = [1 \ 0 \ 0] X(t) + V(t) \quad (28)$$

따라서 電動機 機械負荷의 定數 및 諸特性값을 가지고 식(27)에 대입하면 다음과 같은 狀態모델이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0.025 & 1.666 \\ 0 & -144 & -7.2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 144 \end{pmatrix} V_a + \begin{pmatrix} 0 \\ 1.666 \\ 0 \end{pmatrix} T_D \end{aligned} \quad (29)$$

5. 狀態推定器의 設計와 狀態推定의 數值解析

事例對象으로 택한 레이더 - 서어보스에 諸物理定數값을 대입시킨 狀態모델과 出力方程式은 線型時不變系로 표현된다. 이 系에서 T_0 는 無作爲한 wind토 오크에 의해 발생된 外亂벡터이며 V 는 出力端에서 角變位를 測定하던중 外部로 부터 혼입된 測定雜音 벡터이다. 결국 이러한 雜音信號들을 제거시켜 一定速度로 運轉되는 레이더의 定速度 및 그 밖의 狀態量들을 추정해 내기 위해서는 狀態推定器를 設計하여야 하며 이것을 위한 선행조건으로는 系統의 可觀測性이 만족되어야 한다.

본 연구에서는 可觀測性을 만족시키는 레이더 - 서어보스의 數學的 모델에서 레이더의 速度 및 그 밖의 狀態量을 最適으로 推定하기 위한 目的函數는 식 (17) 과 같은 最小平均自乘誤差函數形態로 취하였으며 時刻 t 에서 測定된 測定值($Y(\tau), t_0 \leq \tau < t$)의 모든 정보를 가지고 狀態를 推定할 수 있는 狀態推定值 $\hat{X}(t)$ 는 식(9)와 같이 設定하였다.

한편 실제적인 狀態推定器 設計問題에서 動的系의 數學的인 모델링은 差分方程式 보다도 微分方程式 形態로 많이 표현된다. 그러나 궁극적으로 狀態推定器의 設計수행은 電子計算機로 수행되어야 하기 때문에 時連續인 測定보다는 오히려 離散化된 데이터로 묘사하는 것이 보다 더 바람직 하므로 時連續의 表現된 식의 狀態推定式을 表 1에서 보여준 바와 같이 離散狀態推定式으로 변화시켜 電算機로 數值解析하여 狀態量과 最適制御量을 구하였다.

Table 1. Optimal linear control law for a stochastic system.

最適推定 알고리즘	最適制御 알고리즘
1. 狀態推定式 $X_{k+1} = X'_{k+1} - K_{k+1} [CX'_{k+1} - Y_{k+1}] + QU_k^*$ 여기서 $X'_{k+1} = PX_k$	1. 最適制御量 $U_k^* = -F_k X_k$
2. 칼만利得行列式 $K_{k+1} = \Gamma'_{k+1} C^T [C \Gamma'_{k+1} C^T + R_2]^{-1}$ 여기서 $\Gamma'_{k+1} = P \Gamma_k P^T + R Q_2 R^T$	2. 最適饋還利得行列式 $F_k = [R_1 + Q^T S_{k+1} Q]^{-1} Q^T S_{k+1} P$ 여기서 $S_k = P^T M_{k+1} P + C^T Q_1 C$

3. 最小誤差分方程式 $\Gamma'_{k+1} = \Gamma'_{k+1} - K_{k+1} C \Gamma'_{k+1}$	3. 行列 Riccati方程式 $M_k = S_k - S_k Q_1^{-1} R_1 + Q^T S_k Q^{-1} Q^T S_k$
--	---

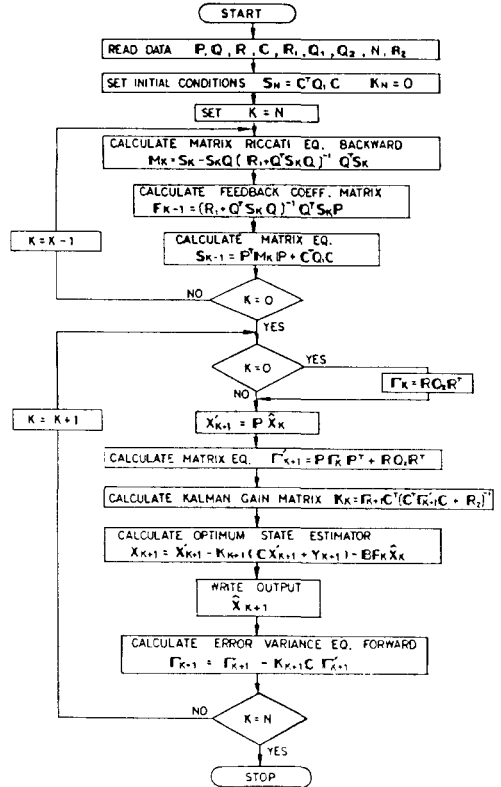


그림 4. 最適確率制御系의 電算機 프로그래밍을 위한 흐름도

Fig. 4. Flow chart for a computer simulation of the optimal stochastic position control system.

먼저 次後 比較가 될 것 같아서 프로세스 및 測定雜音벡터 項이 포함되지 않은 레이더 - 서어보스의 定速度特性을 알아보기 위하여, 初期狀態量이 霧이며 入力을 單位階段函數로 취하였을 때 角速度의 尖頭오버슈우트는 霧이후 처음부터 발생하였으며 最大瞬時置의 값은 1,567로 나타내었다.

또한 이 角速度의 時間應答特性과 그밖의 狀態量들의 系統을 그림 5에 보였으며 이것은 실제의 數值

에다 角變位는 20배 角速度는 30배 電機子電流는 9 배를 취하여 電算機로 圖示시킨 것이다.

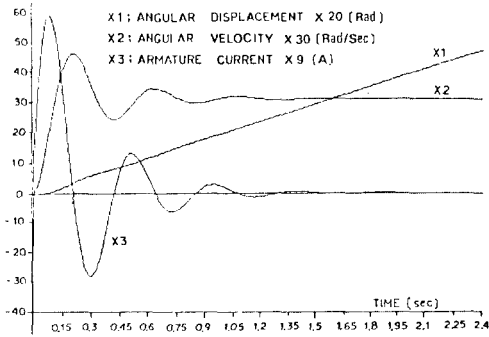


그림 5. 外亂雜音이 포함되지 않은 레이다 - 서어보系の 狀態遷移

Fig. 5. State transition of Radar Servo systems not-containing disturbance.

또한 一定速度로 運轉되는 레이다에 無作爲한 wind토오크로 말미암아 야기되어진 레이다 - 서어보系の 각 狀態量은 그림 6으로 나타내었으며 그리고 測定雜音信號로 말미암아 야기된 出力波型은 그림 7에 나타내었다. 여기서 프로세스雜音信號와 測定雜音信號에 대한 標準偏差(standard deviation) 값들은 각각 0.1 및 0.01로 취하였다.

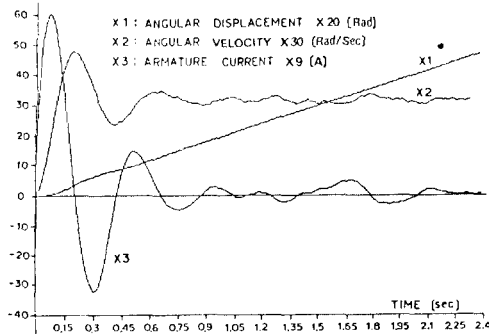


그림 6. 프로세스 잡음신호에 의한 레이다-서어보系の 狀態遷移

Fig. 6 State transition of Radar Servo systems distorted by process noise

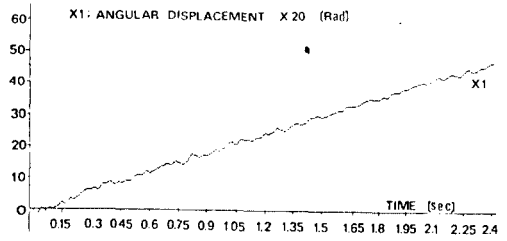


그림 7. 프로세스 雜音 및 測定雜音으로 인한 레이다-서어보系の 角變位應答

Fig. 8. The angular displacement of Rader-Servo systems distorted by noise of the process and measurement.

그림 6 및 그림 7에서와 같이 雜音信號가 섞인 狀態로 부터 狀態推定器를 이용하여 雜音信號를 제거하고 원래의 狀態를 推定하는 問題는 알맞는 雜音強度行列(noise intensity matrix) Q_2 및 R_2 의 선택에 따른다. 이것은 雜音信號에 대한 分散값을 알지 못하기 때문에 試行錯誤法으로 濾波地域을 조절해 보면서 최종값을 택해낼 수 있다. 그림 8은 $q_2=100$ $R_2=1$ 로 취하였을 때의 狀態應答波型이다.

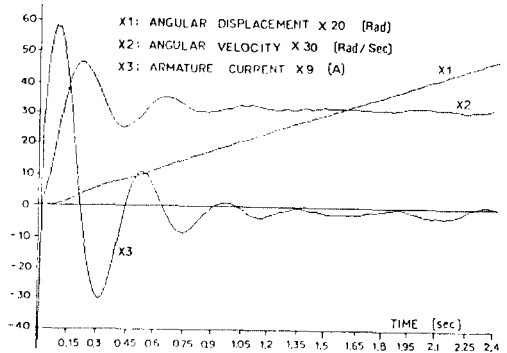


그림 8. 雜音強度行列 $q_2=100$, $R_2=1$ 인 濾波된 레이다 - 서어보系の 狀態遷移

Fig. 8. State transition of Radar servo systems filtered by noise intensity matrix with $q_2=100$, $R_2=1$

여기서 雜音強度行列 q_2 값을 증가시키면 매우 큰誤差分散값을 얻게 되며 따라서 높은 利得을 갖는 필터로 되어 진다. 이럴 경우 필터의 周波數帶域幅을 넓어지며 濾波된 狀態應答 $\hat{X}(t)$ 는 그림 8 과 같다. 이것은 레이더 - 서어보系에서 電動機의 角變位, 角速度, 電機子電流값들에 外亂雜音信號가 포함되므로 레이더의 回轉運動이 고르지 못하게 된다는 것을 의미한다.

한편 필터링 周波數帶域幅을 정하는데 雜音強度行列 Q_2 와 R_2 는 서로 雙對性을 가지고 있다. 즉, R_2 값을 작게 취하면 필터의 周波數帶域幅이 너무 넓어져서 濾波된 狀態應答 $\hat{X}(t)$ 는 역시 위글링(wiggling)되어진다. 그림 9는 $q_2=0.1$, $R_2=1$ 로 취하였을 때 濾波된 狀態應答 $X(t)$ 의 變化를 圖示한 것이다.

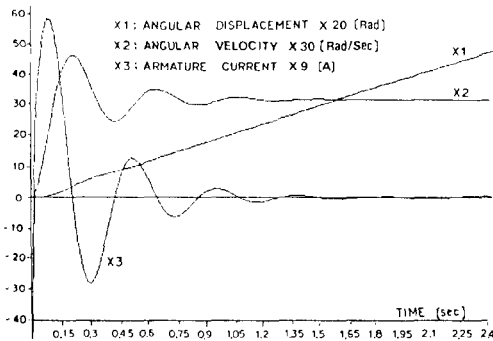


그림 9. 雜音強度行列 $q_2=10$, $R_2=1$ 인 경우 濾波된 레이더 - 서어보系의 狀態遷移
Fig. 9. State transition of Radar Servo systems filtered by noise intensity matrix with $q_2=10$, $R_2=1$.

즉 q_2 값의 감소로 말미암아 濾波된 狀態應答는 外亂雜音이 포함되지 않은 그림 5와 거의 近似的으로 일치함을 알 수 있다. 이것은 레이더 - 서어보系에서 레이더에 가해지는 外亂雜音信號가 거의 濾波되어 레이더의 回轉運動이 定速度로 運轉됨을 의미한다.

6. 最適制御系의 構成과 數值解析

狀態推定의 結果에서 밝힌 바와 같이 레이더에 外亂雜音信號 및 測定雜音信號로 인하여 야기된 레이

더 - 서어보系의 回轉速度變動 및 그밖의 狀態量들을 最適으로 推定해 내기 위해서는 雜音強度行列을 試行錯誤法에 의하여 $q_2=0.1$, $R_2=1$ 로 택하였을 때 推定된 速度應答와 그 밖의 狀態量이 레이더 - 서어보系의 平衡狀態應答와 일치함을 알 수 있었다. 그러나 여기서 推定된 狀態量들은 確率的으로 推定되어진 狀態量들이기 때문에 이 狀態量들을 가지고 饋還시켜 감으로서 最終系를 最適化 시켜가는 最適制御設計問題는 確率的制御設計問題로 귀결되는 것이다.

이에 따라 본 研究에서는 最適으로 推定된 狀態量 가운데 位置를 最適化 시킬 목적으로 出力을 식(24)와 같이 角變位로 택하여 이를 饋還시켜 감으로써 적은 制御量을 소비하면서 레이더의 位置를 目標物쪽으로 最適으로 調節케 하고자 한다. 따라서 이때의 目的函數는 식(25)과 같이 設定될 수 있으며 이 目的函數를 最小로 하는 最適制御量은 식(26)과 같이 定式化할 수 있다. 이제 位置調節裝置의 制御量을 가지고 最適化 機能을 갖춘 最終位置制御系는 식(16)과 같이 具現시킬 수 있다.

한편 推定된 狀態量을 가지고 位置制御問題를 다룰 경우, 最適化 된 閉루우프의 最適位置制御應答特性은 平價函數의 制御荷重行列 q_1 과 R_1 의 試行錯誤的인 方法에 의하여 調節되어지며 이 事例研究결과 q_1 값과 R_1 값의 비율을 100:1로 하였을 때 電動機의 角變位가 短時間內에 目標物쪽으로 調節되어짐을 알 수 있었다. 이때 角變位の 變位分은 그림10에 圖示하였고 電機子電壓(制御量)의 變化分은 그림11에 圖示하였다. 이것은 실제의 數值이다. 각각 10배를 취하여 디지털計算機로 圖示한 것이다.

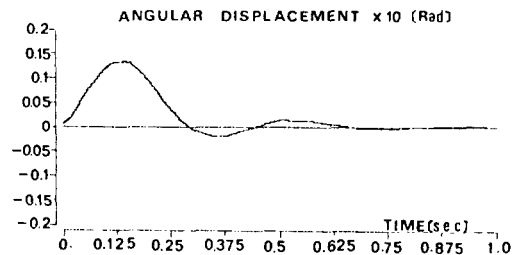


그림10. 最適化된 角變位 對 時間特性
Fig. 10. Optimal angular displacement Vs. time.

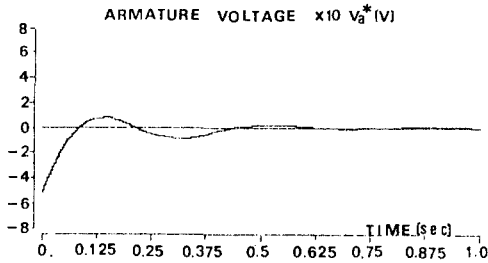


그림 11. 最適化된 電機子電壓 對 時間特性

Fig. 11. Optimal armature voltage Vs. time.

7. 結 論

본 研究는 레이더-서어보系の 位置制御問題를 確率系로 택하여 最適確率位置制御機構의 設計方法을 論하였다. 事例對象으로 레이더-서어보系の 位置制御問題를 적절한 가정하에 確率모델로 시뮬레이션한 후 最適推定 및 最適制御를 위한 制御方策을 具現시켰다. 또한 이로 인한 制御效果들의 타당성을 검토하여 보기 위하여 時連續의으로 표현된 레이더-서어보系の 狀態모델을 離散時間過程으로 모델링한 다음 離散화된 狀態推定 및 最適制御의 알고리즘에 의해 數值解析시 신속하고도 간결한 結果를 얻을 수 있었다.

1) 狀態推定을 위한 칼만필터 設計時推定應答은 雜音強度行列 Q_2 및 R_2 의 試行錯誤的인 方法으로 적당히 택하여야만이 적당한 周波數帶域幅을 갖는 필터로 動作하여 雜音信號가 제거되어 짐을 알 수 있었다. 事例研究時 레이더-서어보系の 速度推定問題를 確率制御問題만으로 다루었을 경우 雜音強度行列 q_2 對 R_2 의 比率를 0.1:1로 택하였을 때 速度推定應答과 그 밖의 狀態量이 外亂雜音信號가 포함되지 않은 平衡狀態應答과 近似的으로 일치하였다.

2) 推定된 狀態應答들 가운데, 이중 角變位만을 饋還시켜 감으로서 位置를 最適化 시켜 가는 最適位置制御設計問題로 다루어 보았을 때 制御方法으로 인한 制御效果들을 荷重行列 Q_1 , R_1 을 적절하게 택함으로써 閉루우프系의 應答을 희망하는 값으로 선택해낼 수 있었다. 事例研究時 q_1 과 R_1 의 比率를 100:1로 두었을 때 적은 制御量을 소비하면서 레이더의 位置가 目標物쪽으로 最適으로 調節되어졌다.

後 期

“이 論文은 峨山社會福祉事業財團의 1985年度 研究費 지원에 의하여 研究되었음”

참 고 문 헌

1. B.C.Kuo, "Automatic Control Systems," Prentice-Hall Inc., third edition, 1975
2. L.B.K Sastry "Flow Graph Theory Study of DC Motor Dynamics" U.D.C 621, 313, 223, 001, 1967. 9.
3. Y.B.Lee and E.U.Lee, "Digital Computer Calculation on the Dynamic Characteristic of a DC Motor," Journal of K.I. I. E., Vol. 6, No. 1, PP. 161-165, Jun. 1980.
4. D.E.Kirk, "Optimal Control Theory," Prentice-Hall Inc., 1967.
5. E.A.Freeman, K.M.Abbott, "Design of Optimal Linear Control System with Quadratic Performance indices" PROC, IEEE. Vol.114, No.8, August 1967.
6. S.H.Chang and Y.B.Lee, "Optimization Design of a Second-Order System by the State Variable Feedback Compensation," Journal of K.I.I.E., Vol. 2, No.2, PP. 36-43, Dec. 1981.
7. M.Athans, "The Role and Use of the Stochastic LQG Problem in Control System Design," IEEE Autom. Contr., Vol. Ac-16, No.6, PP. 529-552, Dec. 1971.
8. Takayoshi Nakamizo, "Stochastic Optimal Control Theory," System and Control, Ac-16, Vol. 7, pp. 527-539. 1972.
9. Edison Tse, "On the Optimal Control Stochastic Linear System," IEEE Trans. Autom. Contr., Vol. Ac-16, No.6, pp.776-785 Dec. 1971.
10. N.Kwakernaak, R.Sivan, "Linear Optimal Control Systems," John Wiley and Sons Inc., 1972.
11. Samuel L.Fagin, "Stochastic Servomechanism Design Via Optimal Filter Theory., IEEE Trans. Autom. Contr., pp. 722-725. Dec. 1969.
12. P.S.Mayback. "Stochastic Models, Estimation and Control," Vol. 1, Academic Press, 1979.
13. Gene F.Franklin and J.D.Powell, "Digital

Control of Dynamic Systems," Addison-Wesley Publishing Comp., 1980.
 14. Shans Kuo, "Computer Applications of Numerical Methods," Addison-Wesley Publishing Comp., 1972.

K_b : 逆起電力定數 { $1 \text{ (v} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s)}$ }
 $e_m(t)$: 電機子의 逆起電力(V)
 $T(t)$: 電動機의 發生回轉力(N·m)
 $T_p(t)$: 外亂回轉力(N·m)
 J_m : 電動機軸에 관한 回轉子慣性能率 { $0.1 \text{ (N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^2)$ }
 B_m : 電動機軸에서의 回轉子粘性摩擦係數 { $0.01 \text{ (N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s)}$ }
 B_L : 機械負荷의 粘性摩擦係數 { $0.02 \text{ (N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s)}$ }
 J_L : 機械負荷의 慣性能率 { $2 \text{ (N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^2)$ }
 J : 電動機軸에서의 回轉子等價慣性能率 { $0.6 \text{ (N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s}^2)$ }
 B : 電動機軸에서의 回轉子等價粘性摩擦係數 { $0.015 \text{ (N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s)}$ }
 $w_m(t)$: 角速度 [rad/sec]
 $\theta_m(t)$: 角變位(rad)
 n : 電動機와 負荷간의 齒車比 { $n = N_m/N_L = 1/2$ }

附 錄

[記號說明 및 諸物理定數]

$V_a(t)$: 電動機의 電機子捲線電壓(V)
 ϕ : 主界磁磁束
 K_f : 磁束比例定數
 i_f : 電動機의 界磁電流
 $i_a(t)$: 電動機의 電機子電流(A)
 L_m : 電機子回路의 自己인덕턴스 { 0.00695 (H) }
 R_m : 電機子回路의 抵抗 { $0.05 \text{ (}\Omega\text{)}$ }
 K_T : 回轉力定數 { $1 \text{ (v} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s)}$ }