

Zernike 모멘트와 LAT(Local Affine Transformation)를 이용한 필기체 숫자 인식

안성호 · 최원호

전자공학과

<요약>

본 논문에서는 오프 라인 필기체 숫자 패턴에 대하여 Zernike 모멘트와 LAT(Local affine transformation)을 이용한 패턴 정합에 관하여 연구하였다. LAT 정합은 다른 정합 방법들보다 다소 시간이 많이 소요되기 때문에 LAT 정합에서 소요되는 시간을 줄이기 위해서 Zernike 모멘트를 이용하여 미리 LAT 정합에 사용되어질 마스크 패턴을 선별하였다. LAT 정합에서는 인식의 신뢰도를 향상시키기 위하여 구조적 특징인 교차수와 주축을 첨가하여 LAT 정합 조건식의 가중치로 적용하였다. 실험은 필기체 숫자 패턴에 대해서 수행하고, Axil Workstation에서 시뮬레이션을 하였고, 인식률은 91.6%였다.

Handwritten Numeric Character Recognition Using Zernike Moment and the Local Affine Transformation

Sung-Ho An · Won-Ho Choi

Department of Electronic Engineering

<Abstract>

An off-line pattern matching method of handwritten numerals using Zernike moment and the local affine transformation(LAT) is proposed. Pattern matching is one of the character recognition methods in which mask patterns are needed.

Since the computation time of LAT is somewhat longer than that of the other

matching methods, the mask patterns to be used in LAT are selected in advance by using Zernike moment.

The method using Zernike moment and LAT is suitable to recognize handwritten numeric characters, since it is invariant in scale, rotation, shearing, and translation. To improve the performance, the principal angles and crossing counts are combined to LAT as the weight of the objective function.

Several handwritten characters are used and simulated on Axil workstation. The recognition rate of 91.6% is achieved.

I. 서 론

패턴 정합은 입력 패턴을 미리 설정된 여러 개의 마스크 패턴들에 각각 정합 시켜서 최적의 정합을 얻은 마스크 패턴을 찾아서 입력 패턴을 인식하는 방법이다. 패턴 정합은 대표적으로 이완 정합(relaxation matching)^[1]과 동적 프로그램 정합(dynamic programming matching)^[2]등이 있다. 본 논문에서는 Zernike 모멘트와 LAT(Local Affine Transformation)정합 방법을 사용하여 필기체 숫자를 인식한다. 모멘트는 계산량이 많기 때문에 모멘트의 계산 시간을 줄이기 위해서 입력되는 패턴을 이진 영상으로 하여서 계산속도를 줄였다. 그리고 모멘트 중에서도 정보의 중복(information redundancy)과 잡음 감도(noise sensitivity)에서 다른 모멘트에 비해 가장 우수한 Zernike 모멘트를 사용하였다. Zernike 모멘트는 위치, 크기, 특히 회전된 문자를 인식하기에 용이하다.^[3] LAT 정합은 Wakahara에 의해 제안되었으며, 이 방법은 입력 패턴의 각 부분영역에서의 왜곡을 선형 변환 연산으로 표현할 수 있다는 가정에 기초하여 수행을 한다. LAT는 문자의 크기 변화, 회전, 일그러짐, 이동 등에 강인성(robustness)을 가진다. 이 두 가지 방법을 사용하여 회전, 크기 변화, 일그러진 문자를 인식하려는 것이다. Wakahara가 제안한 LAT를 이용한 정합 방법은 시간이 많이 소요되기 때문에 Zernike 모멘트 벡터들을 구해서 미리 LAT 정합에 사용되어질 마스크 패턴을 선별하여서 선별된 마스크 패턴에 대해서 LAT 정합을 수행하여서 인식 시간을 줄인다. 그리고 LAT를 이용한 정합 방법^{[4][5]}에 구조적인 정보를 첨가하는 것이 용이하다. 구조적인 정보는 인식의 신뢰도를 높이기 위해서 LAT 정합 조건식의 가중치로 적용하였다. 시험 패턴은 20명이 한 숫자에 대해서 5번씩 총 1000개의 필기체 숫자 패턴을 사용하였다. 시뮬레이션은 Axil workstation으로 수행하였다.

II. Zernike 모멘트를 이용한 마스크 패턴 선정

2.1 Zernike 모멘트(Zernike Moment)

Zernike는 크기가 1인 원의 내부에 완전한 직교함수의 형태를 가지는 복소 다항식의 집합을 소개하였다. 여기서 복소 다항식을 $\{V_{nm}(x, y)\}$ 으로 표시하고, 다항식의 형태는 다음과 같다.

$$V_{nm}(x, y) = V_{nm}(\rho, \theta) = R_{nm}(\rho) \exp(jm\theta) \quad (2-1)$$

여기서

n 양의 정수 또는 0

m $n - |m| \leq n$, $n - |m|$ 이 짝수일 경우의 양 또는 음의 정수

ρ 원점에서 (x, y) 까지의 크기

θ 반시계 방향으로 x축과 벡터 ρ 까지의 각도와 같다.

반지름 다항식(Radial polynomial)은 다음과 같이 정의한다.

$$R_{nm}(\rho) = \sum_{s=0}^{\frac{n-|m|}{2}} (-1)^s \cdot \frac{(n-s)!}{s! (\frac{n+|m|}{2} - s)! (\frac{n-|m|}{2} - s)!} \rho^{n-2s} \quad (2-2)$$

여기서 $R_{n,-m}(\rho) = R_{nm}(\rho)$ 이다.

Zernike 모멘트는 직교 기본 함수들에서 영상 함수로 투영을 한 것이다. 연속 영상 함수 $f(x, y)$ 에서 반복인자 m 을 가지는 차수 n 의 Zernike 모멘트는 다음과 같이 정의한다.

$$\int \int_{x^2 + y^2 \leq 1} [V_{nm}(x, y)]^* V_{pq}(x, y) dx dy = \frac{\pi}{n+1} \delta_{np} \delta_{mq} \quad (2-3)$$

디지털 영상에서는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_{nm} = \frac{n+1}{\pi} \sum_x \sum_y f(x, y) V_{nm}^*(\rho, \theta), \quad x^2 + y^2 = 1 \quad (2-4)$$

주어진 디지털 영상에서 Zernike 모멘트를 계산하기 위해서는 영상의 중앙을 원점으로 하고, 화소의 좌표를 크기가 1인 원안에 사상을 한다. 그리고 크기가 1보다 큰 화소들은 계산에서 제외가 된다.

Zernike 모멘트는 차수가 높을수록 정확하게 입력된 영상을 표현할 수 있다. 그러나 입력된 영상에 노이즈가 있으면 차수가 높을수록 노이즈에 민감하다.^[3] 그래서 본 논문에서는 차수 n 을 8차로 해서 Zernike 모멘트를 계산을 한다. 차수가 8차 일 경우에 Zernike 모멘트 크기 벡터의 수는 25개가 된다.

필기체 숫자 0에서 9까지의 Zernike 모멘트 크기 벡터들 즉 23개의 벡터들의 크기를 서로 비교해보면 그림 2-1에서 그림 2-4와 같다

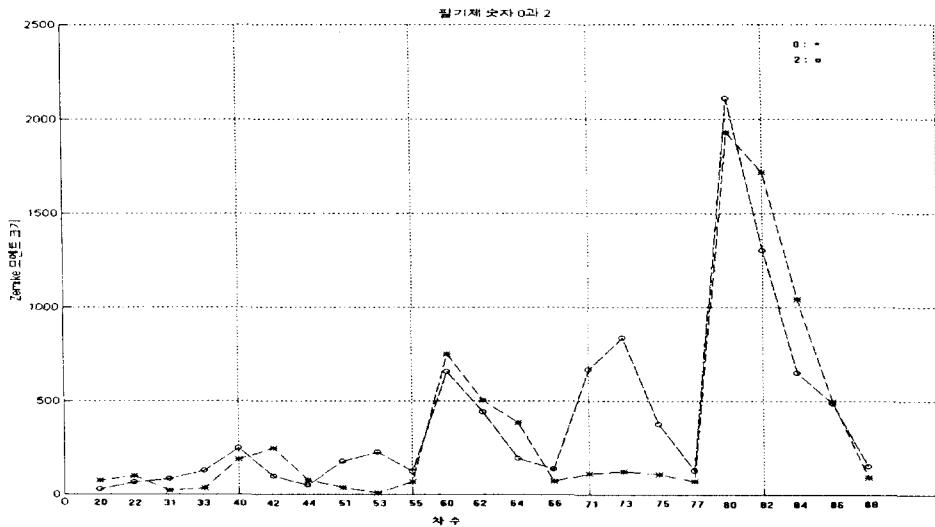


그림 2-1. 필기체 숫자 0과 2의 Zernike 모멘트 크기 비교

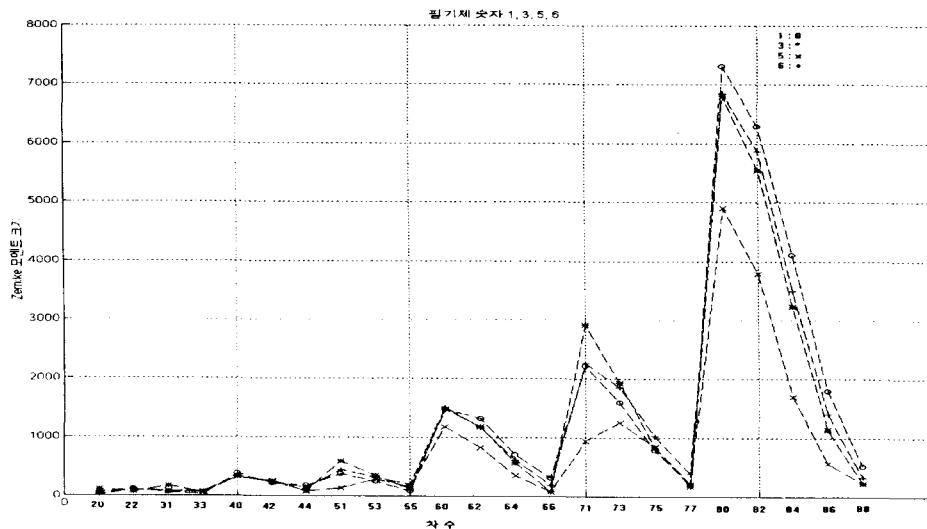


그림 2-2. 필기체 숫자 1, 3, 5, 6의 Zernike 모멘트 크기 비교

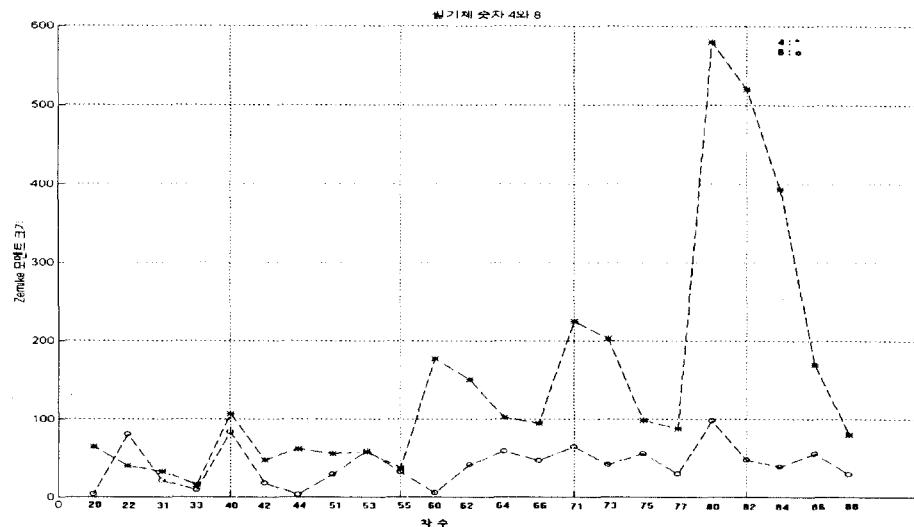


그림 2-3. 필기체 숫자 4와 8의 Zernike 모멘트 크기 비교

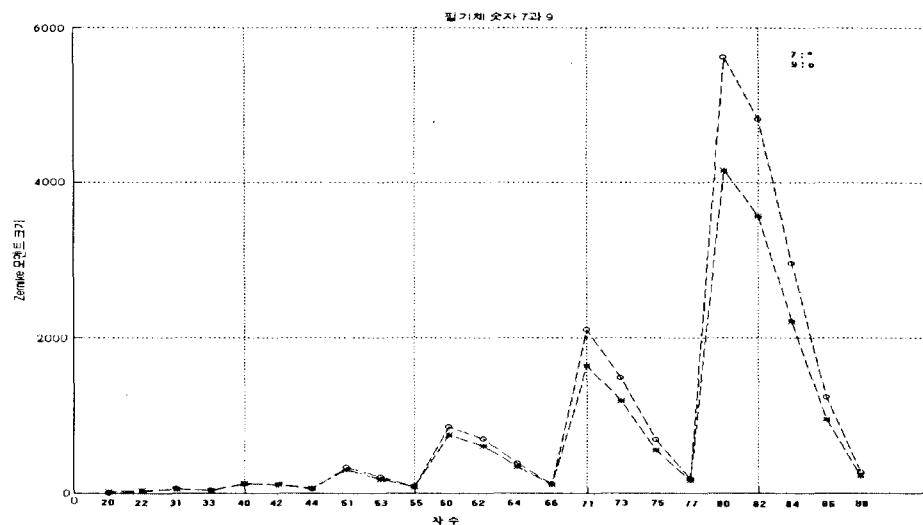


그림 2-4. 필기체 숫자 7과 9의 Zernike 모멘트 크기 비교

III. LAT (Local Affine Transformation)를 이용한 패턴 정합 방법

3.1 LAT (local affine transformation)

M개의 흑화소로 구성되어 있는 마스크 패턴을 R이라 하고, N개의 흑화소로 구성되어 있는 입력 패턴을 S라 하고 다음과 같이 나타낸다

$$R = (R_1, R_2, \dots, R_i, \dots, R_M) \quad (3-1)$$

$$S = (S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_N) \quad (3-2)$$

여기서, R_i 는 마스크 패턴의 i번째 흑화소의 위치 벡터이고, S_k 는 입력 패턴의 k번째 흑화소의 위치 벡터이다.

LAT를 이용한 단일 정합 과정은 다음의 5단계로 이루어져 있다.

◆ 단계 1

마스크 패턴의 i번째 흑화소 R_i 에 대한 affine transformation은 다음과 같이 정의한다.

$$R'_i = A_i R_i + b_i \quad (1 \leq i \leq M) \quad (3-3)$$

여기서, A_i 는 회전, 크기 변화, 밸린 등을 나타내는 2×2 행렬이고, b_i 는 위치 변화를 나타내는 벡터이다.

$$\begin{aligned} A_i &= (a_{pq}), \quad p, q = 1, 2 \\ b_i &= (b_x, b_y)^T \end{aligned} \quad (3-4)$$

◆ 단계 2

변형의 부분적인 연속성을 보장하기 위하여 마스크 패턴 R_i 의 이웃 화소 R_j 에 같은 A_i 와 b_i 를 적용한다.

$$R'_j = A_i R_j + b_i \quad (j \neq i) \quad (3-5)$$

◆ 단계 3

마스크 패턴 R_i 에 대해서 최적의 A_i 와 b_i 를 정하기 위해서 목적 함수를 도입한다. 목적 함수는

$$\begin{aligned}\Psi_i &= \sum_j \omega_{ij} \sum_k \rho_{jk} \|R_j - S_k\|^2 \\ &= \sum_j \omega_{ij} \sum_k \rho_{jk} \|A_i R_j + b_i - S_k\|^2\end{aligned}\quad (3-6)$$

이다. ω_{ij} 는 마스크 패턴의 화소 R_i 에 대해서 이웃 화소 R_j 가 목적 함수 Ψ_i 에 미치는 영향을 조절하기 위한 가중치이다. ρ_{jk} 는 마스크 패턴의 화소 R_j 에 대해서 입력 패턴의 화소 S_k 가 목적 함수 Ψ_i 에 미치는 영향을 조절하기 위한 가중치이다. 이 가중치들은 두 화소의 거리가 멀어질수록 줄어들어야 하며, 이를 만족하는 함수로 가우시안 윈도우 함수 (Gaussian window function)를 적용한다. 가중치 ω_{ij} 와 ρ_{jk} 는

$$\begin{aligned}\omega_{ij} &= \exp(-\|R_i - R_j\|^2/\theta_s^2) \\ \rho_{jk} &= \exp(-\|R_j - S_k\|^2/\theta_d^2)\end{aligned}\quad (3-7)$$

이다. 여기서, θ_s 와 θ_d 는 가우시안 윈도우 함수의 분포를 나타내는 윈도우 매개 변수 (window parameter)이다. θ_s 와 θ_d 는 다음 식과 같은 관계를 가지고 있다.

$$\theta_d = \alpha \cdot \theta_s, \quad 0.0 < \alpha < 1.0 \quad (3-8)$$

여기서, α 는 비례 상수로 실수 값이다.

◆ 단계 4

목적 함수는 A_i 와 b_i 의 각각의 원소에 대해서 편미분한 값이 0이 될 때 최소 값이 된다.

$$\begin{aligned}\partial \Psi_i / \partial a_{pq} &= 0, \quad (p, q = 1, 2) \\ \partial \Psi_i / \partial b_i &= 0\end{aligned}\quad (3-9)$$

목적 함수가 가중치가 부여된 최소-제곱 데이터 접합 (weighted least-squares data fitting)의 형태이므로 식(3-9)은 6개의 선형 방정식이 된다. 즉,

$$\begin{aligned}\sum_j \omega_{ij} \sum_k \rho_{jk} R_j (A_i R_j + b_i - S_k)^T &= 0 \\ \sum_j \omega_{ij} \sum_k \rho_{jk} (A_i R_j + b_i - S_k) &= 0\end{aligned}\quad (3-10)$$

이다. 식(3-10)의 해를 구함으로써 목적 함수 값이 최소일 때의 A_i 와 b_i 를 얻을 수 있다. 이 값이 최적의 A_i 와 b_i 값이다.

◆ 단계 5

단계 4에서 구해진 A_i 와 b_i 를 마스크 패턴에 적용함으로써 마스크 패턴을 변형시킨다.

$$R'_i = A_i R_i + b_i \quad (1 \leq i \leq M) \quad (3-11)$$

LAT의 한 예를 그림 3-1에 나타내었다. 그림 3-1에서 \oplus 은 마스크 패턴의 화소, \circ 은 입력 패턴의 화소, ●은 일치되는 화소를 나타낸다. LAT는 화소 R_i 를 가까운 이웃 화소로 이동시키지 않고, 이웃 화소 R_j 와 입력 패턴과의 목적 함수를 구하여, 이 함수를 최소로 하는 최적의 A_i 와 b_i 를 구하여 R_i 를 이동시킨다. 즉, 화소 R_i 를 입력 패턴의 가까운 이웃 점으로 무조건 이동시키지 않고, 마스크의 이웃 화소들의 분포를 고려하여 최적의 이동점을 찾는다.

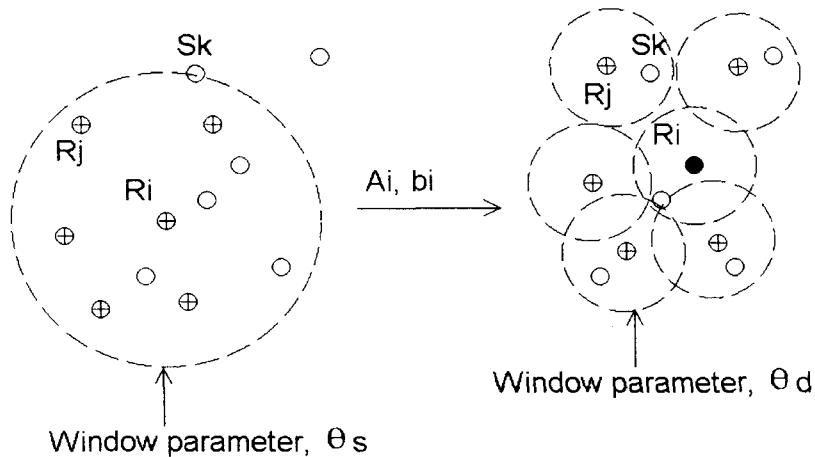


그림 3-1. LAT의 예

3.2 반복 LAT 과정

패턴 정합의 최종 목적은 입력 패턴과 이에 대응하는 마스크 패턴을 점-대-점 대응이 이루어지도록 하는 것이다. 최적의 정합을 만들기 위해서 윈도우 매개변수의 크기를 줄여서 궁극적으로 점-대-점 대응이 되도록 한다. 또한 알고리즘을 반복 수행하면 점차 알고리즘이 수렴하는 성질을 가진다.

윈도우 매개변수의 크기를 줄이면서 LAT를 반복 수행하여 입력 패턴과 마스크 패턴이 최적의 정합을 이루도록 유도하고, 알고리즘이 점차 수렴하도록 만든다. 반복 알고리즘에서 윈도우 매개변수의 크기는 다음과 같이 줄인다

$$\begin{aligned}\theta_s(t) &= \theta_s(0)/\sqrt{t} \\ \theta_d(t) &= \alpha \cdot \theta_s(t), \quad \alpha \in (0.0, 1.0)\end{aligned}\tag{3-12}$$

여기서, t는 반복 횟수로 t = 1, 2, 3, ... 이고, $\theta_s(0)$ 는 초기 매개변수 값이다.
t번째 반복에서의 목적함수는

$$\psi_i(t) = \sum_j \omega_{ij}(t) \sum_k \rho_{jk}(t) \| A_i(t) R_j(t-1) + b_i(t) - S_k \|^2 \tag{3-13}$$

이다. 여기서

$$\begin{aligned}\omega_{ij}(t) &= \exp(-\| R_i(t-1) - R_j(t-1) \|^2 / \theta_s^2(t)), \\ \rho_{jk}(t) &= \exp(-\| R_j(t-1) - S_k \|^2 / \theta_d^2(t)),\end{aligned}$$

$$R_i(t) = A_i(t) R_i(t-1) + b_i(t),$$

$$R_i(0) = R_i$$

이다.

t번째 반복 이후 마스크 패턴과 입력 패턴 사이의 유사도를 측정하기 위하여 비유사도 (dissimilarity) D(t)를 측정한다. 비유사도 D(t)는

$$D(t) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{M} \sum_i \min_k \| R_i(t) - S_k \|^2 + \frac{1}{N} \sum_k \min_i \| R_i(t) - S_k \|^2 \right\} \tag{3-14}$$

이다. 반복횟수가 증가할수록 D(t)는 점점 감소하게 될 것이다. 즉, 반복횟수가 증가할수록 마스크 패턴이 입력 패턴으로 변형되어 간다.

IV. 구조적 특징

4.1 구조적 특징

입력과 마스크 패턴에 구조적인 정보를 활용하여 가중치를 부여함으로써 입력과 마스크 패턴 사이의 유사도가 커지도록 해준다. 본 논문에서는 형태학적 특징인 교차수(crossing count)와 기하학적 특징인 주축(principal angle)을 사용하였다. 형태학적 특징인 교차수는 각 흑화소의 인접 화소들을 반시계 방향으로 회전하면서 구한다. 흑화소 p의 교차수 $\beta(p)$ 는 다음과 같이 구한다.

$$\beta(p) = \sum_i |e_{i+1} - e_i| \tag{4-1}$$

여기서 e_i 는 0과 1 둘 중 하나의 값을 갖는다.

각 흑화소 p 에서의 주축(principal angle)은 4 방향중 하나로 나타낸다. 즉 수평(H), 오른쪽 대각(RD), 수직(V), 왼쪽 대각(LD)으로 나타낸다. 이때, 주축은 $\Gamma(p)$ 로 나타내고, $\Gamma(p)$ 는 수평, 오른쪽 대각, 수직, 왼쪽 대각에 대해서 각각 0, 1, 2, 3의 값을 갖는다.

주축은 골격선을 추출한 패턴에 대해서 고유 벡터 선 접합(eigenvector line fitting)^[8] 방법을 이용하여 구한다. 교차수 $\beta(p)$ 와 주축 $\Gamma(p)$ 를 LAT의 목적함수에 첨가하여 유사도에 대한 가중치를 준다.

$$\begin{aligned}\Psi_i &= \sum_j \omega_{ij} \sum_k \rho_{jk} \xi_{jk} \zeta_{jk} \|A_i R_j + b_i - S_k\|^2 \\ \xi_{jk} &= 1, \quad \text{for } \alpha(R_j) = \alpha(S_k) \\ &= 0, \quad \text{for } \alpha(R_j) \neq \alpha(S_k)\end{aligned}\quad (4-2)$$

ξ_{jk} : 주축에 대한 유사도의 측도

$\Gamma(R_j)$ 과 $\Gamma(S_k)$ 의 차가 0이면 ξ_{jk} 는 1 값을 갖고, $\Gamma(R_j)$ 과 $\Gamma(S_k)$ 의 차가 1이면 ξ_{jk} 는 0.5 값을 갖게 되며, 그 차가 2 이상이면 ξ_{jk} 는 0 값을 갖는다. R_j 와 S_k 의 교차수가 같을 경우, 즉 형태학적인 구조가 같은 경우의 화소에 대해서만 목적함수를 구하며, 입력과 마스크 패턴의 주축이 같은 경우에 큰 가중치를 준다.

V. 실험 및 결과

5.1 실험 방법

먼저 크기가 다른 패턴들을 일정한 비율로 축소하여 필기체 숫자를 32×32 화소로 만든다. 32×32 크기의 입력들에 대하여 Zernike 모멘트를 계산을 하여서 마스크 패턴을 미리 선정을 한다. 32×32 크기의 입력들에 대해서 세선화를 수행하고 8연결을 형성하도록 전 처리 과정을 거친다. 입력 패턴의 각 화소의 빈도수를 토대로 0과 1은 한 개씩, 2부터 9까지는 2개씩, 18개의 마스크 패턴을 만들어 사용하였다.

5.2 실험 결과

Zernike 모멘트를 구해서 마스크 패턴을 선별한 것을 표 5-1에 나타내었다. 표 5-1에서 보면 숫자 0과 8은 마스크 패턴을 숫자 0과 8인 각각 하나를 선별했다. 숫자 1, 2, 3은 마스크 패턴을 1에 대해서는 숫자 1과 9를 마스크 패턴으로 선별했고, 숫자 2에 대해서는 숫자 2와 5를 마스크 패턴으로 선별했고, 숫자 3은 숫자 3과 5를 마스크 패턴으로 선별했다. 숫자 6에서 보면 마스크 패턴을 6, 7, 9로 마스크 패턴을 선별하는 것을 볼 수 있다. 이것은 Zernike 모멘트가 회전 방향에 무관하게 영상을 인식하는 것을 볼 수가 있다. 숫자 6과

9는 180° 회전을 하게 되면 똑같은 숫자가 되기 때문이다. 그리고 숫자 7은 숫자 6과 9에서 비해서 완전한 고리를 형성하지 않은 경우라고 보기 때문에 Zernike 모멘트 크기들이 거의 비슷해서 마스크 패턴을 선별할 때 같이 선별된다.

표 5-1. 입력 패턴에 대한 마스크 패턴 선별 비율

(단위 : 개)

| 마스크 패 턴 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 입력 숫자 | 100 | | | | | | | | | |
| 0 | 100 | | | | | | | | | |
| 1 | | 100 | | | | | | | | 3 |
| 2 | | | 100 | | | 5 | | | | |
| 3 | | | | 100 | | 10 | | | | |
| 4 | | | | | 100 | 40 | 40 | 90 | | 47 |
| 5 | | | 2 | 10 | 37 | 100 | 5 | 4 | | 2 |
| 6 | | | | | | 6 | 100 | 90 | | 95 |
| 7 | | | | | 90 | 6 | 90 | 100 | | 90 |
| 8 | | | | | | | | | 100 | |
| 9 | | 3 | | | 47 | 1 | 96 | 90 | | 100 |

LAT 정합을 반복 수행할 때 숫자 패턴에 구조적 정보를 가중치로 첨가한다. 실험에서 윈도우 파라메타 θ_s 는 10, α 는 0.3으로 하면 θ_d 는 3 값을 가진다.

표 5-2은 1000개의 입력 패턴에 대하여 윈도우 매개 변수 θ_s 를 10으로, α 를 0.3으로 하여 LAT를 수행한 후의 인식 결과이다. 정인식률이 91.6%이고 오인식률이 5.7%이고, 비슷한 유사도를 가져서 제거되는 비율이 2.7%이다. 숫자별로 비교해 보면 0, 1, 8은 거의 100%의 인식률을 보여준 반면 4, 5, 7은 대체로 낮은 인식률을 보여주고 있다. 숫자 4의 경우는 0으로 오인식 되는 경우가 있었고, 5는 6으로 오인식 되는 경우가 발생하였다. 7은 9 또는 2로 오인식 되는 경우가 발생하였다. 숫자의 과다한 변형을 막지 못한 때문으로 생각된다.

표 5-2. 인식결과 ($\theta_s = 10$, $\alpha = 0.3$)

| 숫자 | 정인식 | 오인식 | 제거 |
|----|-----|-----|----|
| 0 | 100 | 0 | 0 |
| 1 | 100 | 0 | 0 |
| 2 | 98 | 2 | 0 |
| 3 | 100 | 0 | 0 |
| 4 | 84 | 11 | 5 |
| 5 | 80 | 15 | 5 |
| 6 | 91 | 7 | 2 |
| 7 | 81 | 14 | 5 |
| 8 | 100 | 0 | 0 |
| 9 | 82 | 8 | 10 |

VI. 결 론

본 논문에서는 오프라인으로 필기체 숫자를 인식하기 위하여 회전, 크기 변화, 일그러진 문자를 인식에 유용한 Zernike 모멘트와 LAT 정합 방법을 사용하였다. Zernike 모멘트를 사용하여서 LAT 정합에 사용되어질 마스크 패턴을 미리 선별을 하였다. 필기체 숫자 0, 1, 2, 3, 8의 경우는 거의 90%이상 선별을 하였고, 필기체 숫자 4, 6, 7의 경우는 60%정도이고, 필기체 숫자 5와 9의 경우는 40%이상이었다. 각 숫자의 Zernike 모멘트 벡터 값의 데이터 베이스를 많이 가지고 있으면 마스크 패턴 선별 비율도 높일 수 있을 것이다.

이렇게 선별된 마스크 패턴을 이용하여서 문자의 크기 변환, 회전, 일그러짐, 이동 등에 강인성(robustness)을 가지는 LAT 정합을 한다. 인식의 신뢰도를 향상시키기 위하여 구조적인 특징인 교차수와 주축을 LAT 목적 함수의 가중치로 적용하여 필기체 숫자 인식을 수행하였다. LAT 정합에서 원도우 매개 변수 θ_s 를 10, α 를 0.3으로 하여 LAT를 수행한 후의 인식 결과를 보면 필기체 숫자 0, 1, 2, 3, 6, 8은 거의 90%가 넘는 것을 볼 수가 있다. 나머지 필기체 숫자 4, 5, 7, 9의 경우는 80%정도의 인식률을 볼 수가 있다. 이것은 Zernike 모멘트에서 미리 마스크 패턴을 잘 선정을 하면 LAT 정합에서 시간을 줄일 수도 있고, 인식률도 높일 수 있는 것을 볼 수가 있다. 그리고 LAT 정합에서 하나의 패턴에 대해 여러 가지의 마스크 패턴을 가지고 있으면 인식률을 높일 수가 있을 것이다.

위의 실험이 실시간 처리가 가능해지면 우편 번호 인식, 금융 기관의 매출 전표 인식 등 사무 자동화에 응용할 수 있으리라 본다.

참 고 문 헌

- [1] S. Ranada and A. Rosenfeld, "Point Pattern Matching by Relaxation", *Pattern Recognition*, Vol.12, 1980, pp. 269-275.
- [2] A. A. Amini, T. E. Weymouth and R. C Jain, "Using Dynamic Programming for Solving Variational Problems in Vision", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.12, No.9, 1990, pp. 855-867.
- [3] Cho-Huak Teh and Roland T. Chin, "On Image Analysis by the Methods of Moments", *IEEE Transactions On Pattern And Machine Intelligence*. Vol. 10. NO. 4. July 1988, pp. 496-513.
- [4] T. Wakahara, "Dot Image Matching Using Local Affine Transformation", in Proc. 10th Int. Conf. Pattern Recongnit., 1990, pp. 837-841.
- [5] T. Wakahara, "Shape Matching Using LAT and its Application to Handprinted Numeral Recognition", *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.16, No.6, June 1994, pp. 618-629.
- [6] F. Zernike, *Physica*, Vol. 1, 1934 pp.689,
- [7] Alireza Khotanzad and Yaw Hua Hong, "Invariant Image Recognition by Zernike Moments", *IEEE Transactions On Pattern And Machine Intelligence*. Vol. 12. NO. 5. May 1990, pp. 489-497
- [8] R. O. Duda and P. E. Hart, *Pattern Classification and Scene Analysis* New York: Wiley, 1973.