

## 터널의 계측변위를 이용한 역해석기법에 관한 연구

민덕기 · 박명철

토목공학과

### <요 약>

본 논문은 직접법으로 수행한 역해석결과를 제시하였다. 본 연구에서 개발한 역해석 기법은 최적화 기법에 가중치를 적용시켜 구하고자 하는 미지의 물성치를 얻을 수 있었다. 직접법의 장점은 복잡한 수학 방정식이 불필요하여 비선형 문제를 해결할 수 있어 실제현장에 적용가능하다. 그리고 유한차분법을 이용하여 정해석을 실시하였으며, 정해석으로부터 구한 변위를 계측변위로하여 탄성계수와 초기응력을 대상으로 역해석을 실시한 결과 거의 정확한 값에 수렴하는 것을 확인할 수 있었다. 그리고 현장 계측데이터를 이용하여 역해석을 수행하여 타당한 물성치를 얻어 현장 적용성 검토도 확인하였다.

---

## A Study on Back Analysis of Measured Displacements of Tunnels

Min Tuk-Ki · Park Myung-chul

Dept. of Civil Engineering

### <Abstract>

In this paper, the results of back analysis based on the direct method were presented. The presented approach to back analysis with the weighting function was based on an iterative procedure correcting trial value of unknown parameters by minimizing the error function. The advantage of the presented approach was that method might be applied to non-linear back analysis problem without having to rely on a complex mathematical background. By the FDM analysis on the underground

structure, the method derived the complete initial state of stress and Young's modulus from the measured displacements. The presented approach was applied to analysis a case tunnelling, and the results were satisfactory.

주요어(Key words) : 역해석, 직접법, 유한차분법, 재료물성, 계측변위

## 1. 서 론

최근에는 계측에 대한 관심이 높아지고 지하의 건설공사시 계측을 실시하는 것이 의무화되고 있다. 지하공동의 건설전 계측은 암반의 변형계수, 암반의 원위치 강도, 초기 응력에 관한 정보를 얻을 수 있다. 그리고 지하공동 건설중 암반의 거동을 모니터링하기 위해서는 변위계측을 하는 것이 가장 유효한 방법이다. 더불어 지하공간에 대한 관심과 지하구조물의 거동에 관한 정확한 해석과 합리적인 설계에 대한 요구도 증가하게 되었다. 하지만 지하구조물은 지반의 난해한 특성 때문에 지반의 거동을 분석하기란 힘들다. 그중 지하구조물의 기하학적 형상과 관련된 문제들은 컴퓨터와 수치해석기법의 발달로 많이 해결되었으나, 지반재료의 물성과 관련된 문제들은 아직도 많은 문제점으로 남아있다. 따라서 지하구조물의 합리적인 설계와 해석을 위하여, 정확한 지반재료의 물성을 알기 위해서는 현장 지질조사와 함께 계측데이터를 이용한 역해석으로 설계의 타당성과 설계변경 필요성을 판단하는 정보를 제공하여 주는 방안이 대두되고 있다.

본 논문은 역해석 방법을 이용하여 구조계의 미지값인 재료물성(탄성계수, 초기응력)을 추정하기 위하여 비선형 유한차분해석 프로그램을 수행하여 계산변위를 구하고, 이 값과 지하구조물의 시공중에 실측한 계측변위와의 오차를 최소로 줄이기 위해 최적화 기법과 보정계수와 함께 가중치적용을 통하여 보다 정확한 값에 빨리 수렴하는 기법을 개발한 것이다.

역해석 기법의 신뢰성을 확인하기 위하여 정해석을 통하여 구한 변위를 계측변위로 하고 여기에 사용된 물성값을 미지의 재료물성으로 사용하여 역해석을 수행하였다. 그 결과 실제의 암반의 물성값과 미세한 오차를 보임으로써 본 역해석 프로그램의 정확도와 신뢰도를 확인할 수 있었다.

그리고, 실제의 계측자료로 역해석을 실시하여 지반의 물성치를 추정해 현장 적용성 검토도 확인할 수 있었다.

## 2. 역해석의 기법 및 수치해석

현재까지 역해석 방법으로는 해석적 방법을 이용한 직접법(direct method)과 수치해석적 방법을 이용한 역산법(inverse method)이 많이 이용되고 있다.

역산법은 일반적인 응력해석 방법의 역으로, 응력해석에서의 미지수인 변위나 응력을 입력치로하여 암반의 탄성계수, 초기지압을 구하는 방법이다. 따라서 응력해석의 지배방정식을 역순으로 하여 전산용 프로그램을 다시 만들어야 한다. 즉 역해석하고자 하는 미

지변수에 따라 각각 다른 방법의 프로그램이나 계산방법이 필요하다. 특히 역산법은 탄성문제에만 적용이 가능하고 비선형이나 점탄성 문제에 적용할 수 없는 제한성을 지니고 있으며, 직접법보다 프로그램을 작성하는데 많은 시간이 걸리나 일단 프로그램이 완성되면 다른 방법에 비해 계산시간을 절약할 수 있다. 이 역해석에 대한 연구는 S. Sakurai에 의해 주도되어 현재 터널등의 안정성 문제를 포함한 지반공학의 여러 문제에 까지 연구되고 있다. 이 방법은 유한요소에 기초를 둔 역산적 접근 방법이며, 터널이 굴착되어지는 지반 매체를 선형적, 등방성, 탄성체로 가정한다. 포아송비와 수직 초기응력을 고려하면, 이 방법은 근접한 두 측정지점간에 측정된 상대적 변위로부터 완전한 초기 응력상태와 탄성계수를 산정할 수 있다.

직접법은 계측결과와 해석결과를 비교하여 그 차이가 최소화될 때까지 수치해석과정의 반복연산을 통하여 자동으로 역해석 대상인 미지 매개변수를 수정하는 방법이다. 이 방법은 정해석과정과 계측결과와의 차이인 오차함수(error fuction)를 최소화하는 과정이 결합되어 오차함수의 크기가 허용범위에 수렴할 때까지 반복연산과정을 수행하는 것이다. 따라서, 계산시간이 역산법에 비하여 많다는 단점이 있으나 해석대상의 비선형성 등 다양한 문제에 적용할 수 있다는 장점을 지니고 있다. 본 연구의 적용대상은 지하구조물로, 이 경우 굴착으로 인한 굴착부 주변 지반에서 소성영역의 발생이 예상된다. 본 연구에서는 역해석방법 중 다양한 문제에 대하여 적용이 가능한 직접법으로 터널굴착시 계측변위를 이용하여 지반의 물성을 추정하는 역해석을 실시하였다.

## 2.1 직접법

본 연구에서 적용한 직접법은 계산변위와 계측변위로 구성된 오차함수를 줄이기 위하여 최적화 기법을 사용하는 기본 개념은 계산변위( $\bar{u}_i$ )와 계측변위( $u_i$ )의 차인 오차함수가 최소화되도록 지반의 물성치를 계속적으로 보정을 하고 보정된 물성치에 가중치를 두어 정확한 값에 빨리 수렴하도록 하는데 목적이 있다. 즉, 식 (1)과 같은 목적함수를 최소화시키는 기법에 의하여 실제적인 입력자료를 근사적으로 얻을 수 있다.

$$J = \{ \sum [ u_i - \bar{u}_i ]^2 \}^{1/2} \quad (1)$$

이때, 오차함수가 허용오차내에 들어올 경우 최적의 물성치를 산정하게 되며, 오차의 한계가 큰 경우에는 그 값들을 최소화하는 값으로 보정하여 역해석의 최적화를 실행한다. 따라서, 보정계수  $\beta_i$ 는 계측변위( $u_i$ )와 계산변위( $\bar{u}_i$ )에 의하여 다음 식 (2)로 정의할 수 있다.

$$\beta_i = \frac{1}{K} \sum \frac{u_k}{u_k} \quad (2)$$

여기서, K는 계측점의 수이다.

식 2)로 정의된 보정계수로 적용하여 구한 물성치( $P_{cal}$ )에 가중치(N)를 적용시켜 식 (3)과 같은 새로운 물성치  $P_{new}$ 를 구한다.

$$P_{\text{new}} = \frac{P_{\text{asu}} + N \cdot P_{\text{cal}}}{N+1} \quad (3)$$

여기서  $P_{\text{asu}}$ 은 가정된 지반 물성치이고,  $P_{\text{cal}}$ 은 계산된 지반의 물성치이다. 이러한 과정을 계측변위와 계산변위가 일치하여 오차함수가 허용범위이내로 수렴할 때까지 반복적으로 수행하게 된다. 역해석과정의 전체적 흐름도는 그림 1과 같이 최초 계측변위를 입력시킨 후, 임의의 탄성계수, 점착력, 내부마찰각 등 물성값을 입력시킨다. 가정된 재료의 물성으로 비선형 유한차분해석 프로그램(FLAC3.3)을 수행하여 계산으로 구한 변위를 산정한다. 계측변위와 계산에 의해 산정된 변위를 이용하여 오차함수를 구성한다. 그리고 오차함수가 허용오차내에 들어올 경우 최적의 물성값을 산정하게되며, 오차의 한계가 큰 경우에는 그 값들을 최소화되도록 하는 값으로 보정계수로 보정한 후 가중치를 적용시켜 반복횟수를 줄여 빨리 일정한 값에 수렴할 수 있도록 역해석의 최적화를 실행한다.

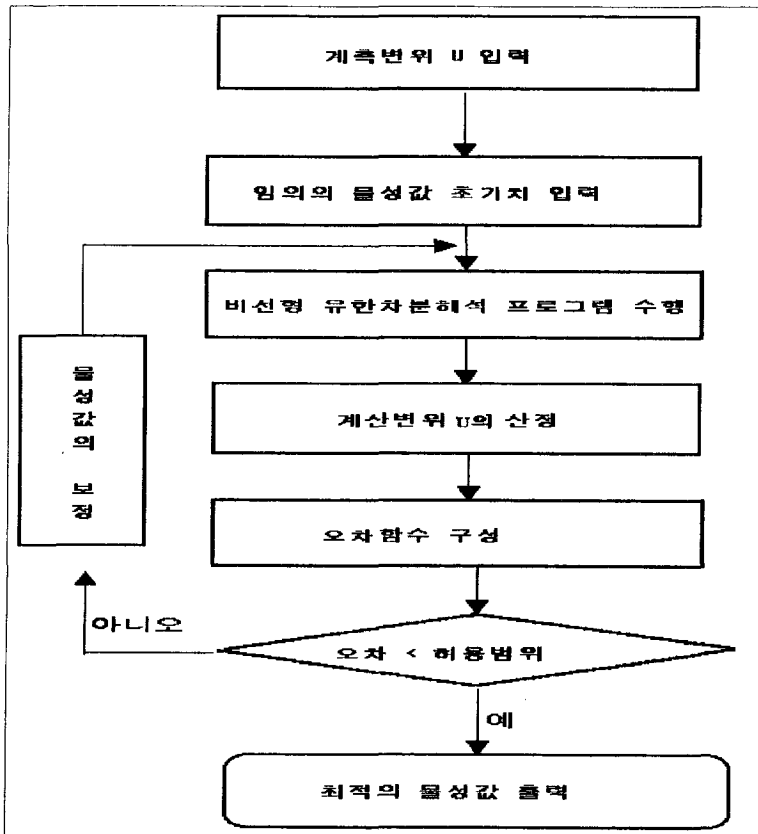


그림 1. 역해석 과정의 흐름도

## 2.2 역해석 프로그램의 검증

본 장에서는 직접법을 이용한 역해석용 프로그램의 정확도를 검증하기 위해 그림 2와 같은 해석망으로 실시하였다. 정해석으로 수행된 유한차분해석은 미국의 ITASCA사에서 개발되어 국내에서 터널해석용으로 많이 사용되고 있는 FLAC3.3을 사용하였고, Mohr-Coulomb 탄소성 모델을 이용하여 해석을 실시하였다.

지표면으로부터 터널 중심까지의 거리가 12.8 m인 원형터널의 경우를 다루었으며, 쉘드기가 통과하는 지반은 모래층으로 가정하였고, 지반하부에 풍화암이 존재하는 것으로 가정하였다. 그리고 쉘드기의 직경은 5.0m, 콘크리트 세그먼트 링의 길이는 900mm, 세그먼트링의 두께는 25 cm,  $\sigma_{ck}$ 는  $450 \text{ kg/cm}^2$  으로 가정하였다. 그리고 해석의 편의상 rock anchor는 타설되지 않은 것으로, 지반은 연속체, 등방성으로 간주하였다.

그림 3과 같이 모델링의 하변은 연직방향의 변위를 구속하였으며 모델링의 좌우 경계선에서 수평방향의 변위를 구속한 조건에서 터널의 라이닝부분에 1.2 MPa 압력을 가하였다. 이때 지반의 물성치로 탄성계수는 1000 MPa, 포아송비는 0.25, 내부마찰각은  $35^\circ$ , 점착력은 1 MPa 인장강도는 1000 MPa, 초기응력  $\sigma_{xx}$ 는  $-30\text{e}6\text{MPa}$ ,  $\sigma_{yy}$ 는  $-20\text{e}6\text{MPa}$ ,  $\sigma_{zz}$ 는  $-20\text{e}6\text{MPa}$ 으로 가정하였다.

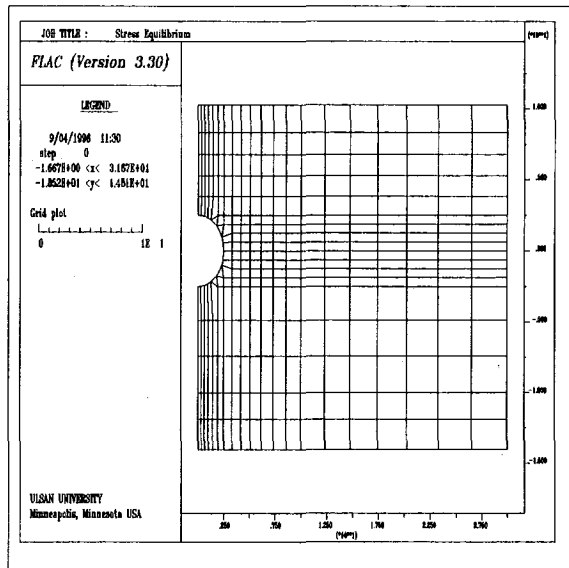


그림 2. 정해석의 모델링

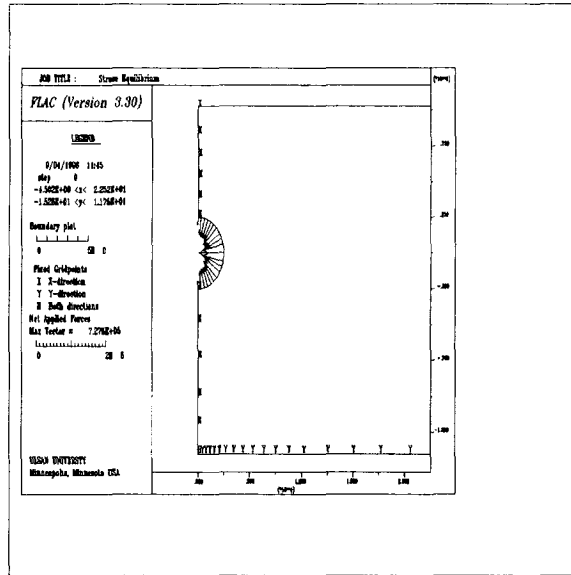


그림 3. 경계조건 및 하중조건

그림 4와 그림 5는 탄성계수의 역해석 결과와 오차의 수렴과정을 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 탄성계수는 가중치를 적용한 것이 수렴속도와 정확성이 높음을 보여주고 있다. 그림 5와 그림 6은 초기응력의 역해석 결과와 오차의 수렴과정을 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있는 바와 같이 초기응력도 가중치를 적용한 것이 수렴속도와 정확성이 높음을 보여주고 있다.

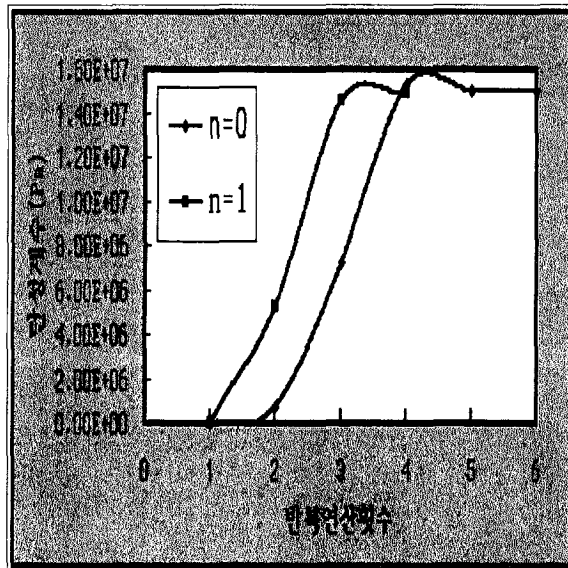


그림 4. 반복해석에 따른 추정탄성계수의 수렴

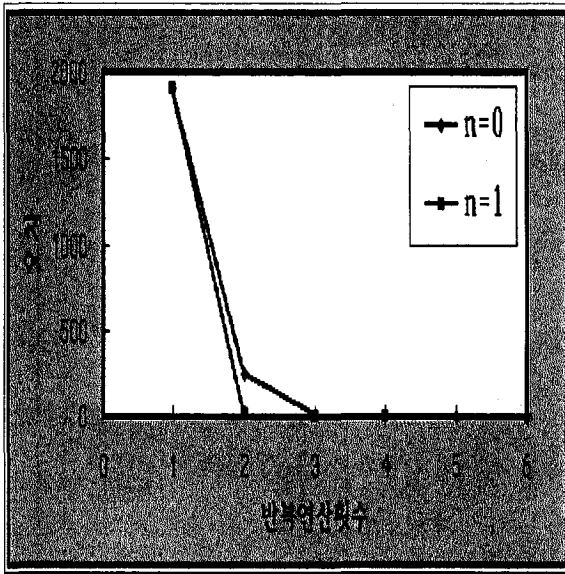


그림 5. 반복회수 증가에 따른 오차율의 감소

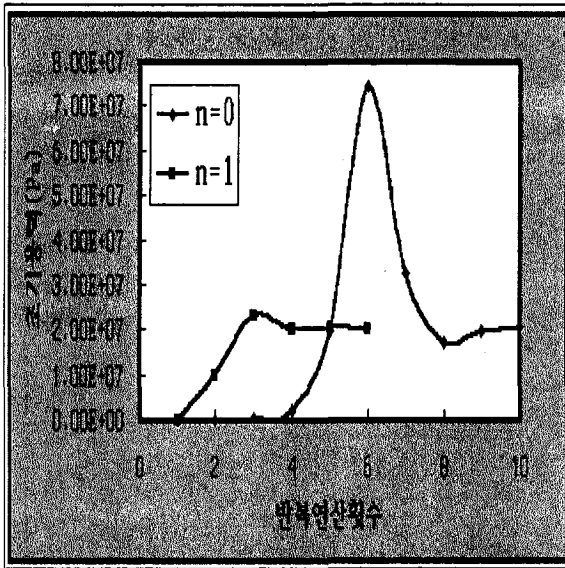


그림 6. 반복해석에 따른 추정 초기변위의 수렴

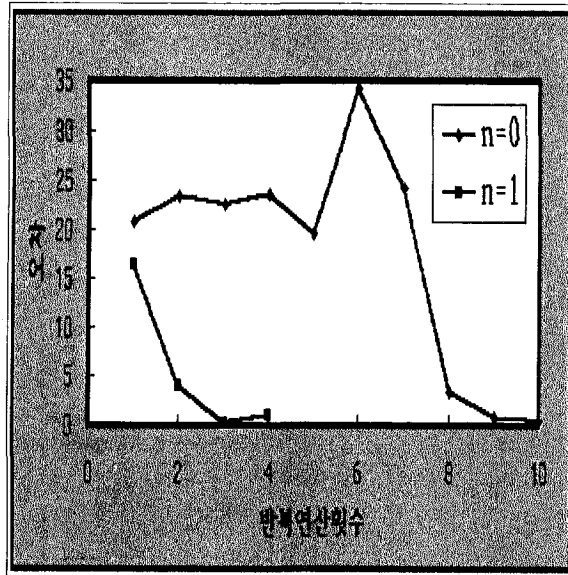


그림 7. 반복회수 증가에 따른 오차율의 감소

### 3. 현장 적용성 검토

본 연구에서 개발한 역해석 프로그램의 현장 적용성 검토를 위하여 실제 터널현장에 대하여 역해석을 수행하였다. 역해석을 수행하기 위한 실측 계측데이터는 장정범<sup>1)</sup> 논문에서 참고하였다. 역해석 대상은 반경이 7.6m 인 반원형 터널로 NATM 공법으로 설계, 시공되었다.

그림 8은 시추조사의 결과와 함께 역해석 대상지점의 횡단면도를 보여주고 있으며, 표 1은 대상구간에 분포하고 있는 기반암의 실내 시험결과를 요약, 정리한 것이다. 또한, 현장시험으로서 공내시험 결과에 의한 변형계수의 값은 표 2와 같다. 표 2의 공내재하시험 결과가 표 1의 실내암석시험에 의한 결과보다 작은 값을 나타내는 이유는 암석에 형성되어 있는 균열, 절리 등에 의한 영향인 것으로 판단된다.

또한, 시공 중 터널에 대한 현장계측이 수행되었는데 계측은 천단침하와 수평내공변위에 대하여 수행되었으며 그 결과는 참고 문헌 1에 나타나 있다.

위와같은 구간에 대해 역해석을 수행하기 위하여 해석대상을 그림 9와 같이 모형화하였으며 입력자료로는 표 1의 실내시험결과를 근거로하여 최대와 최소의 중간 값을 사용하였다. 표 3은 역해석에 사용된 지반물성을 나타내고 있으며, 역해석의 기본이 되는 입력자료인 계측변위는 그림 9에 도시한 바와 같이 천단침하와 수평내공변위를 입력하였다.

위의 계측자료를 입력하여 역해석을 수행한 결과는 그림 10 및 그림 13에 도시하였다. 그림 10은 계측점수가 1개일 경우(천단침하) 탄성계수의 수렴과정을, 그림 11는 오차의 수렴과정을 보여주고 있다. 그리고 그림 12은 계측점수가 2개일 경우(천단침하, 내공변위) 탄성계수의 수렴과정을, 그림 13는 오차의 수렴과정을 보여주고 있다. 그림에서 알 수 있



는 바와 같이 보정계수에서 가중치를 적용시 수렴속도가 빨라지고 있음을 보여주고 있고, 계측점수가 1개일 때 보다 2개일 경우에도 수렴속도가 빨라지고 있음을 보여주고 있다. 결과적으로 가중치를 적용시 그림 10과 그림 12와 같이 3회의 반복연산에 탄성계수는  $33,800.0\text{kgf/cm}^2$  와  $39,500\text{kgf/cm}^2$ 를 나타내었다.

역해석 결과는 현장의 상황을 고려한 계측구간의 평균적인 지반물성을 나타내므로, RQD에 의한 탄성계수 감소비를 이용하여 실내시험결과를 현장시험결과로 변환시키는 경우, 탄성계수의 값이 최소  $24,900.0\text{ kgf/cm}^2$ 에서 최대  $106,000.0\text{kgf/cm}^2$ 를 나타내는 것을 보면, 본 연구의 역해석 결과가 대상구간의 평균적인 지반물성을 나타낸다고 볼 때 타당한 결과를 보이고 있음을 알 수 있다.

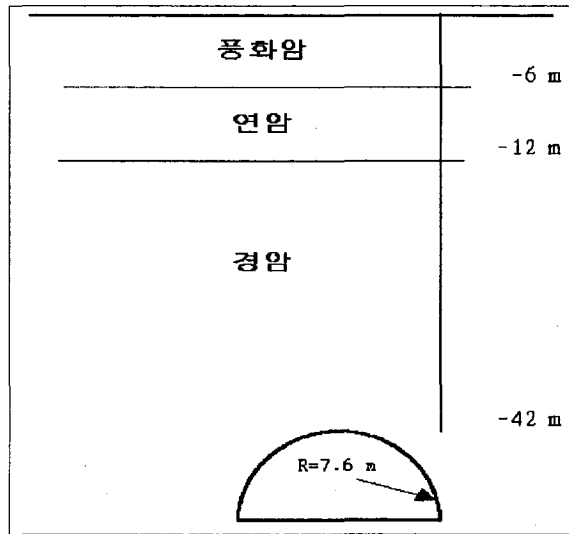


그림 8. 역해석 대상의 횡단면도

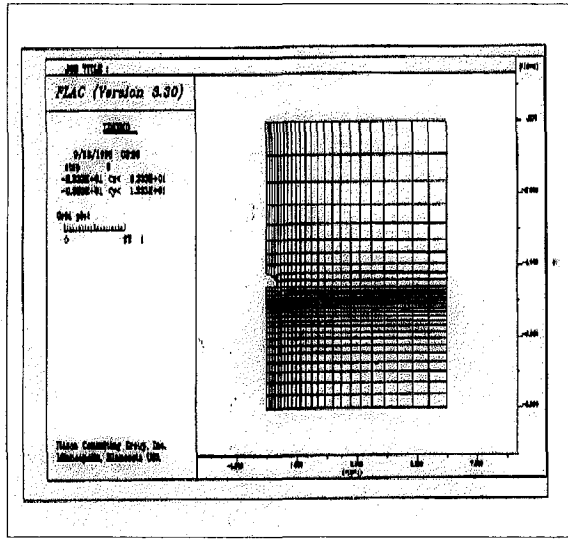


그림 9. 역해석 대상의 해석모형

표 1. 기반암의 실내시험 결과

구분	최소	최대
비중	2.58	2.85
인장강도(kgf/cm <sup>2</sup> )	50.0	150.0
일축압축강도(kgf/cm <sup>2</sup> )	460.0	1,870.0
포아송비	0.11	0.28
탄성계수(kgf/cm <sup>2</sup> )	249,000.0	1,060,000.0
잠착력(kgf/cm <sup>2</sup> )	100.0	280.0
내부마찰각	43.0	59.0

표 2. 공내재하시험 결과

지층	최소 탄성계수(kgf/cm <sup>2</sup> )	최대 탄성계수(kgf/cm <sup>2</sup> )
연암층	3,081.0	12,020.0
경암층	11,380.0	371,100.0

표 3. 역해석에 사용된 지반물성

구분	크기
단위중량	2.72 KN/m <sup>3</sup>
포아송비	0.20
점착력	18.6 Mpa
내부마찰각	51.0°
인장강도	9.8 Mpa

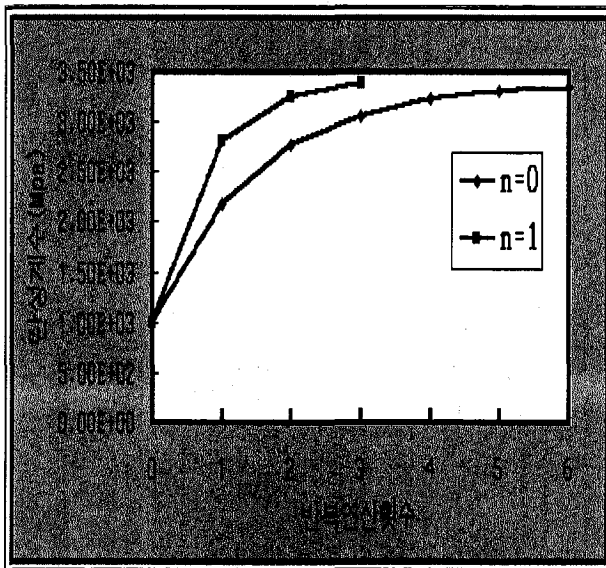


그림 10. 탄성계수의 역해석 결과(계측점수가 1개)

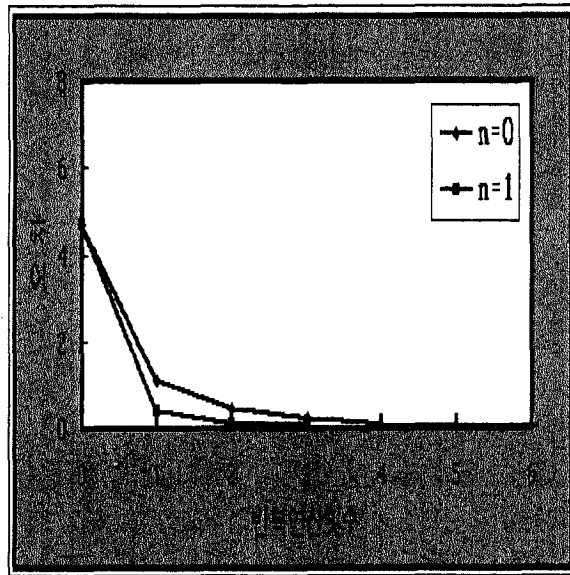


그림 11. 오차의 수렴과정

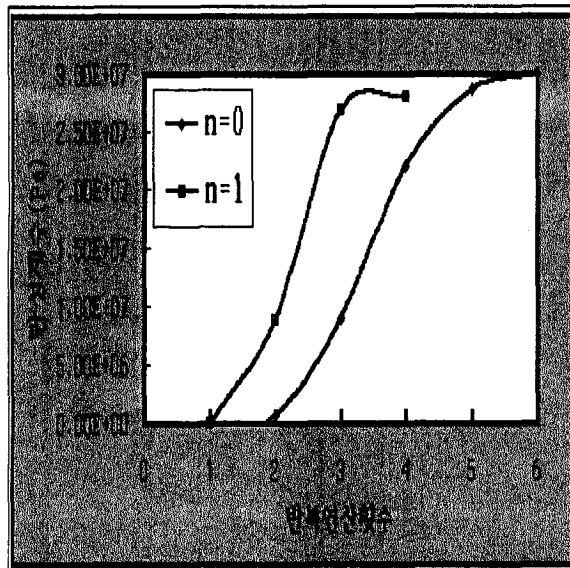


그림 12. 탄성계수의 역해석 결과(계측점수 2개)

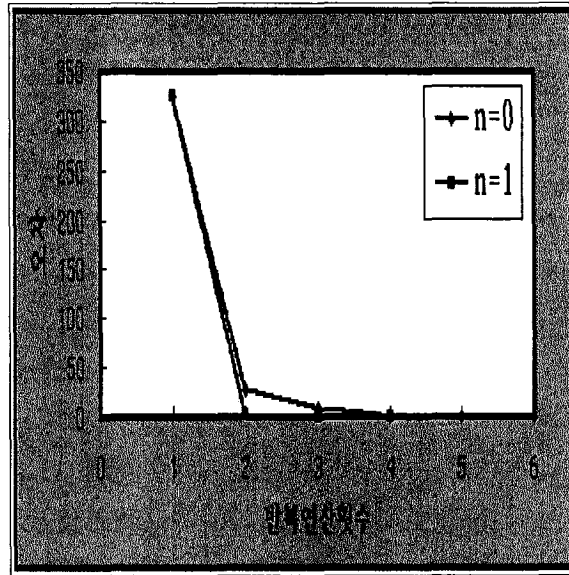


그림 13. 오차의 수렴과정

#### 4. 결 론

본 논문에서는 지하 암반구조체의 굴착시에 계측한 변위로부터 해석 대상 지반의 물성을 추정하는 역해석과정에 가중치를 적용한 새로운 기법을 개발하였으며, 이를 터널에 적용시킨 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 본 논문에서 개발한 프로그램으로 응력해석 결과인 절점 변위성분들을 실측변위 성분으로 취하여 역해석을 실시해 본 결과, 추정된 탄성계수값의 오차가 무시할 수 있는 정도로 작게 나타났으며, 입력되어지는 실측 변위성분의 수가 많을수록 그 오차가 작아짐을 알 수 있었다.
2. 지반의 기존 지반물성 값들과 역해석을 통하여 얻을 수 있는 가정된 지반물성값을 비교, 분석함으로써 시공중 재설계에 반영할 수 있는 합당한 지반정수 값을 산정할 수 있다고 사료된다.
3. 현장 계측치를 적용 시켜본 결과 정확하게 지반계수를 추정하여 현장 적용성 검토를 확인할 수 있었다.

#### 참 고 문 헌

1. 장정범, 1996, "유한요소와 경계요소의 조합에 의한 지하구조체의 역해석" 연세대학교 토목공학과 대학원, 박사학위논문.

2. S.Sakurai, K.Takeuchi, 1983, Back Analysis of Measured Displacement of Tunnels, Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol.16/3, pp.173-180
3. S.Sakurai, 1983, Displacement measurements associated with the design of underground openings, Int. Symp. on Field Measurements in Geomechanics, Kode, pp.1163-1178
4. S.Sakurai, 1988, Interpretation of the results of displacement measurements in cut slopes, 2nd Int. Symp. on Field Measurement in Geomechanics, Kobe, pp.1155-1166
5. Giacarlo Gioda, Anna Pandolfi, Annamaria Cividini, 1988, A comparative evaluation of some back analysis algorithms and their application to in situ load test, 2nd Int. Symp. on Field Measurements in Geomech, Kobe, pp.1131-1144
6. M.Hisatake, T.Ito, 1985, Back analysis for tunnels by optimization method, 5th Int. Conference of Nummerical Methods in Geomech, Nagoya, pp.1301-1307
7. M.Hisatake, 1986, Tunnels, Proc. of Int. Symp. Eng. in Complex Formations, Beijing, pp.791-797