

地盤—基礎—構造 相互影響의 모델化에 關한 研究

金 蜂 得 · 李 宗 錫
 土 木 工 學 科
 (1982. 10. 30 접수)

〈要 約〉

不靜定 構造物에 어떤 外力이 作用하면 그 構造物內의 應力은 地盤의 變形의 影響을 받으며, 한편 基礎의 應力分布는 地盤과 基礎의 相對剛度의 影響을 받는다. 이러한 地盤—基礎—構造物 사이의 相互影響을 考慮한 統一된 解析方法이 要求되어진다. 이 研究는 여러가지 構造物에 對한 地盤—基礎—構造物 間의 相互影響의 模型化에 關한 것을 보여주고 있다.

Model Study of Soil-Foundation-Structure Interaction

Kim, Sung Deuk · Lee, Jong Seok
 Dept. of Civil Engineering
 (Received October 30, 1982)

〈Abstract〉

The stresses in a statically indeterminate structure are influenced by the deformation of the foundation while the pressure distribution on the foundation is affected by the relative stiffnesses of the structure and the foundation medium. To allow for this soil-foundation-structure interaction a unified method of analysis is required. This investigation represents a model study of soil-foundation-structure interaction in various structures.

I. 序 言

일반적으로 대부분의 구조물은 地盤(Soil) 위에 基礎(Foundation)를 두고 그 위에 構造(Structure)를 축조한다.

Fig.1에서 보는 바와 같이 구조물을 地盤, 下部構造(Understructure) 및 上部構造(Superstructure)로 분리할 수 있고 하부구조는 다시 基礎와 支持構造(Supporting Structure)로 분리할 수 있는데, 이제까지의 해석에 있어서는 계산의 편의상 彈性地盤과 직접 접하는 基礎와 堅固한 基礎위의 上部構造를 분리해서 생각해 왔다.

이러한 경우에 상부구조가 靜定이면 기초의 變位가 상부구조의 應力에 影響을 주지 않음으로 두 構

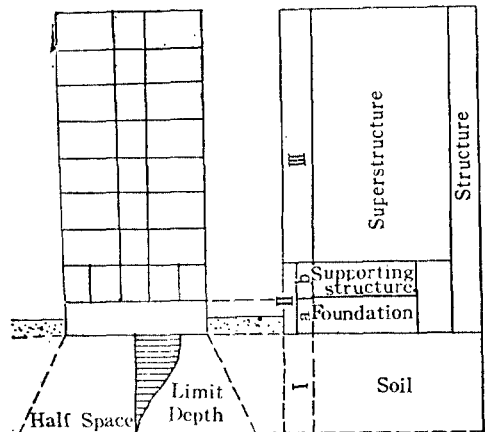


Fig.1 Three-Phase Structural Concept

造系를 분리해서 해석할 수 있으나, 上部構造가 外的으로 不靜定인 때는 外力이 작용하던 그 구조물 內의 應力은 地盤의 變形的 影響을 받으며, 한편 기초의 應力分布는 구조와 기초의 相對剛度(Relative Stiffness)의 影響을 받기 때문에 이를 一體로 보고 해석해야만 옳은 結果를 얻을 것이다.⁽¹⁾

상부구조 자체도 하나 이상의 構造要素로 이루어진 것이니 座標變換과 要素剛度の 중첩의 段階를 거쳐 要素를 組立해야 할 것이다.⁽²⁾

상부구조의 해석과 關連해서 생각하는 地반면의 彈密變位와 彈性變位로 크게 나눌 수 있는데 地반이 軟弱하여 變位面위를 무시할 수 없는 경우에 考慮한 地반이 있어야 할 것이다.⁽³⁾

따라서 이러한 地盤—基礎—構造 사이의 相互影響(Interaction)을 考慮한 통일된 解析方法이 요구되며 이를 위해서는 地盤上的 構造에 對한 效果의 인 모델化가 必要하게 된 것이며, 靜力學的인 해석 뿐만 아니라 動力學的인 문제도 考慮해야 할 것이다.

이 지반—기초—구조 상호영향에 대한 研究는 많은 사람들에 의해 이루어졌는 바, 다음 몇가지 분야별로 들 수 있겠다.

彈性地盤上的 構造物은 다른 것으로, Tmoshenko⁽⁴⁾가 단성기초 위의 원형 및 矩形 板을 彈性體 理論으로 記述했으며, Cheung 과 Zienkiewicz⁽⁵⁾는 有限要素法을 이용해 단성기초 위의 板과 탱크를 해석했고, Banerjee 와 Jankov⁽⁶⁾는 圓形인 全面基礎를 有限差分法으로 해석했고, Yang⁽⁷⁾外 많은 研究^{(8), (9), (10), (11)}가 있었으며, 國內에서는 1976年 申永琦⁽⁸⁾의 上海國際 공항 국내 建築사 기초지반 조사결과, 1978年 趙顯榮⁽⁹⁾의 有限要素法에 의한 地中格子基礎의 解法에 關한 人구를 시작해서 南文熙⁽¹⁰⁾의 彈性地盤上에 놓인 軸對稱 3D-스트레스 콘크리트 탱크의 有限要素法에 의한 解析에 關한 研究, 曹鎮久⁽¹¹⁾의 有限要素法에 의한 P.C. 農業用 SILO의 解析에 關한 研究, 嚴承永⁽¹²⁾의 地盤과 構造物間的 相互作用을 考慮한 暗架解析에 關한 研究 및 張錫濤의 部分 均分布荷重을 받는 異方性 半無限體의 3D 解析⁽¹³⁾ 등 4편의 博士學位 論文이 있으며, 金聲得的 Isoparametric 要素를 사용한 有限要素法에 의한 全面基礎⁽¹³⁾의 解析과 等方彈性 半無限體上의 板의 解析⁽¹⁴⁾을 들 수 있겠다.

地盤—基礎—構造 相互影響의 觀點에서 다른 것으로, Lee 와 Harrison⁽¹⁵⁾은 Winkler 地반에 對해

Slope-Deflection Method 와 Trial Contact Pressure Method 를 提示하였으며, Lee 와 Brown⁽¹⁶⁾은 n 스텝의 階대구조를 基盤 底部에서 地반과 分離하여 各階씩, 平衡式 등 $2(n-1)$ 개의 平衡式을 세워 해석하였다.

動力學的인 解析(振動解析)에 關해서는 Sarrazin, Roesset, Whitman⁽¹⁷⁾의 研究, Roesset, Whitman, Dobry⁽¹⁸⁾의 研究, Veletsos, Nair⁽¹⁹⁾의 研究, Lin, Fagel⁽²⁰⁾의 研究, Parmelee, Wronkiewicz⁽²¹⁾의 研究와 Luco, Westmann⁽²²⁾의 研究 등이 있으며, 土質工學側에서 다른 것으로는 Whitman⁽²⁰⁾, Seed⁽²¹⁾, Richart⁽²²⁾, Castellani⁽²³⁾ 및 Veletsos⁽²⁴⁾의 研究와 Prakash⁽²⁵⁾의 著書에서도 다루고 있다. 그리고 California 大學 內의 Earthquake Engineering Research Center (EERC)에서 발표하고 있는 일련의 보고서^{(25)~(30)}에 이것에 關한 것이 많이 있으며, 國內에서는 朴榮基의 研究^{(31), (32)} 등이 있다.

II. 模型化의 方法

1. 構造要素의 組立

어떤 구조물이 剛度메트릭스가 서로 다른 要素의 結合으로 이루어졌을 때는 座標變換과 要素剛度の 中첩의 段階⁽²⁾를 거쳐 全體構造에 對한 平衡方程式을 세워 Gauss 消去法⁽²⁴⁾ 등으로 解를 구하거나 全體剛度메트릭스를 먼저 組立하는 대신 方程式의 組立과 消去를 同時에 하는 Frontal 法⁽²⁵⁾은 사용해서 컴퓨터용량을 効率的으로 活用한 수도 있다.

構造座標系에 對해 定義된 變位 벡터 $\{\delta_g\}$ 를 要素座標系의 벡터 $\{\delta_e\}$ 로 變換하는 문제는 變換메트릭스 $[T]$ 를 使用하면

$$\{\delta_e\} = [T] \{\delta_g\} \quad (1)$$

로 된다. 한편 要素座標系에 대한 剛度方程式은

$$\{F\} = [K_e] \{\delta_e\} \quad (2)$$

로 주어지므로 이들 좌우변의 벡터를 構造座標系의 벡터로 표시하면

$$[T_g] \{F\} = [K_e] [T_g] \{\delta_g\} \quad (3)$$

로 되며 식 (3)에서 $[T_g]$ 는 행벡터에 대한 變換메트릭스이고 $[T_g]$ 는 열벡터에 대한 變換메트릭스이다. 식 (3)은 $\{F\}$ 에 대하여 풀면

$$\{F\} = [T_g]^{-1} [K_e] [T_g] \{\delta_g\} \quad (4)$$

되고 따라서 構造座標에 대한 剛度메트릭스는 一般

Table 1. Understructure Models

Geometry	Cross Section	Support Condition	Type
Zero-dimensional isolated pads solitary caissons	Solid	Continuous	Rigid Body
One-dimensional (linear strip) isolated beams isolated slurry walls	Hollow pate	Noncontinuous	Beam
Two-dimensional (planar) grid of beams grid of slurry walls plates	Thin-walled Box	Concentrated (On points) Mat Deep	Grid Plate
Three-dimensional (space) frame work plate work		Type of foundation	On elastic media

으로

$$[K_g] = [T_f]^{-1} [K_e] [T_d] \quad (5)$$

와 같이 되며, 여기서 $[T]$ 가 變換前後의 座標軸方向으로 주어질 때는

$$[T_f] = [T_d] = [T], [T]^{-1} = [T]^T \quad (6)$$

로 주어진다.

構造座標에 대한 剛度매트릭스의 중첩을 고려하면 구조좌표에 대한 모든 벡터는 要素座標系를 기준으로 그 成分들의 正方向을 定義할 필요가 있으며, 따라서 變換매트릭스는 各 要素別로 정확히 구해야 할 것이다. 한 例로서 3次元 空間의 要素에 대한 變換매트릭스⁽²⁾는

$$[T] = \begin{bmatrix} [t] & & 0 \\ & [t] & \\ 0 & & [t] \end{bmatrix} \quad (7)$$

이며, $[t]$ 는

$$[t] = \begin{bmatrix} l_x & m_x & n_x \\ l_y & m_y & n_y \\ l_z & m_z & n_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

로서, 여기서 l_x, m_x, n_x 등은 要素座標軸과 構造座標軸사이의 方向餘弦이다.

지지구조와 기로로 이루어진 下部構造도 앞에서 다룬 것과 마찬가지로 理論이 적용되지만, 이 하부구조는 地盤上에 있다는 점에서 Table. 1과 같이 기하학적 형태, 단면형상, 지지상태 및 하부구조의 型

에 따라서 다양한 모델을 생각할 수 있을 것이다.⁽²⁰⁾

2. 地盤의 모델化

地盤支持力 解析은 剪斷破壞에 관한 強度條件과 構造物 荷重에 의한 沈下條件으로 區別되며 本研究과 관련된 지반에 관한 문제는 後者に 속하는 데, 沈下에는 瞬間沈下와 壓密沈下로 나눌 수 있고 순간침하하는 彈性變位와 塑性變位로 나눌 수 있다.⁽²⁷⁾

만약 지반이 軟弱하여 압밀침하를 무시할 수 없는 경우는 가능한 데까지 구조물에 均等한 침하가 발생하도록 구조물의 全體의인 荷重配置를 調整하거나 上下部構造의 樣式을 적절하게 선택해서 不等壓密沈下에 의한 전체구조의 惡影響이 최소가 되게 해야 할 것이다.⁽³⁾

여기에서는 구조물하중에 의한 地盤의 압밀침하가 전체구조의 應力變化에는 무관한 剛體變位만을 준다고 가정하고 지반의 단성면위만을 고려한 해석에 대해서 생각하기로 한다.

地盤의 모델化에 있어서 假定, 理論 및 適用方法에 있어서 연구적용한 지반모델을 정리해 보면 Table. 2와 같이 Winkler와 Half-space 地盤모델로 귀착되었다고 볼 수 있겠다.^(6,13)

彈性地盤상에 놓인 구조물에 荷重이 作用할 때 지반의 변위는 지반과 구조물과의 접촉면에서만 일어나고 그 수평 접촉면에서의 수직변위는 그 點에서의 접촉압력에 比例한다고 보는 Fig. 2와 같은 Win-

Table 2. Soil Models

Subgrade (Winkler)			Semi-infinite Elastic Half Space (Boussinesq)	
Spring Support Hypothesis			Stress-Distribution Hypothesis	
Constant	Variable with		Media	Media
	Length	Depth		
$k = \text{constant}$ (Winkler)	$k = k(x, y)$ (Grasshof)	$k = k(z)$ (Gibson)	homogenous (Pasternak)	Integrals (Lamb) $E_s/G_s/\nu_s$
				Equivalent stiffness coeff. $k_v = \text{vertical}$ (Boussinesq) $k_H = \text{horizontal}$ (Westmann) $k\phi_r = \text{rocking}$ (Borowiczka) $k\phi_z = \text{torsion}$ (Reissner)
				homogeneous (Christian) layered (Fox, Marguerre) inhomogeneous (Kassir)

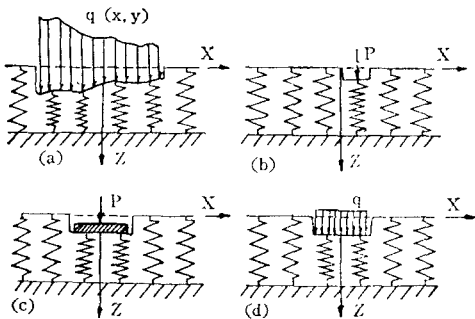


Fig. 2 Surface Displacements of Winkler Model due to

- (a) a non-uniform load
- (b) a concentrated load
- (c) a rigid load
- (d) a uniform flexible load

kler 지반⁽⁴⁴⁾이 있다. 이 모델을 이용하여 Winkler는 $a \times b$ 크기의 矩形 影響領域에 集中荷重 P , 혹은 하중응력 q , 가 作用할 때 수직變位 w_i 와의 관계式

을 提示하였다.

$$q_i(x, y) = kw_i(x, y) = \frac{P_i(x, y)}{a_i b_i} \quad (9)$$

여기서 k 는 地盤反力係數 (Modulus of Subgrade Reaction)⁽²⁸⁾ 으로 平板載荷試驗이나 3軸壓縮試驗으로 구할 수 있다.

半無限體地盤에 대한 應力解析의 形態를 分類해 보면 Fig. 3과 같이 여러가지가 있으나⁽²⁷⁾ 地盤은 彈性, 均質, 等方性 및 후크의 法則 범위 내에 있다고 가정한 Boussinesq의 解⁽¹¹⁾가 가장 보편적이라 할 수 있으며 Fig. 3에서 “ ” 表示된 것이 이 解의 傾向이다.

1885年 Boussinesq는 Fig. 4에서 보는 바와 같이 i 點에 作用하는 集中荷重 P_i 혹은 集中荷重이 點點 주변의 矩形인 影響領域에 等分布한다고 가정되는 압축력 q_i 때문에 n 點에 생기는 수직변위 w_{ni} 는 근사적으로 다음과 같음을 유도하였다. 즉

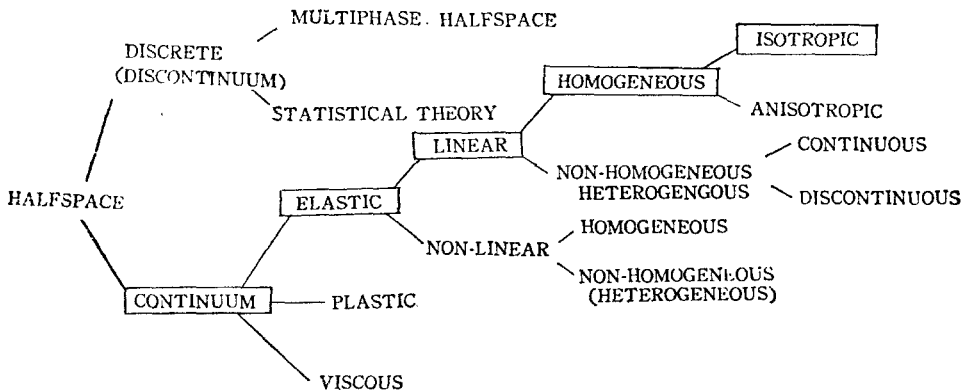


Fig. 3 Classification of the Methods of Stress Calculation

$$w_{ni} = \frac{p_i(1-\nu_s^2)}{ab\pi E_s \gamma_n} \quad (10-a)$$

$$= \frac{q_i(1-\nu_s^2)}{\pi E_s \gamma_n} \quad (10-b)$$

여기서 ν_s : 地盤의 Poisson 比
 E_s : 地盤의 Young 係數
 γ_n : i 點과 n 點 사이의 거리
 a, b : 地盤 영향영역의 긴 변 및 짧은 변 길이

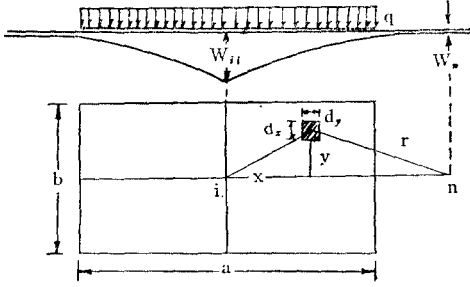


Fig. 4 Isotropic Elastic Half-space.

萬一 i 點에 作用하는 하중으로 因해서 i 點에 생기는 變位를 구하고자 한다면 式 (10)은 γ_n 이 0이 되어 變位는 無限대로 되는 모순이 생겨서, 한 점 주위의 영향영역에 등분된 하중을 받는 圖心에서의 變位는 그 영역의 全면적에 걸쳐서 式 (10)을 積分함으로써 얻을 수 있다. 즉,

$$w_{ii} = \int_A \frac{p_i(1-\nu_s^2)}{ab\pi E_s \gamma_n} dA \quad (11-a)$$

$$= 2 \int_{x=0}^a \int_{y=0}^b \frac{p_i(1-\nu_s^2)}{ab\pi E_s} \cdot \frac{dx dy}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (11-b)$$

$$= \frac{p_i(1-\nu_s^2)}{aE_s} I_w \quad (11-c)$$

$$= \frac{p_i(1-\nu_s^2)}{a\pi E_s} f_{ii} \quad (11-d)$$

여기서

$$I_w = \frac{4}{b\pi} \iint \frac{dx dy}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (12)$$

$$f_{ii} = \frac{4}{b} \iint \frac{dx dy}{\sqrt{x^2+y^2}} \quad (13-a)$$

$$= \frac{1}{b} \left[a \log \frac{\sqrt{a^2+b^2}+b}{\sqrt{a^2+b^2}-b} \right. \\ \left. + 4b \log(\sqrt{\sqrt{a^2+b^2}+b} + \sqrt{\sqrt{a^2+b^2}-b}) \right. \\ \left. - 4b \log \sqrt{2b} \right] \quad (13-b)$$

$$= \pi I_w \quad (13-c)$$

I_w (29)와 f_{ii} (14)는 地盤의 形狀과 剛性에 關해된 影響係數(Influence Factor)이다.

以上은 影響領域이 矩形이라고 보았을 경우를 다루었는데 一般的인 形狀의 影響영역에 對해서는 적절한 數值積分으로 (3,24) 解決할 수 있을 것이다.

Winkler 地盤과 Boussinesq 地盤을 서로 比較하기 위해서는 地반반력계수(k)와 地반의 탄성계수 (E_s) 및 포아송비(ν_s) 사이의 환산식이 필요하다.

Schultze와 Muhs (4) (20)은 地盤의 性質과 實驗을 基로 하여서 다음 식을 유도했다.

$$k = \frac{E_s}{2(1-\nu_s^2)} \quad (14)$$

위 식에 근거하여서 地盤의 성질에 따른 몇가지 값을 Table. 3에서 볼 수 있다.

Lee와 Brown (16)은 基礎가 rigid 되었을 때 同等한 沈下가 일어난다고 생각하고 관계식을 유도하였다. 즉 Winkler 地반에 대한 식 (9)에서

$$w^R_i = \frac{q_i}{k} \quad (15)$$

Boussinesq 地반상의 길이/폭 比가 25인 기호에 대해 식 (10-b)에 적용해서 풀면

$$w^R_i = \frac{2.65q_i(1-\nu_s^2)}{E_s} \quad (16)$$

식 (15), (16)에서

Table 3. Values of Elastic Constants Depending on Nature of Foundation

Subgrade	E_s (psi)	ν_s	k (psi)
Clay	11,000	0.17	5,700
Loess and Clay	13,000	0.42	7,900
Medium Sand	14,000—18,500	0.23—0.33	7,900—9,800
Sand and Gravel	40,000	0.31	22,000
Liassic Plastic Clay	38,000	0.44	23,500
Lime(air-slaked)	165,000—190,000	0.32—0.38	92,000—110,000
Sandstone	1,600,000	0.26	860,000

$$k = \frac{E_s}{2.65(1-\nu_s^2)} \quad (17)$$

이다.

III. 모델化的 實例

1. 彈性地盤上的 板의 解析

Fig. 5와 같이 地盤위의 板은 4個의 要素로 분할 하고 板과 地盤으로 나누었을 때 Fig. 5-(a)에서 外의 荷重 F 에 의한 反力 P_i 는 板理論으로 求할 수 있다. 이 反力 P_i 를 逆方向으로 하여서 Fig. 5-(b) 의 地盤의 節點荷重 p_i 로 생각해서 地盤모델에 적용시킨다. 이때 均等하중 p_i 로 因하여 沈下하는 地盤의 均等 주변的 影響領域은 Fig. 6과 같이 길이 $a_i \times b_i$ 인 矩形으로 생각할 수 있다. 그런데 Fig. 6-(a)에서와 같이 4-Node⁽⁶⁾일 때는 地盤影響영역 範圍에 節點이 없으나 8-Node Isoparametric 요소^(13, 25, 31)를 使用할 때는 Fig. 6-(b)에서와 같이 要素를 9等分해서 中央部分을 제외한 面積은 그 속에 포함되는 節點에 相當하며, 中央部分은 그림에서 보는 바와 같이 周圍의 8節點에 相當하게 分配하는

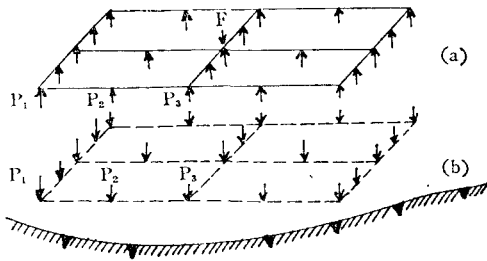


Fig. 5. Plate on Half-space.

方法을 택하였으며,⁽¹⁴⁾ 이것의 問題점은 Fig. 6-(c)에서와 같이 中央部에 節點이 추가된 9-Node⁽³²⁾를 使用해서 쉽게 해결할 수 있다. 이 地盤影響領域의 配當에 對해서는 一般的인 形狀의 영역에도 적용된 수 있는 數值解法^(3, 21)을 하여야 할 것이다.

地盤上的 板의 解析을 有限要素法으로 하기 위해서는 地盤에 對한 剛度マト릭스의 作成이 重要한 事 件이다.

Winkler 地盤에 대해서는⁽¹³⁾ 식 (9)에서

$$\{P\} = [K_w]\{w\} \quad (18)$$

여기서 $[K_w]$ 는 Winkler 地盤의 剛度マト릭스로서 對角マト릭스이다. 즉,

$$[K_w] = k \begin{bmatrix} a_1 b_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & a_2 b_2 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & a_3 b_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (19)$$

地盤위의 板에 對한 變位マト릭스는

$$\{\delta\}^T = [w \ \theta_x \ \theta_y] \quad (20)$$

이므로 (18)식은 板과의 重첩을 因해서 확장해야 하며 하중도 마찬가지로이다.

$$\{F_w\} = [K_w]\{\delta\} \quad (21)$$

식 (21)의 變位 $\{\delta\}$ 중에서 θ_x, θ_y 값은 0이며, $[K_w]$ 는 板과의 重첩을 고려한 Winkler 地盤의 剛度マト릭스이다.

等方彈性 半無限體 地盤에 對한 剛度マト릭스 $[K_B]$ 는 다음과 같이 求한다.⁽¹¹⁾ 즉, 影響영역內的 均等하중으로 因한 그 階에서의 變位는 식 (11-d)에서 알 수 있고 影響영역 밖의 均等하중으로 因한 影響영역內的 節點에서의 變位도 積分을 해서 求할 수 있으나 식 (11-b)에서 影響영역內的 q 의 全荷重 P 로 代치함으로써 直接 求하는 것이 편리하다. 그러므로 均等하중의 地盤에 對한 變位マト릭스는

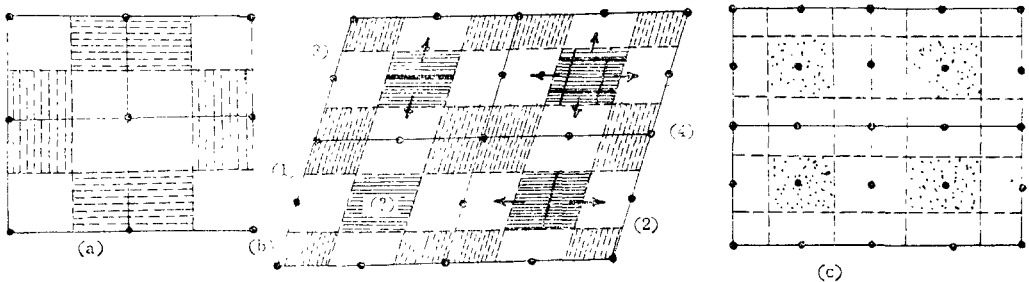


Fig. 6 4, 8, 9-Node Element.

$$\begin{Bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ \vdots \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1-\nu_s^2)f_{11}}{a_1\pi E_s} & \frac{1-\nu_s^2}{\pi E_s r_{21}} & \frac{1-\nu_s^2}{\pi E_s r_{31}} & \dots \\ \frac{1-\nu_s^2}{\pi E_s r_{12}} & \frac{(1-\nu_s^2)f_{22}}{a_2\pi E_s} & \frac{1-\nu_s^2}{\pi E_s r_{32}} & \dots \\ \frac{1-\nu_s^2}{\pi E_s r_{13}} & \frac{1-\nu_s^2}{\pi E_s r_{23}} & \frac{(1-\nu_s^2)f_{33}}{a_3\pi E_s} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (22)$$

즉,

$$\{w\} = [F_f] \{P\} \quad (23)$$

여기서 $[F_f]$ 는 지반의 柔軟度 매트릭스(Flexibility Matrix)로써 대칭이지만 帶狀은 아니다.

$$[F_f] = \frac{1-\nu_s^2}{\pi E_s} \begin{bmatrix} f_{11} & 1 & \frac{1}{r_{31}} & \dots \\ a_1 & r_{21} & r_{31} & \dots \\ 1 & f_{22} & \frac{1}{r_{32}} & \dots \\ r_{12} & a_2 & r_{32} & \dots \\ \frac{1}{r_{13}} & \frac{1}{r_{23}} & f_{33} & \dots \\ r_{13} & r_{23} & a_3 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (24)$$

식 (23)을 $\{P\}$ 에 對해서 展開하면

$$\begin{aligned} \{P\} &= [F_f]^{-1} \{w\} \\ &= [K_B] \{w\} \end{aligned} \quad (25)$$

$[K_B]$ 는 지반의 유인도 매트릭스의 逆 매트릭스이며 Winkler 지반에서와 같이 板과의 連結을 고려해서 하중과 변위를 확장하면

$$\{F_B\} = [K_B] \{\delta\} \quad (26)$$

로서 $[K_B]$ 는 $[K_B]$ 를 확장시킨 Boussinesq 地盤의 剛度 매트릭스이다.

板解析에 對한 詳術은 文獻^(5,25,33)을 參考하기로 하고 일단 구해진 板의 要素剛度 매트릭스 $[K^e]$ 를 組合해서 全體剛度 매트릭스 $[K_B]$ 가 구해진다. 板의 轉선에 作用하는 하중은 外的荷重 $\{F\}$ 이지만 地盤上의 板압을 고려하면 效果의 外力은 Winkler 지반에 對해서는 $\{F\} - \{F_B\}$ 이다. 즉,

$$\{F\} - \{F_B\} = [K_p] \{\delta\} \quad (27)$$

여기에 식 (21)를 代入하면

$$\{F\} - ([K_w] + [K_p]) \{\delta\} \quad (28-a)$$

$$= [K_{w-p}] \{\delta\} \quad (28-b)$$

이며 $[K_{w-p}]$ 는 Winkler 지반상의 板의 剛度 매트릭스로서 板의 강도 매트릭스의 대각선에 Winkler 지반의 강도를 중첩하면 된다.

한편, Boussinesq 지반에 대해서는 마찬가지로

$$\{F\} - \{F_B\} = [K_p] \{\delta\} \quad (29)$$

여기에 식 (26)를 代入하면

$$\{F\} = ([K_B] + [K_p]) \{\delta\} \quad (30-a)$$

$$= [K_{B-p}] \{\delta\} \quad (30-b)$$

가 되며 $[K_{B-p}]$ 는 帶狀이 아니므로 컴퓨터의 용량을 줄일 수 있는 方程式의 解法이 요구된다. 變位를 알면 應力은 쉽게 구해진다.

地盤上의 矩形인 板의 解析과 같은 理論으로 圓形의 板⁽³⁵⁾에 對해서도 적용할 수 있는 데, Banerjee와 Jankov⁽⁶⁾는 Cartesian 座標를 사용해서 有限差分法으로 中央集中荷重, 環荷重 등 5가지 경우의 하중에 대한 變位, 地盤應力, 모멘트 등을 구하였는데 지반영향영역은 같은 크기의 矩形으로 환한 것으로 하고 해석하였다.

2. 要素에 依한 매트릭스 解法

구조물의 거동을 理想化할 때 3次元 要素의 사용은 自由度가 커지므로 미경계기인 것이 되며, 運動力學의 문제나 다른 非線形 문제에 사용하길 컴퓨터 기억용량 및 사용시간이 커지는 短點이 있어서 간단하게 要素(Beam Element) 혹은 一次元線要素(One-dimensional Line Element)로 거동을 나타내는 方法을 Ergatoudis와 Miyahara⁽³⁶⁾가 보여 주고 있다.

Fig. 7은 임의의 하중이 작용하는 단면기, 단성계수, 단면 2차모멘트 등이 均一한 要素를 보여 주고 있는데, i 단면에서는 陽의 荷重과 變位들, j 단면에서는 陽의 모멘트와 회전은 보이고 있다. 즉, 要素의 변위벡터 $\{\delta\}$ 와 하중벡터 $\{F\}$ 는

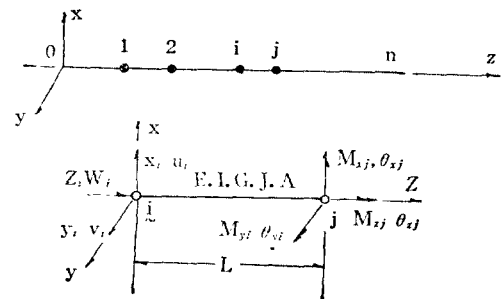


Fig. 7 Beam Element

$$\{\delta\}^T = [u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{zi} \ \theta_{yj} \ \theta_{zj} \ u_j \ v_j \ w_j \ \theta_{zj} \ \theta_{yj} \ \theta_{zj}] \quad (31)$$

$$\{F\}^T = [P_{xi} \ P_{yj} \ P_{zj} \ M_{xi} \ M_{yj} \ M_{zj} \ P_{xj} \ P_{yj} \ P_{zj} \ M_{xj} \ M_{yj} \ M_{zj}] \quad (32)$$

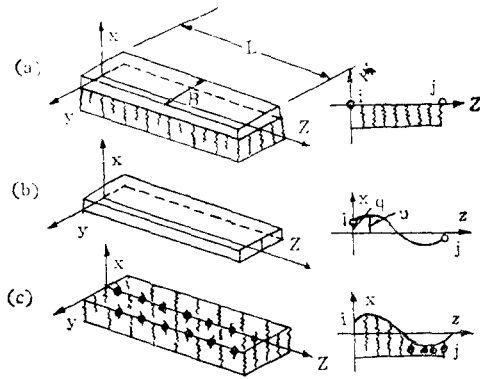
이러 3차원 요소에 대한 剛度매트릭스 $[K_k]$ (2,31)는 식(33)과 같다.

$$[K_k] = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (33)$$

Fig.8-(a)은 Winkler 지반상의 보를 보이고 있는데, 보가 지면내에 파일로 묻혀있다고 생각하면 기초는 수직반력 외에도 전단력이나 굽힘을 받게되며, 이때 기초의 특성은 두개의 수직반력과 전단력 및 굽힘에 대한 4개의 反力係數(Reaction Moduli)로 나타낼 수 있다. 즉, 이 係數들은 대개의 地盤

反力係數매트릭스 $[E_f]$ 를 형성한다. 즉,

$$[E_f] = \begin{bmatrix} u & v & w & \theta_z \\ k_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_t \end{bmatrix} \quad (34)$$



여기서 반력계수는 관련 접촉면적당의 관련 스프링 상수를 의미하며 k_t 는 지면에 묻힌 원경단면의 요소에만 쓰인다.

이 반력계수는 기초에 완전히 묻힌 임의 형태의 균일한 단면인 보에 대해서도 다음과 같이 修正剛性매트릭스 $[\bar{E}_f]$ 를 도입해서 사용할 수 있다.

$$[\bar{E}_f] = \begin{bmatrix} u & v & w & \theta_z \\ k_x & 0 & 0 & 0 \\ & k_y & 0 & 0 \\ & & k_s & 0 \\ & & & k_t \end{bmatrix}$$

Fig.8 Beam Element on Distributed Springs

의 평형방정식을 풀면 變位를 알고 이로부터 부재력, 집중압력, 모멘트 등을 구할 수 있다.

이 요소들을 사용한 매트릭스解法으로 Fig. 9-(a)와 같이 地盤上에 부분적이거나 완전하게 묻힌 발목의 해석을 하였으며 Fig. 9-(b), (c)의 부분식으로 지반에 묻힌 뼈대구조물과 단면 단면을 11개와 24개의 요소들을 사용하여 지질, 반직, 축방향 및 횡방향의 기준의 구조해석 프로그램을 도입할 수 있게 되었으며 개진하였다.

II. 動力學的인 相互影響

최근에 이르러 地盤이 상당히 강하고 굳어졌을 경우 구조물의 動力學的인 해석은 크리한 設計가 증가하고 있는 실정이다. 이러한 것은 原子力發電所, 배이다단, 항공기 등다는 기계를 만드는 여러 종류의 구조물에 대하여 適用을 볼 수 있다.

그러나 구조물에 의하여 동적학적 질체(진동질체)의 가상 중요한 것은 구조물과 地盤 사이의 動力學的인 相互影響의 評價에 있다 하겠다. 이를 위한 解法 방법으로는 靜力學的인 것과 마찬가지로 더 나은 等價스프링系(Equivalent Spring System)으로 보거나 有限要素法(Finite Element Model)로 나타낸다. 이것은 各方法을 長短點이 있으며 가끔 얼마의 差異가 나는 結果를 가져오기도 하므로 진동기(Oscillator), 가속도계기(Accelerometer) 등의 기구로 實驗(20)을 해서 비교 검토할 필요가 있다.

구조물의 진동해석에 있어서는 그 力學的 特性을 충분히 고려하여 振動理論의 基本 理論과도 質點

을 갖는 點(質點)의 結合에 의해 구경되는 振動系로 理想化하여 考察하여야 할 것이다.

구조물의 진동을 고려할 때 地盤도 구조물과 같이 彈性的인 성질을 가지며 구조물은 마치 스프링으로 받친 것과 같이 생각되므로 地盤의 영향을 무시하지 못한다.

地盤이 안치고 있는 기초를 剛體變位를 하는 블록(Block)으로(23) 보면, 어떤 하중이 작용하면 剛體블록은 Fig. 10과 같이 세축에 對한 轉動의 자유도와 轉動을 하는 6개의 自由度를 가지며, x축에 대한 이동(혹은 y축)과 y축에 대한 轉動(혹은 x축)은 서로 垂直되므로 轉動수를 제한할 때는 Fig. 11의 경우와 같이 4개의 自由度로 가당하며, 이 4개의 自由度는 轉動의 轉위에 따라서 이를 4개의 轉動에 轉하여 轉動의 轉은 되어 될 것이다.

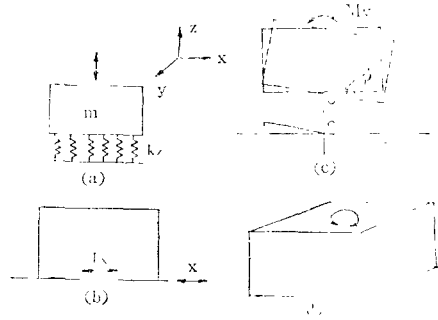


Fig. 11 Vibration Mode.

- (a) Vertical Vibrations
- (b) Horizontal translation (Swaying)
- (c) Rocking
- (d) Yawing

Whitman(20)은 Fig. 12와 같이 地盤의 轉動에 對한 上下 轉動(Swaying)하는 기초에 대한 轉動 轉動의 轉動수 k_R 과 轉動스프링상수 k_H 를 轉動한다. 즉,

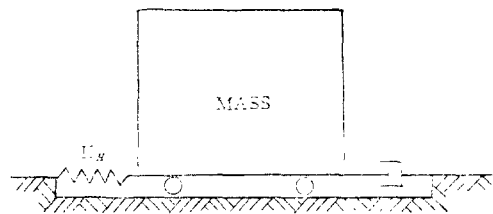


Fig. 12 Model of Foundation Swaying

$$E_R = \frac{M_f}{\phi_f} \quad (10)$$

여기서

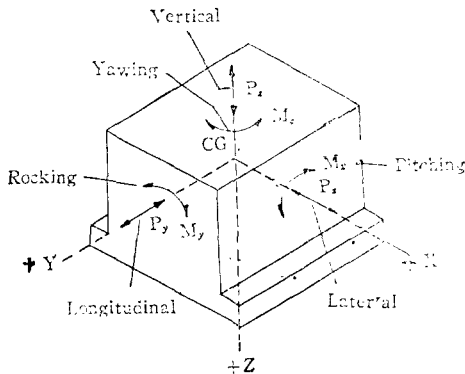


Fig. 10 Degree of Freedom of a Block Foundation.

M_f : 진동모멘트로 실험에 의해 결정됨.

ϕ_f : 기초의 진동 회전각.

$$k_H = \frac{V_f}{x_f} \quad (41)$$

여기서

V_f : 진동시 기초바닥의 전단력

x_f : 기초의 수평이동거리

기초가 圓形일 때는

$$K_R = \frac{8GR^3}{3(1-\nu_s)} \quad (42)$$

$$K_H = \frac{8GR}{2-\nu_s} \quad (43)$$

여기서

G : 전단탄성계수

R : 기초의 반지름

ν_s : 포아송비

식 (42), (43)을 비교해 보면

$$K_H = \frac{3(1-\nu_s)}{2-\nu_s} \cdot \frac{K_R}{R^2} \quad (44)$$

Veletsos⁽⁴⁰⁾는 Fig. 13과 같은 모델을 例로 들면서 스프링상수 뿐만 아니라 댐핑(Damping)을 포함한 원형기초에 대한 회전 및 평행상수 c_R , c_H 를提示하였다. 즉,

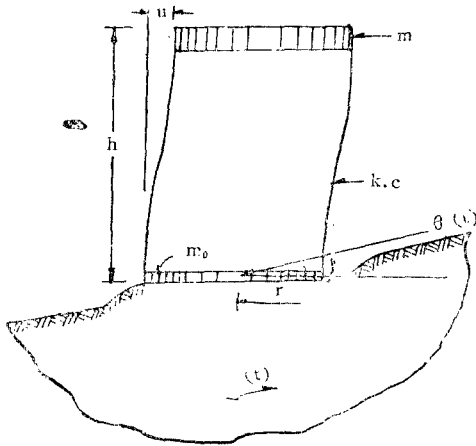


Fig. 13 Model of Circular Foundation.

$$k_R = \alpha_R K_R \quad (42')$$

$$k_H = \alpha_H K_H \quad (43')$$

$$c_R = \beta_R \frac{K_R R}{c_s} \quad (45)$$

$$c_H = \beta_H \frac{K_H R}{c_s} \quad (46)$$

여기서, α_R , α_H , β_R 및 β_H 는 부차원 진동수 매개변수에 관한 부차원의 함수치이며 c_s 는 지반에 대한 전단파동속도이다. Liu⁽³⁸⁾와 Parmelee⁽³⁹⁾도 Fig. 13과 유사한 모델로서 상호 영향문제를 다루었다.

Sarrazin⁽⁴⁷⁾은 Fig. 12와 같은 모델에 대해 동價 스프링, 전량 및 減衰상수의 값을 지반 Compliance 함수로 제시했으며, 또한 Fig. 14와 같이 3自由度인 3차원 모델을 포함하여 고유진동수와 진동형을 구하는 것은 提示하였다.

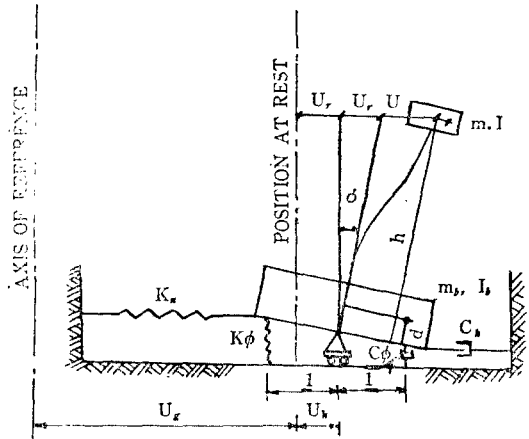


Fig. 14 Three Degree of Freedom Model.

한편, 지반—구조계를 Fig. 15와 같이 有限要素模型化하여서⁽²¹⁾ 地表面, 岩表面, 기타 特定한 위치에서의 支配運動(Control Motion)을 알고 운동방정식은 Modal Analysis 등의 方法으로 풀 수 있으나, 모델化 과정이나 계의 中에 誤差를 包含한다.

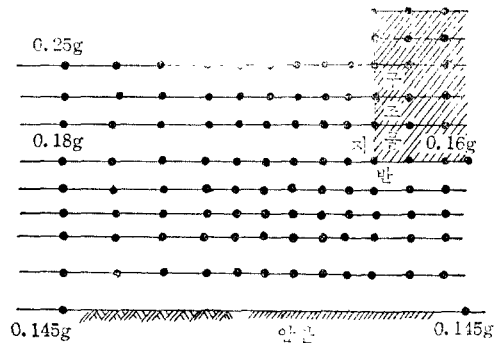


Fig. 15 Finite Element Model of Soil-Structure System.

로 정확한 해를 얻기 어려우며, 3차원 문제를 2차원 문제로 단순화 시켰기 때문에 구조물의 거동이 다소 평가되고, 또 어떤 특수한 조건에서의 국부적인 거동을 결정할 만큼 충분히 모델화시키지 못하는 등 限界點이 있다.

V. 結 言

(1) 地盤-基礎-構造物 사이의 相互影響은 그러한 構造解析問題를 위한 模型化의 方法과 몇가지 實例를 들었다.

(2) 剛도 매트릭스가 서로 다른 要素의 結合으로 이루어진 構造物는 適切한 座標變換과 要素剛도의 疊積의 段階를 거쳐야 할 것이다.

(3) 地盤의 模型化에 對해서 Winkler 地盤과 Boussinesq 地盤은 들었으며, 두 地盤間의 變位, 應力 등에 있어서의 比較가 必要할 것이다.

(4) 地盤에 있어서 節點力의 影響領域의 적절한 分配方法의 研究가 必要할 것이며 各方法의 精度를 검토해 보아야 하겠다.

(5) 彈性地盤上의 板의 解析과 要素에 의한 매트릭스 解法의 例에서 볼 수 있는 바와 같이 既存의 構造解析 매트릭스법을 조금만 修正함으로써 相互影響이 고려된 構造解析이 可能할 것이다.

(6) 地盤을 等價 매트릭스系로 보거나 有限要素模型化함으로써 振動解析까지도 可能하게 되었다.

(7) 地盤의 特性을 나타내는 地盤反力係數, 彈性係數, 코아시비티 選擇이 模型化 및 解析에 多大의 重要함으로 地盤에 對한 充分하고 妥當한 研究가 있어야 하겠다.

參 考 文 獻

- (1) J.G. Ergatoudis and F. Miyahara, Matrix Analysis of Structure-Foundation Interaction, ASCE, ST1, pp. 251-265 (1976).
- (2) H. Kardstuncer, Elementary Matrix Analysis of Structures, pp. 89-240, McGraw-Hill (1974).
- (3) 趙顯榮, 彈性地盤上에 놓인 板-보 梁의 有限要素法에 의한 解析, 釜大 構造研究室 (1981).
- (4) S.P. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger, Theory of Plates and Shells, 2nd ed., pp. 259-281, McGraw-Hill (1981).
- (5) Y.K. Cheung and O.C. Zienkiewicz, Plates and Tanks on Elastic Foundations, Int. J. Solids Structures, Vol. 4, pp. 451-461(1965).
- (6) A. Banerjee and Z.D. Jankov, Circular Mats under Arbitrary Loading, ASCE, ST10, pp. 2133-2145(1975).
- (7) Henry T.Y. Yang, Flexible Plate Finite Element on Elastic Foundation, ASCE, ST10, pp. 2083-2101(1970).
- (8) 申永時, 金海國際空港 國內線 廳舍 基礎地盤 調査檢討, 韓國技術士會, Vol. 9, No. 1, pp. 15-21 (1976).
- (9) 趙顯榮, 有限要素法에 의한 地中格子基礎의 解法, 釜大 生産技術研究所, 第 18 輯, pp. 45-51 (1978).
- (10) 南文熙, 彈性地盤上에 놓인 軸對稱 매트릭스 매트릭스 콘크리트 탱크의 有限要素法에 의한 解析에 關한 研究, 釜大 工學博士 學位論文(1978).
- (11) 曹鎮久, 有限要素法에 의한 P.C. 農業用 SILO의 解析에 關한 研究, 全南大 工學博士 學位論文 (1980).
- (12) 嚴承永, 地盤과 構造物間의 相互作用을 고려한 暗梁解析에 關한 研究, 東亞大 工學博士 學位論文(1982).
- (13) 金聲得, 有限要素法에 의한 全面基礎의 解析, 釜大 大學院論文集(1981).
- (14) 金聲得, 等方彈性 半無限體上의 板의 解析, 蔚山工大 研究論文集, 第 12 卷 2號, pp. 305-311 (1981).
- (15) I.K. Lee and H.B. Harrison, Structure and Foundation Interaction Theory, ASCE, ST2, pp. 177-197(1970).
- (16) I.K. Lee and P.T. Brown, Structure-Foundation Interaction Analysis, ASCE, ST 11, pp. 2413-2431(1972).
- (17) M.A. Sarrazin, J.M. Roesset and R.V. Whitman, Dynamic Soil-Structure Interaction, ASCE, ST7, pp. 1525-1544, (1972).
- (18) J.M. Roesset, R.V. Whitman and R. Dobry, Modal Analysis for Structures with Foundation Interaction, ASCE, ST3, pp. 399-416(1973).

- (19) A.S. Veletsos and V.V.D. Nair, Seismic Interaction of Structures on Hysteretic Foundations, ASCE, ST1, pp.109-129(1975).
- (20) R.V. Whitman, J.N. Protonotarios and M.F. Nelson, Case Study of Dynamic Soil-Structure Interaction, ASCE, SM11, pp.997-1009(1973).
- (21) H.B. Seed, J. Lysmer and R. Hwang, Soil-Structure Interaction Analyses for Seismic Response, ASCE, GT5, pp.439-457(1975).
- (22) F.E. Richart, Some Effect of Dynamic Soil Properties on Soil-Structure Interaction, ASCE, GT12, pp.1197-1237(1975).
- (23) S. Prakash, Soil-Dynamics, pp.340-412, McGraw Hill(1981).
- (24) K.J. Bathe and E.L. Wilson, Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall(1976).
- (25) E. Hinton and D.R.J. Owen, Finite Element Programming, Academic Press(1977).
- (26) B. Goschy, Soil-Foundation-Structure Interaction, ASCE, ST5, pp.749-761(1978).
- (27) Jaroslav Fedá, Stress in Subsoil and Methods of Final Settlement Calculation, pp.49-51, Elsevier Scientific Publishing Co. (1978)
- (28) J.E. Bowles, Foundation Analysis and Design, 2nd ed., Ch. 5,9,10, McGraw Hill (1974).
- (29) W. Steinbrenner, Tafeln zur Setzungsbe-
rechnung, Die Strasse, Vol.1, pp.121-124
(1934).
- (30) E. Schultze and H. Muhs, Bodenuntersuchungen für Ingenieurbauten, Berlin(1950).
- (31) 崔暢根, 有限要素法講座, 大韓土木學會論文集, 第24卷, 第2號, pp.27-32(1976).
- (32) O.C. Zienkiewicz, The Finite Element Method, 3rd ed., McGraw Hill(1977).
- (33) S.P. Timoshenko, Theory of Elastic Stability, 2nd ed., McGraw Hill(1961).
- (34) W. Weaver, Computer Programs for Structural Analysis. pp.8-47, Van Nonstrand Co.,(1967).
- (35) R. Bolton, Stresses in Circular Plates on Elastic Foundations, ASCE, EM3, pp.629-640(1972).
- (36) O.J. Sevc. Thick Plates on Elastic Foundations by Finite Elements, ASCE, EM3, pp.461-477(1976).
- (37) G. Gazetas and T.P. Tassios, Elastic-Plastic Slabs on Elastic Foundation, ASCE, ST4, pp.621-636(1978).
- (38) S.C. Liu and L.W. Fagel, Earthquake Interaction by Fast Fourier Transform, ASCE, EM14, pp.1223-1237(1971).
- (39) R.A. Parmelee and J.H. Wronkiewicz, Seismic Design of Soil-Structure Interaction Systems, ASCE, ST10, pp.2503-2517(1971).
- (40) J.E. Luco and R.A. Westmann, Dynamic Response of Circular Footings, ASCE, EM5, pp.1381-1395(1971).
- (41) A. Castellani, Foundation Compliance Effects on Earthquake Response Spectra, ASCE, SM4, pp.1335-1355(1970).
- (42) A.S. Veletsos and Y.T. Wei, Lateral and Rocking Vibration of Footings, ASCE, SM9, pp.1227-1248(1971).
- (43) 張錫潤, 部分等分布荷重을 받는 異方性 半無限體의 처짐 解析, 大韓土木學會論文集, 第29卷, 第1號, pp.81-90(1981).
- (44) A.P.S. Selvadurai, Elastic Analysis of Soil-Foundation Interaction, pp.13-21, Elsevier Scientific Publishing Co. (1979).
- (45) J. Lysmer, T. Udaka, H.B. Seed and R. Hwang, LUSH-A Computer Program for Complex Response Analysis of Soil-Structure Systems, University of California, (1974).
- (46) T. Minami and J. Penzien, Elastic-Plastic Earthquake Response of Soil-Building Systems, University of California (1972).
- (47) P.B. Schnabel, J. Lysmer and H.B. Seed, SHAKE-A Computer Program for Earthquake Response Analysis of Horizontally Layered Sites, University of California (1972).
- (48) A.K. Vaish and A.K. Chopra, Earthquake Analysis of Structure-Foundation Systems, University of California (1973).

- (49) A.K. Chopra and J.A. Gutierrez, Earthquake Analysis of Multi-Story Buildings Including Foundation Interaction, University of California (1973).
- (50) I.M. Idriss, J.Lysmen, R.Hwang and H.B.Seed, QUAD-4: A Computer Program for Evaluating the Seismic Response of Soil Structures by Variable Damping Finite Element Procedures, Univ. of Ca., (1973).
- (51) 朴榮基 · 趙良熙 · 金守萬, 衝擊荷重에 의한 格納容器的 構造的 舉動에 대한 彈性解析, 大韓土木學會論文集, 第27卷, 第3號, pp.75-82(1979).
- (52) 朴榮基, 原子力 構造物 耐震解析에 사용되는 解析모델과 時間履歴曲線의 效率的 活用, 高麗大工學博士學位論文 (1982)