

平齒車의 이뿌리에 發生하는 應力에 關한 研究*

김진무 · 이경식 · 주석재

機 械 工 學 科

(1983. 4. 30. 접수)

〈要 約〉

물림율이 2以上일 때 平齒車의 한 개의 齒가 물리기 始作하여 끝날 때까지 分擔하는 荷重과 이뿌리에 發生하는 應力은 光彈性實驗으로 測定하였다. 그리고 이 結果를 使用하여 決定한 齒의 크기는 一般의인 設計值보다 約 25%정도 작게 할 수 있었다.

A Study on the Tooth Root Stresses of a Spur Gear

Kim, Jin-Moo, Lee, Kyung-Sick, Chu, Seok-Jae

Dept. of Mech. Eng.

(Received April 30, 1983)

〈Abstract〉

The partial load acting on a tooth and the stress at the tooth root of a spur gear, were measured using the photoelastic apparatus when the contact ratio is greater than 2.

The result shows that the gear would be designed about 25% smaller than conventionally used one when the contact ratio is greater than 2.

I. 序 論

一般적으로 齒車를 齒輪강도면에서 設計할 때 齒의 크기는 傳動荷重이 한 개의 이끝에 作用하는 것으로 하여 決定한다. 이런 方法으로 設計된 齒의 크기는 壓力角이 큰 齒車인 경우는 물림율을 고려하여 設計한 齒의 크기의 差異가 작다. 그러나 壓力角이 작은 齒車의 壓力角은 크지만 高齒인 齒車⁽¹⁾에서는 물림율(contact ratio)이 2以上이 되어 驅動中 恒常 2雙以上の 齒가 물리는 경우가 있다. 이런 경우는 위와 같은 方法으로 齒의 크기를 決定하면 물림율을 고려하여 設計된 齒의 크기보다 상당히 커지므로 不合理하다.

現在 船用 turbine 減速齒車, 工作機械의 變速齒車 및 自動車의 變速齒車等⁽²⁾⁽³⁾ shaving을 해서 使用

하는 齒車들은 壓力角이 작은 齒車가 쓰이고 있다.⁽⁴⁾

그러므로 이런 齒車들을 設計할 때 물림율이 2以上이 되면 물림율에 對한 影響을 고려하여 齒의 크기를 決定해야 된다. 그러나 지금까지 물림율이 2以上이 될 때 물림율을 고려하여 齒의 크기를 決定한 報告는 없었다.

그래서 本論文에서는 壓力角이 작은 齒車의 경우 module $m=2, 2.5, 3$ 의 各各에 對해서 물림율이 2보다 작은 齒車 1雙과 물림율이 2以上인 齒車 2雙等 9雙의 齒車에 對해서 한 개의 齒가 물리기 始作하여 끝날 때까지 分擔하는 荷重의 變化와 이뿌리에 發生하는 齒輪인장應력의 變動을 光彈性實驗으로 測定하여 물림율의 變化에 對한 荷重分擔率과 應力比의 變動 및 齒의 크기가 變化할 때 齒輪인장應력의 變動을 求하였고 그 結果로 부터 齒輪피로 강도면에서 물림율을 고려한 齒의 크기를 決定하였다.

* 이 논문은 1982年度 文敎部 學術研究助成費에 依하여 研究 되었음.

Table 1. Dimensions of Test Gears

Pressure Angle	14.5°					
	30	66	30	66	30	66
Number of Teeth	30	66	30	66	30	66
Tooth Size(module)	2		2.5		3	
Dia. of Pitch Circle(mm)	60	132	75	165	90	198
Addendum(mm)	2		2.5		3	
Dedendum(mm)	2.5		3.1		3.8	
Face Width(mm)	6		6		6	
Fillet Radius(mm)	0.8		1.0		1.2	

II. 實驗裝置 및 方法

1. 試驗用 齒車

本 實驗에 使用된 試驗用 齒車는 두께 6 mm의 Epoxy-resin 板材(fringe value, $f_o=1.43\text{kg/mm}$)를 完成型 hob로 加工한 平齒車이며 重要한 值數는 Table 1과 같다.

齒車의 壓力角은 標準齒車에서 물림율이 2 이상이 되도록 하기 위하여 14.5°를 選擇하였다. Table 1의 齒數를 가진 齒車를 各各 2個씩 製作하여 相互 交錯시켜 물려서 물림율 $\epsilon=1.95, 2.08$ 및 2.21의 3種類로 하여 實驗하였고 이끝에서만 물린 경우는 齒車의 齒를 3個정도 除去한 後 試驗用 齒車로 使用하였다.

2. 裝置 및 方法

本 實驗에 使用된 光彈性實驗裝置는 Fig. 1과

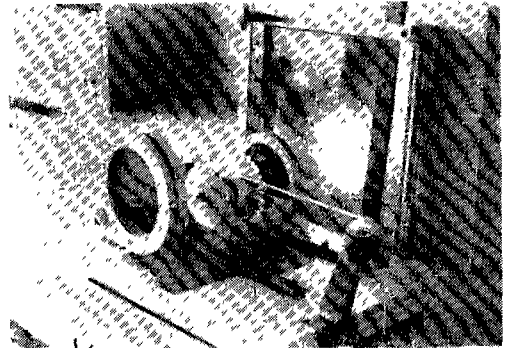
같다.

光源은 螢光燈으로 만든 散亂光源은 使用하였으며 荷重은 被動側 齒車를 固定시키고 驅動側의 齒車와 同一한 軸에 固定한 pulley에 rope를 連結하고 그 끝에 重錘를 달아서 pulley의 torque를 加했다. 齒에 作用하는 荷重의 變化는 重錘의 무게를 變化시키지 않았고 齒의 물림위치는 驅動齒에 附屬한 角度計의 눈금을 읽어가며 變化시켰다. 齒車의 中心間 距離는 vernier calipers로 測定하여 맞은 後 荷重을 作用시켜서 telemicroscope로 한 개의 齒에 對한 作用角(angle of action)을 確認하여 調節하였다. 물림위치는 驅動齒車에서 한 개의 齒를 定하고 그 齒가 물리기 始作하여 날릴 때까지 물림율이 1.95와 2.08인 경우는 約 3°간격, 물림율이 2.21인 경우는 約 1.5°간격으로 變化시켰다. 물림이 2雙에서 1雙 또는 2雙에서 3雙으로 變化하는 區間에서는 별도로 調整하였다.

물림위치마다 荷重을 變化시키면서 telemicro-

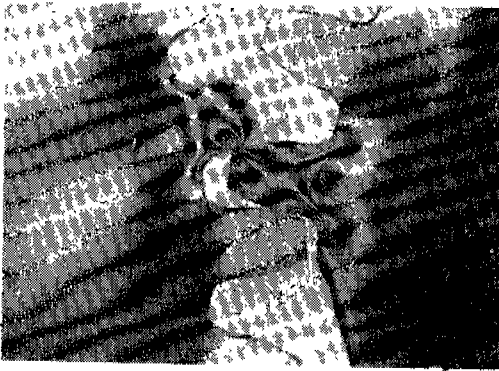


a) General View



b) Photoelastic Apparatus

Fig. 1 Photoelastic Apparatus



a) Fringe pattern of the case when the load is acting on the tip of a tooth.



b) Fringe pattern of the case when the two pairs of teeth are mating.



c) Fringe pattern of the case when the three pairs of teeth are mating.

Fig. 2. Fringe Patterns

scope로 引弧側 이쭈리에기의 fringe order를 읽고 分擔荷重을 求하기 爲해서 물려있는 狀態를 變遠 lens와 鏡筒(extension tube)을 使用해서 사진 촬영을 하였다.

Fig. 2는 fringe pattern의 例이다.

III. 結果 및 考察

1. 結果整理에 使用된 式

이쭈리에서의 應力은 다음 式에서 求하였다.

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{N \cdot f_\sigma}{h} \quad (1)$$

여기서 σ_1 , σ_2 는 主應力이다. σ_1 은 이쭈리에서의 最靑剛應力, 自由表面이므로 $\sigma_2=0$, N 는 fringe order, f_σ 는 fringe value, h 는 試驗用 齒車의 두께이다.

半無假體에 集中荷重 P 가 作用할 때 應力은 $\sigma_r = -\frac{2P}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r}$, $\sigma_\theta=0$ 이다.

主應力은 $\sigma_\theta - \sigma_r = \frac{2P}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r}$ 이고 光彈性關係式 $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_\theta - \sigma_r = \frac{Nf_\sigma}{h}$ 에서 $\frac{2P}{\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{r} = \frac{Nf_\sigma}{h}$ 가 된다. 荷重作用線 方向으로는 $\theta=0$ 이므로 뒷식은 식(2)와 같다.

$$P = \frac{\pi N f_\sigma r}{2h} \quad (2)$$

여기서 r 은 荷重作用點(接觸點)과 fringe 시어의 시어이다.

分擔荷重은 식(2)에 N 과 사진에서 測定한 r 을 代入하여 求했다.

2. 分擔荷重

한 개의 齒가 물리기 始作하여 끝날 때까지 分擔

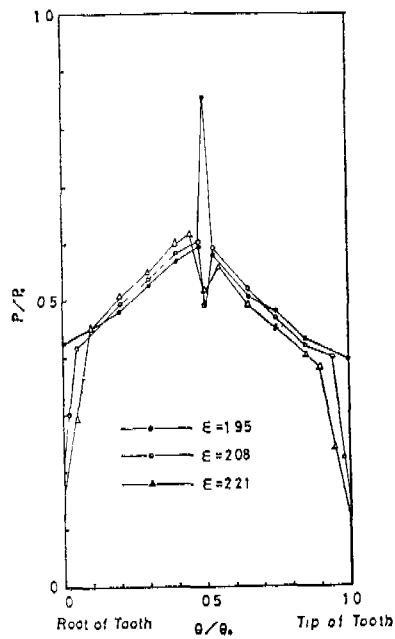
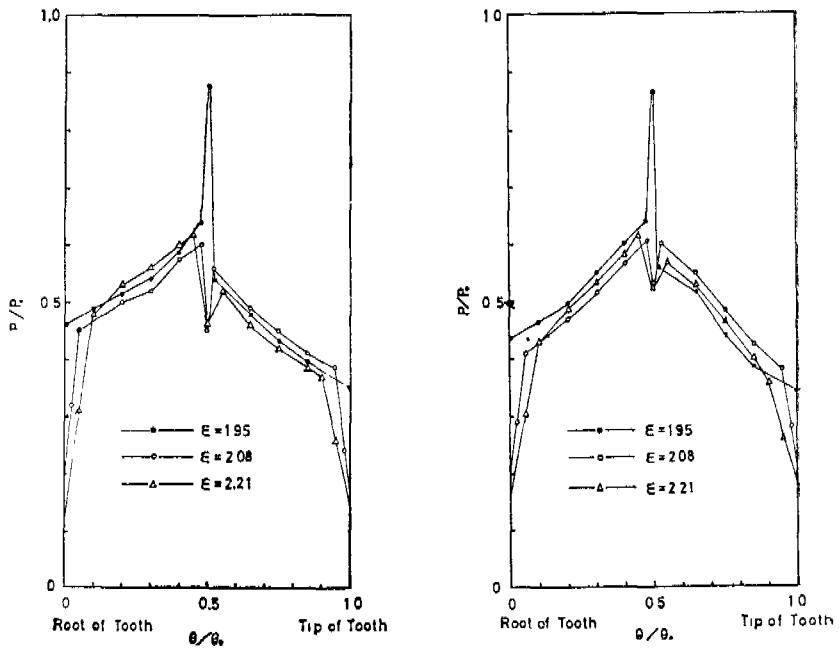
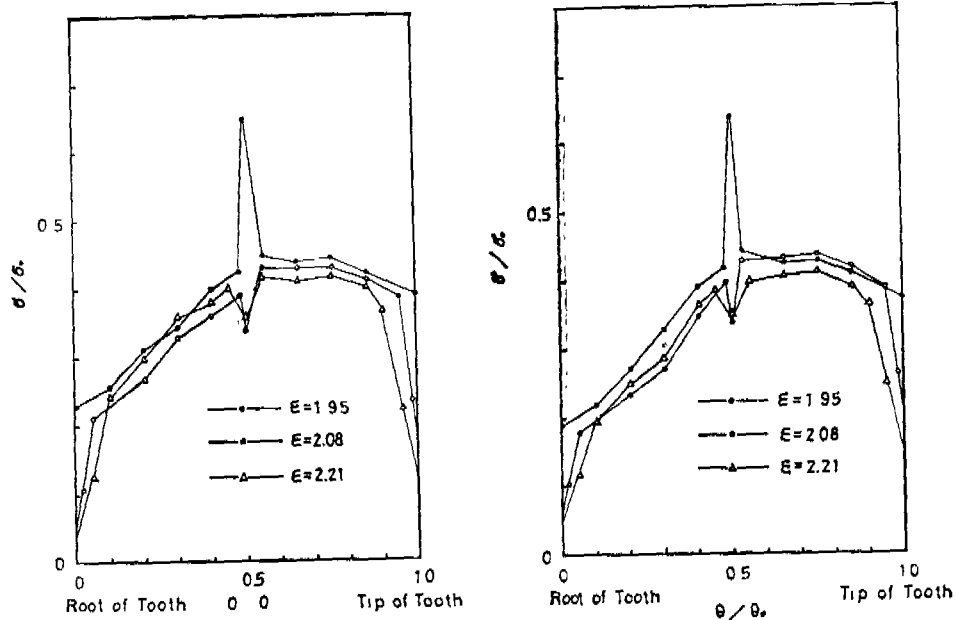
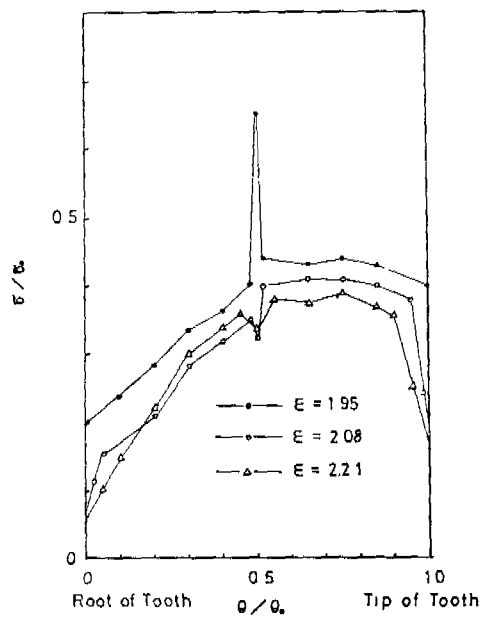


Fig. 3. Relationships between Contact Ratio and Load Distribution



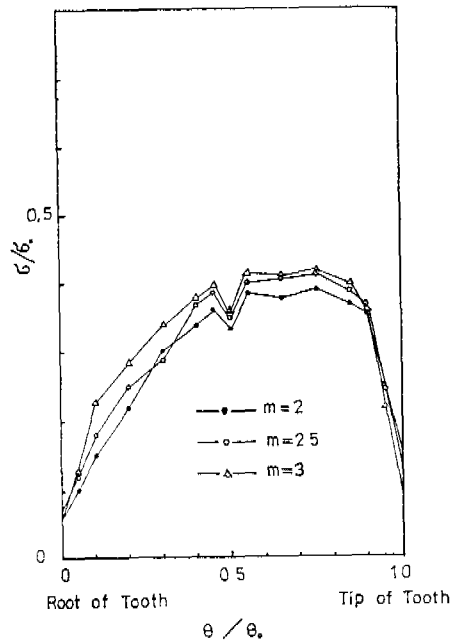
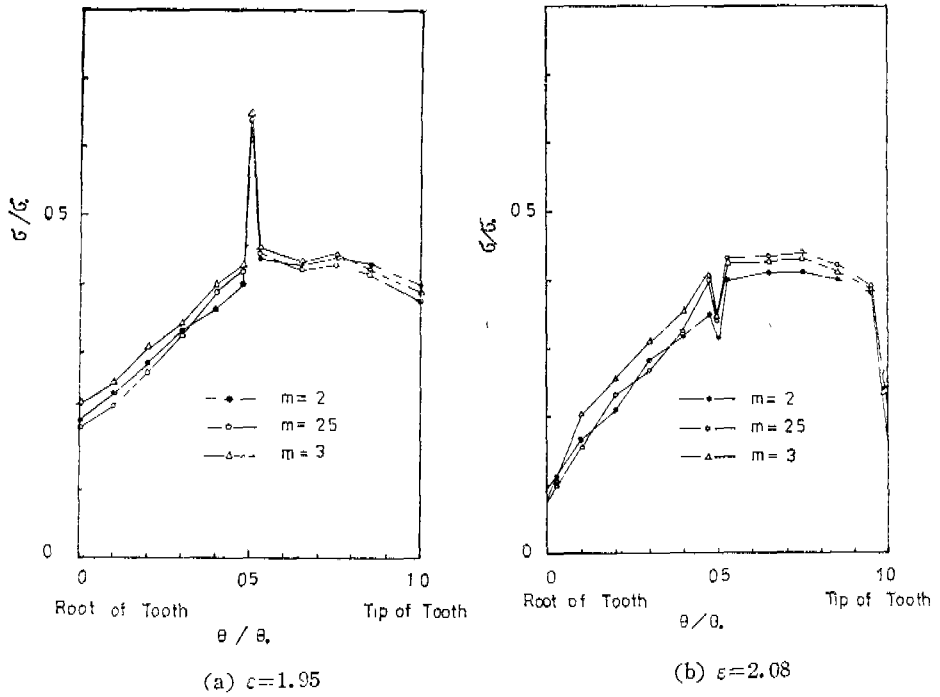
(a) $m=2$

(b) $m=2.5$



(c) $m=3$

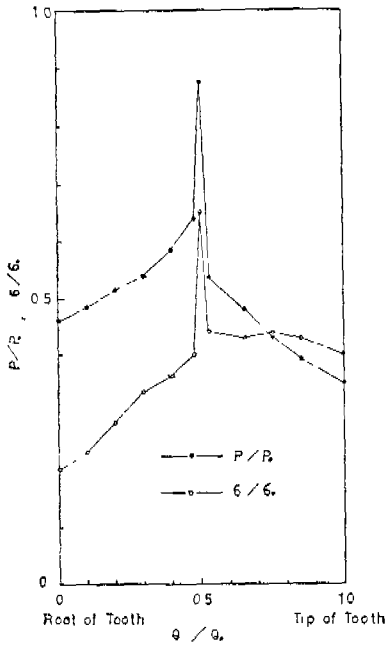
Fig. 4. Relations between Contact Ratio and Stress Ratio.



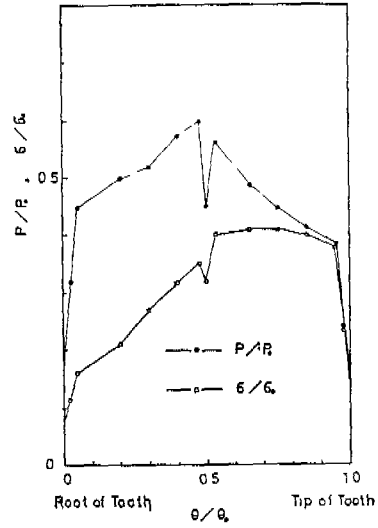
(a) $c=1.95$ (b) $\epsilon=2.08$

(c) $\epsilon=2.21$

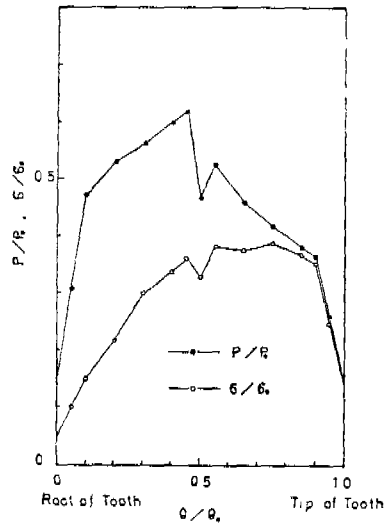
Fig. 5. Relationships between Tooth Size and Stress Ratio.



(a) $m=2, \epsilon=1.95$



(b) $m=2, \epsilon=2.08$



(c) $m=2, \epsilon=2.21$

Fig. 6. Relations between Stress Ratio and Load Distribution.

하는 荷重(P)의 變動을 한 개의 齒만 물린다고 한 때 作用線 L에 걸리는 荷重(P_0)과의 比(荷重分擔率 Q)로 表示하였다.

Fig. 3 (a), (b), (c)는 module $m=2, 2.5, 3$ 의 各各에 對해서 물림을 $\varepsilon=1.95, 2.08, 2.21$ 일 때 Q 의 變動을 한 개의 齒가 물리기 始作하여 測定할 때는 물림위치까지 驅動齒車가 廻轉한 角(θ)을 作用角(θ_0)에 對한 比(θ/θ_0)로 나타낸 그림이다.

그림에서 $\varepsilon=1.95$ 일 때 Q 의 최대값이 큰 것은 1雙의 齒만 물리기 때문이다. $\varepsilon=2.08$ 과 2.21일 때 이뿌리와 이끝部分에서 Q 의 값이 急變하는 것과 pitch 점 部分에서 약간 減少하는 것은 3雙의 齒가 同時에 물림으로 인한 것이다. $\varepsilon=1.95$ 인 경우 $\varepsilon > 2$ 보다 Q 의 最大値는 約 25%정도 컸으며, $\varepsilon > 2$ 일 때 Q_{max} 는 약 0.62이었다. 1雙 및 3雙이 물리는 區間을 除外하고는 Q 의 變動이 3가지 경우 큰 差異가 없는 것은 共히 2雙의 齒가 물리기 때문이다.

3. 이뿌리에 發生하는 應力

一般的으로 齒車의 이뿌리에 發生하는 應力은 壓縮側이 引張側보다 크지만 齒車가 疲勞限度 以上の 反復荷重이 作用하는 狀態下에서 한 쪽 方向으로만 驅動하면 疲勞破壞는 引張側에서 일어난다.⁽⁶⁾ 그래서 한 개의 이뿌리에 發生하는 應力은 引張側의 應力(σ)을 測定하였고 應力の 變動은 물림율에 依한 影響만을 고려하기 爲하여 同一한 齒車에서 한 개의 이끝에 荷重이 作用할 때 發生하는 應力(σ_0)과의 比(應力比, q)로 나타내었다.

Fig. 4 (a), (b), (c)는 $m=2, 2.5, 3$ 의 各各에 對해서 $\varepsilon=1.95, 2.08, 2.21$ 일 때 q 의 變動을 (θ/θ_0)로 表示하였다.

1雙 및 3雙의 齒가 물리는 區間에서 q 는 變動이 심했고 이뿌리에서 pitch 점 部分까지는 增加하고 以後 이끝 部分까지는 變動이 작았다. $\varepsilon=1.95, 2.08$ 및 2.21일 때 q 의 最大値는 各各 約 0.65, 0.40~0.43, 및 0.39~0.42이었다.

Fig. 5 (a), (b), (c)는 $\varepsilon=1.95, 2.08$ 및 2.21의 各各에 對해서 $m=2, 2.25, 3$ 인 때 q 의 變動을 (θ/θ_0)로 나타낸 그림이다.

齒의 크기에 對한 q 의 變動은 큰 差異가 있었다. 疲勞에 關한 實驗에서는 疲勞限度가 module의 0.9 乘에 比例한다는 報告⁽⁴⁾도 있으나 本 實驗은 應力 比에 對한 關係로 q 의 變動을 考察했으므로 뚜렷

한 差異가 나타나지 않은 것으로 생각된다.

Fig. 6(a), (b), (c)는 Q 와 q 의 關係를 (θ/θ_0)로 表示한 그림이다. pitch 점 部分에서 이끝까지의 區間에서 荷重分擔率은 減少하지만 應力比의 變化가 작은 것은 이뿌리로 부터 接觸點까지 높이의 增加가 荷重分擔率의 減少와 相殺된 때문이다.

4. 齒의 크기 決定

齒의 크기를 굵힘강도면에서 決定할 때 AGMA⁽⁶⁾에서 추천하는 式에 依하면 許容 굵힘응력은 齒車材料에 따른 疲勞限度를 基準으로 壽命계수, 溫度계수 및 安全계수를 고려한 값을 사용한다. 實際로 傳動中 齒車의 이뿌리에 發生하는 應力の 變動은 Fig. 5와 같이 正弦曲線狀의 片振反復應力이 作用하는 狀態로 近似시킬 수 있고,⁽⁷⁾⁽⁸⁾ 물림율을 고려한 경우의 應力振幅은 물림율을 고려하지 않은 경우보다 最大 應力比만큼 작다. 齒車에서 傳達動力은 AGMA⁽⁶⁾에서 勸奨하는 式에 依하면 齒幅이 一定하면 疲勞限度와 齒의 크기의 自乘에 比例하고, 齒幅은 齒크기의 一定한 比例로 할 때는 疲勞限度와 齒크기의 3 乘에 比例한다. 同一한 動力을 傳達할 때 물림율을 고려한 齒의 크기를 물림율을 고려하지 않은 齒의 크기, m 에 對한 比例로 最大應力比로 부터 求하면 다른 條件은 同一하므로 $\varepsilon=1.95, 2.08$ 및 2.21 일 때 (1) 齒幅이 一定하면 各各 $m/\sqrt{1/0.65}=0.8m$, $m/\sqrt{1/0.43}=0.66m$ 및 $m/\sqrt{1/0.42}=0.65m$ 이다. 그러므로 물림율을 고려하지 않은 경우보다 $\varepsilon=1.95$ 일 때는 約 20%, $\varepsilon=2.08$ 과 2.21일 때는 約 34~35%정도 작고, (2) 齒幅이 齒크기의 一定한 比例로 할 경우는 各各 $m/\sqrt[3]{1/0.65}=0.87m$, $m/\sqrt[3]{1/0.43}=0.75m$ 으로 $\varepsilon=1.95$ 일 때는 約 13%, $\varepsilon=2.08$ 과 2.21일 때는 約 25%정도 물림율을 고려하지 않은 경우보다 작다. 그러므로 $\varepsilon > 2$ 인 경우 물림율을 고려한 齒의 크기는 一般的인 設計值보다 約 25%정도 작게 할 수 있다.

IV. 結 論

물림율이 2 以上일 때 平齒車의 한 개의 齒가 接觸의 始點에서 終點까지 分擔하는 荷重과 이뿌리에 發生하는 應力을 光彈性實驗으로 測定한 結果 다음과 같은 結論을 얻었다.

(1) 荷重分擔率의 最大値는 $\varepsilon > 2$ 인 경우 約 0.62

이었다.

(2) 應力比의 最大值는 $\epsilon > 2$ 인 경우 約 0.43 이었다.

(3) $\epsilon > 2$ 인 경우 (2)의 結果를 使用하여 求한 齒의 크기는 一般的인 設計值보다 約 25%정도 작게 할 수 있다.

參 考 文 獻

1. H. Retting, "Evolventen-Verzahnungen mit grossen Stir-Überdeckungsgrader," *Industrieblatt*, 62(1962), p.325.

2. 日刊工業社, 機械設計 17(昭 48), 10號, p.14, 50, 119.
 3. 日刊工業社, 機械設計 別冊(機械要素の設計演習 レボト:齒車), (昭 52), p.135, 151.
 4. 仙彼正莊, 強い齒車の設計, (昭 51), p.22, 72.
 5. 會田俊夫, "齒車強度論(6)", 機械の研究, 23-4 (昭 46), p.647.
 6. AGMA 225-01(1967)
 7. 會田俊夫, "齒車強度論(5)", 機械の研究 23-3, (昭 46), p.497.
 8. 會田俊夫, "齒車強度論(14)", 機械の研究, 24-6 (昭 47), p.847.