

C 언어를 이용한 유동장 해석 프로그램 개발*

정의준

기계·자동차공학부

<요 약>

C 언어를 이용하여 유동장 해석 프로그램을 개발하고 그 신뢰성을 확인하기 위해 본 프로그램을 축류송풍기의 유동에 적용하여 얻은 데이터를 축류 송풍기의 기하학적 조건이 같은 경우의 Fortran 유동해석 프로그램 및 실험 데이터와 비교하였다. 그 결과 같은 경향을 보여 주었다.

Development of the Program using C language to analyze flow field*

W. J. Chung

School of Mechanical and Automotive Engineering

<Abstract>

The program using C language to analyze flow field was directly developed. And to certify the reliance of the developed program. The data of the developed program were compared with those of Fortran language program or those of experiment in the same geometric condition of an axial compressor. They showed the same trends.

* 본 연구는 2000년도 울산대학교 학술연구조성비에 의해 수행됨

기호설명

ε	: 난류운동에너지소산률
k	: 난류운동에너지
ξ, η, ζ	: 일반좌표계
ρ	: 밀도
τ^t	: 전단력
μ	: 점성계수
μ_t	: 난류점성계수
β_2^0	: 유출각
\emptyset	: 일반항
a	: 검사체적 및 검사체적면의 계수
s^{non}	: 교차확산
u	: 속도
r, r_{tip}	: 반경, tip반경
x, y, z	: 직교좌표계
A	: 면적벡터
C_P	: 정압계수
C	: 익의 코드(chord)길이
F	: 질량플럭스
G	: 난류운동에너지 생성률
J	: 검사체적면의 확산 및 대류플럭스
Pr	: Prandtl 수
P_s	: 정압
U	: ξ, η, ζ 에서의 속도
U	: 회전익 말단속도
V, V	: 속도
상첨자	
C	: 대류
D	: 확산
하첨자	
i	: 익의 전연
E, W, N, S, T, B	: 검사체적 P에 접해있는 각각의 검사체적
$i = e, w, n, s, t, b$: 검사체적 P의 각 면

1. 서론

Fortran은 수치연산을 하는데 있어서 연산속도가 빠르다는 장점이 있기 때문에 지금까지 대용량의 계산을 필요로 하는 프로그램 언어로서 이 언어가 주로 이용되어 왔다. 유동장의 해석은 대용량의 계산이 필요하기 때문에 유동장해석 프로그램의 언어는 지금까지 Fortran이 주류를 이루고 있다.

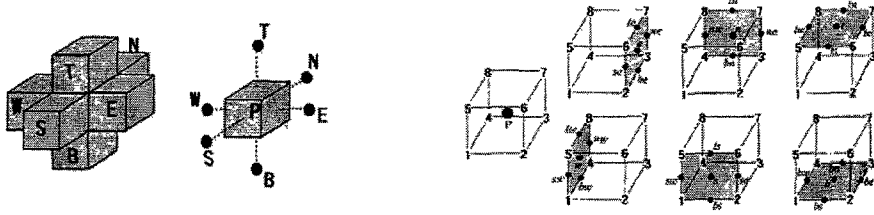
한편 C 언어에 의한 프로그램은 모듈로 구성되어 있어 프로그램 구조가 조직적이면서 간결하기 때문에 새로운 혹은 향상된 기능의 프로그램을 개발하는데 크나큰 이점을 갖고 있고 또한 뛰어난 Graphic 기능과 고급 언어 중 기계어에 가장 가까운 특성 때문에 제어에서는 벌써부터 가장 보편화된 언어로 인식되고 있다. 거듭된 C 언어의 발달에 의하여 현재에는 수치연산의 속도가 Fortran 못지 않게 빠르게 되었고 다른 언어가 갖지 못하는 이와 같은 여러 가지 장점을 광범위한 분야에서 인식하게 됨에 따라 그 사용이 증가하고 있으며 특히 PC를 이용하는 분야에서 그 증가세가 뚜렷하다.

따라서 본 연구는 이러한 경향을 적극적으로 수용한다는 의미에서 볼란드 C++4.5을 이용한 3차원 일반 좌표계의 비압축성 난류 점성유동에 대한 유동장해석 프로그램을 개발하고 직접 개발한 프로그램의 신뢰성을 확인하기 위해 축류 송풍기의 유동해석에 이 프로그램을 적용한 결과와 축류 송풍기의 기하학적 조건이 같은 경우의 실험치 및 Fortran을 이용한 수치해석 결과와도 비교하였다.

2. 수치해석

유동장의 수치해석은 유동장에 격자를 생성하고 그 격자점에서 유동장의 지배방정식의 해를 구하는 것이다. 격자생성은 비정방형의 물리공간을 수치해석 하기 편리하도록 정방형의 계산공간으로 좌표변환하는 것이며 본 연구에서 이용한 격자생성은 물리공간의 경계면을 ξ , η 및 ζ 를 기준좌표계로 하여 경계면에서의 격자점들을 구성하고 물리공간과 대응하는 계산공간의 경계면의 격자점들을 임의의 곡면에서 곡률 효과를 가감시키는 제어함수를 사용한 타원형 편미분(poisson) 방정식을 이용한 격자생성기법으로 물리공간과 계산공간이 서로 1 : 1로 대응하도록 내부의 격자점들을 결정하였다. 유동장은 비압축성 점성 정상상태 난류유동으로 가정하고 지배방정식으로 연속방정식, 운동량방정식, 표준 $k-\epsilon$ 난류 모델방정식을 사용하였다.

2.1 지배방정식



검사체적 P와 이에 접한 각각의 검사체적 E, W, N, S, T, B

검사체적의 각면

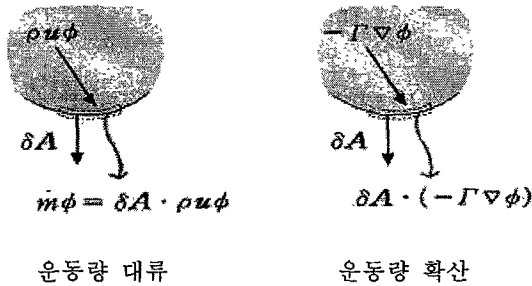
그림 1. 검사체적

1) 연속방정식

$$\sum_i F_i = F_e + F_w + F_n + F_s + F_t + F_b = 0 \tag{1}$$

where $F_i = \int_{\delta A} \frac{1}{J} \left(\frac{\partial U_i}{\partial \eta_i} \right) d\eta_i \cdot \delta A$

2) 운동량방정식



운동량 대류

운동량 확산

그림 2. 운동량확산과 운동량대류

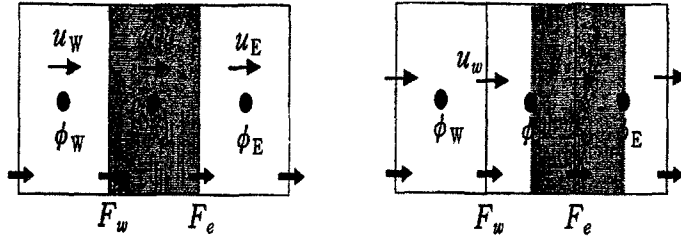
운동량방정식에 대한 이해를 쉽게 하기 위하여 운동량 방정식을 확산에 의한 운동량 전달과 대류에 의한 운동량전달로 나누고 플럭스의 개념을 도입하여 정리할 수 있다. 그러나 물리적으로 대류와 확산은 서로 분리할 수 없는 관계를 가지므로 이들을 결합하여 제시하면 다음과 같다.

운동량방정식의 이산화는 검사체적의 중심 P와 검사체적의 e면에 대한 식을 제시하였다. 그 밖의 면에서의 식은 동일한 방법으로 구한다.^{[2],[6]}

$$\begin{aligned} J_e &\equiv (\delta A)_e \cdot (\rho u \Phi)_e + (\delta A)_e \cdot (-\Gamma \nabla \Phi)_e \equiv J_e^C + J_e^D \\ &\equiv F_e \Phi_P + a_E (\Phi_P + \Phi_E) - s_e^{non} \end{aligned} \tag{2}$$

위의 식(2)에서 계수 a_E 는 Patankar에 의해 제시된 멱승차분기법을 사용하였다.^[6]

검사체적의 중심에서 속도성분과 압력은 일반격자계로 알려진 비엇갈림격자계에서 구한다. 그러나 검사체적의 중심에서의 속도로는 검사체적의 각 면을 통과하는 유량을 구할 수 없다. 그러므로 검사체적의 각 면에서 유량은 검사체적의 중심에서 구한 속도성분과 압력을 이용하여 구하는 운동량보간 방법인 엇갈림격자계를 사용한다.^[6]



(a) 비엇갈림 격자계 (b) 엇갈림 격자계

그림 3. 비엇갈림 격자계와 엇갈림 격자계

3) $k-\epsilon$ 난류모델방정식

$$\int (G - \rho \epsilon) dV = G_w (\delta V)_P - \left[\frac{\rho C_\mu^{3/4} k^{1/2} u^+ (\delta V)_P}{\delta_n} \right] k \quad (3)$$

where $G_w = \frac{\lambda_w u_P^2}{\delta_n}$

$$\int (C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} G - C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon^2}{k}) dV = C_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} G (\delta V)_P - [C_{\epsilon 2} \rho \frac{\epsilon}{k} (\delta V)_P] \epsilon \quad (4)$$

where $G = \tau_{ij}^t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$C_\mu = 0.09, \quad C_{\epsilon 1} = 1.14, \quad C_{\epsilon 2} = 1.92$$

$$i = 1, 2, 3$$

$$j = 1, 2, 3$$

2.2 경계조건

경계조건은 입, 출구조건 및 벽 경계조건로 나눌 수 있으며 축류송풍기 유동을 감안하여 입구 경계조건으로는 실험으로 구한 입구 영역의 평균속도를 사용하였고 그 타당성을 갖기 위해 입구 영역을 충분히 길게하였다. 출구경계조건에서는 출구경계면을 유동이 완전히 회복되는 곳에 위치시켰으며 또한 출구의 모든 격자점에서 반복계산 중에 연속방정식을

만족하지 않을 수 있으므로 강제적으로 연속방정식을 만족하도록 하였다. 벽 경계조건으로서 케이스는 정지된 점착조건을 사용하였으며, 허브와 익의 양면은 주유동 방향으로는 정지된 점착조건을 원주방향으로는 일정한 각속도(1380rpm으로 회전)를 가지는 조건을 사용하였다. 벽 부근의 유동은 전단응력의 영향이 지배적인 층류저층과 완전난류층으로 나누어 해석하였다.

2.3 수치해석 기법

본 수치해석의 기법은 이산화된 지배방정식을 검사체적에 적용하여 유동의 속도와 압력 등을 구하는 simple알고리즘을 사용하였다.[6] 유동계산의 흐름도는 다음의 그림4과 같다.

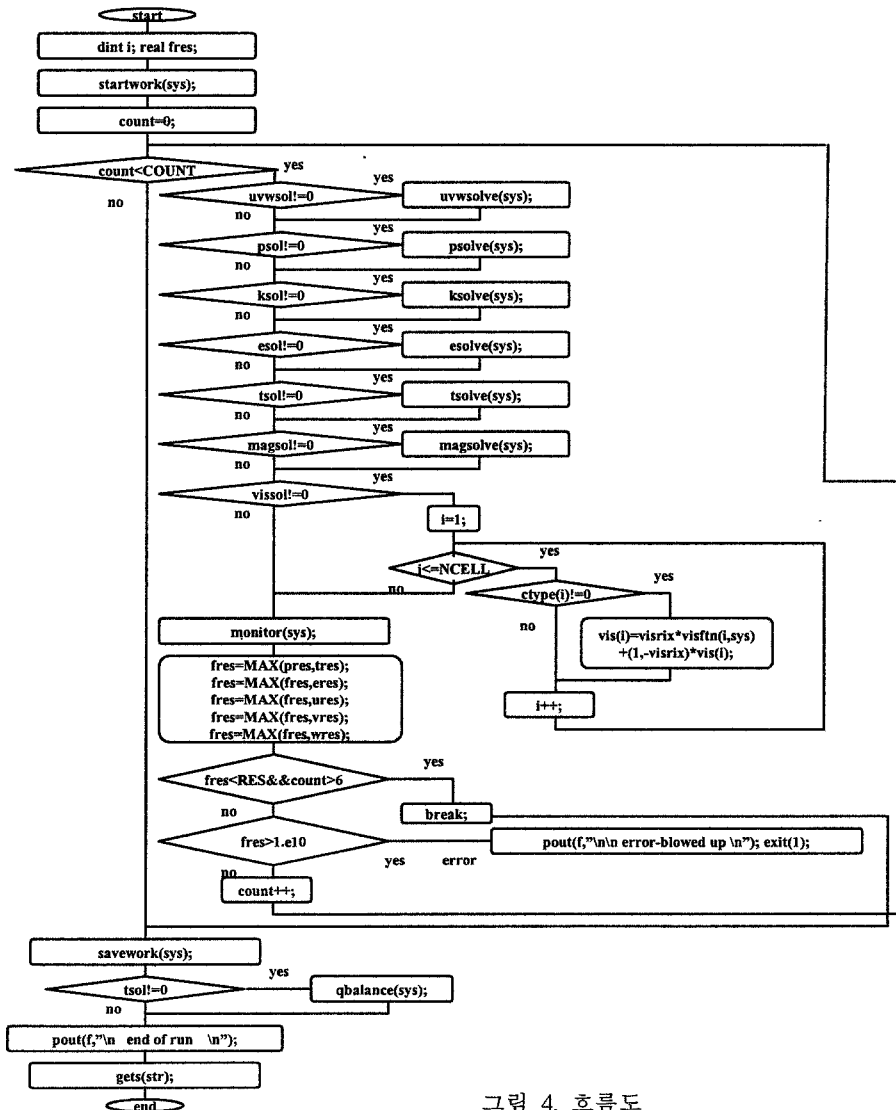


그림 4. 흐름도

3. 결과 및 고찰

C 언어로 개발된 프로그램의 유동장 해석결과에 대한 신뢰성을 확인하기 위해 실험값^[1] 및 Fortran의 수치해석결과^[5]와 비교하였다. 그림 7은 익 후방의 3차원 속도 성분의 무차원 실험값, 그림 8은 입구의 축방향 속도성분의 무차원값, 그림 9는 출구의 축방향 속도성분의 무차원 값, 그림 10은 후방 유출각(β_2°), 그림 11은 익 스펜의 중앙(NACA 65-0910)의 표면의 정압계수를 나타낸다. 실험에 사용한 축류송풍기의 압축비는 거의 1이므로 비압축성으로 가정할 수 있다. 따라서 축류송풍기 내부 유동을 3차원 정상상태 비압축성 난류 점성유동이라 가정하고 수치해석하였다. 실험에 사용된 익의 제원(표 1) 및 본 연구의 수치해석에 사용한 격자(그림 5), 격자의 H-S면(그림 6)을 제시하였다.

Radius	r(m)	0.148	0.178	0.207	0.230	0.252
Chord length	C(mm)	60	60	60	60	60
Pitch	t(mm)	0.039	0.047	0.054	0.060	0.066
Solidity	C/t	1.550	1.290	1.110	1.000	0.910
Stagger angle	ξ (deg)	20.70	30.80	38.70	43.60	47.10
Design attack angle	α^* (deg)	19.20	14.30	10.70	8.80	7.80
Design inlet angle	β^* (deg)	39.90	45.10	49.40	52.40	54.90
Blade section	NACA-65	1610	1210	0910	0710	0610
평균입구속도	m/s	25				
회전수	rpm	1380(설계유량)				
격자수	개	85×30×31				
Reynold number		4.4×10^6				

표 1. 익의 제원

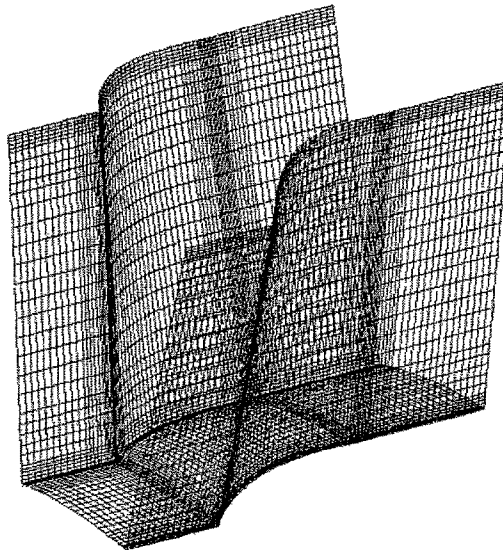


그림 5. 표면의 격자

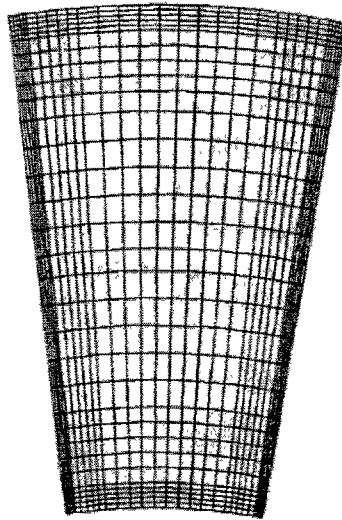


그림 6. 격자의 H-S면

3.1 로터 후방($z/C=0.083$)에서 허브 근처의 3차원 속도분포

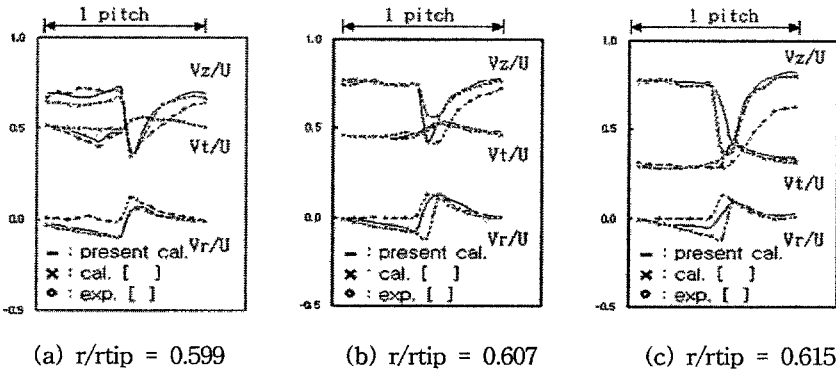


그림7. 허브근처의 3차원 속도분포 ($n=1380rpm$ (설계유량), $z/C=0.083$)

그림 7은 설계유량(1380rpm)일 때 로터 후방($z/C=0.083$)에서 허브 근처 즉 $r/r_{tip}=0.599, 0.607, 0.615$ 위치에서의 3차원 속도분포를 나타낸 것이다. 축방향속도 V_z , 원주방향속도 V_t , 반경방향속도 V_r 은 각각 회전익의 말단의 속도 U 로 무차원화 되었다. 그림에서 축방향 속도 성분이 갑자기 감소하는 부분이 회전익의 경계층에 의해 나타나는 후류이며 이를 중심으로 오른 쪽이 부압면이고 왼쪽이 압력면이다. 실험치^[1], Fortran의 수치해석^[5] 및 본 연구의 결과가 완전히 일치하지는 않지만 정성적으로 동일한 경향을 가지는 것을 알 수 있다.

3.2 입구, 출구의 축방향 속도 성분과 후방 유출각

그림 8은 설계유량일 때 격자의 중심(1/2 pitch)에서 입구의 축방향 속도성분(V_z)을 축방향 평균속도 성분(V_{z-mean})으로 무차원화시킨 그림이다. 입구의 축방향 속도 성분은 실험치^[1], Fortran의 수치해석^[5]과 본 연구의 결과가 거의 일치하는 것을 알 수 있다. 그림에서 아래부분에 블록하게 튀어나온 부분은 유동이 익의 전연으로 들어가면서 전연과 허브의 영향으로 인해 발생하는 것으로 생각된다. 그림 9는 설계유량일 때 로터 후방($z/C=0.083$), 격자의 중심(1/2 pitch)에서 출구의 축방향 속도 성분(V_z)을 축방향 평균속도 성분(V_{z-mean})으로 무차원화시킨 것이다. 출구의 축방향 속도 성분은 실험치^[1]와 본 연구의 결과가 정성적으로 같은 경향을 가지는 것을 알 수 있다. 그림에서 아래에 블록한 부분은 그림 8에서의 경향이 더욱 뚜렷하게 나타난 것이다. 이것은 익 내부에서 발생하는 복잡한 유동 현상에 의한 것으로 생각되어지며 앞으로의 연구를 통하여 밝혀져야 할 것으로 생각된다. 그림 10은 설계유량일 때 로터 후방($z/C=0.083$), 격자의 중심(1/2 pitch)에서 출구에서의 상대유출각(β_2°)을 나타내는 그림이다. 출구의 유출각은 Fortran의 수치해석^[5]과 본 연구의 결과가 거의 일치하는 것을 알 수 있다.

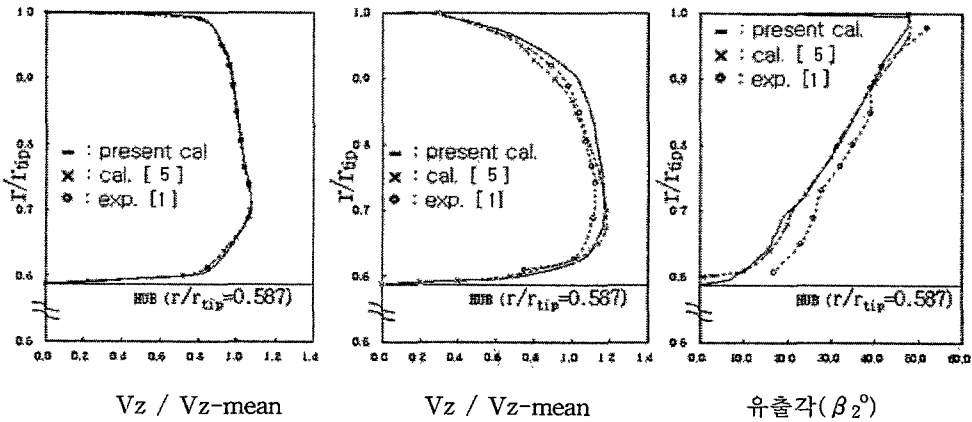


그림8. 입구 축방향 속도분포 (pitch=1/2) 그림9. 후방 축방향 속도분포 (pitch=1/2) 그림10. 후방 유출각 (pitch=1/2)

3.3 익 표면의 정압 계수

그림 11은 익의 중앙(NACA-65 0910)의 익 표면에서의 정압 계수를 아래의 식을 사용하여 구한 것이다.

$$C_p = \frac{P_s - P_{s1}}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} \tag{5}$$

여기서 P_s 는 익의 스펀의 중앙의 익 표면의 정압이고 P_{s1} , V_1 은 익의 스펀의 전연에

서의 정압 및 입구속도이다. 회전익의 내부에서는 익 회전에 의해 압력면과 부압면은 압력차가 발생하게 된다. 그림에서 압력면의 정압 계수는 $z/C=0.05$ 지점까지 급격히 감소하다가 점진적으로 증가하고 익의 부압면에서 정압 계수는 $z/C=0.005$ 지점에서 가장 낮은 값을 가지며 이 후에는 후방으로 갈수록 상승하여 $z/C=0.7$ 지점 이후에서는 양의 정압을 가진다. 정압 계수는 익의 후방으로 갈수록 압력면과 부압면의 정압 계수의 차이가 줄어들어 후연에서 압력면과 부압면에서의 정압 계수값이 0.37이르러 일치함을 보여준다.

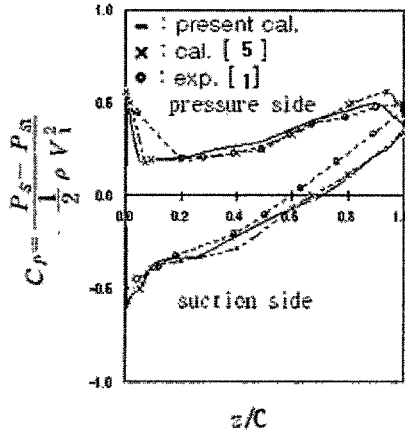


그림11. 익 스펀 중앙의 익 표면에서의 정압 계수 분포
(NACA 65-0910, $r/r_{tp} = 0.821$)

4. 결 론

C 언어를 이용한 유동장해석 프로그램을 개발하고 그 신뢰성을 확인하기 위해 축류송풍기의 유동해석에 이 프로그램을 적용하여 얻은 데이터와 축류 송풍기의 기하학적 조건이 같은 경우의 실험 및 Fortran 수치해석에서 얻는 데이터를 비교한 결과 회전익 후방에서의 3차원 속도분포, 회전익 입, 출구의 축방향속도, 후방유출각 및 익 스펀의 중앙에서 익 표면의 정압계수들이 거의 같은 경향을 나타내고 있다.

위의 결론으로부터 본 연구에서 C 언어를 이용하여 개발된 수치해석 프로그램에 대한 신뢰성을 확인하였으며 이를 바탕으로 향후 3차원 원통좌표계에 회전익 주기조건을 적용하여 원심력과 코리올리스 힘을 고려한 보다 더 실제에 가까운 프로그램을 개발할 수 있게 되었다.

참고문헌

1. 방영석, 1988, “축류 터어보 기계의 3차원 압축성 유동해석에 관한 연구”, 연세대학교 기계공학과 박사학위논문.
2. Patankar S.V., 1980, “Numerical heat transfer and fluid flow”, Hemisphere.
3. Karki K.C. and Patankar S.V., 1988, “Calculation procedure for viscous incompressible flows in complex geometries”, Numerical heat transfer. Vol.14, pp.295-307.
4. 정의준, 1989, “축류 터어보 기계의 회전익 후방 유동특성에 관한 연구”, 연세대학교 기계공학과 박사학위논문.
5. 노수혁, 1994, “SIMPLE알고리즘을 이용한 축류터보기계 3차원 난류 유동 해석”, 연세대학교 기계공학과 석사학위논문.
6. 김찬중, 1998, “길잡이 전산유체역학”, 문운당.
7. Ira H.Abbott, 1956, “THEORY OF WING SECTION”, DOVER PUBLICATION, INC.
8. Joe F. Thompson, Z. U. A. Warsi, C. Wayne Mastin, 1985, “Numerical Grid Generation”, North-Holland.
9. H. Tennekes, J. L. Lumley, 1972, “A FIRST COURSE IN TURBULENCE”, The MIT Press.
10. Wei Shyy, H. S. Udaykumar, Madhukar M. Rao, Richard W. Smith, 1996, “Computational Fluid Dynamics with Moving Boundaries”, Taylor & Franics.