

보강판의 좌굴형에 관한 연구

이 용재

토목 공학과

〈요약〉

이 논문은 종횡으로 보강된 판의 좌굴형의 결정에 관한 것이다.

횡보강재의 강성은 좌굴형을 결정한다. 따라서 티모셴코가 사용한 Energy 방법에 의해 보강판의 한계강성이 구해진다.

A Study on the Buckling Mode of Stiffened Plates

Lee, Yong Jae

Dept. of Civil Engineering

〈Abstract〉

This paper is concerned with the determinatin of the buckling mode of the plate which is stiffened longitudinally and transversely. The rigidity of the transverse stiffener determines the buckling mode, and so the critical rigidity is found by the energy method which was used by Timoshenko for stiffened plate.

I. 서 론

Box-Girder는 Torsion에 강하여 plate-girder에 비하여 경제적이고 특히 현수교나 사장교에 사용하면 매우 경제적이다. 그러나 그이론이 복잡하여 많은 문제점을 야기 시켰다. 즉 1969~1971년 사이에 Milford Haven Road Bridge를 비롯하여 많은 Box-Girder 교량이 시공중 파괴되어 많은 인명과 재산의 피해를 가져왔다. 그원인 중의 하나가 보강판의 이론상의 결함이었다.

그후 보강판의 연구가 본격화 되고 특히 초기 부정을 가진 비선형 해석이 연구의 중심 과제가 되었다.

한편 영국에서는 Merrison위원회가 설립되어 많은 연구결과를 집약하여 시방서의 완성을 보게 되었다.

이 논문에서는 Timoshenko의 Energy 방법에 따라 보강판의 횡보강재의 강성과 좌굴 mode에 관해 논한다.

II. 0I 론

4변 단순지지된 보강판이 균일 압축력을 받을 때 중간에 위치한 횡보강재의 강비가 한계강비 r_c 보다 작으면 mode I로 크면 mode II로 좌굴된다.

mode I로 좌굴 할 때의 critical stress를 σ_{cr1} mode II로 좌굴 할 때의 critical stress를 σ_{cr2} 라 하면 $\sigma_{cr1} < \sigma_{cr2}$ 보다 작으면 mode I로 크면 mode II로 좌굴될 것이다.

$\sigma_{cr1} = \sigma_{cr2}$ 로 놓으면 한계강비 r_c 가 결정된다. 좌굴곡면을 1항식으로 다음과 같이 표시 한다.

$$w = a_m \sin \frac{mx}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (2-1)$$

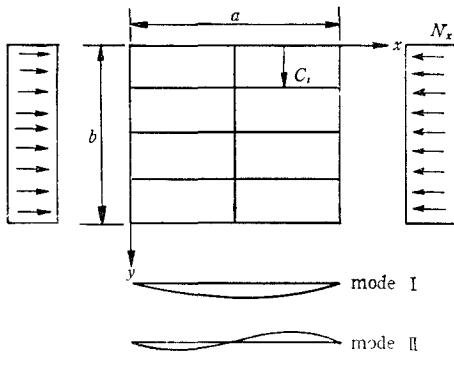


Fig. 1

관의 변형에 네지 U 는 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned} U &= \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left(\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \right. \\ &\quad \left. \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right] dx dy \\ &= \frac{ab}{8} D \sum_m a_m^2 \left(\frac{m^2 \pi^2}{a^2} - \frac{\pi^2}{b^2} \right)^2 \end{aligned} \quad (2-2)$$

이기 3:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$$

Plate 3 각용하는 외력이 한인 T 는

$$T = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b N_x \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy = \frac{\pi^2 b}{8a} N_x \sum_{m=1}^{\infty} m^2 a_m^2 \quad (2-3)$$

종보강재의 Strain Energy

$$U_t = \frac{EI}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)_{y=c_1} dx = \frac{\pi^4 EI}{4a^3} \sin \frac{2\pi c_1}{b} \sum_{m=1}^{\infty} m^4 a_m^2 \quad (2-4)$$

횡보강재의 strain Energy는

$$\begin{aligned} V &= \frac{EJ}{2} \int_0^b \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)_{x=a/2}^2 dy \\ &= \frac{\pi^4 EJ}{4b^3} \left(a_1 \sin \frac{\pi x}{2} + a_2 \sin \frac{3\pi x}{2} + a_3 \sin \frac{5\pi x}{2} + \dots \right)^2 \end{aligned} \quad (2-5)$$

종보강재에 각용하는 외력이 한인 F

$$F_t = \frac{P_t}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)_{y=c_1}^2 dx = \frac{P_t \pi^2}{4a} \sin \frac{2\pi c_1}{b} \sum_{m=1}^{\infty} m^2 a_m^2 \quad (2-6)$$

Total Potential Energy W 는

$$W = U + \sum_i U_i + V - T - \sum_i T_i \quad (3-7)$$

$$\frac{\partial W}{\partial a_m} = 0 \text{ 조건에서 다음식이 얻어진다.}$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi^2 D}{b^2 h} &\left[(m^2 + \beta^2)^2 a_m + 2\gamma m^4 a_m \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} \right. \\ &\quad \left. + 2\gamma_c \beta^3 (a_1 - a_3 + a_5 + \dots) \sin \frac{mx}{2} \right] \\ &- \sigma_{cr} \beta^3 \left(m^2 + 2\delta m^2 \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} \right) a_m = 0 \end{aligned} \quad (2-8)$$

이기 4:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{a}{b} \quad \gamma = \frac{EI}{bD} \quad \gamma_c = \frac{EJ}{bD} \quad \frac{P_t}{bN_x} = \frac{A_t}{bh} \\ &= \delta_1 = \delta \end{aligned}$$

$$m=1 \circ [4]$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi^2 D}{b^2 h} &\left[(1 - \beta^2)^2 a_1 + 2\gamma a_1 \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} \right. \\ &\quad \left. + 2\gamma_c \beta^3 ((a_1 - a_3 + a_5 - \dots)) \right] \\ &- \sigma_{cr} \beta^3 \left(1 + 2\delta \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} \right) a_1 = 0 \end{aligned} \quad (2-9)$$

$$m=2 \circ [4]$$

$$\begin{aligned} \frac{\pi^2 D}{b^2 h} &\left[(4 + \beta^2)^2 a_2 + 32\gamma a_2 \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} \right. \\ &\quad \left. - \sigma_{cr} \beta^3 (4 + 8\delta \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}) a_2 = 0 \right] \end{aligned} \quad (2-10)$$

$$m=3 \dots$$

m 이 짹수이면 m 에 대응하는 a_m 1개만이 식에 등장하고 보강재의 Torsional Rigidity를 무시했기 때문에 γ_c 단이 없어진다. m 이 짹수이면 각각에는 a_1, a_3, a_5, \dots 등의 짹수의 계수가 들어가고 a_m 이 모두 영이 되어서는 아니므로 그계수의 행렬식을 0으로 놓으면 σ_{cr} 이 결정된다. 차집곡선을 1한 β

$w = a_n \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$ 로 놓으면 $m=1$ 인 경우에 대해서 (2-9) 식에서

$$\sigma_{cr1} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h \beta^2} \frac{(1 + \beta^2)^2 - 2\gamma_c \beta^3 + 2\gamma \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{2\delta \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} + 1} \quad (2-11)$$

이 식에서 횡보강재가 σ_{cr} 에 영향을 미칠 수 있다.

$m=2$ 인 경우에 대해서 (2-10) 식에서

$$\sigma_{cr2} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h \beta^2} \frac{(4 + \beta^2)^2 - 32\gamma \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b}}{8\delta \sum_i \sin^2 \frac{\pi c_i}{b} + 4} \quad (2-12)$$

이 식에는 횡보강재의 영향이 없어 그의 영향이 없음을 알 수 있다.

$$\sigma_{cr1} = \sigma_{cr2} \text{ 일 때}$$

$$\gamma_c = \frac{1}{2\beta^3} \left\{ \frac{(4+\beta^2)^2 + 32\gamma \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b}}{8\delta \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b} + 4} \right. \\ \left. (2\delta \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b} + 1 - 2\gamma \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b} - (1+\beta^2)^2) \right\} \quad (2-13)$$

(2-13) 식으로 한계 강비 γ_c 가 구해진다.

III. 적용범위 (β 의 범위)

$$\beta = \frac{a}{b}$$

재가 없어도 mode II의 형으로 좌굴된다. 이 때의 한계치는 β_c 라 하고 이 값을 계산하자.

transverse stiffener가 없고 mode I의 σ_{cr1} 과 mode II의 σ_{cr2} 가 같은 때의 β 를 구하면 이 값이 한계치 β_c 가 된다.

(2-11) 식에서

$$\sigma_{cr1} = \frac{\pi^2 D}{b^2 h \beta^2} \frac{(1+\beta^2)^2 + 2\gamma \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b}}{2\delta \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b} - 1} \quad (2-14)$$

(2-12)와 (2-14)에서 $\sigma_{cr1} = \sigma_{cr2}$ 로 놓으면

$$\frac{(1+\beta^2)^2 + 2\gamma \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b}}{2\delta \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b} - 1} \\ - \frac{(4+\beta^2)^2 + 32\gamma \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b}}{8\delta \sum_i \sin \frac{2\pi c_i}{b} + 4} \quad (2-15)$$

δ 와 γ 가 정해지면 (2-15) 식에서 β_c 가 구해진다.

$\beta > \beta_c$ 이면 mode II의 형으로

$\beta < \beta_c$ 이면 mode I의 형으로 좌굴된다.

즉 $\beta < \beta_c$ 이면 횡보강재가 없어도 mode II의 형을 취한다.

실제 계산에서는 $\beta > \beta_c$ 이면 γ_c 의 부호가 (2-13) 식에서 -로 나온다.

IV. 예 제

단 하나의 중방향 보강재가 $C_t = \frac{b}{2}$ 인 곳에 있는 경우를 생각하자.

(2-13) 식에서

$$\gamma_c = \frac{1}{2\beta^3} \left[\frac{(4+\beta^2)^2 + 32\gamma}{8\delta + 4} (2\delta + 1) \right. \\ \left. - (1+\beta^2)^2 - 2\gamma \right] \quad (2-16)$$

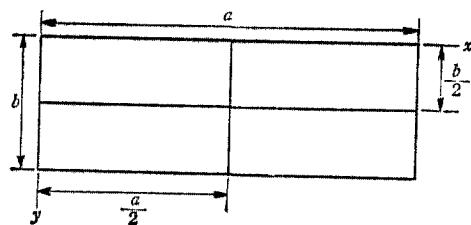


Fig. 2

$\gamma = 5$ $\delta = 0.1$ 이면 (2-15) 식에서 $\beta = 2.58$

즉 (2-16) 식의 적용범위는 $\beta < 2.58$ 의 경우이다.

$\beta = 2$ $\delta = 0.1$ $\gamma = 5$ 이면 (2-16) 식에서

$$\gamma_c = 1.31$$

$EJ = \gamma_c b D$ 에서 $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ 이므로

$J = \frac{\gamma_c b^3 h}{12(1-\nu)}$ 로 되다.

J 는 판과 보강재와의 접촉면에 평행한 축에 대한 횡보강재의 단면 2차 Moment이다.

V. 결 론

Box-Girder의 Flange 특히 하부 압축 Flange의 좌굴파괴형식은 세 가지로 나누어 볼수있다.

① plate나 stiffener의 국부좌굴

② 보강판의 횡보강재 사이에서의 좌굴

③ 횡보강재를 포함한 전체좌굴

여기서 ③의 경우의 전체좌굴은 가급적 일어나지 않도록 하는것이 경제적이다. 그리하여 횡보강재 사이에서 반파장 길이로 좌굴이 일어나도록 적당한 강도의 횡보강재를 선택하는것이 중요한 문제이다. 이리하여 본 논문에서 유도한 방법에 의하여 적당한 강도의 횡보강재를 선택할수 있으나 이것을 직접 설계에 적용할 경우 보강재의 초기부정량의 영향을 고려하지 않으므로 인해 비안전률의 설계가 되어 다른 경우에 비해 안전률을 크게 해주어야 할것이다.

끝으로 이 논문은 1976년 4월 서울공대 대학원 박사과정 논문발표회에서 이미 발표한것임을 부기하여 둔다.

참 고 문 헌

1. TIMOSHENKO, "Theory of Elastic Stability," 2nd Edition, McGraw Hill, (1961)
2. Subcommittee on Box Girder Bridges of the ASCE-AASHTO "Trends in the Design of steel Box Girder Bridges" ASCE, Vol. 93, ST, 3 June 1967 pp. 465~480
3. Subcommittee on Box Girder Bridge of the ASCE-AASHTO "Progress Report on steel Box Girder Bridges", ASCE Vol. 93 ST4 Apr 1971 pp. 1175~1186
4. Merrison Committee, "Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges Interim Report" London Engl and (1973)
5. Subcommittee on Ultimate Strength of Box Girder Bridges of the ASCE-AASHTO Task Committee "Steel Box-Girder Bridges-Ultimate Strength Considerations", ASCE Vol 100 ST 3 pp. 2433~2448 (1974)
6. PATRICK J.DOWLING "Strength of Steel Box-Girder Bridges", ASCE Vol 101, ST 9 1975 (pp. 1929~1946)