

균열이 있는 보강박판 구조의 리벳전달하중 해석

권정호 · 황경정
항공우주공학과

<요 약>

항공기 보강박판 구조의 손상허용성 평가를 위해서는 보강박판의 피로균열성장과 잔여 강도해석이 선행되어야 하며 이러한 작업을 수행하기 위해서는 응력강도계수의 계산이 필요하며 이것은 리벳 전달하중을 계산함으로써 얻을 수 있다. 복잡한 형상의 구조에서는 유한요소법을 활용하여 응력강도 구조해석을 많이 수행하나 항공기구조의 초기설계 과정에서는 잦은 설계 변경이나 형상 및 치수의 비교분석 계산이 빈번하게 발생되므로 매번 유한요소해석을 수행 하기에는 번거롭고 계산시간이 많이 소요되게 된다. 따라서 본 연구에서는 중첩법을 활용하여 표피와 보강재 리벳연결부의 변위적합조건으로 부터 균열이 있는 리벳 보강박판의 리벳 전달하중을 기존의 탄성해를 통하여 구하는 과정을 고찰하였다. 특히 리벳의 유연도와 보강재 리벳구멍의 진단면적 고려 그리고 영향계수 계산시 간략화의 영향 등을 분석하였다. 이 방법의 적용범위는 비교적 형상이 간단한 보강판넬에 국한되므로 물론 유한요소해석에 비하여 제한적일 수 밖에 없으나 해석을 위한 입력 자료의 준비 과정이 쉽고 계산시간이 훨씬 짧으므로 균열성장에 따라 많은 계산을 반복적으로 수행해야 하는 균열성장해석이나 잔류강도해석에 매우 효과적이라고 할 수 있다.

Rivet Transfer Load Analysis in Center-Cracked Stiffened Panel

Kwon Jung Ho · Hwang Kyung Jung
Dept. of Aerospace Engineering

<Abstract>

It is indispensable to perform the residual strength analysis and crack propagation life evaluation for the damage tolerance design and assessment of cracked stiffened

panels. Residual strength analysis of stiffened skin structure is predicted on the principles of linear elastic fracture mechanics. And also crack growth rate is a function of stress intensity factor range. Straight-forward finite element analysis to solve these problems, with detailed numerical modeling, would be prohibitively expensive, even in the linear elastic regime because whenever the configuration regarding to the structure, crack or load changes, the entire analysis must be repeated. This paper presents the formulation and computer programming for closed form solution using the structural superposition principal to obtain the rivet transfer force according to the precedent literatures. The effects of rivet flexibility, stiffener rivet hole net section, and approximated influence coefficient on the rivet force distribution, are also discussed comparing the calculation results.

1. 서 론

항공기 주구조의 대부분은 반모노코크 구조형식으로써 응력을 받는 표피구조로 구성되어 있으며 이러한 표피구조는 효과적으로 하중을 감당하기 위하여 보통 리벳으로 연결된 종통재로 보강된 박판구조를 이루게 된다. 따라서 항공기 설계규정[1]에서 요구하는 구조적 건전성을 보장하기 위하여 피로하중에 대한 주구조의 손상 허용성이 분석 되어야 하고 이를 위하여 보강 박판구조에 대한 균열성장 거동과 잔류강도 해석이 필수적으로 요구된다.[2] 이러한 보강 박판구조의 균열성장과 잔류강도 해석을 위해서는 여러 해석 과정 중 특히 정확한 응력강도계수의 계산이 가장 까다롭고 중요한 작업이며 이것은 리벳 연결부의 리벳 전달하중을 구함으로써 계산할 수 있다.[3] 항공기 구조와 같이 복잡한 형태의 과잉 결합구조인 경우 구조해석은 대개 유한요소해석법[4,5]을 많이 활용하게 된다. 이러한 유한요소해석법은 복잡한 구조해석에 유용하나 보강 박판 해석의 경우 리벳 연결부에 대한 적절한 모델링이 어렵고, 또한 균열성장에 따라 변화되는 응력강도 계산을 위해 반복적인 유한요소해석을 할 필요가 있다. 뿐만 아니라 항공기 설계과정에서 보강 박판구조의 형상과 치수에 대한 잦은 설계 변경과 파라미터 분석에 따라 수정 설계가 불가피 하며 이때 매번 유한요소해석이 수행되어야 한다. 따라서 유한요소해석법을 사용할 때의 번거로움과 과도한 계산시간을 줄이기 위하여 적절한 해석적 방법을 통한 계산의 필요성이 대두되게 되었다. 이와 관련하여 최초로 Paris[6] 와 Sanders[7] 가 평판과 보강판에 대하여 해석적 방법을 고찰한 바 있으며 이후 Poe[8], Swift[9] 그리고 Vlieger[10] 등이 균열이 있는 평판의 탄성해를 이용하여 좀더 엄밀한 해석을 수행하였다. 특히 Poe[8]는 보강판 구성요소에 대하여 중첩의 원리를 적용하여 리벳 전달하중을 해석하였고 Swift[9]는 실험결과를 기초로 리벳 연결부의 유연도를 고려한 해석을 수행한 바 있다.

본 연구는 중첩법에 의한 리벳 전달하중의 계산 과정의 구성과 정식화를 고찰하고 계산 과정을 전산프로그램화 하여 보강판 구조의 시험편 구조에 대하여 계산을 수행하였다. 특히 Swift[9]의 실험식을 활용하여 리벳 연결부의 유연도를 고려함으로써 강제 리벳인 경우의 리벳 전달하중과 비교분석 하였고 또한 보강재의 리벳구멍에서의 변위 적합조건에 진단면적에 대한 보강재의 신장을 고려함으로써 응력강도 계산에 정밀도를 높이기도 하였다.

그리고 구조시스템 방정식의 영향계수 계산 중 균열표면 분포응력에 의한 계산을 효율적으로 수행하기 위하여 균열표면 응력분포를 평균 등분포로 간략화함으로써 복잡한 적분 계산을 피하여 계산을 신속히 처리하도록 하였고 이때 리벳 전달하중에 미치는 영향을 분석하였다.

2. 중첩법에 의한 균열이 있는 보강박판구조의 해석

해석을 수행하는 보강판 구조는 그림 1과 같이 균열축과 중앙 보강재 또는 중앙선에 대하여 좌우 상하 대칭으로 간주한다. 즉, 균열은 중앙보강재의 리벳구멍 또는 두 보강재의 중간 부위에서 발생되어 좌우 대칭으로 성장하는 것으로 고려한다. 이때 스킨 균열 끝단의 응력 강도에 대부분 영향을 미치는 보강재는 균열에 인접한 좌우 보강재이고 또한 균열에서 멀리 떨어진 연결 리벳하중은 균열 끝단 응력 상태에 크게 영향을 주지 못한다. 균열이 있는 보강판 구조에 보강재와 같은 방향으로 단축 인장응력, σ 가 작용하면 스킨과 보강재의 연결 리벳 부위에서 각각 크기는 같고 방향이 반대인 리벳하중이 발생하게 된다. 그러므로 보강박판의 거동을 리벳하중이 작용하는 균열이 있는 스킨 평판과 보강재로 분리하여 고려할 수가 있고 탄성거동 내에서 각각의 구조 요소에 대한 응력과 변형을 사이의 구성방정식을 중첩시킴으로써 리벳하중 들을 구할 수가 있다. 즉, 그림 2에서 보는 바와 같이 연결 리벳하중과 공칭응력을 받는 보강재와 같은 크기이나 방향이 반대인 리벳하중과 공칭응력을 받는 균열이 내재된 스킨 평판으로 분리하고, 균열이 있는 스킨 평판을 다시 그림과 같이 세개의 서로 다른 형상과 응력 상태의 평판이 중첩된 것으로 간주할 수 있다.

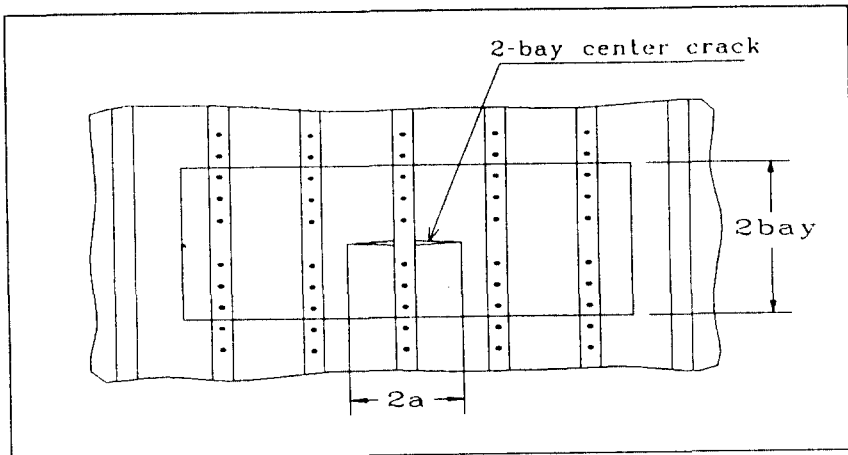


그림 1. 보강판넬구조의 형상 및 해석범위

2.1 구조 요소들의 구성방정식

앞에서 설명한 바와 같이 균열이 내재한 보강판 구조는 최종적으로 5개의 구조 요소들이 중첩되어 구성된 것으로 간주할 수 있으며 여기서 탄성거동 내에서 각각의 구성 요소에 대하여 각 리벳 연결점에서의 변위 $V(i, j)$ 와 리벳하중 F_{pq} 사이는 영향계수(influence coefficient)들을 사용하여 다음과 같이 선형적 관계식으로 표현할 수가 있다. 즉,

$$\begin{aligned}
 V_a(i, j) &= a_{ij}\sigma \\
 V_b(i, j) &= \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n b_{ij}^{pq} F_{pq} \\
 V_c(i, j) &= \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n c_{ij}^{pq} F_{pq} \\
 V_d(i, j) &= d_{ij}\sigma \\
 V_e(i, j) &= \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n e_{ij}^{pq} F_{pq}
 \end{aligned} \tag{식 1}$$

여기서 σ : 스킨 공칭응력, m : 보강재 개수, n : 보강재 1개당 리벳 개수

그러므로 스킨의 리벳 연결 위치 (i, j) 에서 발생하는 변위 $V_{sk}(i, j)$ 는 그림 2의 (a), (b), (c)의 경우를 중첩하고 보강재의 리벳 연결부 (i, j) 에서 발생하는 변위 $V_{sk}(i, j)$ 는 (d), (e)를 중첩하여 구할 수 있다. 여기서 연결 리벳이 완전 강체로 가정하면 스킨과 보강재의 동일 리벳 (i, j) 에서의 변위는 같아야 하므로,

$$V_{sk}(i, j) = V_{st}(i, j) \tag{식 2}$$

이 되고 (식 2)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$V_a(i, j) + V_b(i, j) + V_c(i, j) = V_d(i, j) + V_e(i, j) \tag{식 3}$$

위의 식을 행렬로 표시하면,

$$(b_{ij}^{pq} + c_{ij}^{pq} - e_{ij}^{pq})F_{pq} = (d_{ij} - a_{ij})\sigma \tag{식 4}$$

따라서 균열이 있는 보강판 구조의 구성방정식을 다음과 같이 간단하게 표현할 수가 있다.

$$\alpha_{ij}^{pq} F_{pq} = \beta_{ij}\sigma \tag{식 5}$$

그러므로 영향계수 행렬 α_{ij}^{pq} 와 β_{ij} 를 구하고 (식 5)에서 $p \times q$ 개의 연립방정식을 풀면 리벳 전달하중 F_{pq} 를 구할 수 있다.

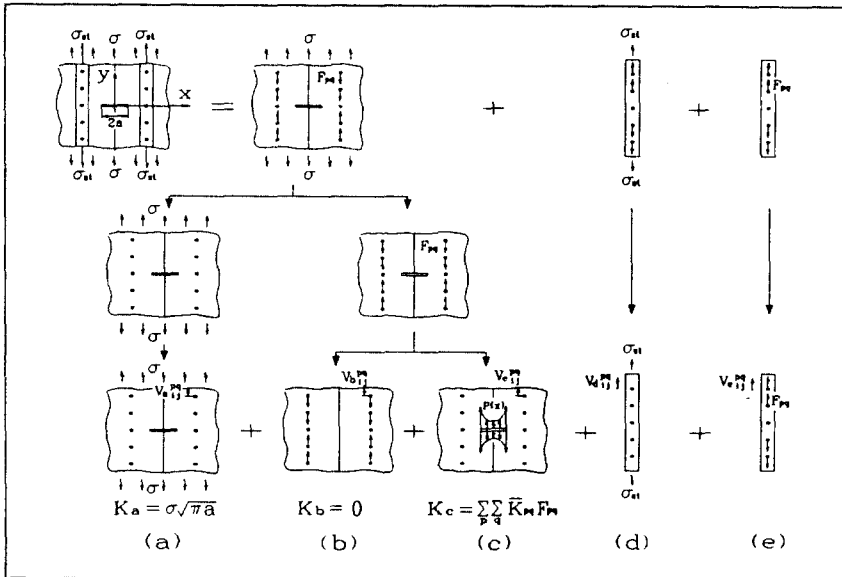


그림2. 균열이 있는 보강판벌구조의 break-down

3. 영향계수의 계산

3.1 표피평판의 처짐

3.1.1 균열이 있는 무한평판에 단축응력 σ 가 작용할 때의 처짐, V_a

앞의 그림 2(a)의 경우에 대한 리벳구멍에서의 변위를 구하기 위해 균열이 있는 무한평판 상에 단축응력 σ 가 작용될 때 리벳위치 (x_i, y_i) 에서의 처짐을 구하도록 한다. 우선 균열이 있는 무한평판에 이축응력이 작용할 때 임의의 점 (x,y) 상의 처짐, V 는 복소 응력 함수를 사용하여 다음 식으로 표현할 수 있다.[11,12]

$$V = \frac{1}{E} [2 \operatorname{Im} \bar{Z} - (1 + \nu)y \operatorname{Re} Z] \quad (\text{식 6})$$

여기서 복소함수, Z 는 다음과 같다.

$$Z = \frac{\sigma Z}{[z^2 - a^2]^{1/2}} \quad \text{단,} \quad Z = \frac{d\bar{Z}}{dz}, \quad z = x + iy$$

단축응력에 의한 처짐은 중첩의 원리에 의해 균열길이 방향과 나란하게 압축응력, σ 를

작용시킴으로써 얻을 수 있고 압축응력 σ 에 의한 y 방향 처짐, $V_{add} = \nu \epsilon_x y = \frac{\nu \sigma y}{E}$ 를 고려하여 De moivre 정리와 Euler 공식을 적용하면 임의의 점 (x_i, y_i) 에서의 처짐, $(V_a)_{ij}$ 는

$$(V_a)_{ij} = \frac{\sigma}{E} \sqrt{r_1 r_2} \left[2 \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{(1 + \nu) y_j r}{r_1 r_2} \cos \left(\theta - \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right) + \frac{\nu y_j}{\sqrt{r_1 r_2}} \right] \quad (\text{식 7})$$

3.1.2 마주 작용하는 두쌍의 리벳하중에 의한 평판의 처짐, $V_b(i, j)$

균열이 있는 스킨에 마주 작용하는 두 쌍의 리벳하중이 작용하는 경우는 그림 2의 (b)와 (c)의 두 경우로 나누어 중첩 시킴으로써 처짐을 구할 수 있다.

① 집중하중 F에 의한 평판의 처짐 :

단일 집중하중, F에 의한 평판상의 임의의 점 (x, y) 에서의 y 방향 처짐, V는 평면응력 상태에서 Love[13]에 의해 다음과 같이 표현된다.

$$V = - \frac{(1 + \nu) F}{4 \pi t E} \left[\frac{1}{2} (3 - \nu) \ln(x^2 + y^2) + (1 + \nu) \left(\frac{x^2}{x^2 + y^2} \right) \right] \quad (\text{식 8})$$

② 좌우 대칭의 두쌍의 리벳하중, F_{pq} 에 의한 (x_i, y_i) 점에서 평판의 처짐, $(V_b)_{ij}^{pq}$:

좌우 대칭의 마주 작용하는 두쌍, 즉 4개의 리벳하중, F_{pq} 에 의한 점 (x_i, y_i) 에서의 y 방향 처짐은 위의 (식 8)에 각각 x 대신 $(x_i - x_p)$ 및 $(x_i + x_p)$ 그리고 y 대신 $(y_j - y_q)$ 및 $(y_j + y_q)$ 를 대입한 4개의 식을 중첩하여 얻을 수 있다. 이때 y 아래의 두 리벳하중은 방향이 반대이므로 F_{pq} 가 (-)값을 가지게 된다. 이와 같이 중첩하여 얻은 식은 다음과 같다.

$$(V_b)_{ij}^{pq} = F_{pq} \cdot \frac{(1 + \nu)(\nu - 3)}{4 \pi E t} [\Delta_1 + \Delta_2] = F_{pq} \cdot B_{ij}^{pq} \quad (\text{식 9})$$

여기서,

$$\Delta_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{(y_j - y_q)^2 + (x_i - x_p)^2}{(y_j + y_q)^2 + (x_i - x_p)^2} + \left(\frac{1 + \nu}{3 - \nu} \right) \frac{4 y_j y_q (x_i - x_p)^2}{[(y_j - y_q)^2 + (x_i - x_p)^2][(y_j + y_q)^2 + (x_i - x_p)^2]}$$

$$\Delta_2 = \frac{1}{2} \ln \frac{(y_j - y_q)^2 + (x_i + x_p)^2}{(y_j + y_q)^2 + (x_i + x_p)^2} + \left(\frac{1 + \nu}{3 - \nu} \right) \frac{4 y_j y_q (x_i + x_p)^2}{[(y_j - y_q)^2 + (x_i + x_p)^2][(y_j + y_q)^2 + (x_i + x_p)^2]}$$

그러므로 각 리벳하중, F_{pq} 에 대하여 각각의 처짐 $(V_b)_{ij}^{pq}$ 를 구하여 중첩시키면 전체 평판의 처짐 $(V_b)_{ij}$ 를 얻게된다. 즉,

$$(V_b)_{ij} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n B_{ij}^{pq} F_{pq} \quad (\text{식 } 10)$$

여기서, m : 보강재수, n : 리벳열수

이때 중앙 보강재가 있을 경우 즉 $x_p = 0$ 일 때 B_{ij}^{1q} 는 1/2로 취하여 계산한다.

③ 집중하중 작용점 상의 처짐 (Singular Point) :

앞의 (식 9)에서 원점, 즉 집중하중, F 의 작용점에서의 처짐은 ln값이 0이 되어 이 식으로는 구할 수가 없다. 이러한 Singularity를 피하기 위하여 그림 6과 같이 리벳하중 작용점 자체에서의 처짐을 계산할 경우는 리벳하중이 리벳직경, d 를 따라 cosine 분포로 작용하는 것으로 간주한다. 즉,

$$F(\bar{x}) = \frac{\pi}{2d} F \cos\left(\frac{\pi \bar{x}}{d}\right) \quad (\text{식 } 11)$$

그러므로 (식 9)에서 F 대신 $F(\bar{x})$ 를 대입하고 x 대신 $x - \bar{x}$ 를 대입하여 한 쌍의 집중하중 F_{pq} 에 대한 $V(\bar{x})$ 식에서 \bar{x} 에 대하여 $-\frac{d}{2} \sim +\frac{d}{2}$ 사이를 적분하여 처짐, V 를 구할 수 있다. 즉,

$$V(0, y_q) = -\frac{F(1+\nu)(3-\nu)}{4\pi Et} \left[\ln\left(\frac{d}{4y_q}\right) + \frac{1}{4} \cdot \frac{1+\nu}{3-\nu} \right] \quad (\text{식 } 12)$$

그러므로 두쌍의 리벳하중, F_{pq} 에 의한 처짐 V_{pq}^{pq} 즉, $i=p$ & $j=q$ 일 때,

$$(V_b)_{pq}^{pq} = F_{pq} \frac{(1+\nu)(\nu-3)}{4\pi Et} \left[\ln \frac{d}{4y_q} + \frac{1+\nu}{3-\nu} \left(\frac{1}{4} + \frac{y_q^2}{x_p^2 + y_q^2} \right) + \frac{1}{2} \ln\left(\frac{x_p^2}{x_p^2 + y_q^2}\right) \right] = F_{pq} \cdot B_{pq}^{pq} \quad (\text{식 } 13)$$

여기서 중앙보강재가 있는 경우 즉, $x_p = 0$ 일 때 영향계수 B_{pq}^{1q} 는 1/2로 해야함.

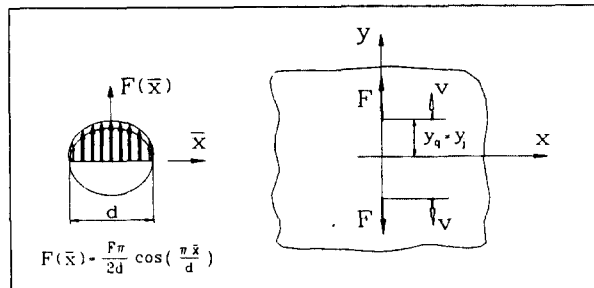


그림 3. 집중하중 작용점 상의 처짐(cosine)

3.1.3 균열 표면 응력분포, $\overline{\sigma}_y(x)$ 에 의한 평판의 처짐, $(V_c)_{ij}$

리벳하중에 의해 균열이 없는 평판에서 x축상(y=0)에서 발생하는 응력분포, $\sigma_y(x, y=0)$ 를 구하고 균열위치에 발생하는 응력분포 $\overline{\sigma}_y(x)$ 와 크기는 같고 방향이 반대가 되게 균열 표면상에 작용시킬 때의 평판의 처짐, $(V_c)_{ij}$ 를 구한다.

① 리벳하중에 의한 균열위치에서의 응력분포 $\overline{\sigma}_y(x)$:

한 쌍의 집중하중 F에 의해 x축상에 발생하는 y방향의 수직응력 분포 $\overline{\sigma}_y(x)$ 는 참고 문헌[11,12,13]의 결과에 De moivre와 Euler 공식을 적용하여 다음 식으로 표현된다.

$$\overline{\sigma}_y(x)_{y=0} = \frac{F \cdot y_p}{\pi t(x^2 + y_q^2)} \left[-\frac{3+\nu}{2} + (1+\nu) \frac{x^2}{x^2 + y_q^2} \right] \quad (\text{식 14})$$

그러므로 두쌍의 리벳하중에 의해 x축상에 발생하는 분포하중은 (식 14)에서 x대신 각각 $(x-x_p)$ 와 $(x+x_p)$ 를 대입한 두 식을 중첩하고 균열길이 ξ 에 따라 간략화 하면 얻을 수 있다. 즉,

$$\overline{\sigma}_y(\xi) = \frac{(1+\nu)F_{pq} \cdot y_q}{2\pi t} \cdot I \quad (\text{식 15})$$

$$\begin{aligned} \text{여기서, } I = & \left(\frac{1-\nu}{1+\nu} \right) \left[\frac{1}{(\xi-x_p)^2 + y_q^2} + \frac{1}{(\xi+x_p)^2 + y_q^2} \right] \\ & + 2y_q \left\{ \left[\frac{1}{(\xi-x_p)^2 + y_q^2} \right]^2 + \left[\frac{1}{(\xi+x_p)^2 + y_q^2} \right]^2 \right\} \end{aligned}$$

② 균열표면 응력분포, $\overline{\sigma}_y(\xi)$ 에 의한 평판의 처짐 :

균열 표면에 좌우 대칭의 마주 작용하는 집중하중 P가 작용할 때 다음의 Westergaard 응력함수[14]를 사용하여 평판 위의 임의의 점에서의 변위를 구할 수 있다. 즉,

$$Z = \frac{2P^2}{\pi t(z^2 - \xi^2)} \sqrt{\frac{a^2 - \xi^2}{z^2 - a^2}} \quad (\text{식 16})$$

여기서 $z = x+iy$ 이며 평면 응력상태에서 y방향 변위는 앞의 (식 6)과 같이 표현된다. 그러므로 (식 16)으로부터 $Im\overline{Z}$ 와 $Re\overline{Z}$ 를 구하여 (식 6)에 대입하면 다음 변위 관계식을 얻게 된다.

$$V = \frac{P}{\pi t E} \Delta \quad (\text{식 17})$$

여기서,
$$A = \ln \left[\frac{a^2 - \xi^2 + 2\sqrt{a^2 - \xi^2}\sqrt{c_1 + c_2 + 2c_2}}{a^2 - \xi^2 - 2\sqrt{a^2 - \xi^2}\sqrt{c_1 + c_2 + 2c_2}} \right] - \frac{(1+\nu)y\sqrt{a^2 - \xi^2}}{c_2}$$

$$\left[\frac{x(x^2 + y^2 - \xi^2)\sqrt{c_2 - c_1} - y(x^2 + y^2 + \xi^2)\sqrt{c_1 + c_2}}{(x^2 - y^2 - \xi^2)^2 + 4x^2y^2} \right]$$

단, $c_1 = \frac{1}{2}(a^2 + y^2 - x^2)$, $c_2 = \sqrt{c_1^2 + x^2y^2}$

그러므로 위의 식에서 P 대신 미소균열길이 $\delta\xi$ 에 작용하는 분포하중 $t \cdot \overline{\sigma}(\xi) \delta\xi$ 를 대입하고 ξ 에 대하여 균열길이를 따라 (식 17)을 적분하면 균열 표면의 분포하중에 의한 평판의 처짐, V를 알 수 있다. 즉,

$$V = \frac{1}{\pi E} \int_0^a \overline{\sigma}_y(\xi) A d\xi \tag{식 18}$$

여기서 0→a 사이만 적분하는 이유는 이미 응력함수에서 한 쌍의 집중하중 P에 대한 변위를 고려하였기 때문이다. (식 18)에 (식 15)의 $\overline{\sigma}_y(\xi)$ 를 대입하여 정리하면,

$$V = \frac{(1+\nu)F_{pq} \cdot y_q}{2\pi^2 tE} \int_0^a A \cdot \Gamma d\xi \tag{식 19}$$

그러므로 (x_p, y_q) 에 작용하는 리벳하중, F_{pq} 에 의한 (x_i, y_j) 에서의 처짐, $(V_c)_{ij}^{pq}$ 는 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$(V_c)_{ij}^{pq} = F_{pq} \cdot \frac{(1+\nu)y_q}{2\pi^2 tE} \int_0^a A_{ij} \cdot \Gamma_{pq} d\xi = C_{ij}^{pq} \cdot F_{pq} \tag{식 20}$$

그러므로 각 리벳하중, F_{pq} 에 대하여 각각의 처짐 $(V_c)_{ij}^{pq}$ 를 구하여 중첩시키면 전체 평판의 처짐 $(V_c)_{ij}$ 를 얻게된다. 즉,

$$(V_c)_{ij} = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n C_{ij}^{pq} \cdot F_{pq} \tag{식 21}$$

이때 중앙보강재가 있을 경우 (즉, $x_p = 0$ 일 때) C_{ij}^{1q} 는 1/2로 취하여 계산한다.

3.2 보강재의 처짐

보강재 단면에서의 응력과 변형은 균일하게 분포된다고 간주하고 균열에서 멀리 떨어진

위치에서 스킨과 보강재의 처짐은 동일하다고 생각하면 다음 식으로 쓸 수가 있다. 즉,

$$\frac{\sigma_{st\infty}}{E_{st}} = \frac{\sigma_{\infty}}{E_{sk}}$$

그러므로 보강재 (p)에 작용하는 공칭응력 σ_{st} 와 리벳하중 F_{pq} 에 의해 리벳위치 (i,j)에서의 보강재 처짐은 그림 4에서와 같이 다음 식으로 표현할 수가 있다.

$$\begin{aligned} V_{st}(i, j) &= \frac{\sigma_{st\infty}}{E_{st(p)}} y_j + \frac{1}{E_{st(p)} A_{(p)}} \left[y_j \sum_{q=1}^n F_{iq} + \sum_{q=1}^{i-1} y_q F_{iq} \right] \\ &= \frac{\sigma}{E_{sk}} y_j + \sum_q \sum_p e_{ij}^{pq} F_{pq} = d_{ij} \sigma + \sum_q \sum_p e_{ij}^{pq} F_{pq} \end{aligned} \quad (\text{식 22})$$

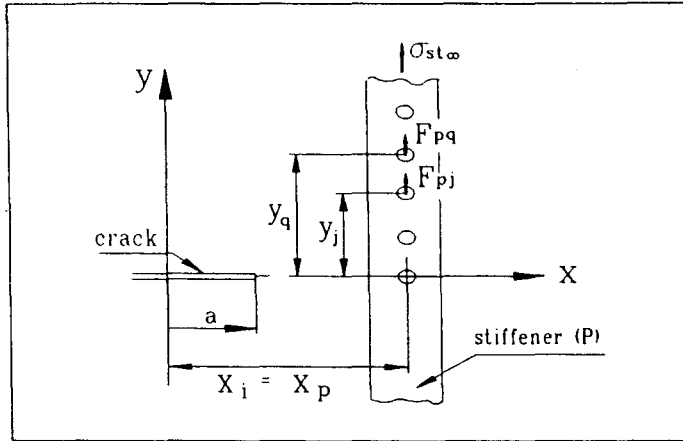


그림 4. 보강재의 균일한 처짐

4. 영향계수의 수정

4.1 리벳 연결부 유연도의 영향

완전 강성 리벳이 아닌 리벳 연결 구조에 전단하중이 작용하면 리벳 구멍 (i, j)에서 그림 5와 같이 스킨과 보강재 사이에 상대변위가 발생되게 되고 균열성장 경로 근처의 리벳 연결부에서 보강재에 대하여 스킨의 변위를 추가적으로 증가시키게 된다. 그러므로 리벳의 유연도를 고려할 경우에 리벳구멍 (i, j)에서의 스킨의 변위는 (식 2) 대신 보강재의 처짐과 리벳연결부 유연도에 의한 처짐을 합하여 다음 식으로 표현해야 한다.

$$V_{sk}(i, j) = V_{st}(i, j) + V_{rivet}(i, j) \quad (\text{식 23})$$

Al 합금재의 경우 리벳 연결부의 리벳 전달하중에 의한 처짐, δ 은 Swift[4]의 시험결과에서 다음과 같이 제시하고 있다.

$$\delta = \frac{F}{Ed} \left[5.0 + 0.8 \left(\frac{d}{t_1} + \frac{d}{t_2} \right) \right] \quad (\text{식 24})$$

여기서 F : 작용하중, E : Al합금의 탄성계수, d : 리벳직경, t_1, t_2 : 스킨 및 보강재 연결부 두께 이와 같이 보강재와 스킨 사이의 하중전달 경로, 즉 리벳 연결부의 실제적인 강성도를 고려해야 정확한 리벳 전달하중을 얻을 수가 있다. 그러나 위의 실험식은 back-to-back simple lap 전단시편에 의한 실험 결과에서 얻은 것으로써 overlap splice 연결의 경우와 같이 전단하중 작용선의 편심으로 인하여 보강판에 굽힘이 발생하는 경우는 위의 실험식이 리벳 전달하중 계산에 굽힘의 영향을 고려하고 있지 않음을 유의해야 한다. 그러므로 (i, j) 위치에서의 리벳하중 F_{ij} 에 의한 연결부의 상대변위는 위의 식으로 부터,

$$V_{rivet}(i, j) = \Delta \cdot F_{ij} \quad (\text{식 25})$$

$$\Delta = \frac{1}{Ed} \left[5.0 + 0.8 \left(\frac{d}{t_1} + \frac{d}{t_2} \right) \right]$$

그러므로 위의 식을 행렬로 표현하면 다음과 같다.

$$V_{rivet}(i, j) = \sum_{p=1}^m \sum_{q=1}^n \Delta_{ij}^{pq} F_{pq} \quad (\text{식 26})$$

여기서, $\Delta_{ij}^{pq} = \delta_{ip} \delta_{jq} \cdot \Delta$: δ_{ip}, δ_{jq} 는 Kronecker's delta

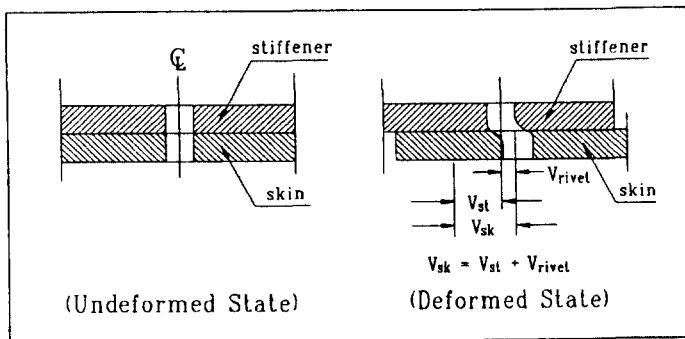


그림 5. 리벳의 유연도에 의한 스킨과 보강재의 상대처짐변위

4.2 보강재 리벳구멍에서의 진단면적 영향

리벳 구멍이 위치한 단면에서는 그림 6에서 보는 바와 같이 진단면적이 각 θ 에 따라 변하므로 이 부위에서는 실제 단면적의 변화에 의한 보강재의 처짐을 고려하여야 한다. 여기서 리벳구멍 위치에서의 진응력은 다음과 같이 표현할 수가 있다. 즉,

$$\sigma_{net} = \frac{\sigma_{st\infty}}{1 - \frac{d}{W} \cos \theta} \quad (\text{식 27})$$

여기서 Ramberg-Osgood 관계식을 적용하면,

$$\epsilon_{net} = \frac{\sigma_{net}}{E_{st}} + \frac{3}{7} \frac{\sigma_0}{E_{st}} \left(\frac{\sigma_{net}}{\sigma_0} \right)^n \quad (\text{식 28})$$

가 된다. 여기서 σ_0 와 n 은 재료의 상수. 따라서 리벳피치 L 에 대한 보강재의 총 변위는 다음 식으로 나타낼 수가 있다.

$$V_{st} = V_{st\infty} + V_{st_{net}} = (L-d) \epsilon_{\infty} + d \int_0^{\pi/2} \epsilon_{net} \cos \theta d\theta \quad (\text{식 29})$$

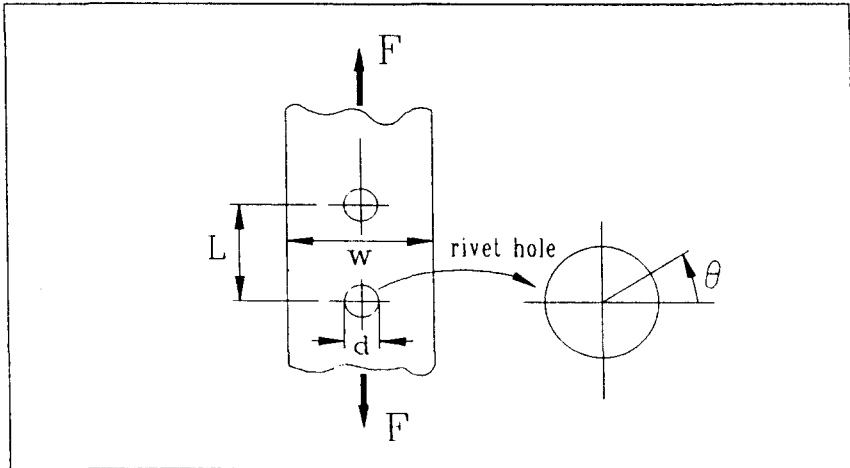


그림 6. 리벳구멍 단면에서의 net section

4.3 균열표면 분포응력 간략화 계산

구조시스템 방정식의 영향계수를 계산하는 과정에서 그림 2의 세 번째 경우인 균열표면 분포응력에 의한 평판의 변위, $V_c(i, j)$ 를 구하기 위해서는 각 리벳하중 F_{pq} 에 대하여 매번 $\Lambda_{ij} \Gamma_{pq}$ 의 적분값을 계산하여야 한다. 그런데 균열길이, $2a$ 에 비하여 처짐의 변위를 구하는 위치, (x_i, y_j) 가 상당히 멀리 떨어져 있을 때는 전체 응력 크기에만 좌우되고 실제 응력분포, $[\overline{\sigma}_y(x)]_{y=0}$ 의 분포형태에는 큰 영향을 받지 않는 것으로 알려져 있다. 그러므로 이러한 번거로운 계산을 피하고 C_{ij}^{pq} 계산을 효율적으로 수행하기 위하여 균열표면 응력 분포를 평균 등분포로 간략화함으로써 복잡한 적분계산을 피하고 간략화할 수가 있다. 즉 균열표면에서의 응력분포를 다음 식과 같이 간략화할 수 있다.

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_y(\xi) &= \frac{1}{2a} \int_{-a}^a [\sigma_y(\xi)]_{y=0} d\xi \\ &= \frac{F_{pq}}{\pi t a} \left\{ \tan^{-1} \frac{a+x_p}{y_q} + \tan^{-1} \frac{a-x_p}{y_q} + \frac{y_q(1+\nu)}{2} \right. \\ &\quad \left. \left[\frac{a+x_p}{y_q^2 + (a+x_p)^2} + \frac{a-x_p}{y_q^2 + (a-x_p)^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{식 30})$$

이러한 간략화 계산이 리벳 전달하중 계산 결과에 미치는 영향을 분석함으로써 간략화 계산의 유효성 범위를 검토하였다.

5. 보강박판의 리벳하중 계산결과 및 검토

5.1 계산과정 및 초기입력자료

위에서 설명한 중첩법의 계산과정을 다음 그림 7에서 요약하여 흐름도로 보여주고 있다. 여기서 필요한 초기입력 자료는 다음과 같다.

- 공칭응력 : σ_∞
- 보강재수 : m
- 리벳수 : n
- 리벳구멍 좌표 : (i, j)
- 스킨 두께 : t_1
- 리벳연결부 보강재 두께 : t_2
- 리벳구멍 : d
- 스킨 및 보강재 탄성계수 : E_{sk}, E_{st}

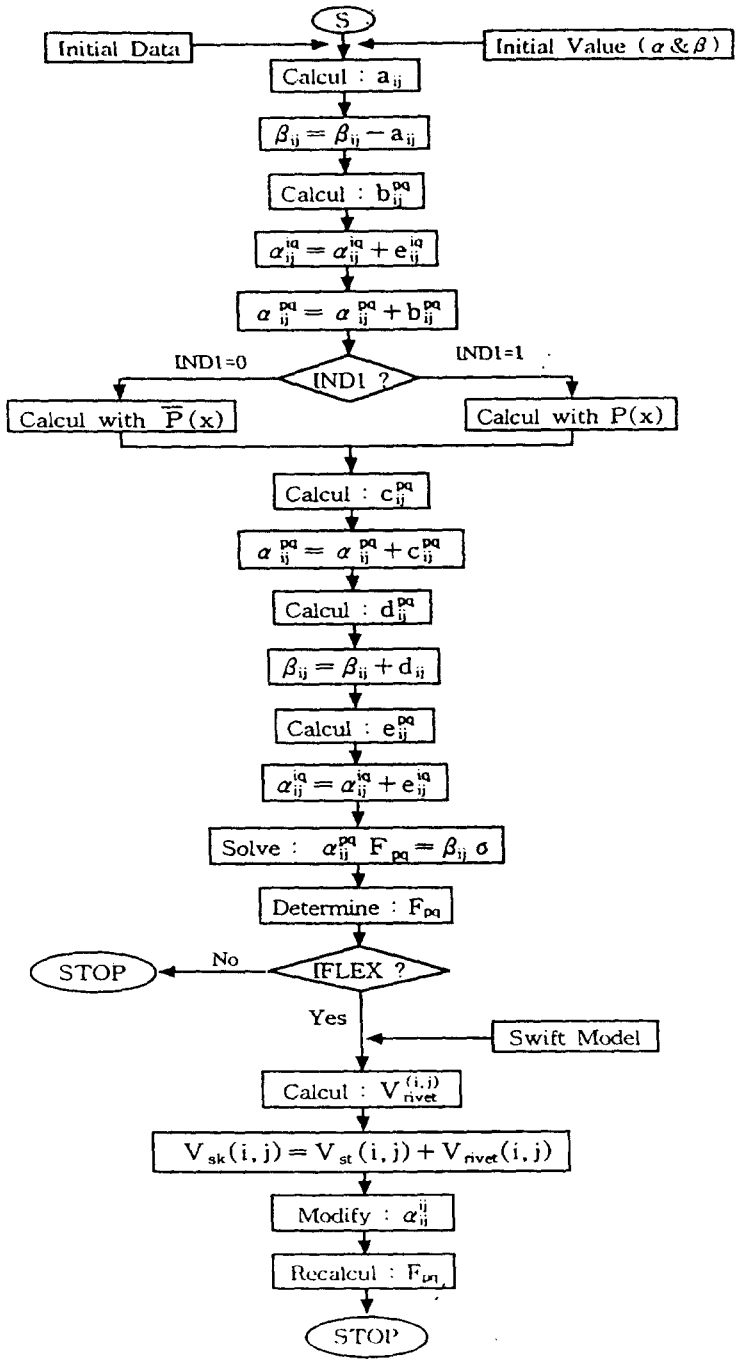


Fig. 7 리벳전달하중 계산과정

5.2 리벳 전달하중의 계산결과

그림 8과 같은 시험편에 대하여 2-bay 내에서 균열이 성장함에 따라 6개의 다른 균열길이에서 다음과 같이 6가지 경우로 구분하여 공칭응력 $\sigma_{\infty} = 30 \text{ MPa}$ 에 대하여 리벳 전달하중을 계산하고 결과를 비교 분석하였다.

- 리벳 유연도를 고려하는 경우
- 리벳 유연도를 고려하지 않는 경우
- 보강재 리벳구멍의 진단면적을 고려하는 경우
- 보강재 리벳구멍의 진단면적을 고려하지 않는 경우
- 적분을 통하여 영향계수 C_{ij}^{Rf} 를 계산하는 경우
- 간략화를 통하여 영향계수 C_{ij}^{Rf} 를 계산하는 경우

이중 유연 리벳에 보강재 진단면을 고려하고 적분을 통하여 계산된 리벳하중 결과 중 1st와 2nd 보강재 상의 리벳에 대하여 균열길이가 성장함에 따라 변화되는 리벳하중 분포를 그림 9에서 보여 주고 있다. 여기에서 보는 바와 같이 1st 보강재에서는 균열성장 경로와 가까운 리벳순서로 리벳하중이 규칙적으로 증가해 감을 알 수 있으며 특히 2번째 리벳까지 증가폭이 큰 반면 대개 4번째 이후의 리벳에는 균열이 1/2 bay까지는 크게 발생하지 않다가 이후 다소 증가하는 양상을 보인다. 반면 2nd 보강재에서는 균열길이가 대개 1/2 bay 이후에 크게 증가하며 다소 규칙이 없이 분포됨을 알 수가 있다. 앞에서 설명한 바와 같이 리벳 유연도, 보강재 리벳구멍 진단면, 영향계수의 간략화 계산 등이 리벳하중 분포에 미치는 영향을 다음과 같이 분석하였다.

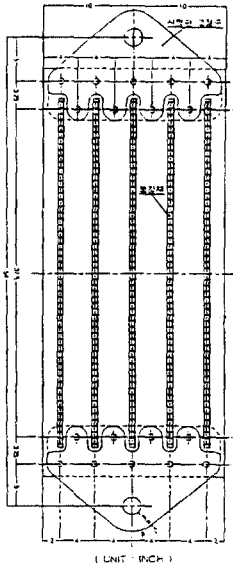


그림8. 보강판넬 구조시험편 형상 및 치수

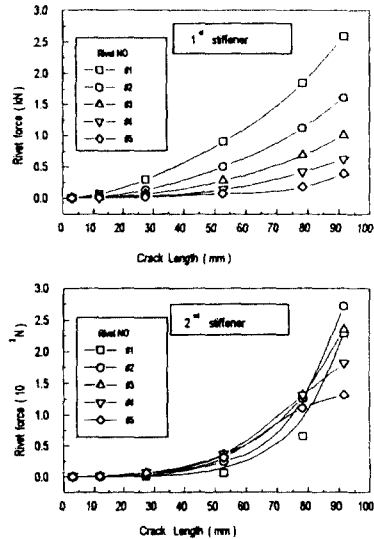


그림9. 균열길이에 따른 리벳하중분포

5.2.1 리벳 유연도의 영향 :

리벳유연도를 고려하기 위하여 다음과 같이 두 경우의 계산 결과를 비교 분석하였다.
즉,

- case 1 : 유연리벳 + (보강재 진단면 + 적분계산)
- case 2 : 강성리벳 + (보강재 진단면 + 적분계산)

계산결과에서 1st와 2nd 보강재에 대하여 각각 7개의 리벳하중을 비교 분석하였다. 다음 그림 10(a) (b)는 각각 균열길이가 12.0mm, 91.6mm에서의 리벳하중 계산결과에 대한 분포를 보여 주고 있다.

그림에서 보는 바와 같이 첫번 보강재에서의 리벳하중은 큰 차이를 보임을 알 수 있다. 균열길이가 12mm인 경우 첫 번째 리벳은 약 5배의 차이를 보이고 균열길이가 두 번째 보강재에 근접하는 91.6mm에서는 강성리벳의 경우 하중작용 방향이 오히려 반대로 변하여 일관성이 없이 변함을 알 수 있다. 반면에 유연리벳의 경우 균열이 성장함에 따라 정상적으로 서서히 증가함을 알 수 있다. 두 번째 보강재에서는 균열길이 12mm에서 두 경우 리벳하중의 차이가 별로 나타나지 않다가 균열이 성장함에 따라 다소 차이를 보이게 된다.

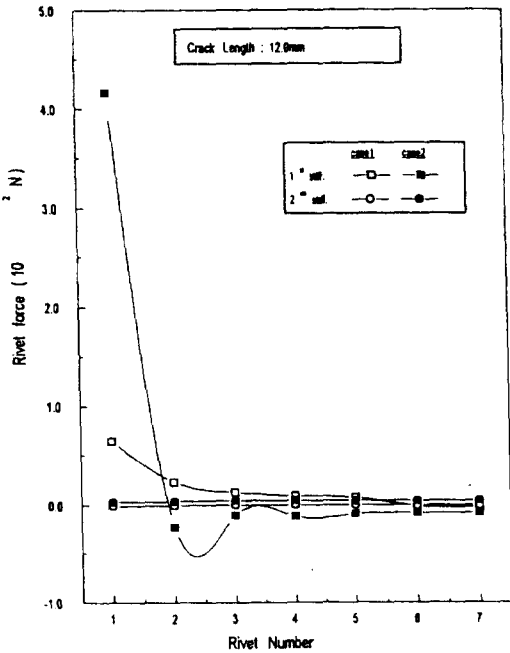


그림 10(a) 리벳유연도의 영향
(균열길이 : 12.0mm)

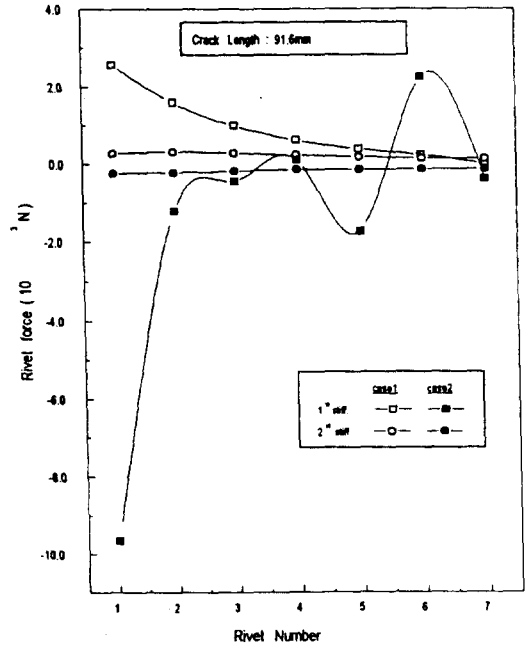


그림 10(b) 리벳유연도의 영향
(균열길이 : 92.6mm)

5.2.2 보강재 리벳구멍 진단면적의 영향 :

리벳구멍 위치에서의 보강재 진단면적에 대한 보강재의 신장을 고려함으로써 리벳 위치에서의 스킨과 보강재의 상대변위에 차이가 발생하게 되고 이것이 리벳 전달하중에 미치는 영향을 다음의 두 경우의 계산을 통하여 비교 분석하였다. 즉,

- case 3 : 진단면적을 고려 + (유연리벳 + 적분계산)
- case 4 : 총단면적으로 계산 + (유연리벳 + 적분계산)

앞에서와 마찬가지로 계산결과에서 1st와 2nd 보강재에 대하여 각각 7개의 리벳하중을 비교 분석하였으며 그림 11(a) (b)는 각각 균열길이가 12.0mm, 91.6mm에서의 리벳하중 분포의 변화 양상을 보여 주고 있다.

그림에서 보는 바와 같이 보강재의 위치나 균열길이가 또는 리벳번호에 상관없이 case 3에서 리벳하중이 약간 작을 뿐 별 영향이 없음을 알 수 있다.

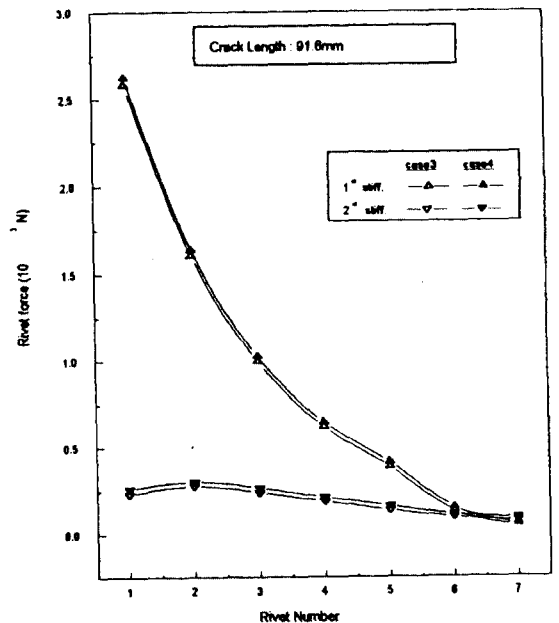
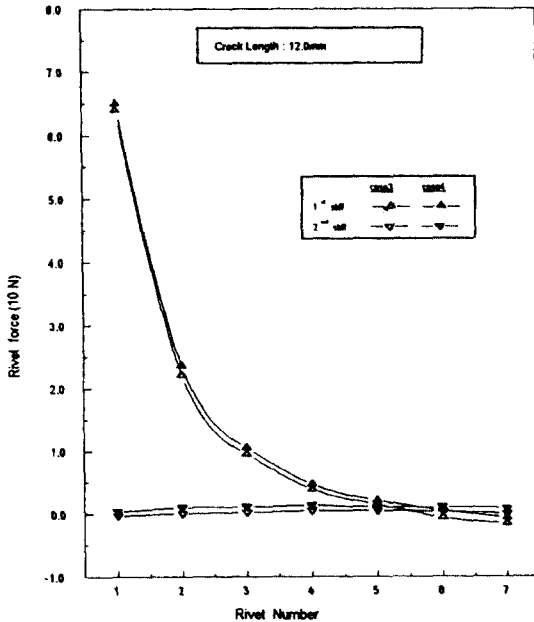


그림 11(a) 보강재 리벳구멍 Net section의 영향 (균열길이 : 12.0mm)

그림11(b) 보강재 리벳구멍 Net section의 영향 (균열길이 : 91.6mm)

5.2.3 간략화 계산에 대한 영향 분석 :

영향계수 중 C_{ij}^{90} 계산에서 분포응력의 적분계산 대신 등분포에 의한 간략화 계산이 리벳하중의 결과에 미치는 영향을 분석하기 위하여 다음의 두 경우에 대하여 계산을 수행하고 결과를 분석하였다. 즉,

- case 5 : 적분계산 + (유연리벳 + 진단면 고려)
- case 4 : 간략화 계산 + (유연리벳 + 진단면 고려)

마찬가지로 계산결과에서 1st와 2nd 보강재에 대하여 각각 7개의 리벳하중을 비교 분석하였으며 그림 12(a) (b)는 각각 균열길이가 12.0mm, 91.6mm에서의 리벳하중 분포의 변화양상을 보여 주고 있다. 즉, 균열이 비교적 짧은 영역에서는 간략화한 계산결과와의 차이가 거의 나타나지 않는다. 그러나 균열이 1/2bay 근처에 도달하게 되면 1st보강재의 리벳하중은 상당한 차이를 나타내며 특히 첫째 리벳은 10% 이상의 리벳하중이 감소하는 것으로 나타났다. 그러므로 균열길이가 1/2 bay를 넘어서는 반드시 분포응력의 적분계산을 통하여 리벳하중을 계산하여야 할 것이다.

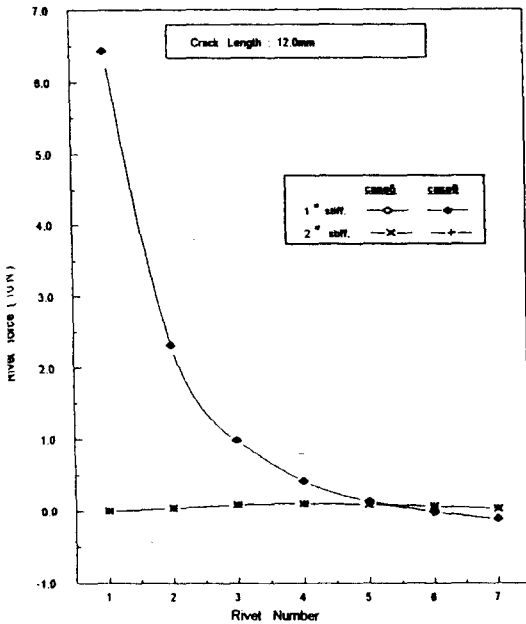


그림 12(a) 간략화 계산의 영향
(균열길이가 : 12.0mm)

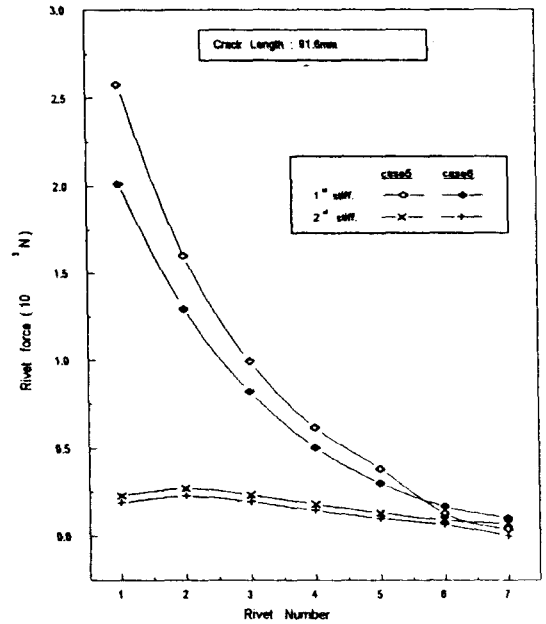


그림 12(b) 간략화 계산의 영향
(균열길이가 : 91.6mm)

6. 결 론

중첩법에 의한 보강박판구조의 리벳 전달하중의 해석결과 다음과 같이 요약 할 수 있다.

- 1) 리벳 유연도는 리벳전달하중 분포에 큰 영향을 주며 특히 완전 강성리벳으로 계산한 경우 균열길이 12mm에서 유연도를 고려한 경우와 비교하여 중앙보강재의 첫째 리벳 하중이 5배 까지 크게 나타난다.
- 2) 보강재 리벳구멍 진단면적은 균열길이가 변화하더라도 리벳하중 변화에 큰 영향을 주지 않는 것으로 나타났다.
- 3) 영향계수 C_{ij}^{M} 계산에 적분계산 대신 간략화 계산을 수행하였을 경우 리벳하중에 미치는 영향은 균열이 1/2 bay 이상 성장하였을 때 크게 나타났다. 따라서 1/2 bay 까지는 간략화 계산을 수행하여도 리벳하중에 큰 영향을 주지 않는다.

참 고 문 헌

- [1] "Aircraft Structural Integrity Program, Airplane Requirement.", MIL-STD-1530A, Dec. 1975
- [2] "Airplane Damage Tolerance Requirement", MIL-A-83444(USAF), July 1974
- [3] Swift, T., "Fracture Analysis of Stiffened Structure." Published in "Damage Tolerance of Metallic Structures: Analysis Methods and Application", ASTM STP 842. 1984.
- [4] Swift, T., "Development of Fail-Safe Design Features of the DC-10." Damage Tolerance in Aircraft Structures. ASTM STP 486. 1971.
- [5] Owen, D. R. J. and Fawkes, A. J., "Engineering Fracture Mechanics-Numerical Methods and Applications", Pineridge Press Swansea, U.K. 1983.
- [6] Paris, P. C., "Application of Muskhelishvili's Methodes to the analysis of crack tip stress intensity factors for plane problem.", Part III : Inst Research, Lehigh Univensity June 1960.
- [7] Sanders, L. L. Jr., "Effect of a Stringer on the Stress Concentration due to a Crack in a Thin Sheet." NASA TR R-13. 1959
- [8] Poe, C. C., Jr., "Stress Intensity Factor for a Cracked Sheet with Riveted and Uniformly Spaced Stringers." NASA TR R-358. 1971.
- [9] Swift, T., "Damage Tolerance Analysis of Redundant Structure", Agard Lecture Series No. 97 "Fracture Mechanics Design Methodology", Agard-LS-97 5-1 to 5-34, 1978
- [10] Vlieger, H., "Fail-safe Charactelistics of built-up Sheet Structures." 9th congress of I.C.A.S Haifa. Israel, Aug 25-30, 1974 (NLR MP 74017U)
- [11] Westergard, H. M., "Bearing Pressures and Cracks." J. App. Mech., Trans. ASME. 1030.
- [12] Timoshenko, S., Goodier, J. N., "Theory of Elasticity", Second Edition,

McGraw-Hill Book Company, Inc. 1951.

- [13] Love, A. E. H., A., "Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity" Fourth ed. (First American Printing), Dover Publications, 1944
- [14] Irwin, G. R., "Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Traversing a Plate." J. App. Mech. Trans. ASME. September 1957.