

SCR로 속도제어되는 분권전동기의 안정도에 관하여

南 副 熙
전기공학과

〈요 약〉

SCR을 사용한 단상 전파정류에 의하여 속도제어되는 직류분권전동기의 속도 제어에서 전기자 전류의 연속, 불연속 도통에 따른 전동기의 제어계통 안정도를 Liapunov의 제2방법과 미소신호 해석에 의해서 판별하였다.

Stability of SCR Controlled Variable Speed DC Shunt Motor

Boo Hee Nam
Dept. of Electrical Engineering

〈Abstract〉

This paper describes the analytic studies on a variable speed dc shunt motor driven by a single phase full-wave rectifier using thyristors. The studies comprise the armature-current equations, system stability, and gain limits.

I. 서 론

직류 분권전동기를 속도제어하는 방법^(1~4)에는 전기자전압 제어와 계자전압 제어가 있다. 본 논문에서는 계자전압을 일정히 하여, 여자시키는 자속은 불변으로 하고, 전기자의 전압을 SCR을 사용한 단상전파정류 회로로 제어했으며, 전체의 제어 회로는 <그림 1>과 같다.

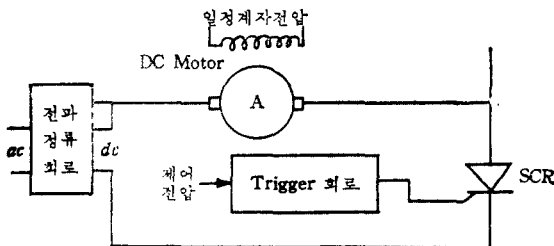


그림 1. 제어 회로계통

본 논문에서는 전기자전류를 구하고 이에의해 계통 안정도를 Liapunov의 제2방법⁽⁵⁾과 미소신호 해석⁽⁶⁾에 의해서 판별했다.

II. 전기자전류의 계산

전기자에 전류 i 가 흐르면 전기자의 저항 R , 인덕턴스 L 에 의한 전압강하와 전기자가 회전함에 의해 속도 기전력 E 가 회전각속도 N 에 비례하여 발생한다. 따라서 전동기 양단의 전압 v 는 식(1)과 같다.

$$v(t) = E_m \sin \omega t = Ri + L \frac{di}{dt} + E, E = KN \dots (1)$$

전기자 전류 i , 단자전압 v 는 임의각 θ_1 과 소호각 θ_2 에 의해 <그림 2>와 같은 연속 전류 도통과 불연속 전류 도통의 두양상을 갖게 된다. 전기자전류를 <그림 2>의 두양상에 따라 구하면 다음과 같다.

1. 불연속 도통일 경우:

식(1)을 전류 $i(t)$ 에 대해 풀면

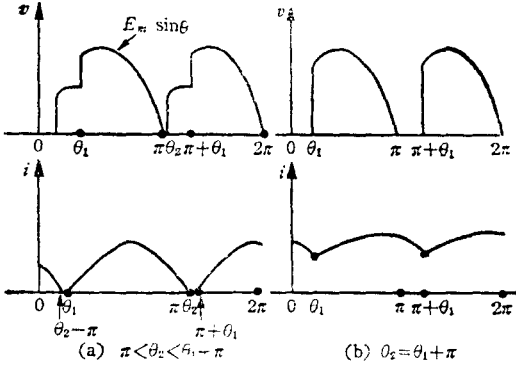


그림 2. SCR 운전 특성 (a) 불연속도동 (b) 연속도동

$$i(t) = A \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) + \frac{E_m}{Z} \sin(\omega t - \phi) - \frac{E}{R} \dots \dots \dots (2)$$

$$\tan \phi = \frac{\omega L}{R}, \quad Z = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$$

상수 A는 제약조건 $\omega t = \theta_1$ 에서 $i = 0$ 이므로 식(2)에 대입하여

$$A = \left[\frac{E}{R} - \frac{E_m}{Z} \sin(\theta_1 - \phi) \right] \exp\left(-\frac{R\theta_1}{\omega L}\right) \dots (3)$$

식(3)을 식(2)에 대입하고, $\sin \theta_1 = \beta$ (여기서 $\beta = \frac{E}{E_m}$)

이고 $\frac{N}{N_{10}}$ 에 비례한다.)을 사용하면

$$i = \frac{E_m}{R} \left\{ \cos \phi \sin(\omega t - \phi) - \beta + \left[\beta - \cos \phi \sin(\theta_1 - \phi) \right] \exp\left[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \theta_1)\right] \right\} \dots \dots \dots (4)$$

전류 평균치 I는

$$I = \frac{E_m}{\pi R} (\cos \theta_1 - \cos \theta_2 - \beta(\theta_2 - \theta_1)) \dots (5)$$

2. 연속 도동일 경우 :

식 (2)에 $i(\theta_1) = i(\pi + \theta_1)$ 을 대입하여

$$A = \frac{2E_m \sin(\theta_1 - \phi)}{Z} \cdot \frac{\exp\left(-\frac{R}{\omega L}\theta_1\right)}{\exp\left(-\frac{\pi R}{\omega L}\right) - 1} \dots (6)$$

식(6)을 식(2)에 대입하면

$$i = \frac{E_m}{R} \left\{ \cos \phi \sin(\omega t - \phi) - \beta - \frac{2 \cos \phi \sin(\theta_1 - \phi)}{1 - \exp\left(-\frac{\pi R}{\omega L}\right)} \right.$$

$$\left. \exp\left[-\frac{R}{\omega L}(\omega t - \theta_1)\right] \right\} \dots \dots \dots (7)$$

전류 평균치 I는

$$I = \frac{E_m}{\pi R} (2 \cos \theta_1 - \beta \pi) \dots \dots \dots (8)$$

III. 계통의 해석

전달함수를 구하는데 전기자의 시정수 $\frac{L}{R}$ 은 기계적 시정수 $\frac{J}{f}$ 에 비해서 무시할 정도로 작다고 가정하고, 전기자의 인덕턴스 영향은 필요에 따라 무시했다. (J와 f는 각각 계통 전체의 관성능률과 마찰 계수이다)

1. DC Motor가 제어되지 않을 때

이 경우 전기자의 전압과 torque식은 다음과 같다.

$$v = Ri + KN \dots (9)$$

$$T = Ki = J \frac{dN}{dt} + fN \dots (10)$$

식 (9), (10)을 연립하여

$$J \frac{dN}{dt} + (f - \frac{K^2}{R})N = \frac{K}{R}v(t) \dots (11)$$

Laplace 변환하여 계통의 전달함수를 구하면

$$H(S) = \frac{N(S)}{V(S)} = \frac{\frac{K}{JR}}{S + \left(\frac{f}{J} + \frac{K^2}{RJ}\right)} = \frac{K_m}{S + \omega_n} \dots (12)$$

여기서 $K_m = \frac{K}{JR}$, $\omega_n = \frac{f}{J} + \frac{K^2}{JR}$

식 (12)에 대한 계통도는 <그림 3>과 같다. 이 계통은 이론적으로 모든 이득에 대해 안정하며, 이 계통은 단일 시정수치를 식(13)과 같게 갖는다.

$$\tau_n = \frac{1}{1 - K_m G} \tau_n, \quad \tau_n = \frac{1}{\omega_n}$$

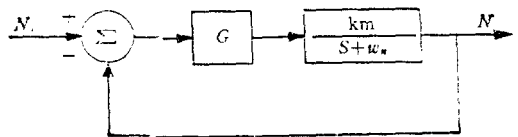


그림 3. block diagram

2. 제어전압의 함수로 제어될 때

진동기가 연속전류 도동영역에서 운전되고, 또한 공급전압의 반주기동안 회전 속도의 변화가 없다고 하면, 식 (9)는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{E_m}{\pi}(1+\cos\theta_1)=R \cdot i+K N \quad (14)$$

대부분의 제어회로에서는 $\theta'_1(=\pi-\theta_1)$ 가 점호 제어 전압 V_c 에 비례하도록 설계한다.

즉,

$$\theta'_1=\pi-\theta_1=K_c V_c \quad (15)$$

여기서 K_c 는 제어전압 상수이다.

연속도동일때 closed-loop계통도가 <그림 4>에 나타나있다. 여기서 K_N 은 속도를 기록하는 tachometer의 전달함수이며, G_a 는 출력증폭장치의 이득이다. 또 함수 $f(V_c)$ 는 V_c 에 따라 결정되는 일관한 수를 나타낸다.

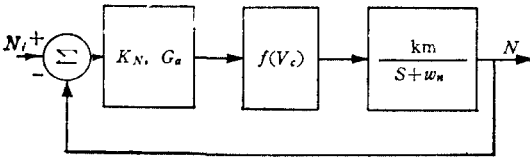


그림 4. block diagram

Ⅶ. Liapunov의 제2방법에 의한 open-loop의 안정도

정상상태에서 점호각 θ_0 에서 일정한 입력신호를 갖는 open-loop제어회로에 대해서 Liapunov의 제 2방법을 적용해 본다. θ_0 에 해당하는 정상 상태 속도를 N_0 라 하면 식(10)에서

$$N_0=\frac{K}{f}I(\theta_0, N_0) \quad (16)$$

만약 어떤 순간에 각속도 N 이 N_0 와 차이가 생기면 동작 특성은 다음 식으로 결정된다.

$$J \frac{dN}{dt} +fN=KI(\theta_0, N) \quad (17)$$

식 (16), (17)을 연립하면

$$\begin{aligned} J \frac{dN}{dt} &= -f(N-N_0)+K\{I(\theta_0, N)-I(\theta_0, N_0)\} \\ &= -f(N-N_0)+K\{I[\theta_0, N_0+(N-N_0)]-I(\theta_0, N_0)\} \end{aligned} \quad (18)$$

적당한 Liapunov함수를 찾아내어 그 정치함수 (positive-definite function)를 V 라하면

$$V=\frac{1}{2}(N-N_0)^2 \quad (19)$$

그 도함수를 W 라고 하면

$$W=(N-N_0) \cdot \frac{dN}{dt} \quad (20)$$

식(18)의 첫째항 $[-f \cdot (N-N_0)]$ 에서 $f > 0$ 이므로 $(N-N_0)$ 와 이부호이다. 따라서 식(5), (8)의 전류 I 에서 $\frac{dI}{dN} < 0$ 이므로

$K\{I[\theta_0, N_0+(N-N_0)]-I(\theta_0, N_0)\}$ 는 $(N-N_0)$ 와 항상 이부호가 된다. 따라서

$$W=\frac{dV}{dt} < 0 \quad (21)$$

가 되어 open-loop 계통은 항상 안정되고

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |N-N_0| \rightarrow 0 \quad (22)$$

가 된다.

Ⅷ. Closed Loop의 안정도와 이득한계

미소 신호해석에서, torque방정식은

$$K J I=J \frac{d}{dt} (J N)+f J N \quad (23)$$

전류와 점호각의 미소변위관계는

$$\left. \begin{aligned} J I &= \frac{\partial I}{\partial N} J N + \frac{\partial I}{\partial \theta_1} \Delta \theta_1 \\ J \theta_1 &= \frac{\partial \theta_1}{\partial V_c} \cdot \Delta V_c \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

식(24)를 식(23)에 대입하면

$$J \frac{d}{dt} (J N) + \left(f - K \frac{\partial I}{\partial N} \right) J N = K \frac{\partial J}{\partial \theta_1} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial V_c} \cdot \Delta V_c \quad (25)$$

식 (25)는 식(11)과 유사하며, 따라서 block진도의 상수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} w_n &= \frac{f}{J} - \frac{K}{J} \frac{\partial I}{\partial N} \\ K_m &= \frac{K}{J} \frac{\partial I}{\partial \theta_1} \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial V_c} \\ G &= K_N G_a \end{aligned} \quad (26)$$

G_a 에 제약조건을 추가 위해 Feedback loop에 주파수 w_f 의 간단한 지분 pole을 도입했다.

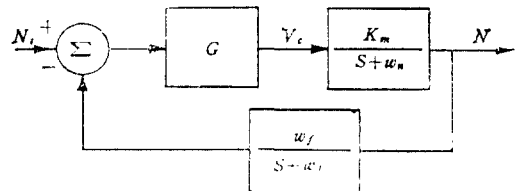


그림 5. Overall System block diagram

closed-loop의 전달함수 $H(S)$ 는 2차방정식이며

$$H(S)=\frac{G K_m(S+w_f)}{S^2+(w_n+w_f)S+w_f(w_n+G K_m)} \quad (27)$$

이에 대한 block 선도는 <그림 5>이다. 식(27)의 전달함수에서 감쇄율이 0.5보다 크게 제약시키면, 그때의 최대 이득은

$$G \leq \frac{w_f}{K_m} \left[1 + \frac{w_n}{w_f} + \left(\frac{w_n}{w_f} \right)^2 \right] \quad (28)$$

따라서 전자기의 inductance를 고려하면 전압 방정식은

$$\frac{E_m}{\pi} (1 - \cos \theta_1) = Ri - KN + L \frac{di}{dt} \quad (29)$$

또 연속진류 도통일 경우 식(30), (31)이 유도된다.

$$-\frac{\partial I}{\partial N} = \frac{K}{R} \quad (30)$$

$$-\frac{\partial I}{\partial \theta_1} = \frac{E_m}{\pi R} \sin \theta_1 \quad (31)$$

미소신호에 대해서

$$\frac{\partial I}{\partial \theta_1} \cdot \frac{d\theta_1}{dV_c} \cdot \Delta V_c = \Delta I = \frac{\partial I}{\partial N} \cdot \Delta N + \frac{L}{R} \frac{d}{dt} (\Delta I) \quad (32)$$

전달함수는

$$H(S) = \frac{K_m}{\frac{L}{R} S \left(S + \frac{f}{J} \right) + S + w_n} \quad (33)$$

이 경우의 최대 이득은

$$G \leq \frac{2}{K_m} \left(\frac{f}{J} + \frac{w_n}{\pi} \right) \approx \frac{2w_n}{\pi K_m} \quad (34)$$

따라서 G 와 K_m 은 서로 역비례 관계며 계통의 안정 영역은 $G-K_m$ 평면에서 반비례 곡선과 두축으로 한정되는 영역이다.

Ⅶ. 결 론

빈약한 제어소자인 SCR은 직류전동기를 넓은 범위에서 유효하게 속도제어하는데 사용된다. 각

각의 크기에 따라 전류는 연속, 불연속이 되고, 이에 제어계통의 안정도를 판별하였는데, open-loop 계통에서는 Liapunov의 제2방법을 적용하여 항상 계통이 안정하였고, closed-loop계통에서는 미소 신호 해석에 의한 결과, 계통은 안정 범위를 형성하며 최대 이득 G 는 K_m 에 역비례하였다.

참 고 문 헌

1. Slemon and R. Gordon., Magnetolectric Devices, pp. 289—300, John Wiley and Sons, Inc. (1966)
2. F.W. Gutzwiller., Thyristors and rectifier diodes—the semiconductor workhorses, IEEE Spectrum, p. 102—111, Aug. (1967)
3. E. Keith Howell., Solid-state control for dc-motors provides variable speed with synchronous performance, IEEE Trans. on Industry and General Applications, Vol. IGA—2, No.2 pp. 132—136, MAR (1966)
4. A.E. Turnkam., SCR Controlled Variable Speed DC Motor Drives. Hawker Siddeley Review, Tech. Suppl., No.110, (1964)
5. Stanley M. Shinnars, Modern Control System Theory and Applications, pp. 428—435, Addison-walsley publishing CO., Massachusetts (1972)
6. F.B. Hildebrand., Methods of Applied Mathematics, 2nd Edition, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., (1965)