creative commons
COMMONS DEED

저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:

저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.

비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.

변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 이용허락규약(Legal Code)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

Disclaimer

dCollection

[UCI]I804:48009-200000172865

공학석사 학위논문

배관 유동내 Thermowell 의 와(渦) 유기 진동 특성에 대한 연구

Vortex-induced vibration characteristics of a Thermowell in piping flow

울산대학교 대학원

중공업융합기술공학과

주 범 석

배관 유동내 Thermowell 의
와(渦) 유기 진동 특성에 대한 연구

지 도 교 수 이 수 목

이 논문을 공학석사학위 논문으로 제출함

2018 년 12 월

울산대학교 대학원

중공업융합기술공학과

주 범 석

주범석의 공학석사학위 논문을 인준함

심사위원 김 도 중

심사위원 이 수 목

심사위원 강 옥 현

울산대학교 대학원

2019년 2월

배관 유동내 Thermowell 의
와(渦) 유기 진동 특성에 대한 연구

주범석

울산대학교 대학원 중공업융합기술공학과

국문 요약

본 논문은 선박 및 해양 플랜트의 배관 시스템에 광범위하게 사용되어 오는 유동온도 측정용 온도계 보호 및 지지대 (thermowell)의 유체유기 진동에 대한 실험적 연구 결과이다. 기체 및 액체 상태의 유동에 가로놓이는 thermowell 의 구조는 여러가지 유체력을 받게 되는데 원형 단면의 주변에서 발달하는 유동 박리 (separation) 및 와 흘림 (vortex shedding)에 의한 것이 대표적인 경우이다. 이러한 vortex shedding 은 주기적인 이탈을 함으로써 구조물에 진동과 피로를 유발하는데 고유진동수와 일치하는 경우 공진에 의한 진동 증폭이 일어나고 심한 경우 피로 파손이 발생하여 플랜트 시스템 전체에 심각한 문제를 야기하기도 한다.

Thermowell 및 cylinder 모양에서 발생하는 유체유기 진동과 관련된 연구는 Blevins 를 포함한 여러 학자들이 연구를 진행하였다. ASME PTC 19.3 TW-2010 은 여러 산발적 연구를 충분히 망라한 thermowell 설계 기준이고, thermowell 의 파국적 결과로 이어질 수 있는 부분을 최대한 줄이도록 한 보수적 설계 기준임을 확인하였다.

본 연구는 배관내에 설치된 thermowell 의 와 유기 진동을 시험을 통해 재현하고 진동에 영향을 미치는 변수들에 의한 응답 변화를 관찰하였다. 공기 유속의 변화, thermowell 의 외경, 삽입 길이에 의한 응답 특성을 비교 분석하였다. 특히 주요한 유동 진동의 특성이 되는 와 이탈 주파수와 Strouhal Number, thermowell 의 고유진동수 및 와 이탈 주파수와의 공진 시 thermowell 응답 등을 면밀히 분석하였다.

또한 실제적인 현장 문제 적용 및 해결방안으로 와 유기 진동의 감소 방법에 대해 추가적으로 연구하였는데 주로 유동에 접촉하는 thermowell 원형 실린더 표면에 나선형 띠 (helical strake)를 부착하여 와 발생 억제 및 진동감소 영향을 관찰하였다. 실제로 띠는 원형 철사 (wire)로 대신하였는데 wire 가 thermowell 삽입방향과 이루는 경사각도, 동시에 부착하는 wire 개수, wire 의 굵기 등에 따라 뚜렷한 진동 크기의 변화를 보였는데 전체적으로 미 부착 조건에 비해 현저히 진동이 감소함을 확인하였다.

해석적인 접근으로는 이론적 보모델 해석과 유한요소해석 (FEM) 방법으로 고유진동수 추정을 시도하였는데 실험에서의 pipe 형 thermowell 의 설치 조건을 고려하여 중간지지조건을 갖는 Euler 보모델에 대한 고유진동수 계산식을 유도하였다. 적정한 강성조건을 부여할 경우 이론식과 유한요소해석 결과 모두 실험치와 전 영역에서 잘 일치하는 결과를 얻었다.

또 가정된 가진력에 의한 연속체 보모델의 강제진동응답을 유도하고 실제 측정된 응답과의 비교에 의해 thermowell 에 작용하는 유체력을 역으로 산정하고자 하였다. 그 결과 유체 가진력은 예측보다 상당히 낮은 값을 보여주었는데 Reynolds 수 $10^4 \sim 10^5$ 범위의 난류유동 특성 및 폐쇄된 배관내의 불안정한 흐름의 효과로 추정한다.

끝으로 이러한 연구를 바탕으로 덕트 배관에 돌출된 파이프형 thermowell 의 고유진동수 및 응답을 예측하는 개략적 계산식을 도출하여 제시하였다.

목 차

목 차 I
LIST OF TABLE II
LIST OF FIGURE II
1. 서론 1
1.1 연구 목적 1
1.2 연구 범위 1
2. 관련 연구의 역사 3
2.1 원형 단면의 VORTEX-INDUCED VIBRATION 3
2.2 THERMOWELL 유체유기 진동 6
2.3 ASME PTC 19.3 TW-2010 코드 검토 7
3. 실험 장치 및 절차 11
3.1 실험 장치 11
3.2 실험 절차 17
4. THERMOWELL 실험 고유진동수와 감쇠비 18
5. THERMOWELL 고유진동수의 해석적 방법 및 비교 22
5.1 중간구속을 가진 EULER 보모델 해석 22
5.2 FEM 해석 및 결과 비교 29
6. THERMOWELL 유체유기 실험 및 해석적 결과 비교 37
6.1 실험 진동응답 37
6.2 이론적 해석 결과와의 비교 47
7. VIV 감소를 위한 실험 및 결과 53
7.1 고유진동수 변화 55
7.2 공진 응답의 변화 56
8. 결론 61
REFERENCE 62

APPENDIX..... 64
ABSTRACT 74

List of Table

Table 1 ASME PTC amendment history associated with thermowell 7
Table 2 Flow-generator, reducer and duct specification.....11
Table 3 Aluminum cylinder specification 16
Table 4 Theory and FEM value at 20mm diameter cylinder..... 28
Table 5 Theory and FEM value at 25mm diameter cylinder..... 28
Table 6 Theory and FEM value at 30mm diameter cylinder..... 28
Table 7 Theory and FEM value at 20mm diameter cylinder..... 36
Table 8 Theory and FEM value at 25mm diameter cylinder..... 36
Table 9 Theory and FEM value at 30mm diameter cylinder..... 36
Table 10 Repetitive fan speed up test..... 45
Table 11 Test cylinders according to wiring number..... 53
Table 12 Test cylinders according to Pitch..... 54
Table 13 Test cylinders according to wire thickness 54
Table 14 Natural frequency according to wiring number..... 55
Table 15 Natural frequency according to pitch 55
Table 16 Natural frequency according to wire thickness 55

List of Figure

Fig. 1 Various types of thermowells..... 1

Fig. 2 Image of vortex shedding on plain thermowell in the piping flow 2

Fig. 3 Image of vortex shedding on helical strake thermowell in the piping flow 2

Fig. 4 Typical vortex shedding pattern 3

Fig. 5 Regimes of fluid flow across smooth circular cylinders (Lienhard, 1966) 4

Fig. 6 Vortex shedding frequency and lock-in region 5

Fig. 7 Ns w.r.t. Reynolds Number 10

Fig. 8 Experiment Set-up consisting of flow-generator, reducer and duct. 11

Fig. 9 Flow velocity profile at different fan speeds..... 12

Fig. 10 Fan speed and flow mean velocity 12

Fig. 11 Typical thermowell installation 13

Fig. 12 Cross section of mounting device and duct 13

Fig. 13 Mounting and fitting devices to adapt various diameter cylinders 14

Fig. 14 Mounting device setup on duct system 14

Fig. 15 Measurement equipment 15

Fig. 16 Test aluminum cylinders 15

Fig. 17 Effective insertion length of test specimen at 3 diameter cases..... 16

Fig. 18 Schematic diagram of the test process 17

Fig. 19 Time domain graph of impact and acceleration 18

Fig. 20 Bode plot of impact FRF..... 19

Fig. 21 Natural frequencies of 20mm diameter cylinder w.r.t inserted length 20

Fig. 22 Natural frequencies of 25mm diameter cylinder w.r.t inserted length 20

Fig. 23 Natural frequencies of 30mm diameter cylinder w.r.t inserted length 21

Fig. 24 Natural frequency of thermowell pipe w.r.t. pipe diameter (inserted length 300mm) 21

Fig. 25 Uniform beam with middle hinge and rotational spring 22

Fig. 26 1st mode shape of Euler beam model (N.F = 170.7 Hz)..... 23

Fig. 27 2nd mode shape of Euler beam model (N.F = 989.4 Hz)..... 23
Fig. 28 Comparison of natural frequency between test and theory. 20mm diameter. 25
Fig. 29 Comparison of natural frequency between test and theory. 25mm diameter. 26
Fig. 30 Comparison of natural frequency between test and theory. 30mm diameter. 27
Fig. 31 FE model for thermowell pipe 29
Fig. 32 Stiffness boundary input zone..... 30
Fig. 33 FE mesh of thermowell model..... 30
Fig. 34 1st mode shapes of thermowell in two directions..... 31
Fig. 35 2nd mode shapes of thermowell in two directions..... 32
Fig. 36 Comparison of natural frequency between test and FEM. 20mm diameter .. 33
Fig. 37 Comparison of natural frequency between test and FEM. 25mm diameter .. 34
Fig. 38 Comparison of natural frequency between test and FEM. 30mm diameter .. 35
Fig. 39 Waterfall map of the vibration under fan speed-up condition..... 38
Fig. 40 Spectrogram of the vibration under fan speed-up condition..... 38
Fig. 41 Waterfall map of the vibration under constant speed at resonance..... 39
Fig. 42 Spectrogram of the vibration under constant speed at resonance 39
Fig. 43 Peak acceleration at each resonance frequency. 20mm diameter cylinder.... 40
Fig. 44 Peak acceleration at each resonance frequency. 25mm diameter cylinder.... 41
Fig. 45 Peak acceleration at each resonance frequency. 30mm diameter cylinder.... 41
Fig. 46 Peak displacement at each resonance frequency. 20mm diameter cylinder .. 42
Fig. 47 Peak displacement at each resonance frequency. 25mm diameter cylinder .. 42
Fig. 48 Peak displacement at each resonance frequency. 30mm diameter cylinder .. 43
Fig. 49 Flow velocity w.r.t. effective insertion length..... 44
Fig. 50 Reynolds number w.r.t. effective insertion length..... 45
Fig. 51 Peak acceleration variation at resonance under repetitive test..... 46

Fig. 52 Theory and test peak acceleration at 20mm diameter cylinder 48
Fig. 53 Theory and test peak acceleration at 25mm diameter cylinder 48
Fig. 54 Theory and test peak acceleration at 30mm diameter cylinder 49
Fig. 55 Ideal case of lift force profile at turbulent flow 49
Fig. 56 Possible lift force profiles on thermowell 50
Fig. 57 Test and theory peak acceleration. 20mm diameter cylinder 51
Fig. 58 Test and theory peak acceleration. 25mm diameter cylinder 51
Fig. 59 Test and theory peak acceleration. 30mm diameter cylinder 52
Fig. 60 Wired cylinder. No. 4 54
Fig. 61 Waterfall map of the vibration near resonance. Wiring number 4 cylinder ... 57
Fig. 62 Spectrogram of the vibration near resonance. Wiring number 4 cylinder 57
Fig. 63 Acceleration according to wiring number 58
Fig. 64 Acceleration according to pitch 59
Fig. 65 Acceleration according to wire thickness 60

1. 서론

1.1 연구 목적

Thermowell 은 thermometer 를 보호하는 보호관으로서, 주로 유체가 흐르는 배관계내에 삽입된다. Thermowell 에 유체가 흐르면 유체유기 진동이 발생하곤 하는데, 이로 인해 thermowell 이 파괴되어 사고로 이어질 수도 있는 상황이 발생하였었다.

따라서 본 연구에서는 실제 실험을 통하여 thermowell 에서 발생하는 유체유기 진동 현상을 관찰한 후 이론적 접근에 의한 고유진동수 및 진동응답 예측을 시도하고 진동저감을 위한 실험적 검증을 추가적으로 하고자 한다.

1.2 연구 범위

유체유기 진동 (flow-induced vibration)은 다양한 종류가 있는데 크게 구분하여 주기적인 vortex shedding 으로 인해 발생하는 vortex-induced vibration, 공기역학적 불안정성 때문에 나타나는 galloping 과 flutter 그리고 상부 구조물의 후류에 의한 하류 구조물의 buffeting 진동 등이 있다. 본 논문에서는 Thermowell 에서 발생하는 vortex-induced vibration 현상에 대해 집중적으로 고찰하고자 하였다.

Thermowell 은 운전조건과 설치조건에 맞게 다양하게 제작되는데 Fig.1 에 실제 다양한 종류의 thermowell 제품들을 보였다.

Fig. 1 Various types of thermowells [Emerson. 15]

Fig. 2~3 은 일반 plain thermowell 과 helical strake 를 부착한 thermowell 에서 일어나는 후류의 vortex shedding (와 이탈) 현상에 대한 개념도이다. Plain thermowell 은 길이 방향 correaltion 이 커서 폭이 넓은 와 이탈 유동이 형성되고, helical strake thermowell 은 strake 의 영향으로 다수의 짧은 와 이탈이 형성됨을 볼 수 있다. 하지만, 실제 현상은 이와 같이 이상적인 모양과는 상당히 다른 형태일 가능성이 매우 크며 실험적 검증이 필요하다.[1]

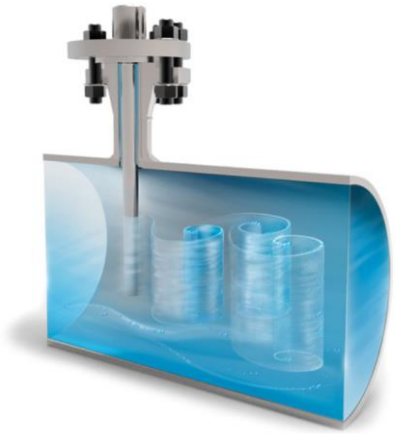


Fig. 2 Image of vortex shedding on plain thermowell in the piping flow [16]

Fig. 3 Image of vortex shedding on helical strake thermowell in the piping flow [16

[1] 이와 관련된 자세한 사항은 참고문헌 [2]를 참고하길 바란다.

2. 관련 연구의 역사

2.1 원형 단면의 VORTEX-INDUCED VIBRATION

원형 단면의 와 유기 진동에 대한 연구는 오래전부터 있어왔다. 이러한 연구는 다양한 학자들이 연구를 해왔고, 대표적으로 Blevins 를 꼽을 수 있으며 관련 내용은 Blevins 가 저술한 책 Flow-induced vibration [1] 에 자세히 나와있다.

원형 단면의 와 유기 진동을 이해하기 위해서는 먼저 vortex shedding 을 이해하여야 한다. Vortex shedding 이란 유체 흐름 내에 bluff body[2]가 놓여있을 때, 특정 Reynolds Number 구간에서 후류에 주기적인 이탈이 발생하는 현상을 말한다. Vortex-induced vibration (이하 VIV) 이란 이 주기적인 shedding 으로 인해 bluff body 에 가해지는 힘 때문에 발생하는 body 의 구조 진동을 일컫는다.

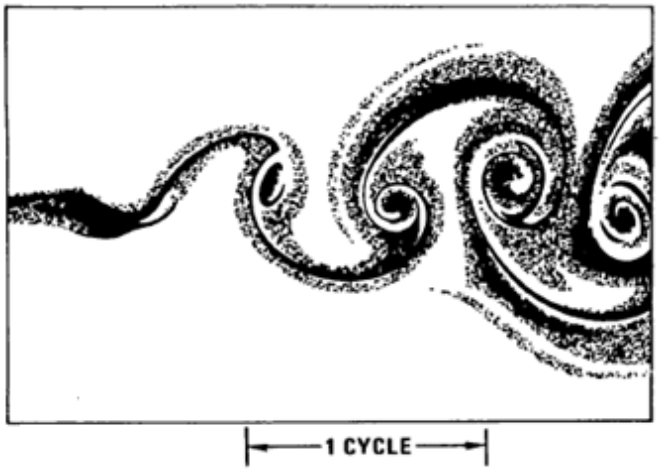


Fig. 4 Typical vortex shedding pattern [1]

[2] 유선형이 아닌 물체

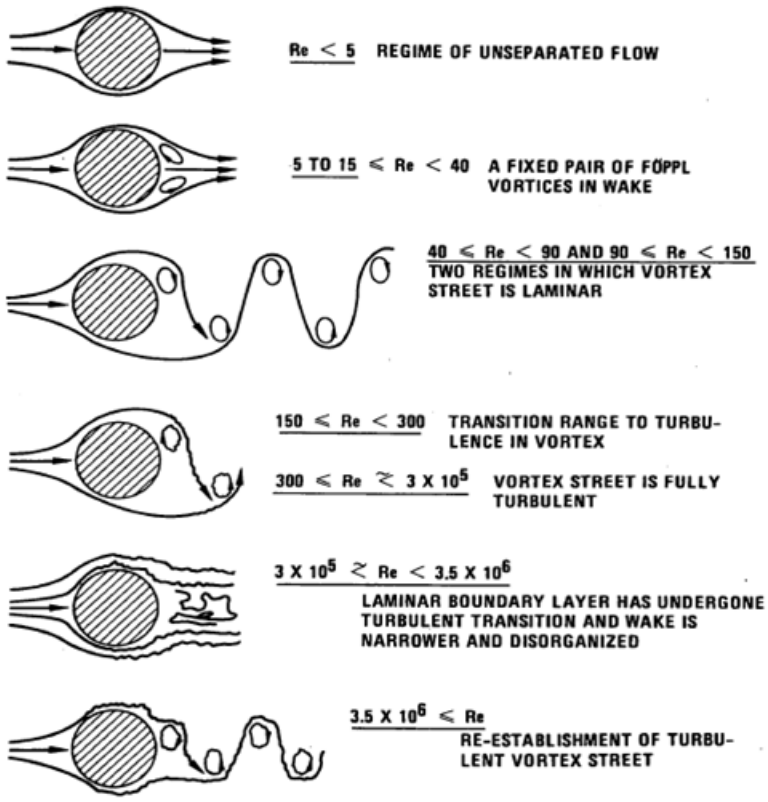


Fig. 5 Regimes of fluid flow across smooth circular cylinders (Lienhard, 1966) [1]

Vortex shedding 은 주기적인 주파수를 갖는데 이를 vortex shedding frequency 라 하고, 유속과의 관계식은 다음과 같다.

$$f_s = \frac{St * V}{D} \tag{2.1}$$

f_s : Vortex shedding frequency

St : Strouhal Number

V : Mean velociy of fluid

D : Diameter of cylinder

또한 원형 실린더의 경우 유속에 평행한 방향으로 일어나는 공진을 in-line resonance, 유속에 수직한 방향으로 일어나는 공진을 transverse resonance 라 한다. in-line resonance 는 vortex shedding frequency 가 구조물의 고유진동수의 1/2 배일 때 발생한다.

이렇게 두가지의 공진이 발생하는 이유는 vortex shedding 이 일어나는 방향 때문인데, cylinder 기준으로 위쪽의 유선이 이탈되며 발생하는 vortex 는 아래쪽 대각선 방향으로 물체를 가진하고, 아래쪽 유선이 이탈되며 발생하는 Vortex 는 위쪽 대각선으로 가진하게 된다. 이에따라 cylinder 는 8 자와 같은 형태로 운동하게 되는데, 이 때문에 유속에 수직한 방향으로 한번 진동할 때 수평방향으로는 2 번 진동하게 된다. 즉, 수직방향의 두배에 해당하는 주파수를 수평방향으로 가지게 되는 것이다.

또 다른 와 유기 진동의 중요한 현상 중 하나는 lock-in 이 있다. 유속이 올라가면서 vortex shedding frequency 가 구조물의 natural frequency 에 근접하고, 일치할 때 공진이 발생하게 된다. 이 공진 이후에 유속을 더 높여도 vortex shedding frequency 가 일정구간 높아지지 않고 구조물의 natural frequency 에 달라붙어 있는 현상을 lock-in (주파수 고착 혹은 동조)이라 한다.

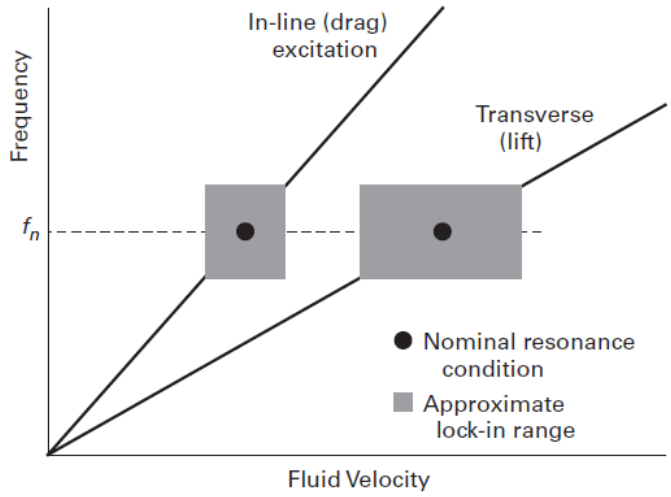


Fig. 6 Vortex shedding frequency and lock-in region [8]

이러한 lock-in[3] 현상이 일어나는 이유는 먼저 유속이 점차 높아지면서 구조물의 natural frequency 와 vortex shedding frequency 가 점점 비슷해지는데 이 때, 탄성체인

[3] Lock-on 혹은 synchronization 이라고도 부른다.

구조물이 natural frequency 로 진동하면서 vortices 의 힘이 강해지고, 후류의 cylinder 길이방향 spanwise correlation 이 강해지게 된다. 이로 인하여 유속을 더 높여도 vortex shedding frequency 가 변하지 않고 일정 구간 natural frequency 에 달라붙어 있는 것이다[4].

2.2 THERMOWELL 유체유기 진동

흐르는 유체의 온도 측정 목적으로 배관내에 삽입되는 Thermowell 은 배관내 유동의 흐름이 벽면의 경계층을 포함하여 축대칭적 분포를 가질 것으로 추측되며 이는 일반적으로 알려진 개방된 공간의 후류 형태와는 차이를 보일 것으로 예상된다. 그러나 중심선을 포함한 일정한 부분의 흐름은 대체적인 평행류를 보이며 이 부분에서 유동구조 상호작용이 어느 정도 일어날 것으로 예상할 수 있다 (Fig. 9 유속 측정 결과 참조).

구체적으로 Thermowell 의 유체유기 진동이 관심을 받게 된 것은 1995 년 일본 몬주 (Monju)의 고속원자로 (fast breeder reactor) 배관계에 발생한 Thermowell 피로 파괴인데, 액상의 나트륨 냉각재에 의해 유기되는 동적 유체력과 Thermowell 의 흐름 방향 (drag) in-line 공진이 주된 원인이었다. 이로 인해 발전소는 이후 15 년간 폐쇄되었고, 기존의 Thermowell 설치 기준이었던 ASME PTC 19.3-1974 는 이후 ASME PTC 19.3 TW-2010 에 의해 추가 보완되었다. 여기에는 Thermowell 의 선택 및 설치와 관련된 설계 기준이 대폭 보완되었는데, 특히 Thermowell 의 고유진동수 및 와 유동 (vortex) 유기 주파수와의 공진회피에 대해 상세한 내용들이 추가되었다. 또한 이와 관련하여 Blevins [5], Bartran 외 [6], Haslinger [7] 등이 Thermowell 의 배관내 유체유기 진동의 특성 및 방진 설계 등에 대한 연구논문들을 발표하였다. Blevins 는 다양한 Thermowell 샘플들에 대한 감쇠력의 실험적 연구를 주로 하였으며, Bartran 등은 Thermowell 구조의 모드 함수에 기반한 응답의 해석적 연구를 수행하였고, Haslinger 는 실물 Thermowell 의 nozzle 형태를 변경하여 실제 원전 배관계의 저온 및

[4] 참고문헌 [1]의 54p 참고

고온 증기 흐름에서 측정하였는데 매우 높은 고유진동수 때문에 실제 난류기인 진동 (turbulent buffeting)이 대부분이고 공진에 의한 와 유기 진동은 발생하지 않았다고 발표했다. 이후 ASME PTC 19.3 TW-2010 에 준하는 엄격한 설계 기준의 적용으로 심각한 Thermowell 진동문제는 발생하지 않았으나 surge 현상 등 급격한 불안정 유동에 의해 간헐적 파손문제는 보고되었다.

현재까지 ASME 이외에는 ISO, IEEE 등 국제적 표준이나 학회는 thermowell 에 대한 규정이나 언급이 없는 것으로 확인되었다. Wikipedia 에는 간단한 기사가 올라와 있고 ASME PTC 19.3 TW-2010 를 언급하였다. Google 에는 몇 가지 기사가 있으나 대부분 기업의 기술을 홍보하는 상업적 목적으로 보인다.

2.3 ASME PTC 19.3 TW-2010 코드 검토

전술한 바와 같이 배관내 thermowell 의 유체유기 진동에 관한 연구 논문들은 다수 있으나 시기적으로 보아 2010 년에 공표된 ASME 의 관련 규정은 이러한 산발적 연구들을 충분히 망라하여 취합 반영한 것으로 간주할 수 있고 또한, 실제 적용 측면에서 보다 종합적이고 구체적인 내용을 포함한 것으로 평가할 수 있다.

이러한 이유에서 연구 주제와 관련하여 ASME PTC 19.3 TW-2010 을 좀더 상세히 살펴보고 vortex-induced vibration 과 관련된 내용을 인용 정리하는 것은 중요한 의미가 있다고 생각하여 이 절에서는 해당 규정을 검토하여 간략히 정리 기술하였다.

우선, 해당 규정의 변천 역사를 살펴보면 Table 1 과 같다.

Table 1 ASME PTC amendment history associated with thermowell

년도	활동	비고
1930 년	ASME supplement on temperature measurement (thermowell 취급내용 포함) 규정제정	제정
1957 년	ASME Performance Test Code (PTC) committee 19.3 규정 개정 착수	
1974 년	ASME PTC 19.3-1974 Supplement on Instrument and Apparatus, Part 3 Temperature measurement 규정 발표	개정
1999 년	ASME PTC 19.3 committee thermowell 에 대한 규정 제정 착수	
2010 년	ASME PTC 19.3 TW-2010 Thermowells 규정 발표	추가

잘 알려진 1900 년대 초반 미국기계학회 (ASME)의 boiler 와 vessel (용기)에 대한 대대적 안전설계 지침 제정의 활동에서 추측되듯이 1930 년 이전에 이미 thermowell 을 이용한 배관계의 온도 측정이 일반화되어 이에 대한 취급 기준이 명기되었음을 알 수 있다. 이후 배관내 유동에 의한 파손 문제가 지속적으로 발생하여 1950~1970 년대에 와서는 이를 방지하는 설계의 노력을 기울인 것으로 보인다. 실제 1974 년 개정 규정이 발표되기 전까지 배관내 thermowell 의 빈번한 파손을 피할 수 없었으나, 개정된 규정이 적용된 이후 파국적인 파손 문제를 성공적으로 방지할 수 있었다고 한다. 단지 이러한 thermowell 설계 및 설치 개선은 주로 증기 등 기체 유동의 경우에 한하였는데 이후 플랜트 시스템의 다양한 변화와 발전, 새로운 유동 매체의 출현에 의해 thermowell 설계 문제는 또 다른 도전에 놓이게 되었다. 즉, 기체 상태가 아닌 고밀도의 액상 유체이거나 화학적 부식을 유발하는 특수 물질을 이송하는 배관 등에서는 ASME PTC 19.3-1974 가 보장하지 못하는 유동 유기 진동 및 파손 문제 들이 발생하였고, 그 대표적인 사례가 일본 몬주 원전의 나트륨 냉각재 배관내 파손이다 (나트륨은 98~883 °C 에서 액상이며 비중은 0.93). 이후 ASME 는 이러한 변화된 상황들은 충분히 고려한 thermowell 설계 기준을 마련하여 2010 년 발표하게 되는데 배관 유동의 온도 측정 전반이 아니라 thermowell 에 국한된 규정이다.

내용을 간단히 훑어보면 thermowell 의 구조 및 형태, 설치 방법, 재료, 응력(stress) 관계식, 고유진동수 계산 등으로 나뉘어져 있으며 본 연구와 관련하여 주요한 내용만 언급하면 다음과 같다.

6-3 절에 유체력 관해서는 아래와 같이 수식화 하였다.

$$F(t) = [F_D + F_d \sin(2\omega_s t)]\hat{\mathrm{y}} + F_l \cos(\omega_s t)\hat{\mathrm{x}} \qquad (2.2)$$

여기서, $\hat{\mathrm{y}}$ 는 배관내 유체의 흐름 (in-line) 방향의 단위 벡터이며 $\hat{\mathrm{x}}$ 는 그 수직방향으로서 thermowell 의 횡 (transverse)방향의 단위 벡터를 의미한다.

$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi}$ 는 Vortex-shedding frequency 혹은 Strouhal frequency 이며 in-line 방향으로는 두배 주파수의 변동력을 가진다. 전술하였지만, 이는 Von-Karman vortex street 생성 mechanism 에서 원형 단면의 좌우에서 번갈아 와동이 이탈될 때 transverse lift 는

한쪽의 와동이 이탈되는 주파수 (f_s)로 반대칭적 변동력을 받는 반면 in-line drag 는 양쪽의 와동이 이탈될 때 모두 대칭적 변동력을 받기 때문이다. 일반적으로 in-line drag 변동 F_d는 transverse lift 변동 F_l에 비해 적은 값을 갖는 것으로 알려져 있으나 Monju 원전의 사고는 in-line 방향의 공진에 의한 것으로 밝혀졌으므로 무시할 수는 없다.

이러한 힘의 크기에 대해서 ASME PTC 19.3 TW-2010 에서는 아래와 같이 기술하고 있다. 즉,

$$F_D = A_p P_D \quad F_d = A_p P_d \quad F_l = A_p P_l \tag{2.3}$$

D : steady drag force

d ; oscillating drag force

l ; oscillating lift force

A_p ; projected area

(투영 면적으로서 flow 에서 바라다 보는 thermowell 의 면적)

이며 각각의 압력은,

$P_D = \frac{1}{2}\rho C_D V^2 \quad P_d = \frac{1}{2}\rho C_d V^2 \quad P_l = \frac{1}{2}\rho C_l V^2$ 로 주어지는데

ρ, V 는 공정 유체 (process fluid)의 밀도와 유속이고 C_D, C_d, C_l는 각 성분의 유체역학적 계수로서 ASME 코드에서는 아래와 같이 명기하고 있다.

$C_D = 1.4,\ C_d = 0.1,\ C_l = 1.0$

6.4 절에는 유체력의 주파수 즉, vortex-shedding 주파수에 대해 언급하고 있다. 잘 알려진 vortex shedding frequency 를 다음과 같이 표기하였다.

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = N_s \frac{V}{B} \tag{2.4}$$

여기서,

$N_s = 0.22\left(1 - \frac{22}{Re}\right) \quad for \ \ 22 \le Re < 1{,}300$

$N_s = 0.213 - 0.0248\left[\log_{10}\left(\frac{\mathrm{Re}}{1300}\right)\right]^2 + 0.0095\left[\log_{10}\left(\frac{\mathrm{Re}}{1300}\right)\right]^3 \quad for \ \ 1{,}300 \le Re < 5 \times 10^5$

$N_s = 0.22 \qquad for \;\; 5 \times 10^5 \leq Re < 5 \times 10^7$

B: thermowell 끝단의 diameter

위 식 중 N_s에 대해 그려보면 Fig. 7 과 같다.

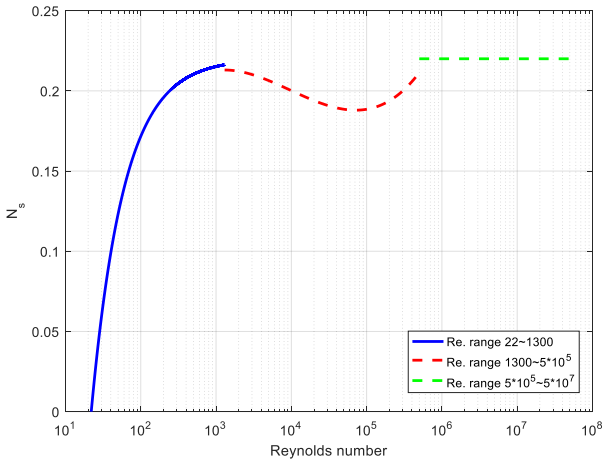


Fig. 7 Ns w.r.t. Reynolds Number

6.5 절에는 thermowell 의 고유진동수에 대해 설명하고 있는데, 균일 외팔보 1 차 모드에 대한 아래의 식을 기본으로 하되 여기에 형상에 대한 보정 (correction for step or tapered beam), 주위 유체의 부가질량 (added mass)에 대한 보정, 온도계 센서의 질량을 고려한 보정을 하고 최종적으로 뿌리 부분의 설치 조건 (mounting)에 대한 보정을 하여 준다.

$$f_a = \frac{1.875^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI}{m}}\frac{1}{L^2} \tag{2.5}$$

$$f_n^c = H_f H_{a,f} H_{a,s} H_c f_a \tag{2.6}$$

이와 같이, thermowell 설계를 위한 ASME 의 위 3 가지 부분에 대한 공식들 중 양력계수를 1 로 정하여 유체력을 최대한 크게 산정하고자 하는 의도를 엿볼 수 있는데 이는 위험을 유발할 수 있는 부품에 대한 보수적 설계의 관점에서 충분히 이해할 수 있는 측면이나, 결과의 정확도 측면에서는 상당한 오차를 보일 가능성이 있음을 의미한다.

3. 실험 장치 및 절차

3.1 실험 장치

실험 장치는 크게 유속 발생 장치, 계측 장비, mount part, test cylinder 로 나뉜다.

유속 발생 장치는 대형 fan, reducer, 원형관을 이용하여 만들었다. 유동 매체는 공기이며, 해당 장치의 모습과 specification 은 다음과 같다.

Fig. 8 Experiment Set-up consisting of flow-generator, reducer and duct.

Fig. 9 에 유량의 변화를 주면서 각 깊이에서 측정한 유속의 변화를 제시하였는데, 덕트 내부 벽면으로부터 80mm 이내에서 유동 경계층을 가지며 이후 중심부에 이르기까지는 대개 균일한 유동 속도분포를 가짐을 알 수 있다. 덕트 중심부인 300mm 위치에서는 오히려 미세하게 줄어든 결과를 볼 수 있는데, 이는 상류 구동 팬의 허브 (hub) 위치와 관련이 있는 것으로 추정된다.

Table 2 Flow-generator, reducer and duct specification

Inner diameter after reducer	600 mm
Fan Max. speed	3650 RPM
Max. Flow velocity(Exit)	36.5m/s
Total duct length	9 m

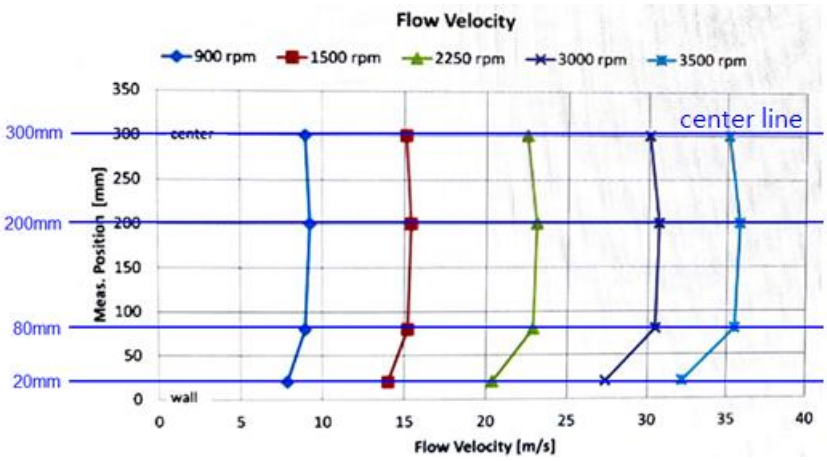


Fig. 9 Flow velocity profile at different fan speeds

Fig. 10 에는 fan speed 와 평균 유속의 관계를 보였는데 거의 직선적인 관계임을 확인할 수 있다.

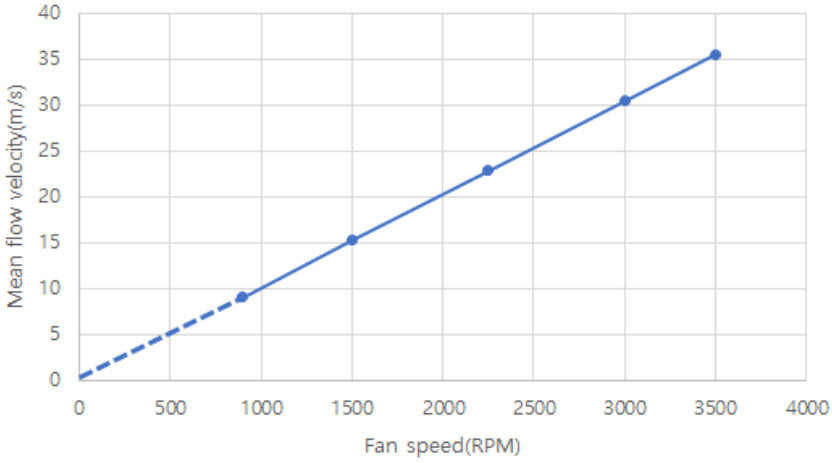


Fig. 10 Fan speed and flow mean velocity

Mean flow velocity 는 80, 200, 300mm 에서의 값의 평균을 취하였다. 내벽에 가까운 값은 thermowell 의 변형과 진동에 주는 영향이 작아서 무시하였다.

계측 장비는 NI software 를 포함한 컴퓨터, NI DAQmx, PCB 3 축 가속도계, PCB impact hammer 로 구성되어 있다.

Fig. 11 에 실제 현장에서 thermowell 이 유동 배관에 설치되는 형태를 예시하였는데 이를 참조하여 실험에서 다양한 굵기의 thermowell pipe 를 반복하여 설치 및 해제할 수 있도록 다음과 같은 지지장치 (thermowell mount)를 설계, 제작하여 유동 덕트에 부착하였다. 서로 다른 굵기의 pipe 를 면 접촉으로 고정하기 위하여 두 조각의 링 형태의 adaptor 를 삽입하여 압착하였고 동일한 경계조건을 부여하기 위해 토크렌치를 이용해 볼트 체결력을 균일하게 부여하였다.

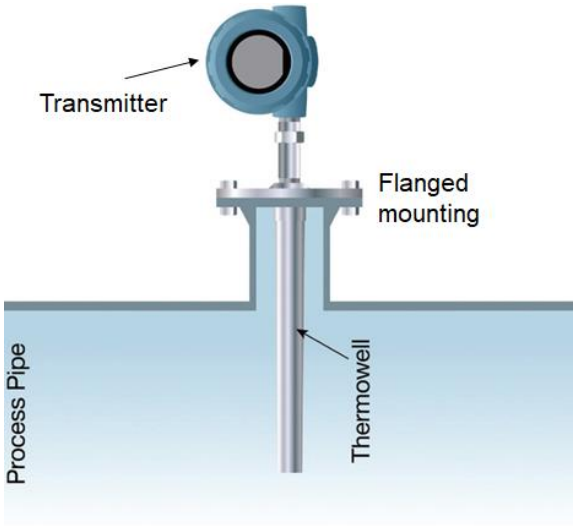


Fig. 11 Typical thermowell installation [Emerson. 15]

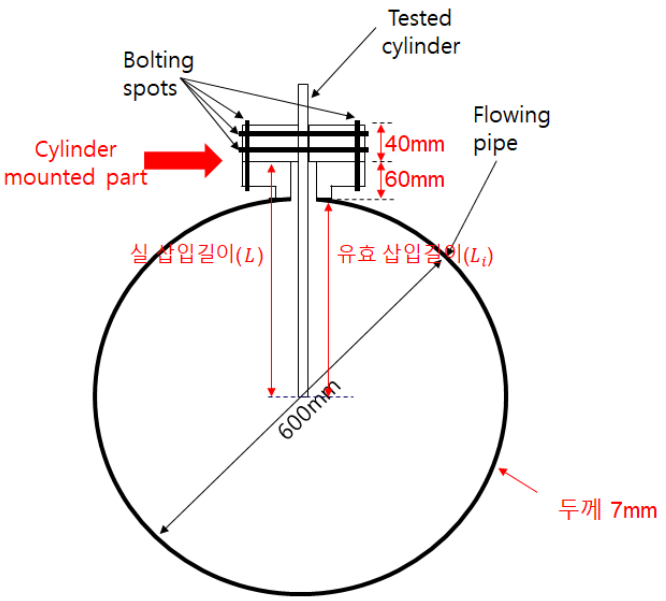


Fig. 12 Cross section of mounting device and duct

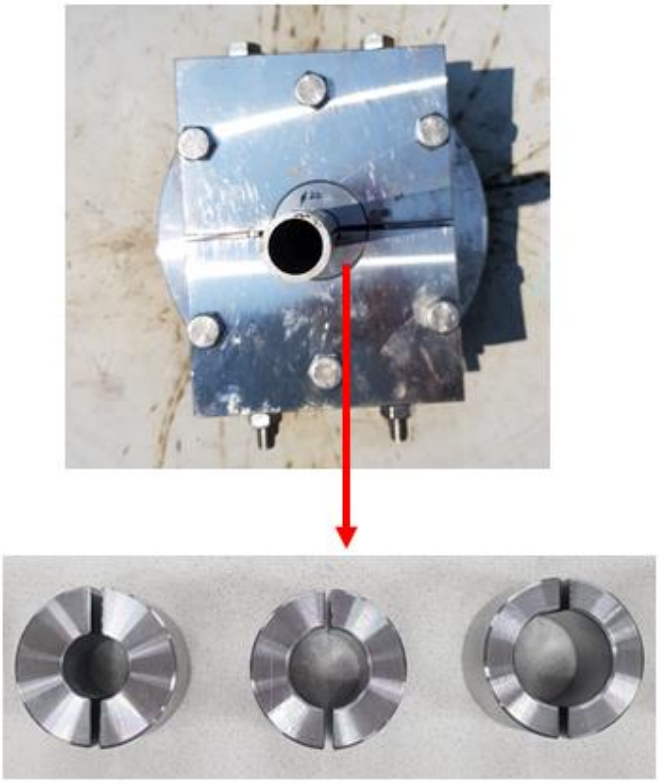


Fig. 13 Mounting and fitting devices to adapt various diameter cylinders

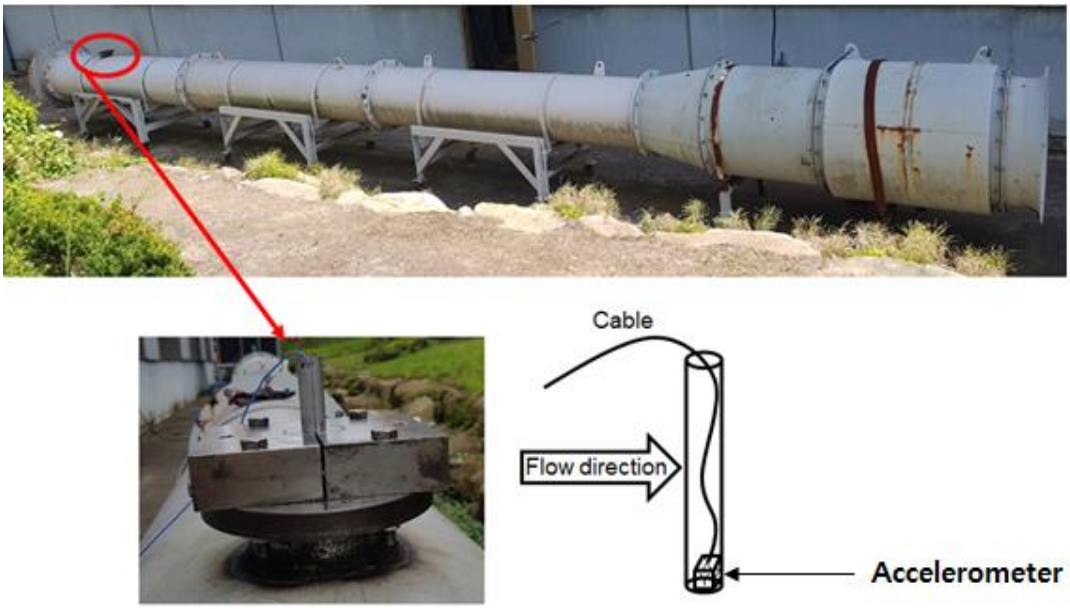


Fig. 14 Mounting device setup on duct system

계측 장비는 NI software 를 포함한 컴퓨터, NI DAQmx, PCB 3 축 가속도계, PCB impact hammer 로 구성되어 있다.

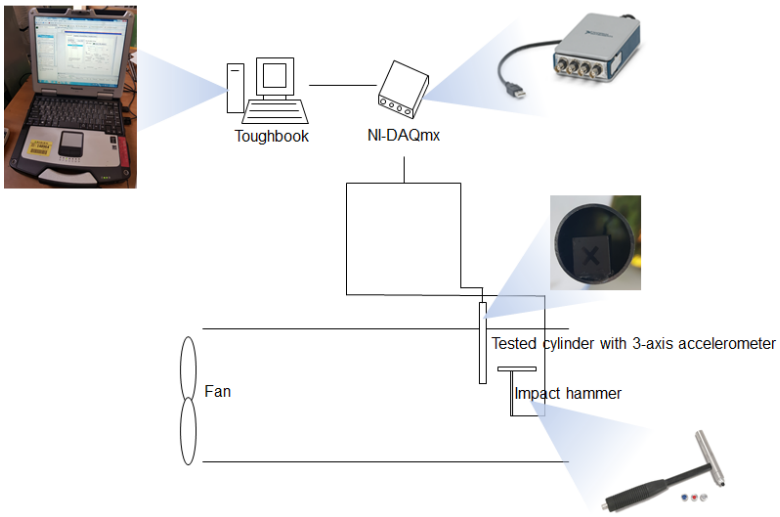


Fig. 15 Measurement equipment

VIV 재현 실험을 위해 thermowell 대용으로 사용한 test cylinder 는 aluminum 재질의 양쪽이 뚫린 단순 원형 파이프이다.

Pipe 외경만 20, 25, 30mm 로 변화를 주고 길이 및 두께는 각각 500mm 및 1mm 로 동일하게 하였다.

Fig. 16 Test aluminum cylinders

Table 3 Aluminum cylinder specification

Test specimen case	Length(mm)	Outer diameter(mm)	Pipe thickness(mm)
1	500	20	1
2		25	
3		30	

위 Fig. 16 과 같은 3 개의 thermowell 시편에 대해 각각 mount 지지부에서의 체결 및 해제를 반복하여 다양한 삽입 길이 변화에 대한 실험을 수행하였다. 20, 25, 30mm 직경의 실린더를 각각 12, 23, 14 경우의 유효 삽입 길이로 실험을 진행하였다. 이에 의해 유동 덕트내 thermowell 길이 변화에 의한 고유진동수 변화를 파악함과 동시에 유체력에 의한 진동 응답의 변화를 관찰하고자 하는 목적이 있었다. 각 경우 삽입길이의 변화 case 를 아래 Fig. 17 에 나타내었다. 삽입길이에 따라 외부로 돌출되는 길이도 달라지는데 고유진동수와 응답 해석 시 특성에 반영하였다. 즉, 중간지지 보 (beam)의 형태로 간주하였다.

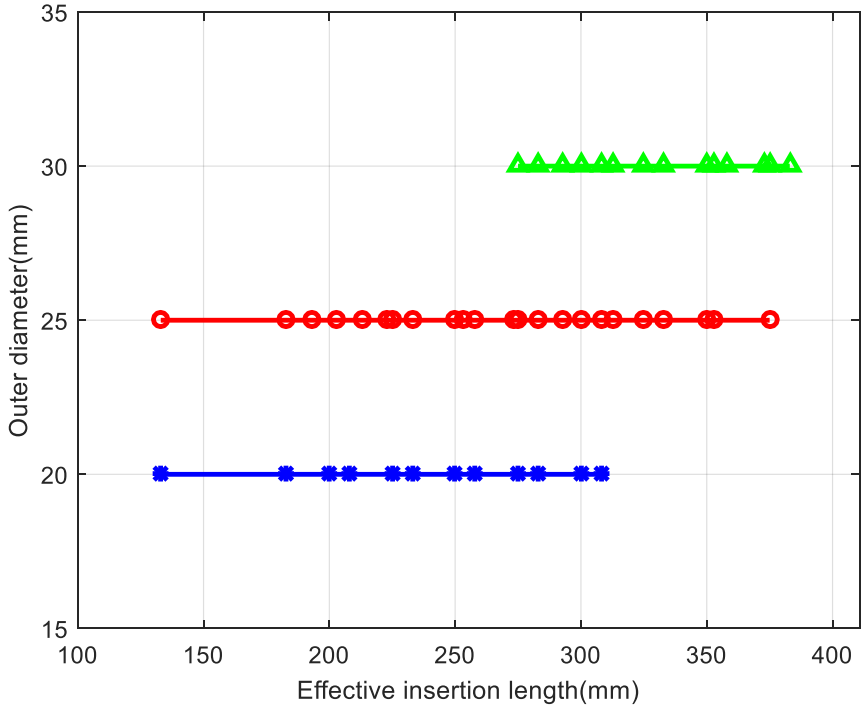


Fig. 17 Effective insertion length of test specimen at 3 diameter cases

3.2 실험 절차

각각의 조건에 대한 thermowell 의 유동유기 실험은 다음과 같은 과정을 반복한다. 먼저 설치된 시편인 cylinder 에 충격 시험을 진행한 후 각 방향의 고유진동수를 기록한다. 본 실험으로 fan 의 속도를 올려 유속을 변화하면서 실제 응답을 측정하고, 얻어진 cylinder 의 가속도 데이터를 MATLAB 을 이용해 STFT (short time fourier transform)을 구한 후 이를 이용하여 spectrogram 과 waterfall map 을 그린다. 이로부터 고유진동수 및 공진점 가속도를 획득하고, 공진점 변위를 획득하는 절차를 거치게 된다. 해당 가속도와 변위는 transverse 방향 결과를 제시하였다.

각 경우의 반복되는 실험 및 계측 과정을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

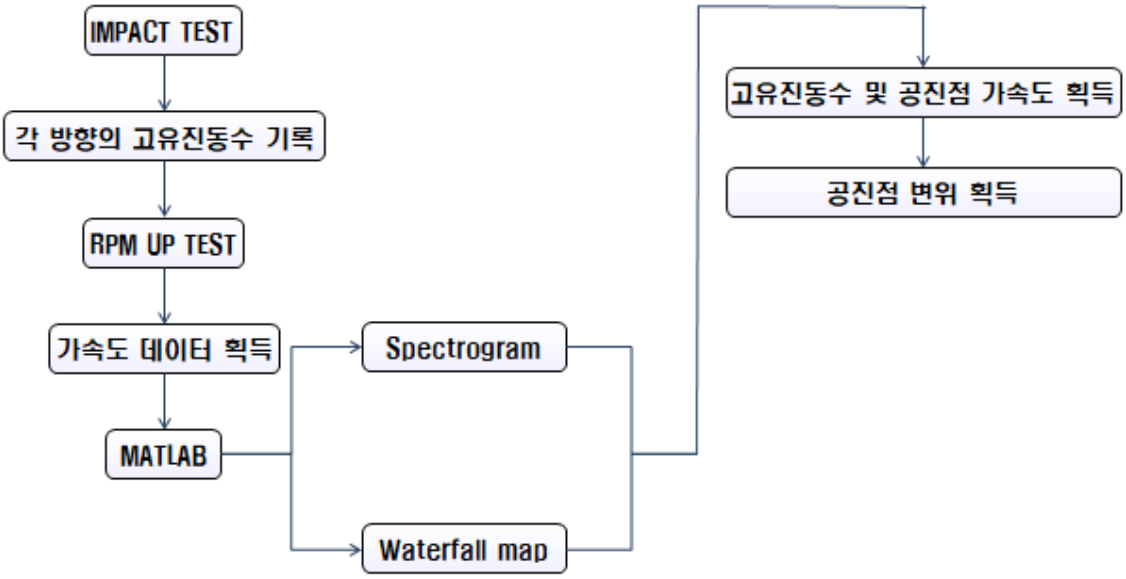


Fig. 18 Schematic diagram of the test process

4. THERMOWELL 실험 고유진동수와 감쇠비

Steel duct 에 부착된 mount 로 중간이 고정된 aluminum pipe 가 가지는 감쇠 특성을 확인하기 위해 충격시험 (impact test)을 통하여 대표적인 경우에 대한 힘과 가속도 응답으로 주어지는 주파수응답함수 (FRF)를 구하고 이로부터 모드 감쇠비를 추출하였다.

대표적으로 외경 25mm (총 길이 500mm, 두께 1mm), 삽입길이 275mm 에 대하여 시험하였고 in-line 및 transverse 방향으로 각각 5 번씩 충격 시험을 반복하였다. 가속도/힘의 FRF 인 inertance 를 바탕으로 첫번째 모드 peak 에 대해 아래와 같이 half-power point 를 이용하여 감쇠비를 구하였다.

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_n} \tag{4.1}$$

f_1 and f_2 : frequency of half power point. f_n : natural frequency. ζ : damping ratio

대표적인 Time domain 에서의 힘 및 가속도 신호는 다음과 같다.

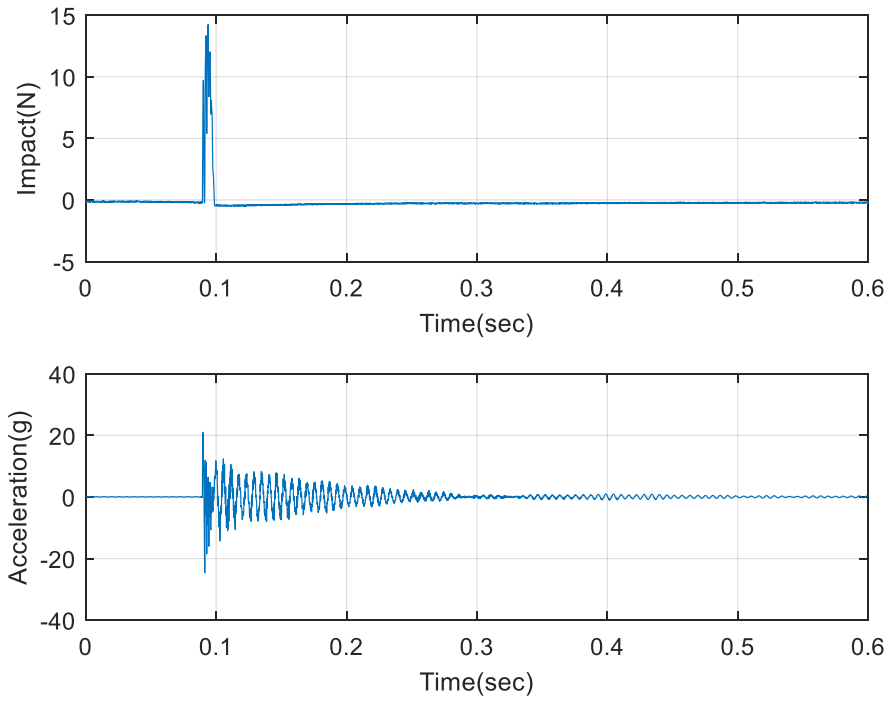


Fig. 19 Time domain graph of impact and acceleration

해당 신호 FRF 의 Bode plot 은 Fig. 20 과 같다

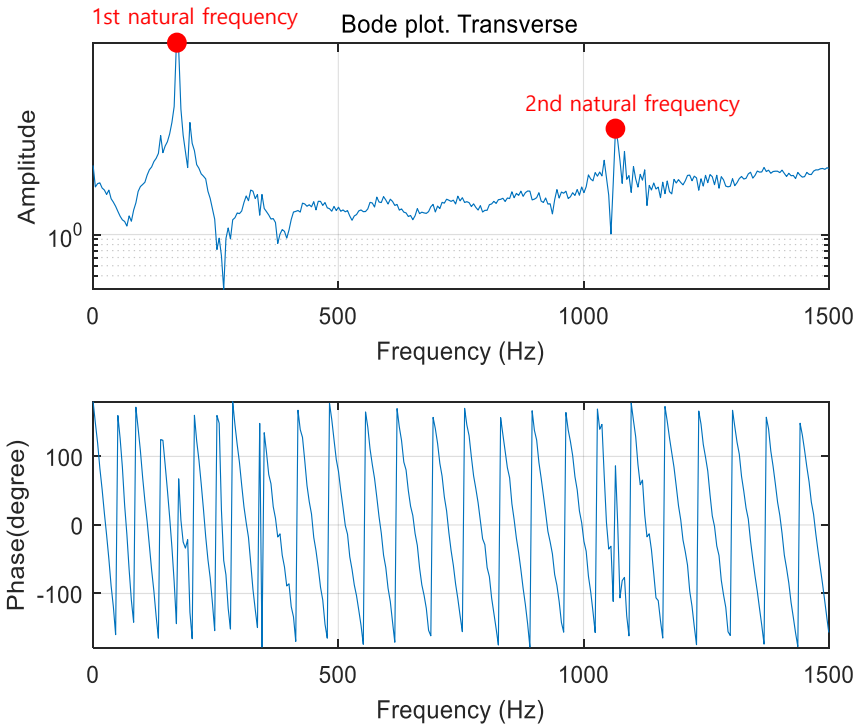


Fig. 20 Bode plot of impact FRF

in-line 및 transverse 방향에 대해 각각 5 번씩 시험을 진행한 결과, 감쇠비의 평균은 각각 0.0033 (0.33%), 0.0017 (0.17%)로 나타났다. 방향에 따른 감쇠비의 차이가 있는 것은 mount 지지부의 부품 geometry 및 체결 볼트방향의 차이에 의한 것으로 추정된다.

각 시편 직경에서의 유효 삽입길이 변화에 따른 양 방향의 고유진동수 변화는 Fig. 21~23 과 같다.

해당 결과값과 같이 in-line 방향과 transverse 방향의 고유진동수가 거의 같고 유효 삽입길이가 길수록 고유진동수가 낮아짐을 알 수 있다. 또한, Fig. 24 에 예시한 것과 같이 같은 삽입길이에서 파이프 직경이 클수록 고유진동수가 증가함도 알 수 있다.

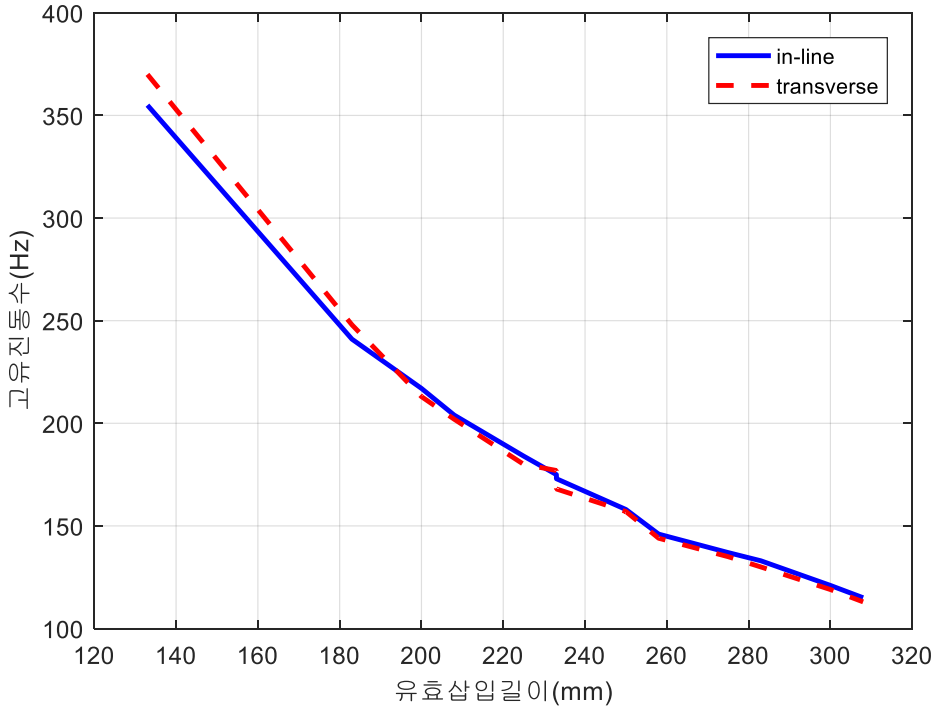


Fig. 21 Natural frequencies of 20mm diameter cylinder w.r.t inserted length

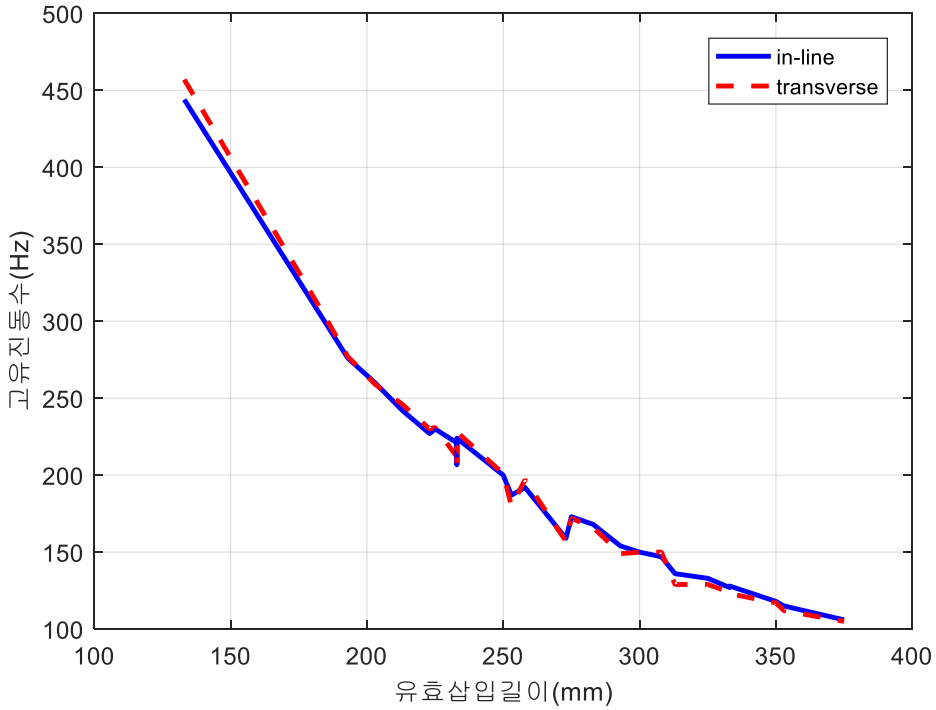


Fig. 22 Natural frequencies of 25mm diameter cylinder w.r.t inserted length

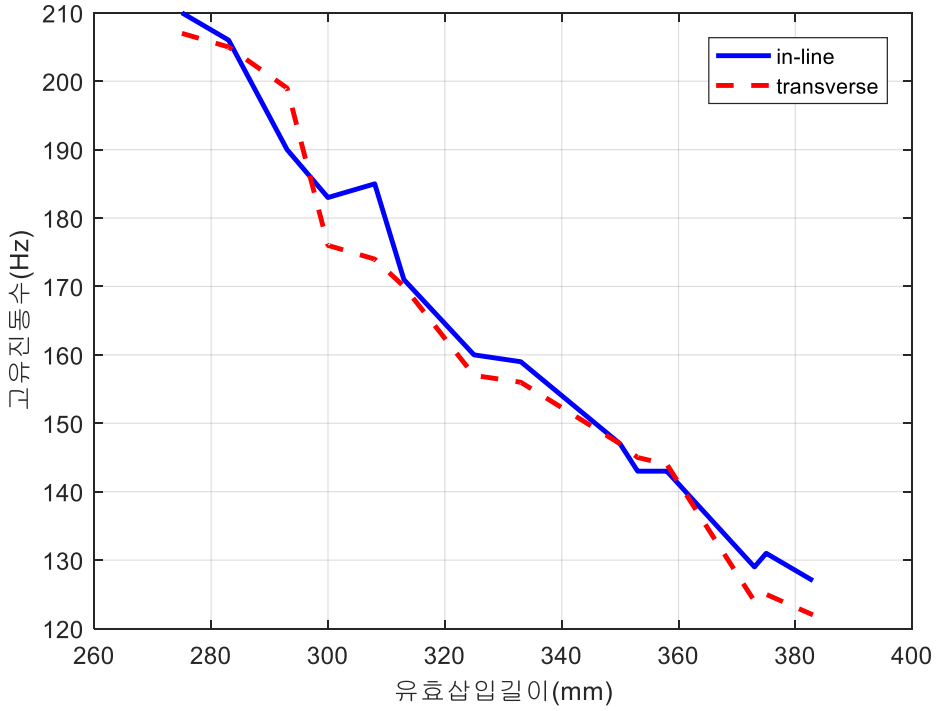


Fig. 23 Natural frequencies of 30mm diameter cylinder w.r.t inserted length

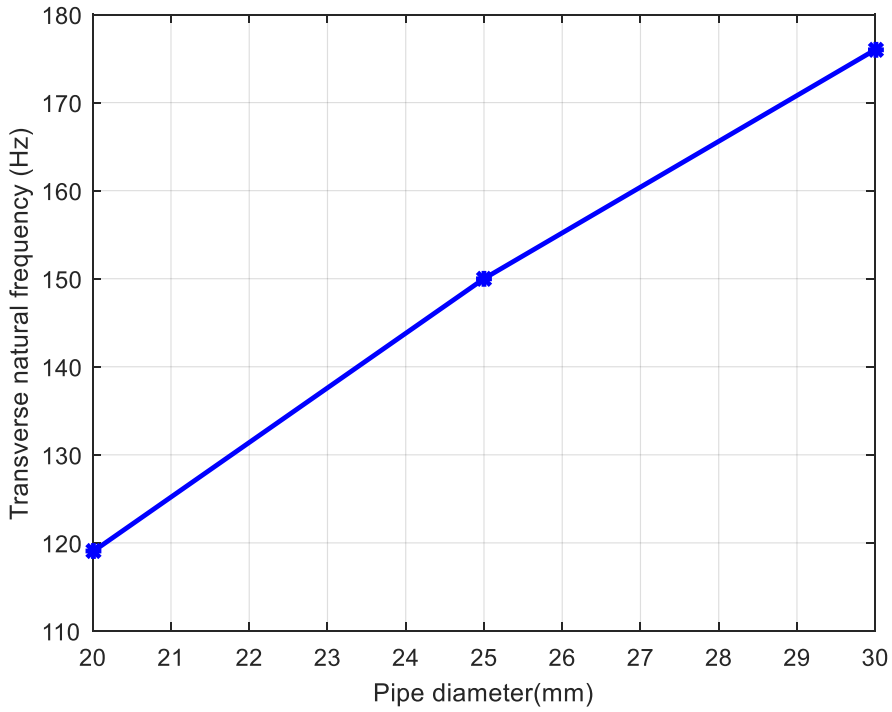


Fig. 24 Natural frequency of thermowell pipe w.r.t. pipe diameter (inserted length 300mm)

5. THERMOWELL 고유진동수의 해석적 방법 및 비교

해당 모델의 고유진동수를 추정하기 위해서 이론적인 접근과 FEM 해석을 통한 해석적 접근 두 방식을 적용해 보았다. 20mm, 25mm, 30mm cylinder 의 각각 200~375mm, 225~375mm, 275~375mm 을 25mm 간격에 해당하는 유효 삽입길이를 대표로 충격 시험을 통해 얻은 값과 비교하였다.

5.1 중간구속을 가진 EULER 보모델 해석

해당 모델을 중간에 구속을 가진 균일한 Euler 보로 가정하여 해석을 진행하였다. 먼저 해석 모델의 이론적 구속 조건은 Fig. 25 와 같다.

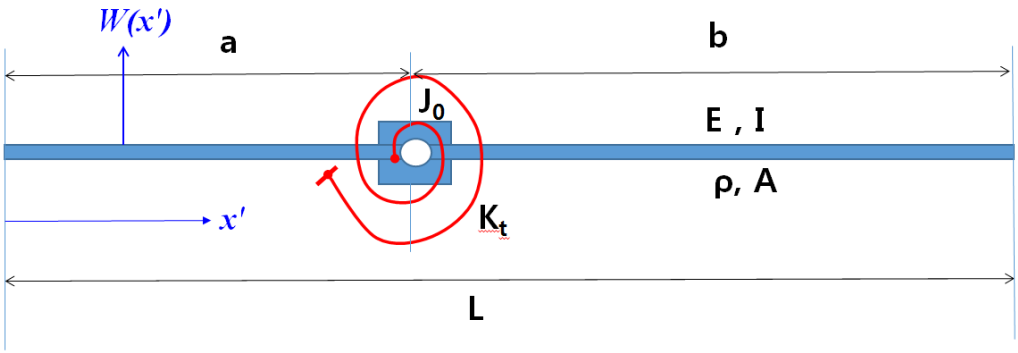


Fig. 25 Uniform beam with middle hinge and rotational spring

Mount block 이 있는 지지부를 hinge 로 하고 여기에 회전 스프링 K_t와 회전 질량 관성 J_o를 추가하였다.

실험치와의 비교를 통하여 오차를 최소화하는 회전 스프링 강성을 tuning 하였고, mount block 구조의 질량 효과를 고려하여 회전 관성 (J_o)을 가정하였으나 큰 효과가 없는 것으로 판단되었다. 위의 모델에 대한 이론적 고유진동수 계산을 위한 특성방정식과 모드 함수의 관계식은 다음과 같다.

$$\{1+\mu_2(\beta b)\}\mu_3(\beta a)+\{1+\mu_2(\beta a)\}\left\{\mu_3(\beta b)+\frac{(K_t-c^2r^2\beta^4J_0)}{2EI\beta}\left(1+\mu_2(\beta b)\right)\right\}=0 \qquad (5.1)$$

$0 \le y \le a$ (reverse direction)
$U_i(y) = A_1(sin\,\beta_i y + \mu_2(\beta_i a)\,sinh\,\beta_i y + \mu_3(\beta_i a)(cos\,\beta_i y - cosh\,\beta_i y))$
$0 \le x \le b$ (5.2)
$V_i(x) = \eta_i A_1(sin\,\beta_i x + \mu_2(\beta_i b)\,sinh\,\beta_i x + \mu_3(\beta_i b)(cos\,\beta_i x - cosh\,\beta_i x))$

위 식과 관련된 자세한 내용은 Appendix. A 를 참고하기 바란다.

이론해석에서 가정한 값은 다음과 같다.

$$\mathrm{K_t} = 25000\ \mathrm{N\cdot m/rad},\ E = 70\ \mathrm{GPa},\ \rho = 2700\ \mathrm{kg/m^3},\ J_o = 0\ \mathrm{kg\cdot m^2}$$

대표적으로 외경 25mm cylinder 의 유효 삽입길이 275mm 에 대한 1, 2 차의 mode shape 은 Fig. 26~27 과 같다.

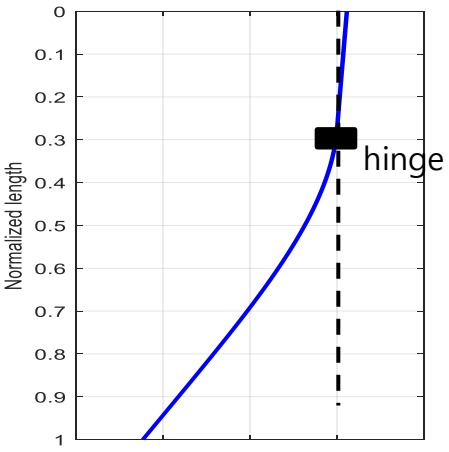


Fig. 26 1st mode shape of Euler beam model (N.F = 170.7 Hz)

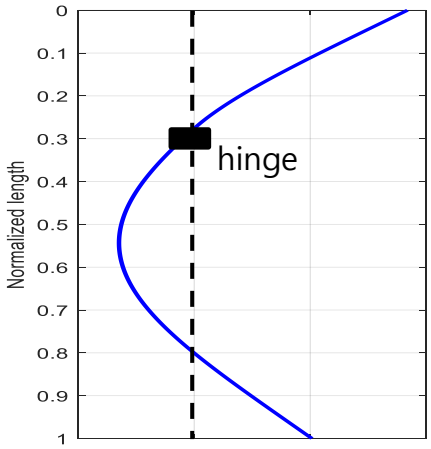


Fig. 27 2nd mode shape of Euler beam model (N.F = 989.4 Hz)

동일한 회전강성을 3 가지 직경 모델 (20, 25, 30mm)에 일관되게 적용하고 각각 in-line 과 transverse 방향의 시험치와 비교하면 Fig. 28~30 과 같다. 이에 해당하는 수치를 Table 4~6 에 구체적으로 명시하였다. 상대적으로 20mm 직경에서는 이론치가 실험치보다 다소 높으나 25mm 직경에서는 거의 일치하며 30mm 직경에서는 이론치가 실험치보다 뚜렷하게 낮은 값을 준다. 이로부터 실제 효과적인 등가 회전강성은 파이프 직경이 클수록 좀 더 큰 값을 가짐을 추측할 수 있다.

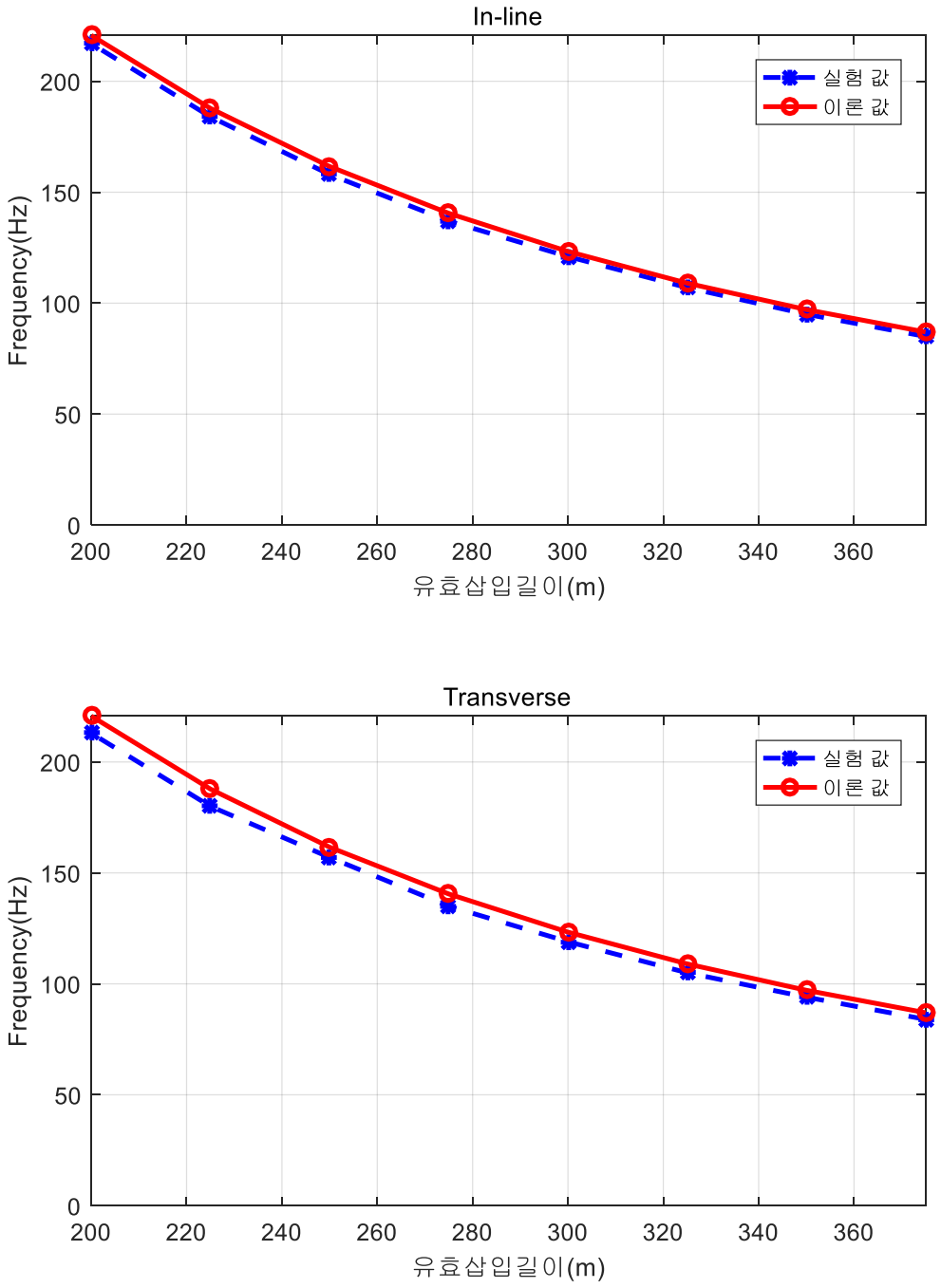


Fig. 28 Comparison of natural frequency between test and theory. 20mm diameter

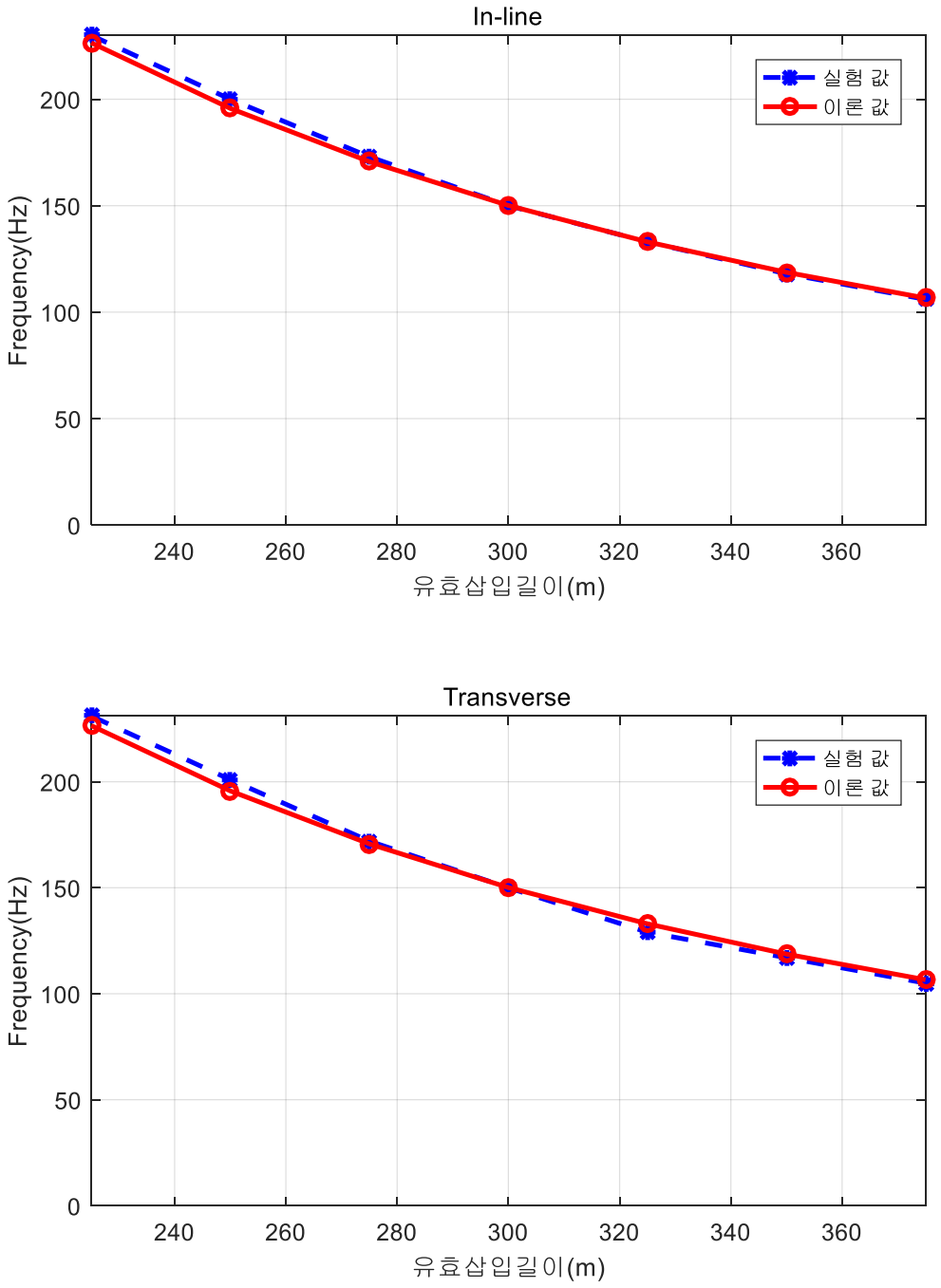


Fig. 29 Comparison of natural frequency between test and theory. 25mm diameter

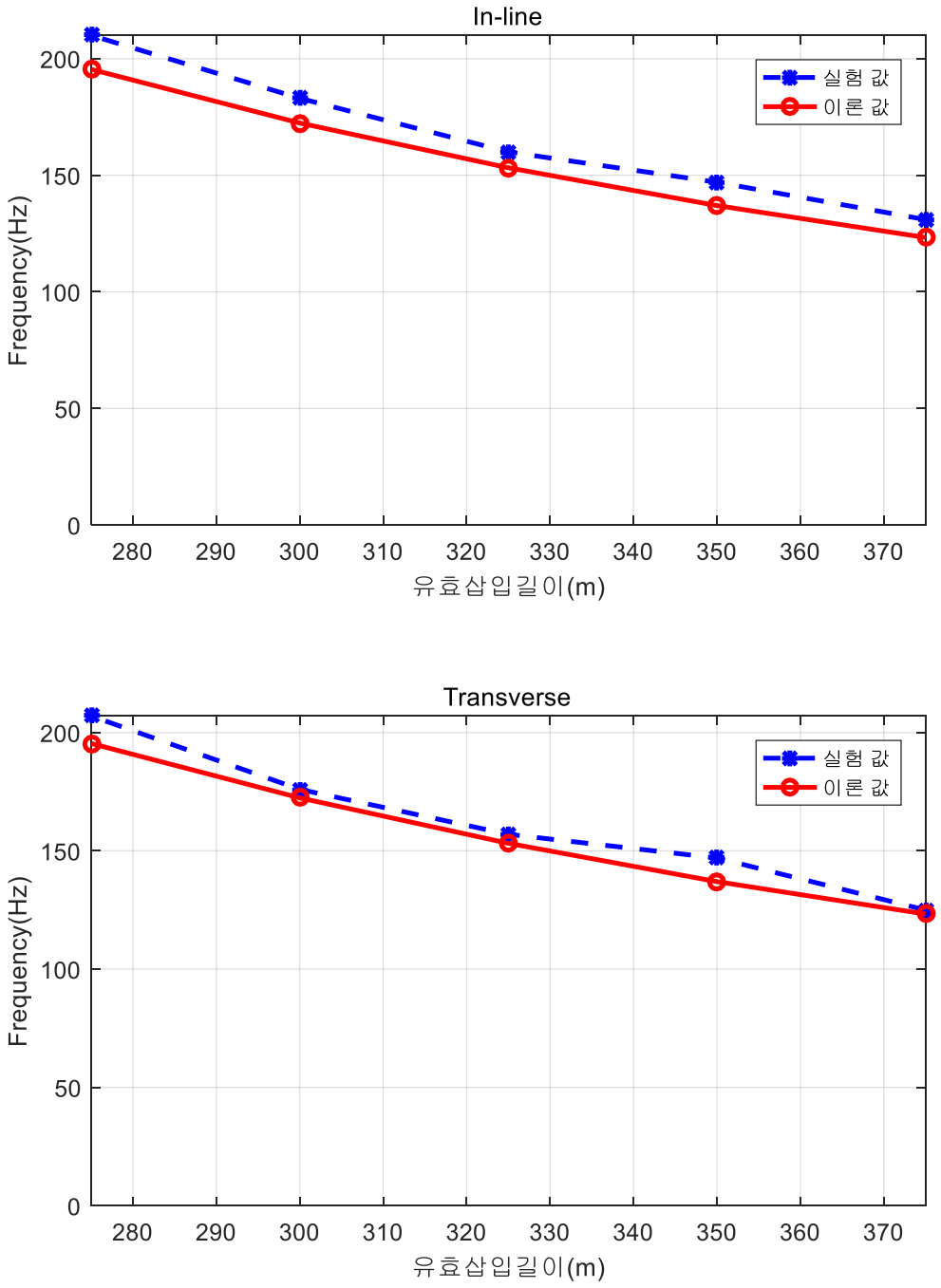


Fig. 30 Comparison of natural frequency between test and theory. 30mm diameter

Table 4 Theory and FEM value at 20mm diameter cylinder

외경, 두께	유효 삽입길이 (mm)	실험 값		이론 값 (Hz)
		in-line (Hz)	transverse (Hz)	
20mm 1mm	375	85	84	87
	350	95	94	97
	325	107	105	109
	300	121	119	123
	275	137	135	141
	250	158	157	162
	225	184	180	188
	200	217	213	221

Table 5 Theory and FEM value at 25mm diameter cylinder

외경, 두께	유효 삽입길이 (mm)	실험 값		이론 값 (Hz)
		in-line (Hz)	transverse (Hz)	
25mm 1mm	375	106	105	107
	350	118	117	119
	325	133	129	133
	300	150	150	150
	275	173	172	171
	250	200	201	196
	225	230	231	227

Table 6 Theory and FEM value at 30mm diameter cylinder

외경, 두께	유효 삽입길이 (mm)	실험 값		이론 값 (Hz)
		in-line (Hz)	transverse (Hz)	
30mm 1mm	375	131	125	123
	350	147	147	137
	325	160	157	153
	300	183	176	172
	275	210	207	195

5.2 FEM 해석 및 결과 비교

상용 프로그램인 COMSOL multiphysics 를 이용하여 지지부의 강성을 추정하여 실험한 시편의 고유진동수를 구하였다. 먼저 외경 25mm cylinder 의 유효 삽입길이 375mm 의 고유진동수에 대한 3 방향의 강성을 tuning 을 통해 아래와 같이 결정하였다.

$$K_x = 20\ GN/m/m^2,\ K_y = 40\ GN/m/m^2,\ K_z = 35\ GN/m/m^2$$

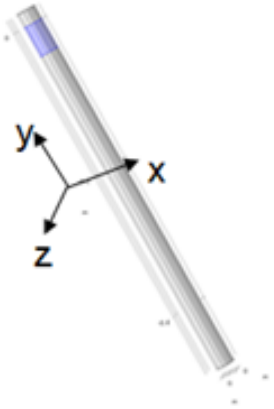


Fig. 31 FE model for thermowell pipe

계측 결과와의 비교를 통한 적정 경계조건은 Pipe 가 mount 고정부와 닿는 ring 형태의 접촉면에 다음과 같은 면적당 스프링 강성을 부여하는 것이다. 단, 설치 조건을 고려하여 3 방향 각각 다른 값을 부여하였다.

Fig. 32 에 강성이 부여된 접촉면을, Fig. 33 은 전체 FE mesh model 을 그리고 Fig. 34~35 에서 두 방향의 1 차 모드 및 2 차 모드를 나타내었다.

Fig. 36~38 에는 양 방향 고유진동수에 대해 FEM 해석 값과 실험 값을 비교하고 Table 7~9 에 해당 수치를 나타냈다. 직경에 관계없이 전반적으로 잘 일치함을 알 수 있다. 여기서 FEM 모델이 경계조건 및 보의 특징 (비 Euler 보) 등의 효과를 좀 더 잘 반영한다고 평가할 수 있다. 또한, 이론적 방법과 FE 해석 모델 모두 적정한 지지부의 경계조건을 부여하면 실험적 고유진동수 결과를 잘 표현한다고 결론지을 수 있다.

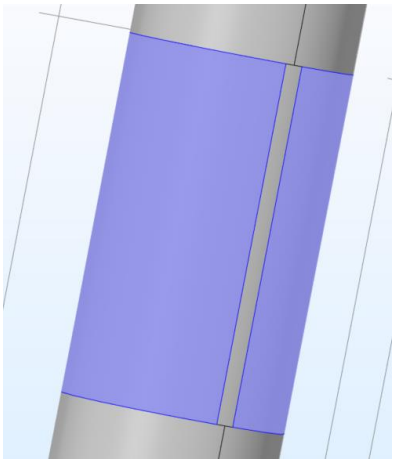


Fig. 32 Stiffness boundary input zone

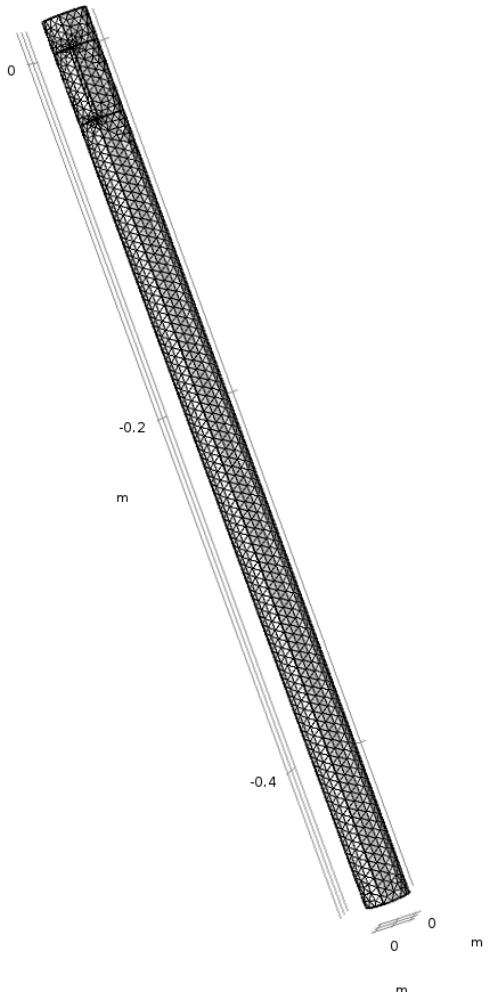


Fig. 33 FE mesh of thermowell model

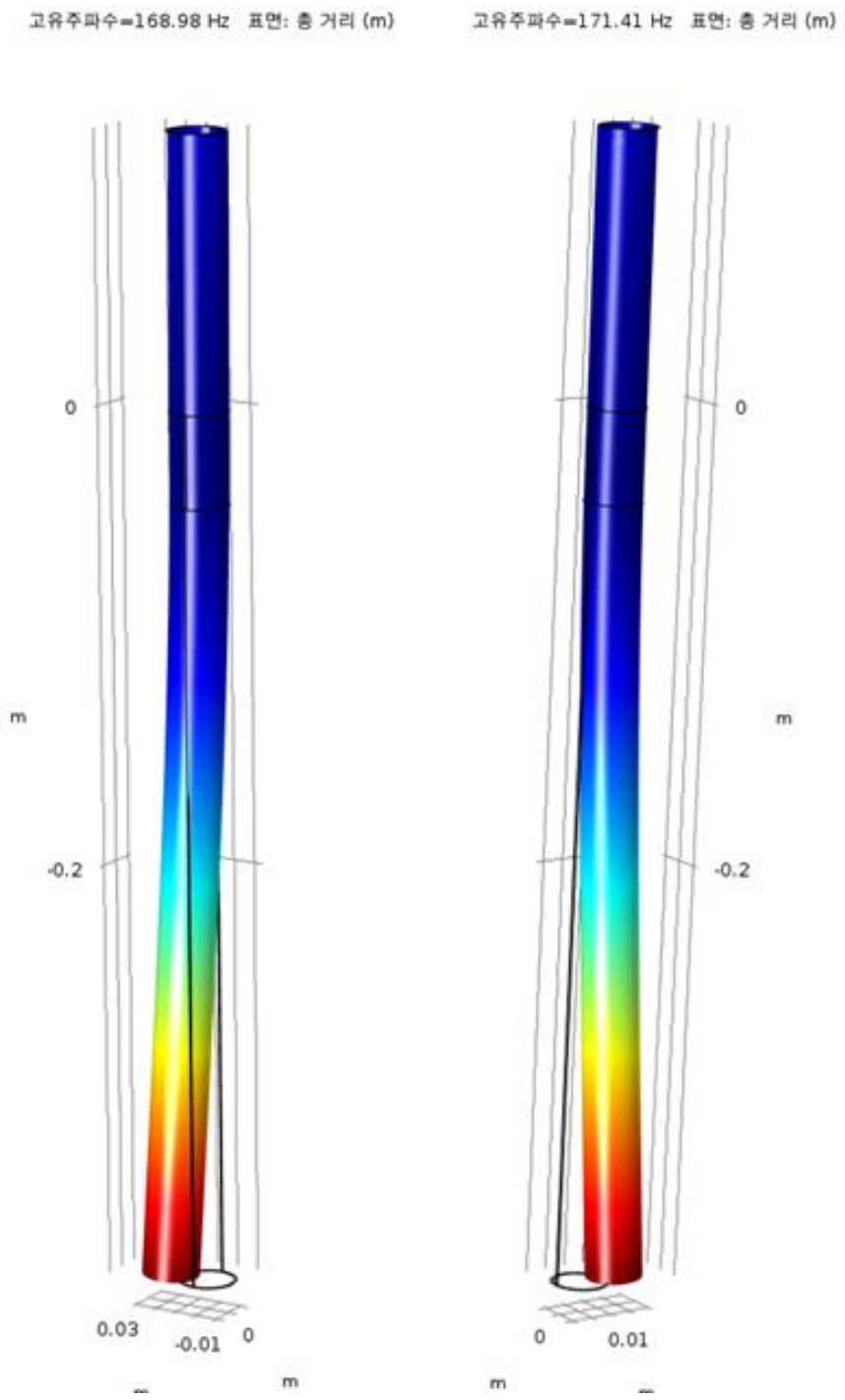


Fig. 34 1st mode shapes of thermowell in two directions

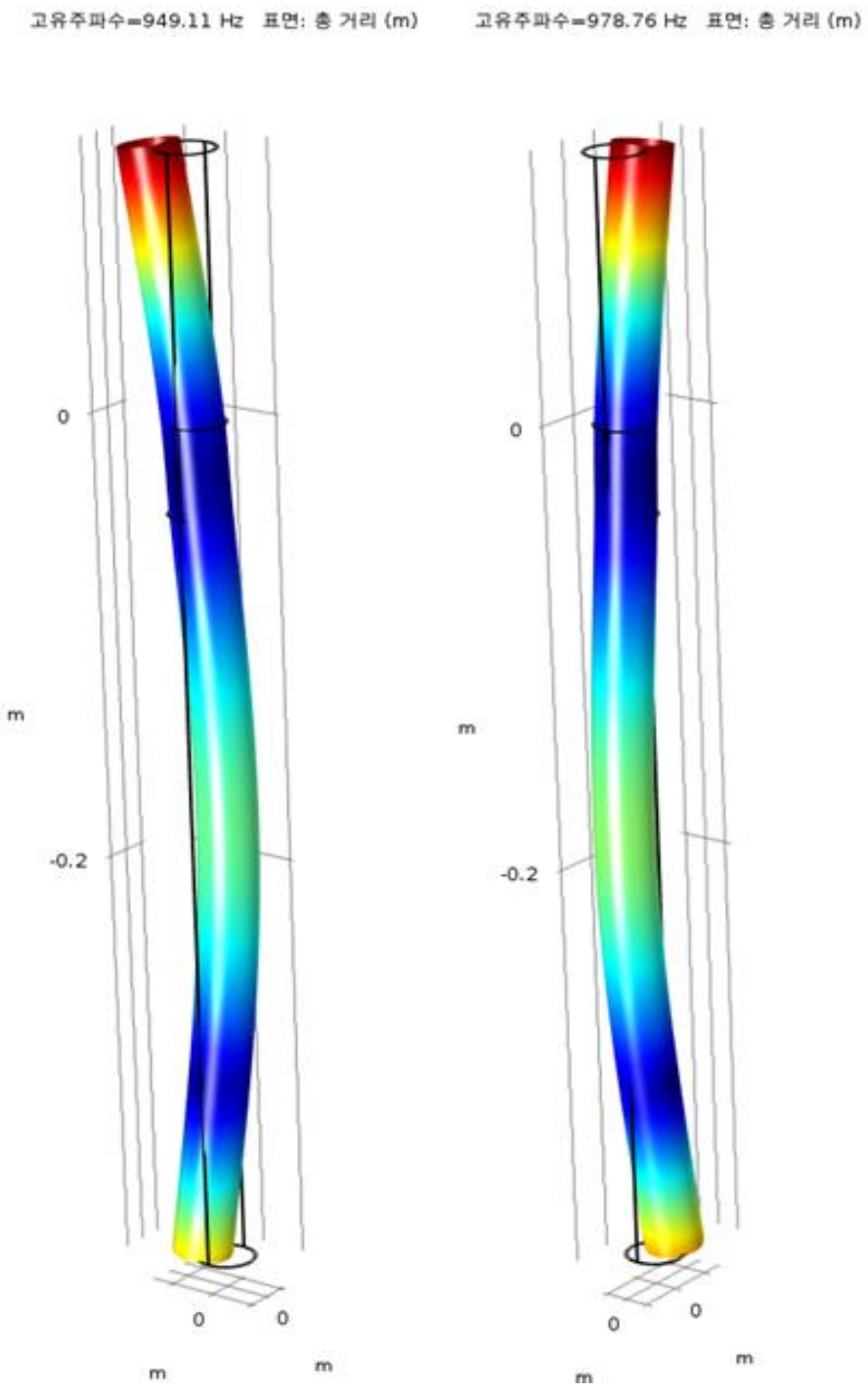


Fig. 35 2nd mode shapes of thermowell in two directions

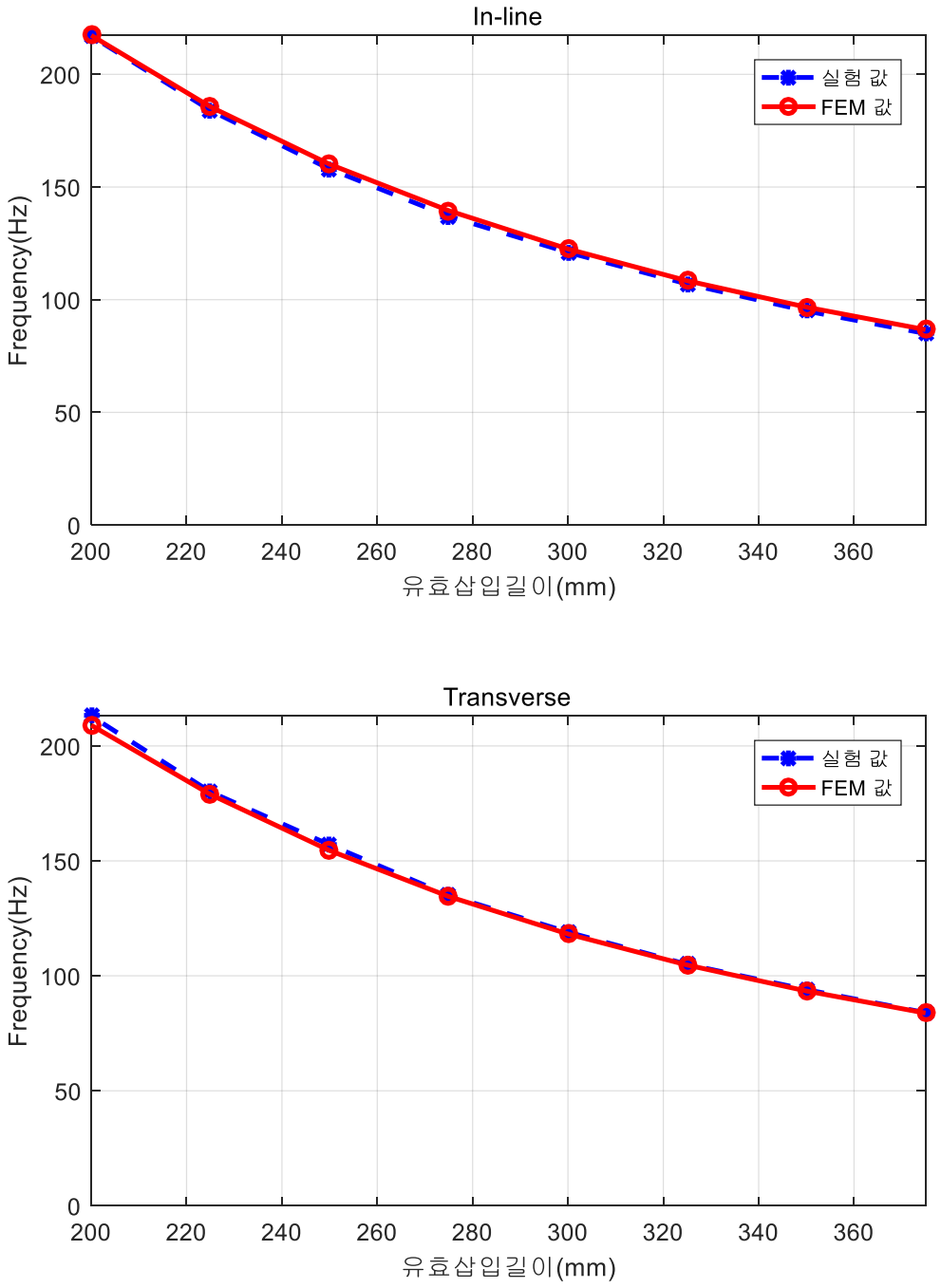


Fig. 36 Comparison of natural frequency between test and FEM. 20mm diameter

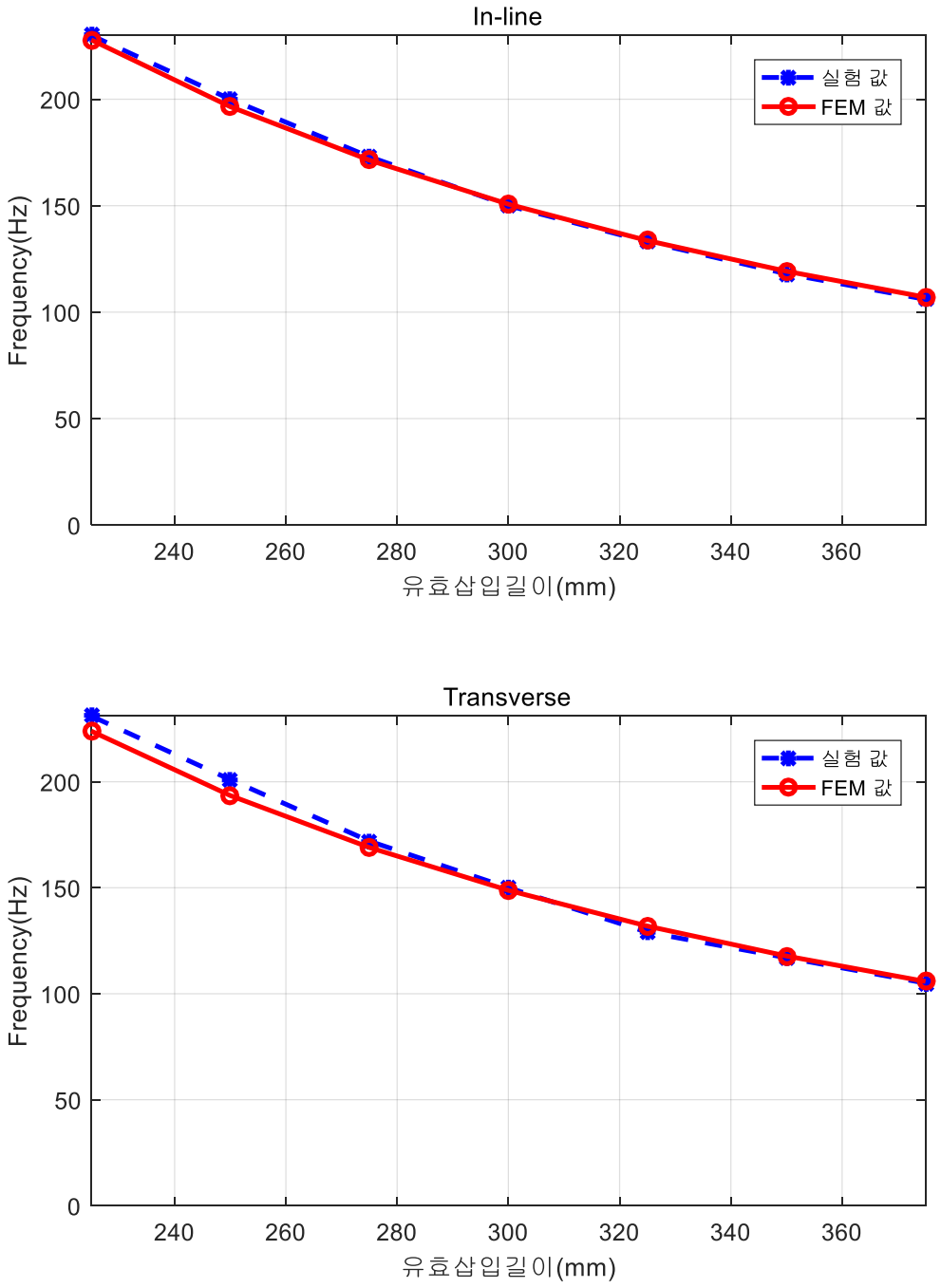


Fig. 37 Comparison of natural frequency between test and FEM. 25mm diameter

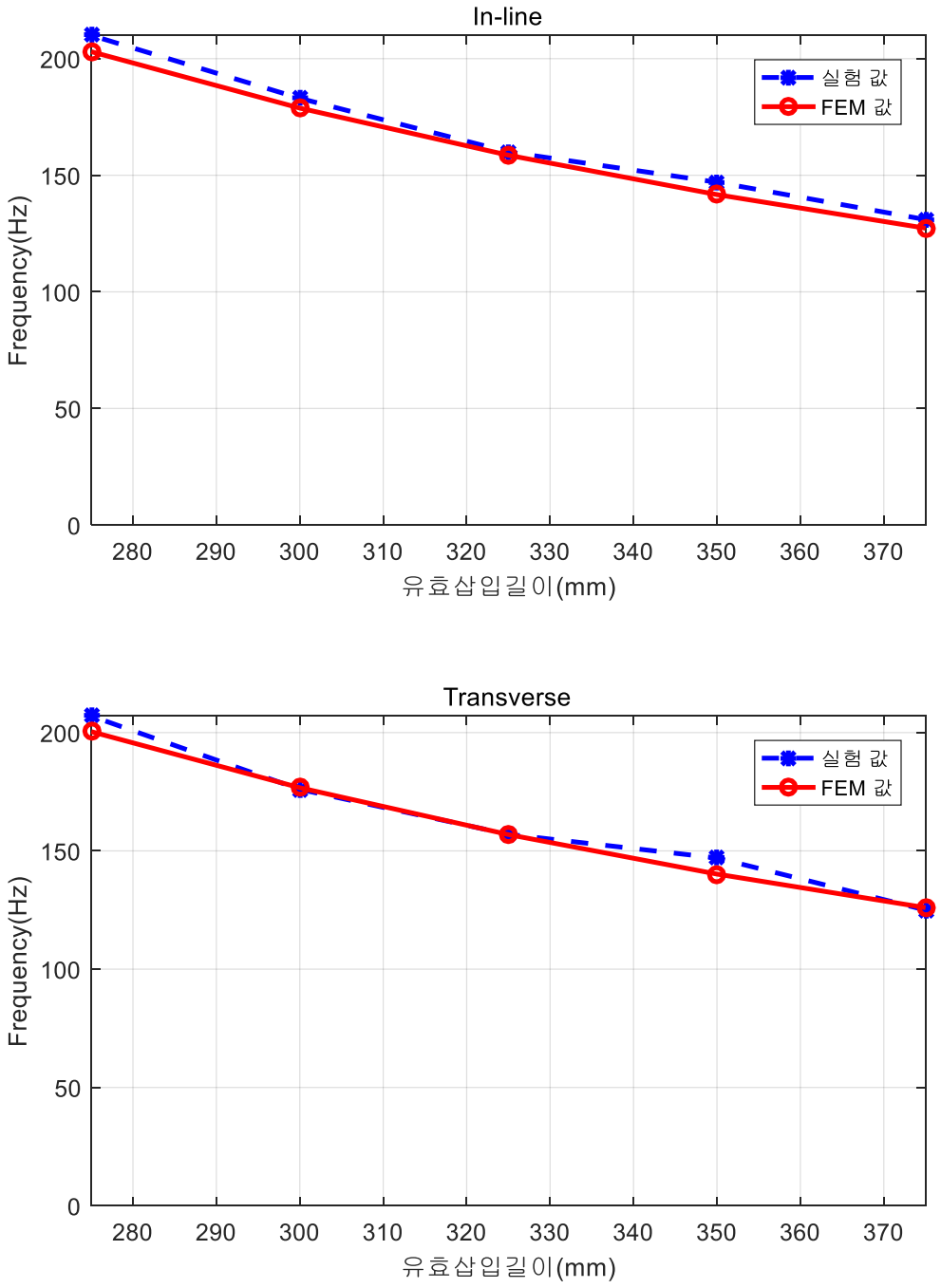


Fig. 38 Comparison of natural frequency between test and FEM. 30mm diameter

Table 7 Theory and FEM value at 20mm diameter cylinder

외경, 두께	유효 삽입길이 (mm)	실험 값		FEM 값	
		in-line (Hz)	transverse (Hz)	in-line (Hz)	transverse (Hz)
20mm 1mm	375	85	84	87	84
	350	95	94	97	93
	325	107	105	108	105
	300	121	119	123	118
	275	137	135	140	135
	250	158	157	160	155
	225	184	180	186	179
	200	217	213	217	209

Table 8 Theory and FEM value at 25mm diameter cylinder

외경, 두께	유효 삽입길이 (mm)	실험 값		FEM 값	
		in-line (Hz)	transverse (Hz)	in-line (Hz)	transverse (Hz)
25mm 1mm	375	106	105	107	106
	350	118	117	119	118
	325	133	129	134	132
	300	150	150	151	149
	275	173	172	171	169
	250	200	201	197	194
	225	230	231	228	224

Table 9 Theory and FEM value at 30mm diameter cylinder

외경, 두께	유효 삽입길이 (mm)	실험 값		FEM 값	
		in-line (Hz)	transverse (Hz)	in-line (Hz)	transverse (Hz)
30mm 1mm	375	131	125	127	126
	350	147	147	142	140
	325	160	157	159	157
	300	183	176	179	177
	275	210	207	203	200

6. THERMOWELL 유체유기 실험 및 해석적 결과 비교

본 연구의 주 목적이 배관 유동내 돌출된 Thermowell 구조물의 와 유기 진동의 실험적 관찰에 있으므로 가급적 실제 조건에 근사한 실험 조건을 고려하고자 하였다. 주된 고려점은 다음과 같다.

- Thermowell 의 외경 및 삽입길이
- 유동 배관의 내경
- 유동의 속도

여건상 유동 배관 (process fluid duct)의 직경은 600mm 로 동일하고, 유체의 특성은 대기중 공기로 하여 밀도 및 온도, 압력은 개방된 공기와 같다. 시험에 사용된 Thermowell 의 재료와 형태는 모두 알루미늄 원형 파이프로 하였다.

6.1 실험 진동응답

진동 응답은 가속도 (m/s^2) 와 변위 (m)의 Max. Amplitude 로 나타냈다. 응답을 구하는 자세한 process 는 다음과 같다. 외경 25mm, 두께 1mm, 유효 삽입길이 275mm 의 cylinder 를 한 예로 들어 해당 절차를 설명하겠다. 해당 응답을 구하기 위해서 먼저 60 RPM/sec 의 속도로 팬의 회전속도를 올리면서 유속을 올리고 가속도 데이터를 획득한다. 팬의 회전속도인 3650 RPM 에 해당하는 유속인 36.5 m/s 의 최대 값에 도달했을 때 데이터 획득을 중단하고 속도를 0 으로 줄인다. 그 후, 3 축 가속도계를 통해 얻은 in-line 및 transverse 방향의 가속도 데이터를 추출한 다음 MATLAB 을 이용해 STFT 한다. STFT 를 통해 얻은 데이터를 바탕으로 waterfall map 을 이용해 공진 점에서 최대 가속도가 관찰된 시간을 확인한다.

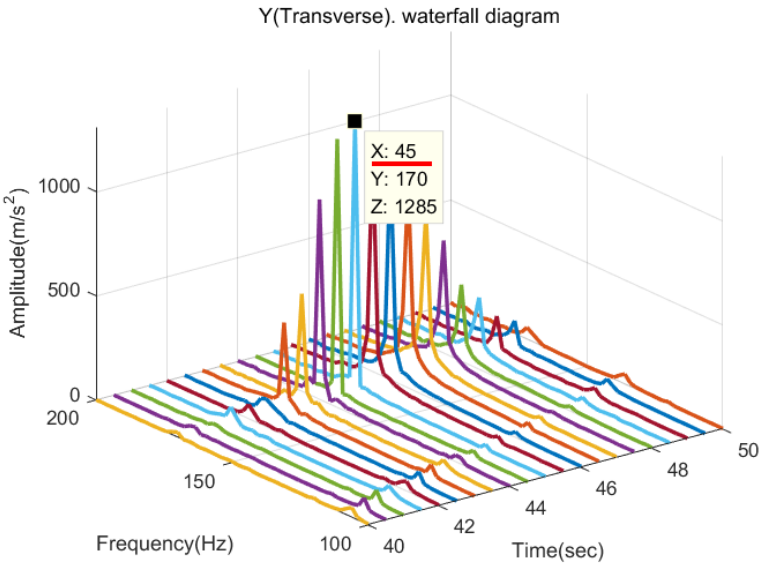


Fig. 39 Waterfall map of the vibration under fan speed-up condition

그 다음, 해당 데이터를 바탕으로 spectrogram 을 그린다.

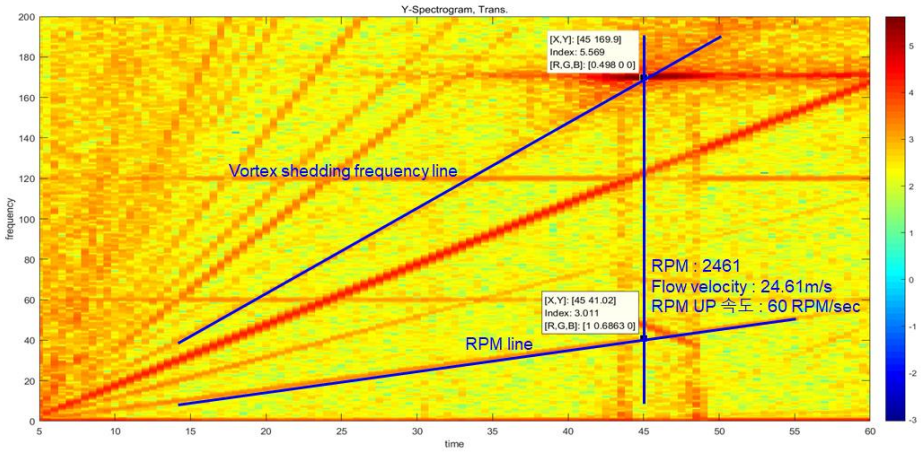


Fig. 40 Spectrogram of the vibration under fan speed-up condition

위 그래프를 바탕으로 공진이 일어난 시간에 해당하는 시간과 RPM line 및 vortex shedding frequency 성분의 선을 그어 해당 고유진동수와 공진이 일어난 RPM 을 확인한다. 위 그래프의 경우 해당 선 들을 바탕으로 살펴보면, 약 170 Hz 의 고유진동수와 2461 RPM 에서 공진이 일어났음을 알 수 있다.

공진이 일어나는 RPM 을 알아낸 다음에는 해당 RPM 근처에서 미세하게 속도를 조절하며 공진 점 부근을 집중가진 한다. 충분하게 가진 후 가속도 데이터 획득을 중단하고 마찬가지로 해당 데이터를 STFT 하여 waterfall map 을 그린다.

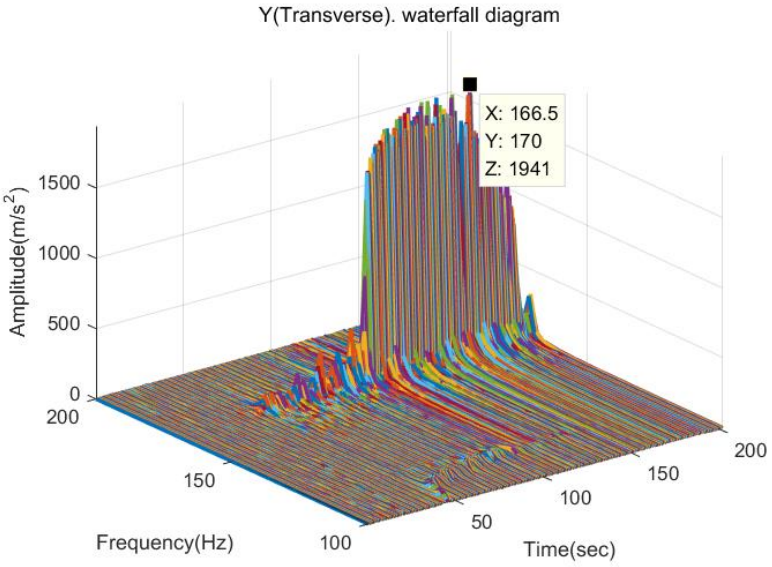


Fig. 41 Waterfall map of the vibration under constant speed at resonance

집중가진 한 결과 최대 약 1900 m/s^{2}의 가속도 크기를 가지는 것을 알 수 있다.

마지막으로 STFT 한 데이터를 바탕으로 spectrogram 을 그려 이전과 비슷한 RPM 에서 공진이 일어났는지 확인한다.

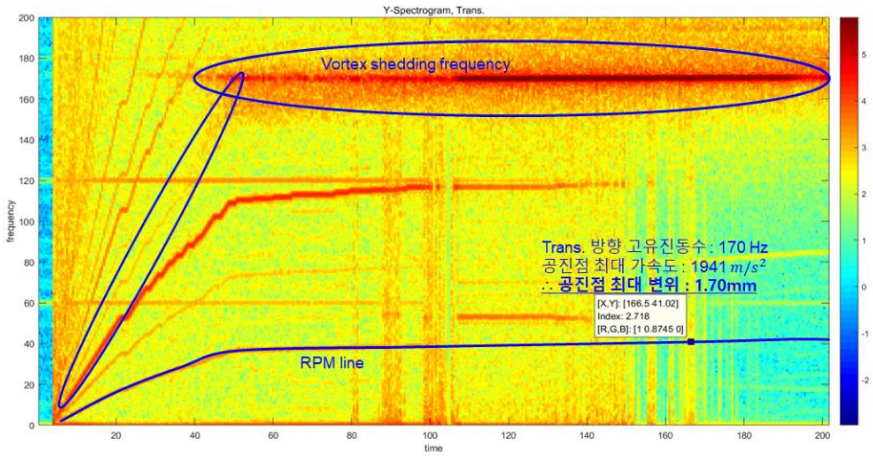


Fig. 42 Spectrogram of the vibration under constant speed at resonance

결과적으로 해당 process 를 거치면, 고유진동수와 공진점 최대가속도 그리고 공진점의 변위를 알 수 있다. 해당 조건의 경우, cylinder 의 transverse 방향 공진점 최대가속도와 변위를 구하면 각각 1941 m/s^2와 1.70mm 이다.

해당 process 로 진행한 실험의 결과는 Fig. 43~48 과 같다.

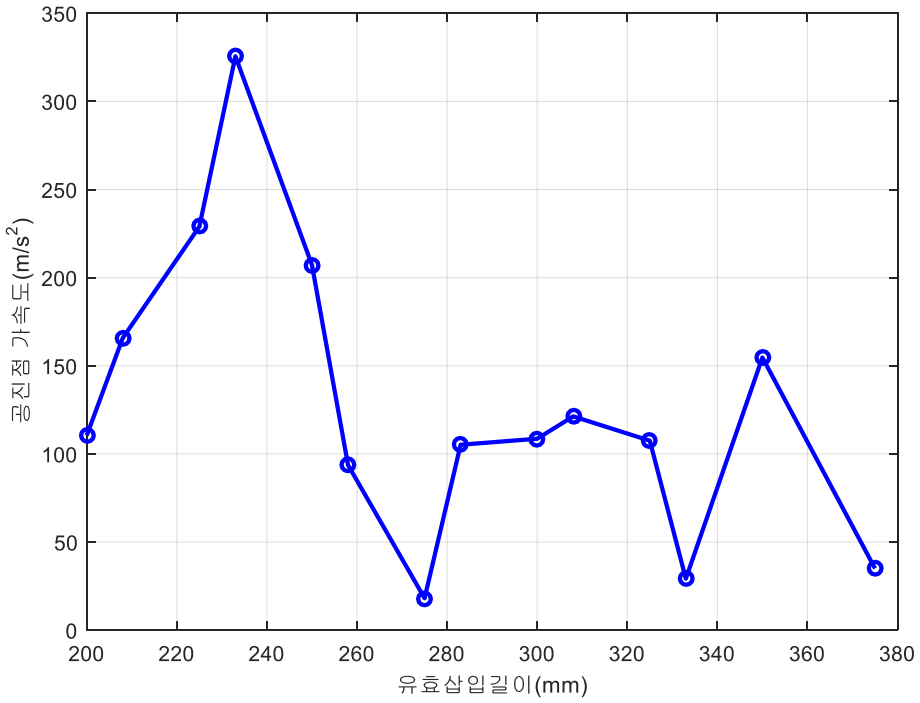


Fig. 43 Peak acceleration at each resonance frequency. 20mm diameter cylinder

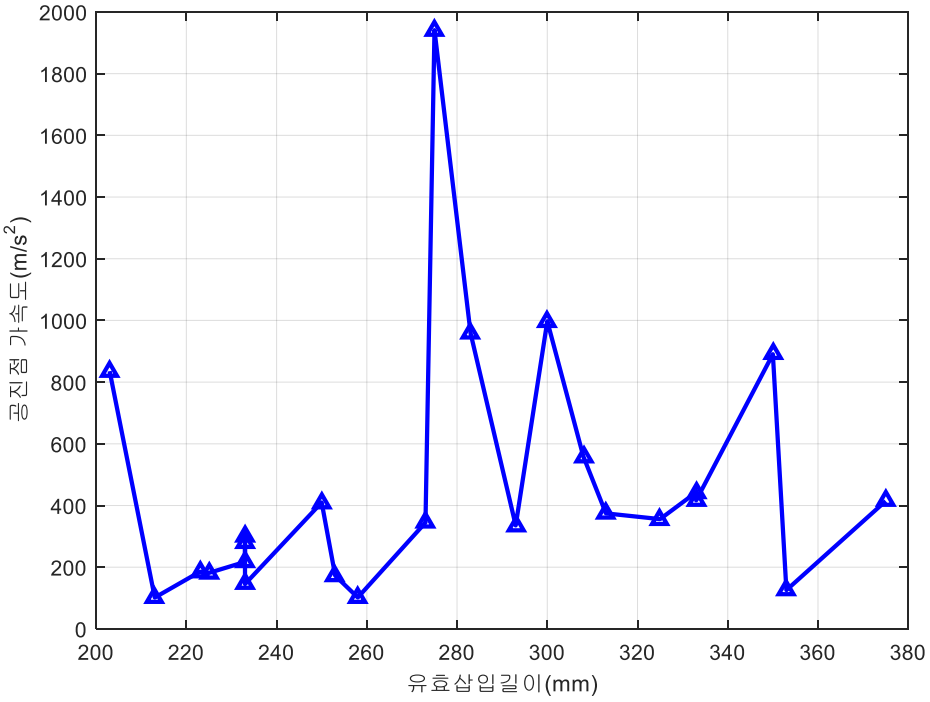


Fig. 44 Peak acceleration at each resonance frequency. 25mm diameter cylinder

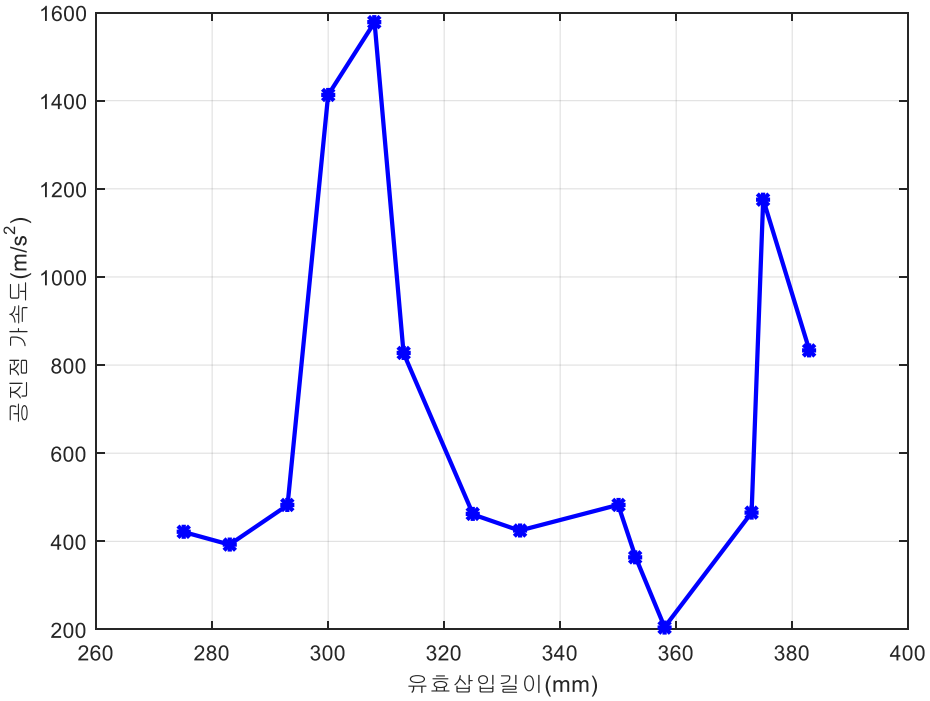


Fig. 45 Peak acceleration at each resonance frequency. 30mm diameter cylinder

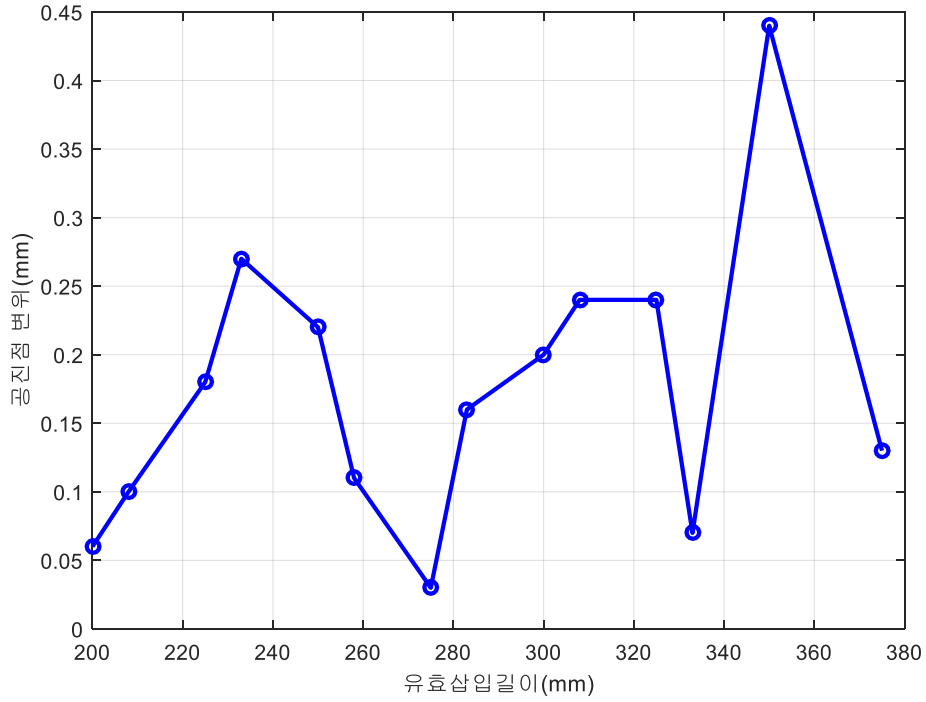


Fig. 46 Peak displacement at each resonance frequency. 20mm diameter cylinder

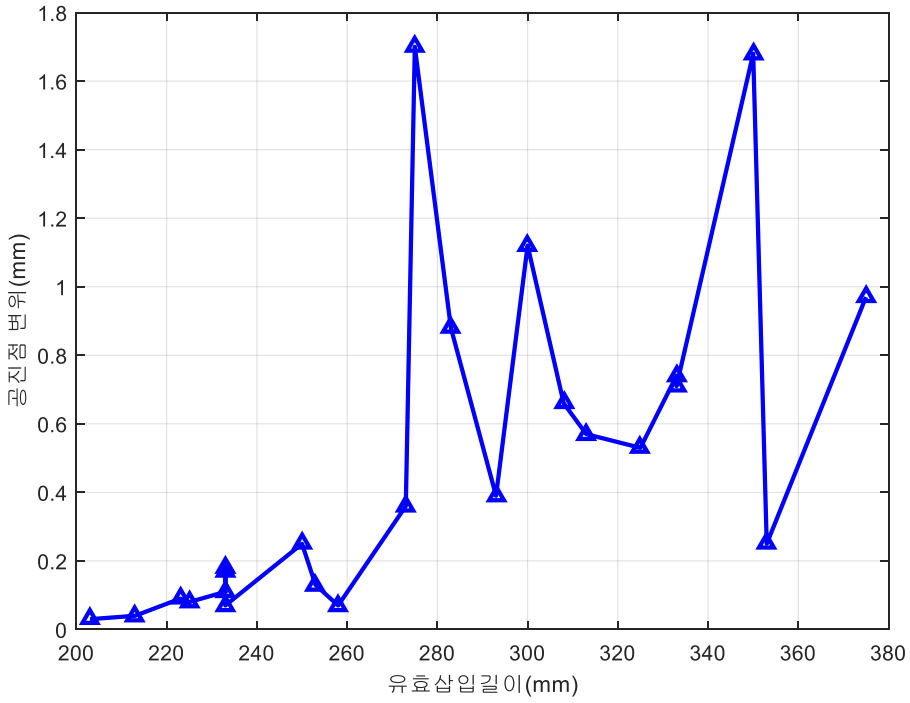


Fig. 47 Peak displacement at each resonance frequency. 25mm diameter cylinder

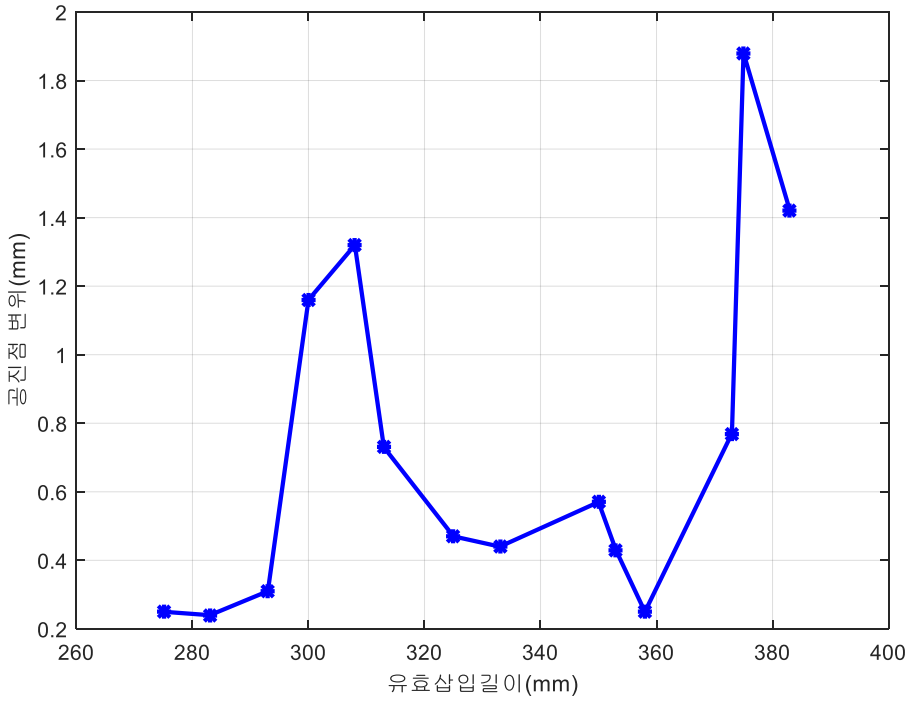


Fig. 48 Peak displacement at each resonance frequency. 30mm diameter cylinder

실험 결과를 살펴보기에 앞서, 해당 process 에서 STFT 한 데이터를 주로 spectrogram 과 waterfall map 의 그래프를 이용하였다. 한 종류의 데이터를 가지고 2 개의 그래프를 그린 이유는 가시성 때문이다. 시간, 주파수 그리고 진폭의 측면에서 설명하자면, 먼저 spectrogram 은 가로축은 시간, 세로축은 주파수인 2 차원 그래프에 진폭을 색에 따라 나타낸다. 따라서 spectrogram 은 한눈에 해당 데이터의 전체적인 변화를 관찰할 수 있지만, 보통 진폭 데이터를 log 취한 값을 바탕으로 해당 그래프를 그리기 때문에 특정 부분에서의 진폭을 파악하기는 힘들다. Waterfall map 은 시간, 주파수, 진폭을 3 차원 그래프로 나타낸 것으로, spectrogram 과는 반대로 특정 부분에서의 진폭이나 변화를 관찰하기 좋다. 하지만 마찬가지로 전체적인 변화를 한눈에 파악하기 힘들다는 단점이 있다. 따라서 데이터를 분석하기 위해서는 두 그래프를 그려서 상호보완적으로 데이터를 분석하는 것이 바람직하다.

실험 결과, 유효 삽입길이에 따라 공진 점에서 불규칙적인 가속도 및 변위 진폭을 보인다. 유효 삽입길이가 짧아짐에 따라 고유진동수는 커지고 이로 인해 공진이 일어나는 유속은 커지게 된다. 유속이 커지면 유체력도 커지므로 공진

점에서 가속도 또한 커지리라 예상된다. 하지만 이외에도 다양한 변수가 존재한다. 먼저 해당 시편을 한쪽이 완전 고정된 Euler 보라 가정하고, 특정 힘이 가해졌을 때, 재료역학적으로 길이가 길수록 끝 점에서의 변위는 커지게 된다. 즉 변위 측만 고려했을 때, 길이가 짧아진다고 해서 진폭이 커지는 것은 아니다. 또 다른 변수는 관내의 불규칙한 난류 유동이다. 관내의 유동은 유속이 0.1 m/s 만 되어도 4112.9 의 Reynolds Number 를 가진다. 즉, 유동은 난류로 가정이 가능하다. 또한 총 관의 길이는 9m 이고, 유속이 0.1 m/s 일 때 입구 길이는 10.57m 로, 완전 발달된 유동이라 볼 수 없다. 이를 고려하면, 예측이 힘든 불규칙한 난류 유동 때문에 해당 진폭 변화를 보인 것이라 예측할 수 있다. 진행한 시험에 해당하는 대표적 유속과 Reynolds Number 를 Fig. 49~50 에 나타내었다.

해당 예측을 검증하기 위해, 동일 직경 및 유효 삽입길이를 기준으로 시간 간격을 두고 반복하여 공진 점 및 가속도 변위를 관찰한 결과를 Table 10 과 Fig. 51 에 나타내었다.

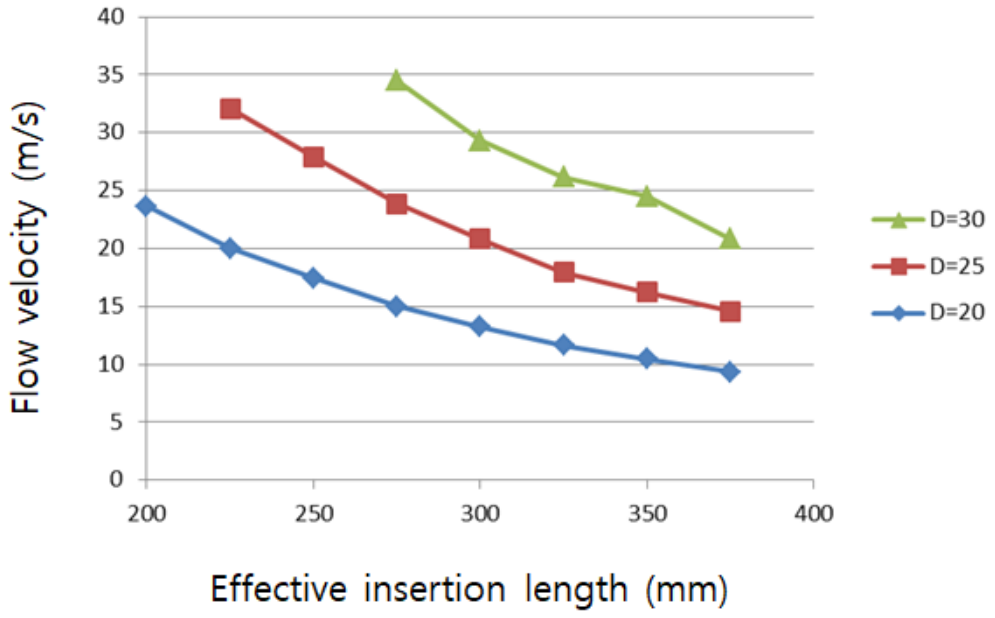


Fig. 49 Flow velocity w.r.t. effective insertion length

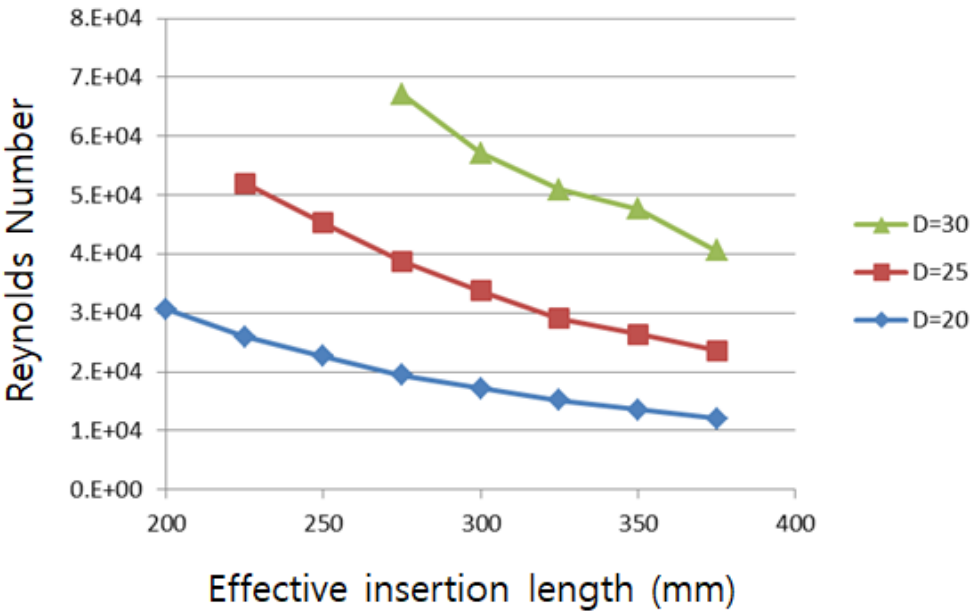


Fig. 50 Reynolds number w.r.t. effective insertion length

Table 10 Repetitive fan speed up test

외경 (mm)	유효삽입길이 (mm)	고유 진동수 (Hz)	Fan RPM	공진점 가속도 (m/s^2)	공진점 변위 (mm)
25	275(1 차)	168	2367	579.7	0.52
	275(2 차)	168	2344	1668.2	1.5
	275(3 차)	168	2344	500.4	0.45
	275(4 차)	168	2367	1643	1.47
	275(5 차)	168	2390	652.9	0.59
	275(6 차)	168	2344	373.5	0.34
	275(7 차)	168	2390	1154.6	1.04
	275(8 차)	166	2344	1207.3	1.11

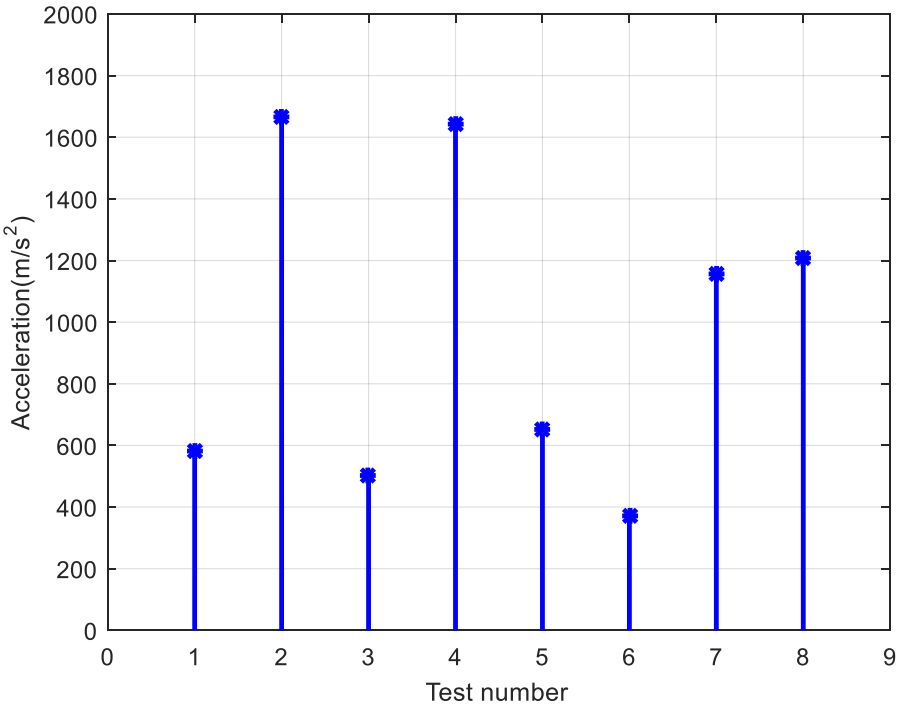


Fig. 51 Peak acceleration variation at resonance under repetitive test

Fig. 51 과 같이 동일 조건에서 실험하여도 공진 점 가속도 및 변위 값이 크게 차이가 남을 확인할 수 있다. 결과적으로, 불규칙한 난류 성분으로 인해 결과 값의 변동이 심한 것이라 예상된다.

또한, 위 실험에서는 in-line 방향 공진이 일어나지 않았다. 해당 이유로 추정되는 것은 공기의 낮은 밀도와 transverse 방향의 공진이 일어나는 유속의 1/2 에 해당하는 in-line 방향 공진 유속이다. 즉, 저밀도의 유체가 낮은 유속에서 충분하지 못한 유체력을 물체에 가해, in-line 방향 공진이 발생하지 않은 것이라 예측된다.

뚜렷한 lock-in 현상도 발견하지 못했는데, 이 또한 공기의 낮은 밀도로 인한 것으로 추정된다.

마지막으로, 해당 실험에서 공진점의 Strouhal Number 는 평균적으로 약 0.18 이었다. Reynolds Number 는 Fig. 50 에 의하면 약 $1 \cdot 10^4 \sim 7 \cdot 10^4$ 인데, 2.3 절의 Fig. 7 을 참고하면 합당한 결과로 보여진다.

6.2 이론적 해석 결과와의 비교

이 절에서는 transverse 방향을 기준으로, 2 차원 Euler 보에 유효 삽입길이의 특정 부분에 일정한 힘이 주어질 때, tip 부분의 이론적인 가속도를 구하고 실험 값과의 변화 양상을 비교한다. 난류의 변동성분과 3 차원적 효과로 인해 실험 값과 이론 값의 변화 양상의 차이는 현격할 것으로 예상된다. 하지만 이상적인 조건일 때의 변화를 보고, 치환된 양력 분포 범위를 제시하는 것에 의의를 둔다.

먼저, duct 안쪽 표면에서 30mm 를 제외하고 일정한 유체력을 가정하여 cylinder 의 응답 이론치를 구하고 실험치와 비교해 보았다. 이론 해석에 사용한 가속도 관련식은 다음과 같다. 해당 식과 관련된 자세한 이론적 전개는 Appendix. B 를 참고하기 바란다.

$$\alpha = \delta\omega_1^2 = \frac{f_0 \int_{b-e}^{b} V_1(\xi)d\xi}{2\zeta_1 \rho A\left\{\int_0^a U_1^2(\xi)d\xi + \int_0^b V_1^2(\xi)d\xi\right\}} V_1(b) \tag{6.1}$$

$$f_0 = \frac{1}{2}\rho_a u^2 C_L D \tag{6.2}$$

e : tip 에서부터 힘을 받는거리

Fig. 52~54 는 직경 20, 25, 30mm cylinder 에서 양력 계수(C_L)[5] 0.1, 감쇠 비[6] 0.0017 을 가정하고 이론적으로 구한 가속도와 실험치와의 비교이다.

[5] 양력계수는 cylinder 의 VIV 의 경우 0.1~1 에 산포.

[6] 감쇠 비는 3 절에서 구한 값 기준

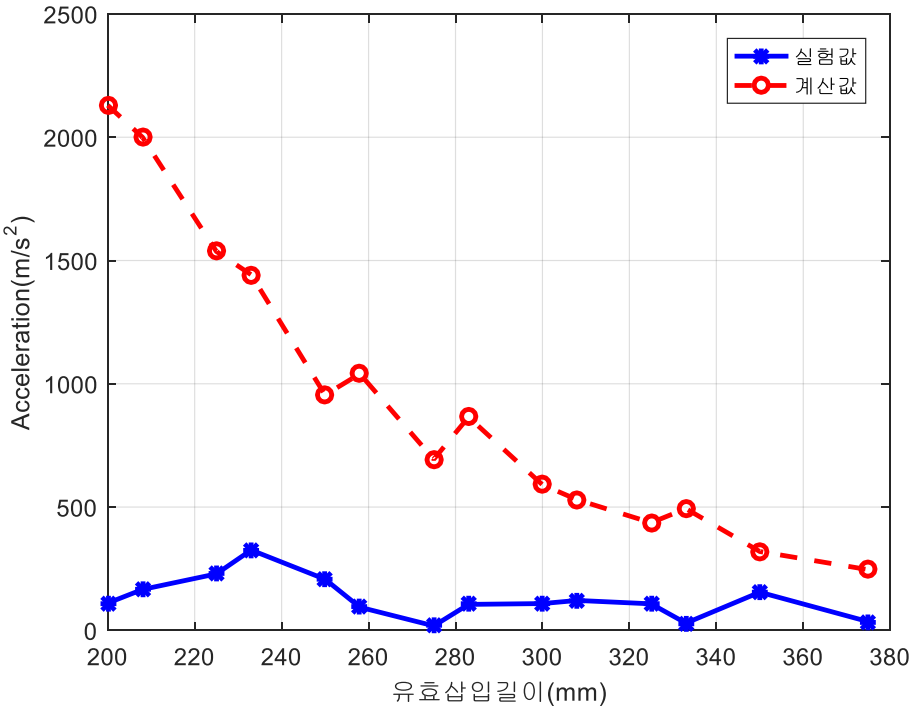


Fig. 52 Theory and test peak acceleration at 20mm diameter cylinder

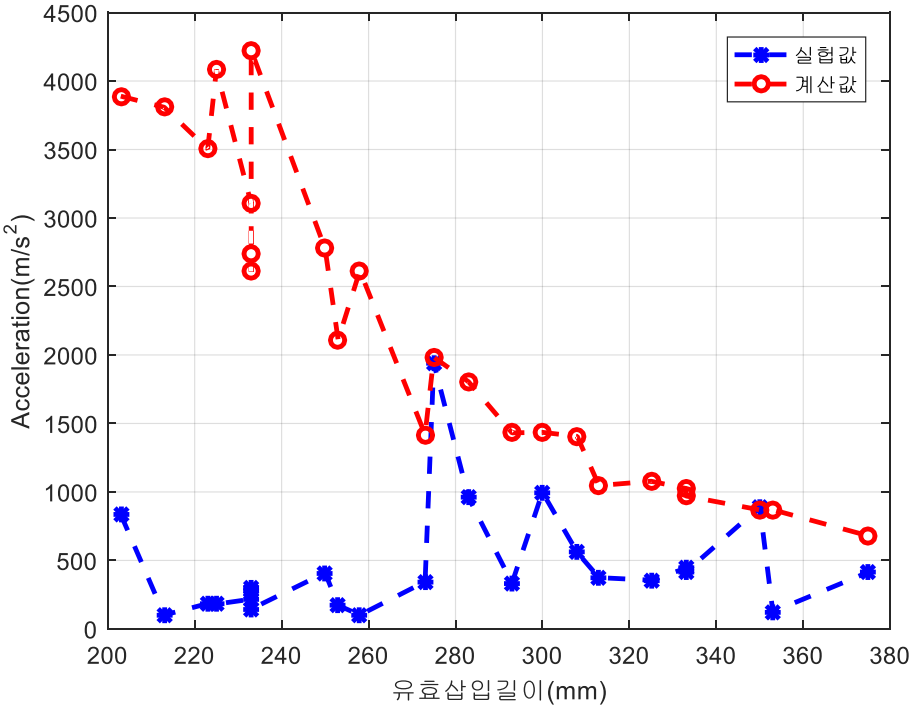


Fig. 53 Theory and test peak acceleration at 25mm diameter cylinder

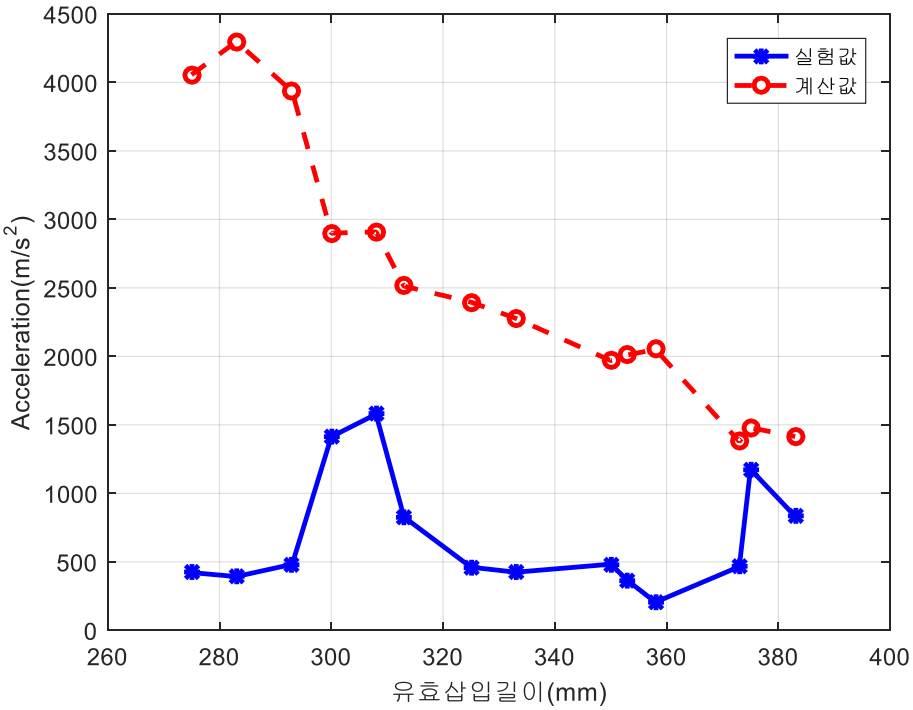


Fig. 54 Theory and test peak acceleration at 30mm diameter cylinder

예상대로 큰 차이를 보이는 실험 값과 이론 값을 관찰할 수 있다.

이제, 해당 결과와 관련된 고찰을 해보자. 먼저, duct 내에서 난류의 유속 분포에 따른 이상적인 양력 분포[7]는 Fig. 55 와 같다.

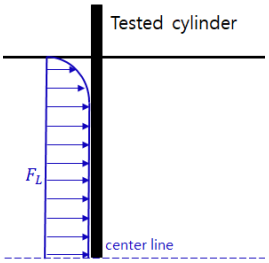


Fig. 55 Ideal case of lift force profile at turbulent flow

[7] Transverse 방향이므로 양력이라 표기.

하지만 duct 내 cylinder 와 같은 물체가 설치되면 물체 후류에서 발생하는 와류와 물체의 진동이 유속 분포에 영향을 줄 수 있다. 이러한 조건을 고려하면 실제 cylinder 주변의 양력 분포를 단적으로 예측하기는 힘들다. 실제 cylinder 주변의 양력 분포는 Fig. 56 과 같이 다양하게 존재할 수 있다.

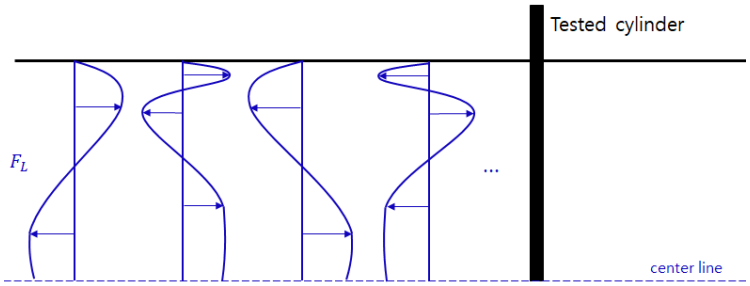


Fig. 56 Possible lift force profiles on thermowell

위 그림을 바꿔 말하면, 실제 진동 시 cylinder 에 가해지는 net force 는 작을 수 있다. 이러한 부분을 바꿔서 생각하면 양력이 tip 에서부터 일정구간만 분포한다고 생각해 볼 수 있다.

이제, 외경 20, 25, 30mm 실린더의 tip 에서부터 유효 삽입길이의 n%에 해당하는 부분에만 양력이 가해지고 그 외 부분에는 외력이 없다고 가정하고 tip 에서의 응답을 계산하였다. 먼저 외경 20mm cylinder 에서 1~22%에 해당하는 그림은 Fig. 57 과 같다.

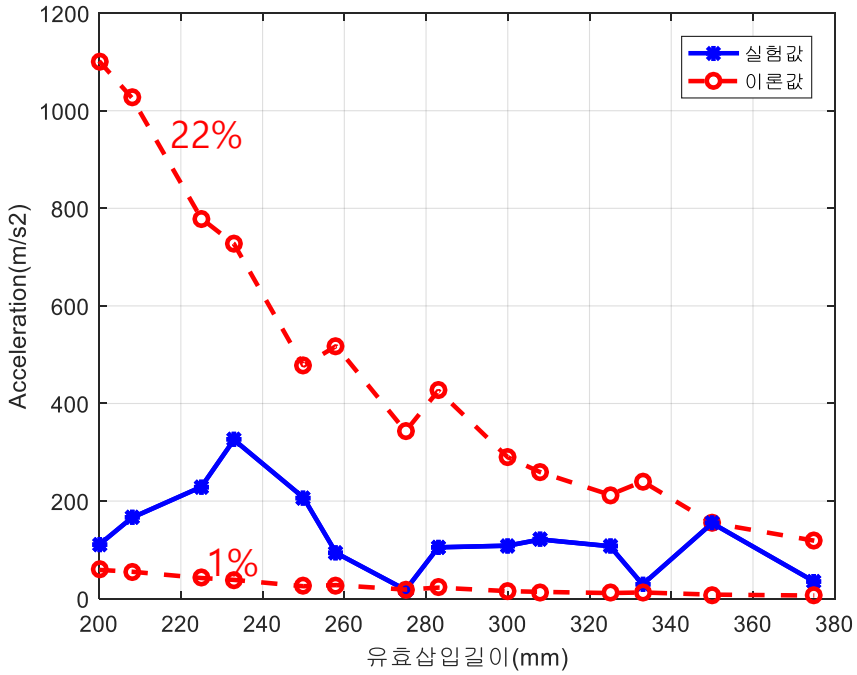


Fig. 57 Test and theory peak acceleration. 20mm diameter cylinder

Fig. 58~59 는 외경 25mm, 30mm cylinder 의 각각 0.2~9%, 0.7~6.6%에 해당하는 그림이다.

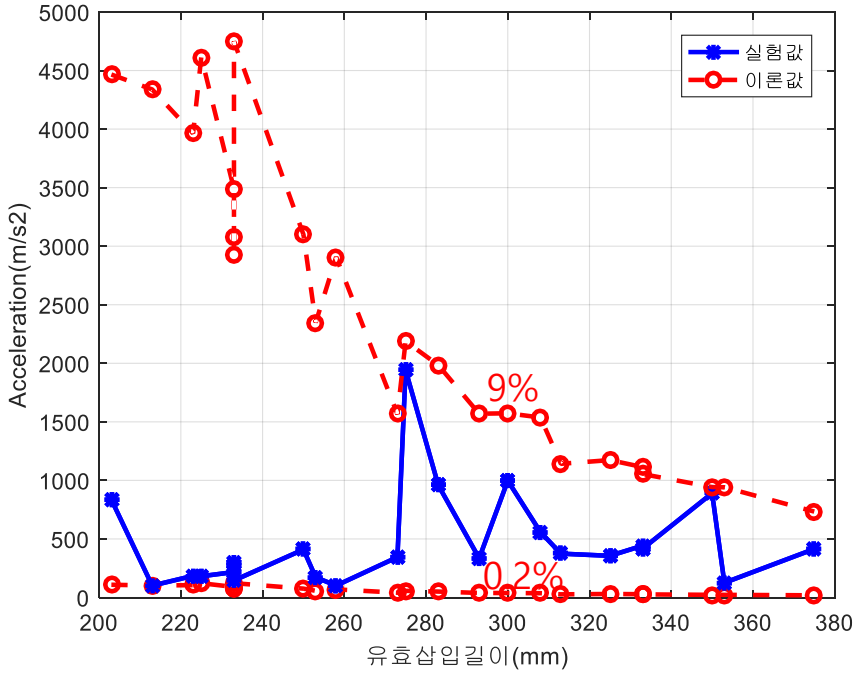


Fig. 58 Test and theory peak acceleration. 25mm diameter cylinder

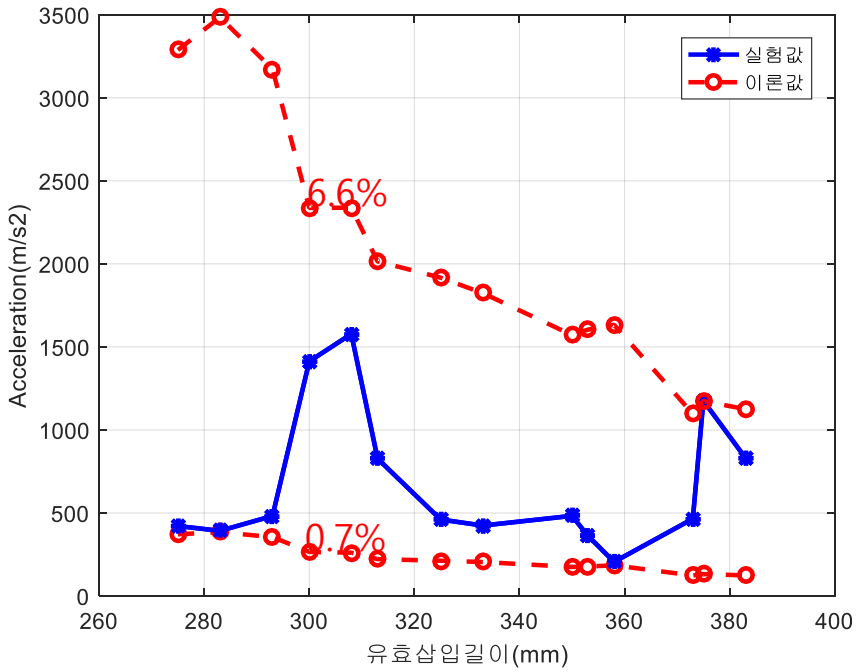


Fig. 59 Test and theory peak acceleration. 30mm diameter cylinder

결과적으로, 20, 25, 30mm 직경의 실린더는 각각 tip 에서부터 유효 삽입길이의 1~20%, 0.2~9%, 0.7~6.6%에 해당하는 길이에서 양력 분포를 가진다고 보여진다. 즉, 해당 실험은 유효 삽입길이의 20% 이하의 길이에서 양력 분포를 가짐을 알 수 있다. Cylinder 에 가해지는 총 양력은 해당 사항을 고려하고 식 (6.2)와 0.1 의 양력계수를 가정하면,

$$\mathrm{F}_0 \lesssim \left(ef_0 = \frac{e}{L_{eff}} L_{eff} f_0 = 0.2 L_{eff} \cdot \frac{1}{2} \rho_a u^2 0.1 D = 0.01 \rho_a u^2 D L_{eff}\right) \tag{6.3}$$

L_{eff} : 유효 삽입길이

의 범위를 가진다고 볼 수 있다.

7. VIV 감소를 위한 실험 및 결과

VIV 감소(suppression) 실험을 위한 방법으로는 흔히 제시된 나선형 띠 (helical strake) 부착법을 적용하엿다. 이 방법은 나선형 띠에 의해 원형 cylinder 표면에서 vortex 발생을 억제하는 효과를 가짐과 동시에 vortex 가 발생하더라도 길이 방향(spanwise)으로 서로 다른 위상(timing)을 갖도록 해 반복적인 주기적 유체력이 상쇄되는 효과도 얻을 수 있다.

실제 VIV 감소 실험은 한가지 경우만 대표적으로 시험하였다 (외경 25mm, 유효 삽입길이 275mm). 대신 helical strake 로 선택한 원형 wire 를 다양한 경우로 부착하여 그 효과를 관찰하였다. 부착하는 wire 의 개수를 1~5 개로 변화해보았고, 1 개의 wire 를 pitch 혹은 경사각도를 변경하여 보았으며 또 wire 의 굵기를 바꾸면서 VIV 감소 효과를 관찰하였다. 각 실험의 경우를 Table 11~13 에 제시하였다.

실험은 각 실린더를 설치하고, 시간 간격을 두고 충격 시험과 RPM UP test 를 10 번씩 진행하였다.

Table 11 Test cylinders according to wiring number

	Wire 굵기 (mm)	Wiring 개수	Pitch (mm)	감는 길이 (mm)
1 번	2.5(0.1D[8])	1	300(12D)	342
2 번	2.5(0.1D)	2	300(12D)	342
3 번	2.5(0.1D)	3	300(12D)	342
4 번	2.5(0.1D)	4	300(12D)	342
5 번	2.5(0.1D)	5	300(12D)	342

[8] D : 실린더의 직경

Table 12 Test cylinders according to Pitch

	Wire 굵기 (mm)	Wiring 개수	Pitch (mm)	감는 길이 (mm)
6 번	2.5(0.1D)	1	200(8D)	342
7 번	2.5(0.1D)	1	250(10D)	342
1 번	2.5(0.1D)	1	300(12D)	342
8 번	2.5(0.1D)	1	350(14D)	342
9 번	2.5(0.1D)	1	400(16D)	342

Table 13 Test cylinders according to wire thickness

	Wire 굵기 (mm)	Wiring 개수	Pitch (mm)	감는 길이 (mm)
10 번	1.5(0.06D)	1	300(12D)	342
1 번	2.5(0.10D)	1	300(12D)	342
11 번	3.5(0.14D)	1	300(12D)	342
12 번	4.5(0.18D)	1	300(12D)	342

Fig. 60 Wired cylinder. No. 4

7.1 고유진동수 변화

시편을 마다 고유진동수는 조금씩 변화되었다. Table 14~16 은 각 시편마다 충격 시험을 통해 얻은 두 방향의 고유진동수이다.

Table 14 Natural frequency according to wiring number

	in-line (Hz)	transverse (Hz)
Plain	173	172
1 번	174	171
2 번	173	168
3 번	172	168
4 번	172	165
5 번	163	172

Table 15 Natural frequency according to pitch

	in-line (Hz)	transverse (Hz)
plain	173	172
6 번	174	170
7 번	175	170
1 번	174	171
8 번	172	172
9 번	175	172

Table 16 Natural frequency according to wire thickness

	in-line (Hz)	transverse (Hz)
Plain	173	172
10 번	174	172
1 번	174	171
11 번	173	173
12 번	169	169

7.2 공진 응답의 변화

실험 결과, wiring number 에 대해서는 4 개를 감는 것이 최저 진폭을 나타낸다. Pitch 에 따라서는 250mm (10D)에서, wire thickness 는 4.5mm (0.18D)에서 최저 진폭을 가짐을 알 수 있다. 또한, 진폭의 평균값이 작은 부분이 진폭 변화의 폭 또한 작은 것을 볼 수 있다. 즉, 특정 parameter 에서 진폭의 값이 작을수록 난류의 불규칙적인 변동 성분이 어느 정도 일정 해진다고 볼 수 있다.

Fig. 61~62 에서는 wire 를 4 개 감은 4 번 cylinder 를 대표로, transverse 방향의 공진점 최대응답을 waterfall map 과 spectrogram 을 나타내었다. 해당 그래프를 바탕으로 6.1 절에서 설명한 절차를 거쳐 가속도 응답을 구하였다. Fig. 63~65 의 위쪽에 각 parameter 변화에 따른 가속도를 나타내었다. 아래쪽에는 각 평균치에 해당하는 값을 막대 그래프를 통해 나타내고, 기준 Plain cylinder 와 비교했을 때, n%로 감소함을 막대 위쪽에 숫자로 표시하였다.

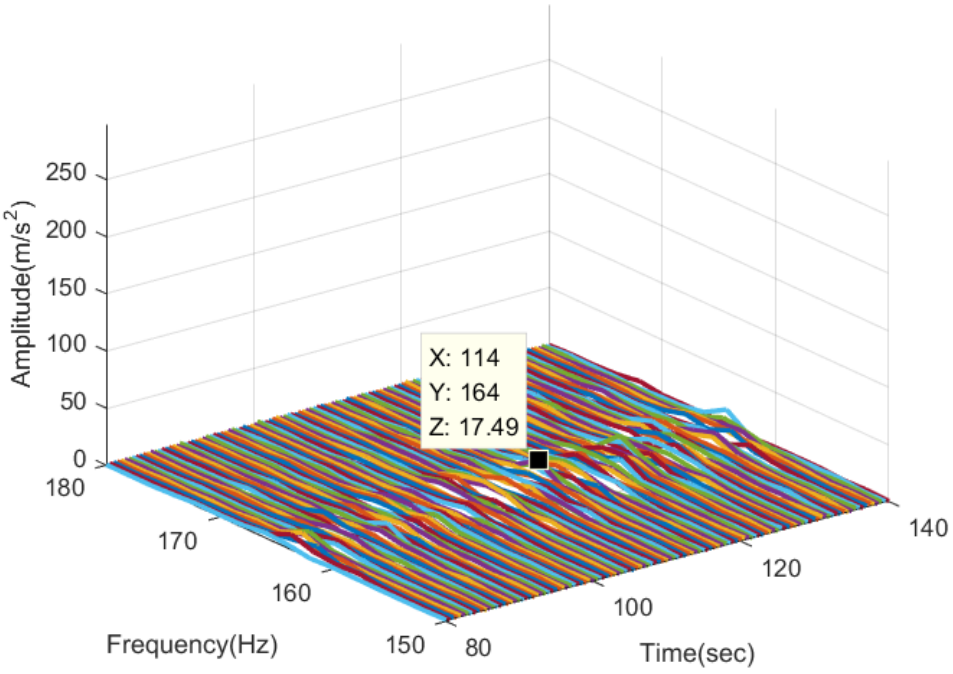


Fig. 61 Waterfall map of the vibration near resonance. Wiring number 4 cylinder

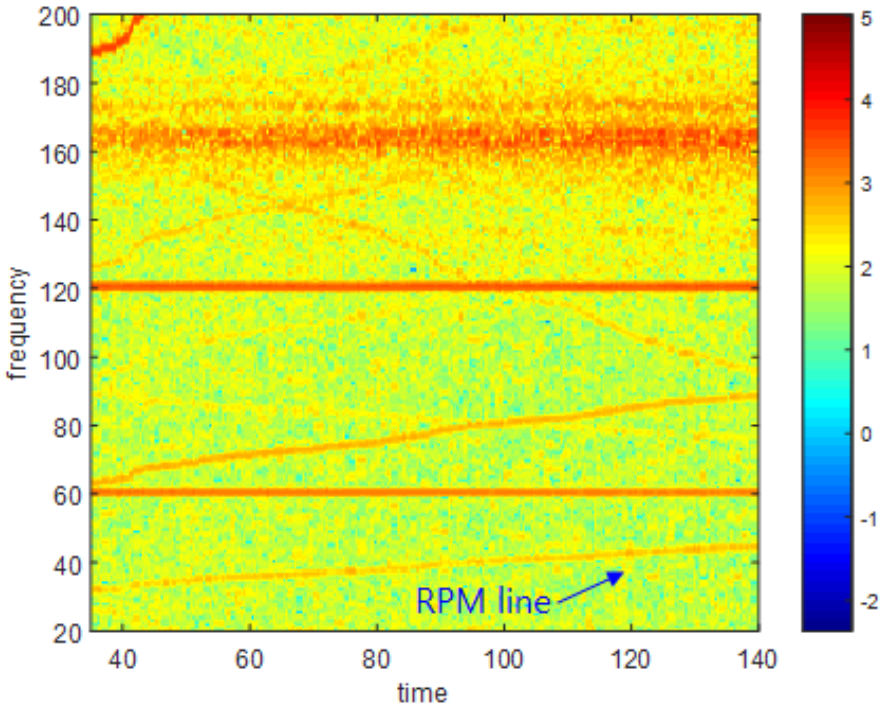


Fig. 62 Spectrogram of the vibration near resonance. Wiring number 4 cylinder

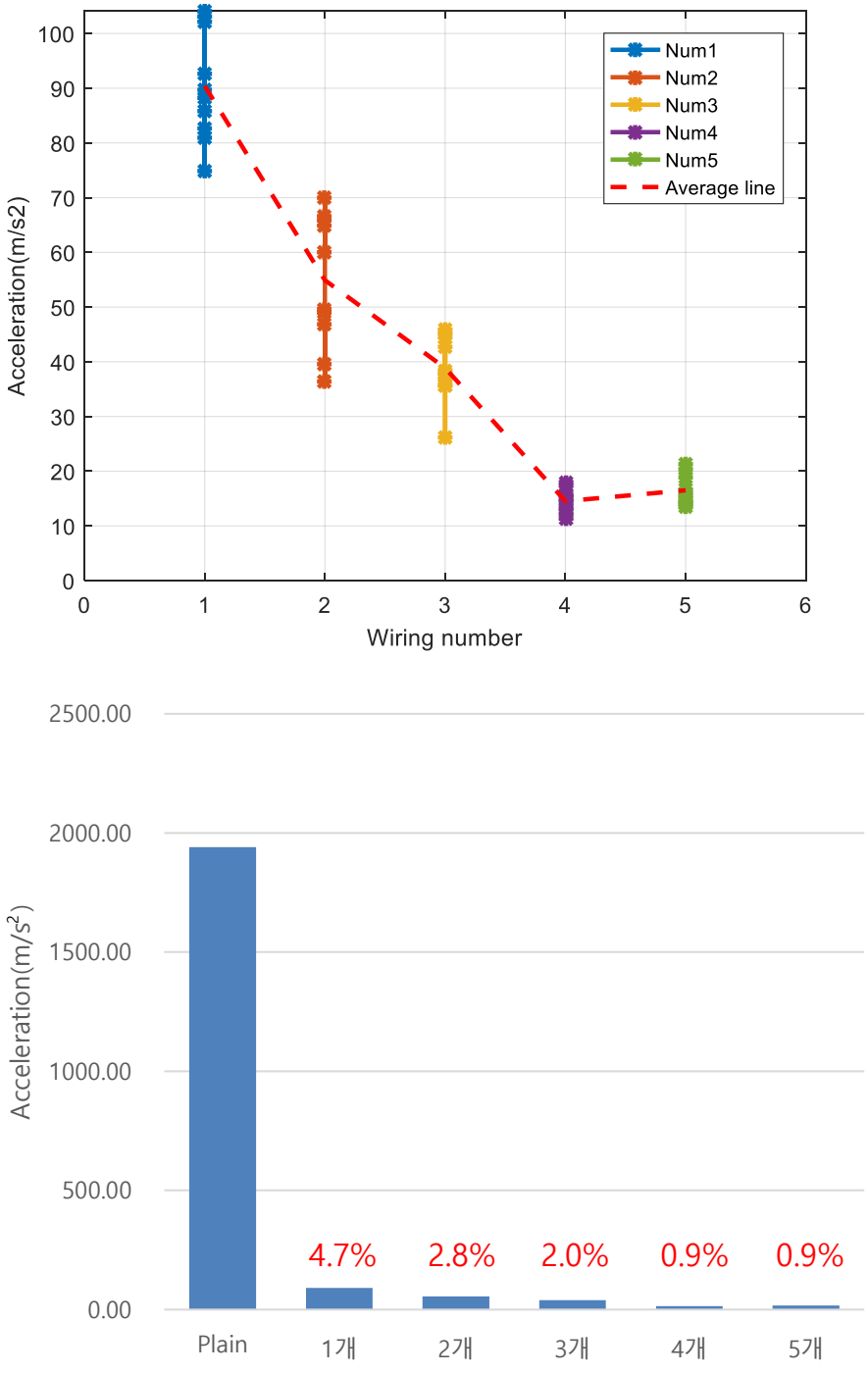


Fig. 63 Acceleration according to wiring number

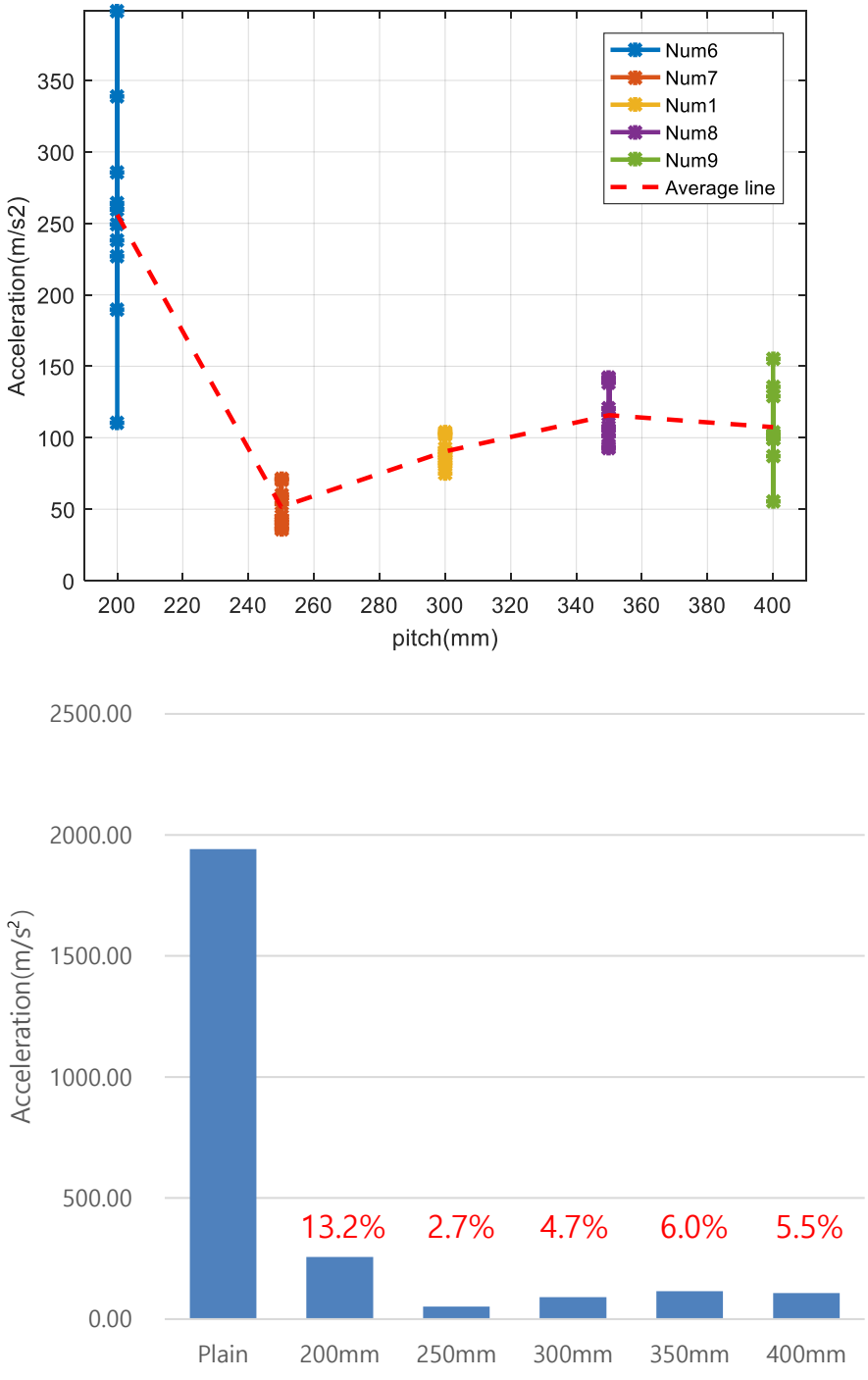


Fig. 64 Acceleration according to pitch

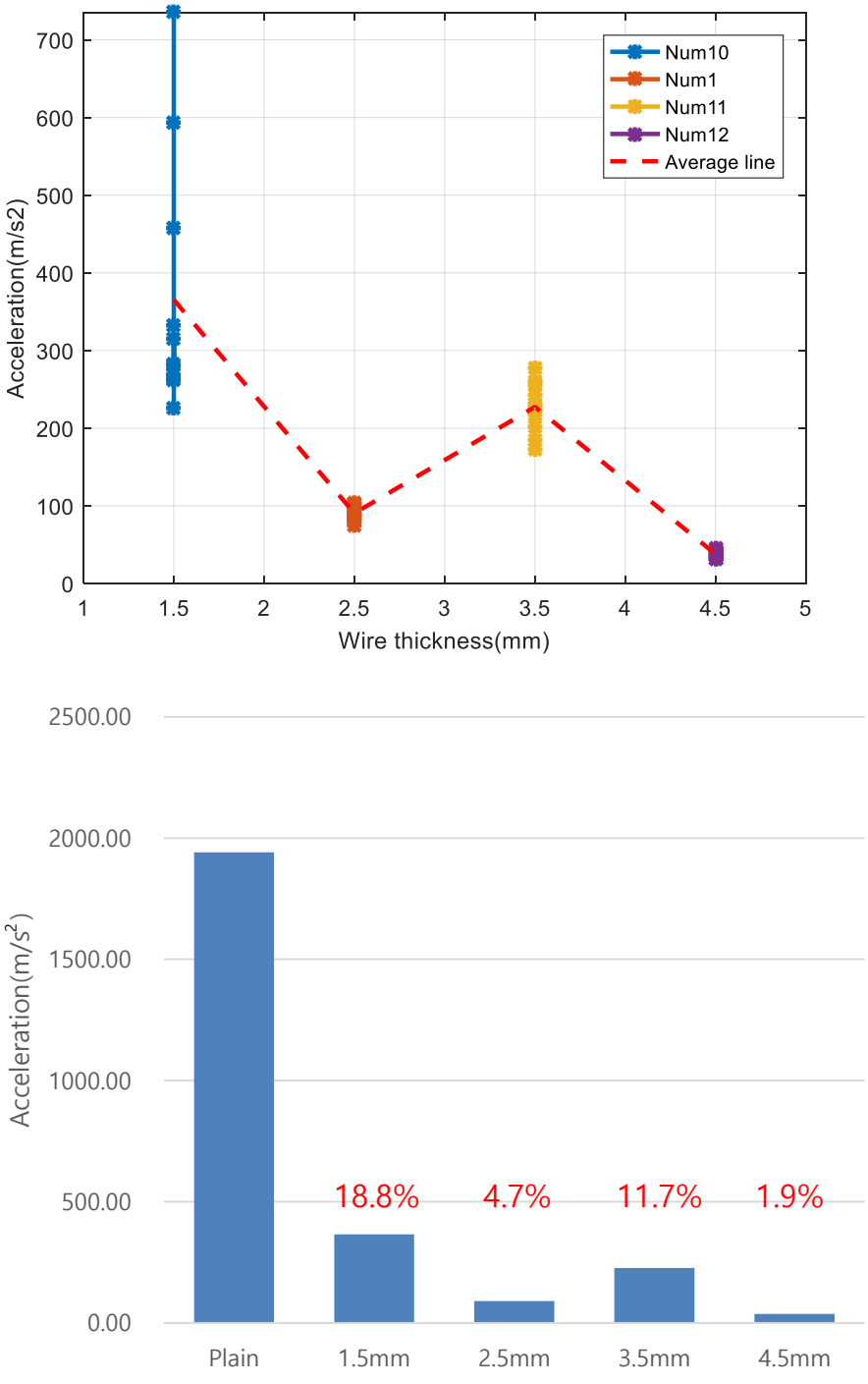


Fig. 65 Acceleration according to wire thickness

8. 결론

본 연구에서는 Thermowell 에서 발생하는 유체유기 진동 현상을 실험적으로 관찰한 후 이론적 접근에 의한 고유진동수 및 진동응답 예측을 시도하였고 또한 진동저감을 위한 추가적 실험을 수행하였다.

먼저 thermowell 의 고유진동수 예측은 적절한 지지부 강성을 부여할 경우 이론식과 유한요소해석(FEM) 결과 모두 실험치와 전 영역에서 잘 일치하는 결과를 얻었다.

(진동저감목적의 처리를 하지 않은) Plain cylinder 의 공진 시 진폭은 동일 직경 실린더 기준으로 유효 삽입길이에 따라 불규칙적인 가속도 및 변위 진폭을 보였다. 해당 결과의 이유로는 재료역학적 부분과 불규칙한 난류 성분 때문으로 예측된다. 또한, in-line 방향 공진과 lock-in 현상이 일어나지 않은 이유는 저밀도인 공기에 충분하지 못한 유체력으로 예측된다. Strouhal Number 는 평균적으로 0.18 로, ASME 코드에서 제시한 값과 비슷한 경향을 보였다. 또한 Plain cylinder 의 공진 시 진폭의 이론적 접근법으로부터 실제 상황에서 발생하는 양력변동의 크기와 분포를 추정할 수 있었다.

공진 점 진폭 저감은 helical strake 부착법으로 실험을 진행하였다. 실험 결과 4 개의 wiring 개수, 250mm (10D)의 pitch, 4.5mm (0.18D)의 wire thickness 에서 최고의 효율을 가짐을 실험적으로 입증하였다. 또한, 특정 parameter 에서 해당 진폭이 작을수록 난류의 불규칙적인 변동 성분이 어느 정도 일정 해진다고 보여진다.

추후 과제로는 water channel 및 다양한 형상 (helical, spoiler, streamlined shape cylinder etc)에서 실험하여 저감 정도를 보는 것 등이 있다. 또한, CFD 를 이용하여 유체-구조 연성 해석을 통해 thermowell 시편의 진폭 simulation 해보고 실험과 함께 비교해보면 더욱 유의미한 연구가 될 것이다.

REFERENCE

[1] Robert D. Blevins, 1990, Flow-induced vibration 2dn edition, Van Nostrand Reinhold, M. L.

[2] Raymond Litteaur, 2017, White paper - CFD Analysis of Helix Thermowell Design, Daily thermetrics.

[3] Robert D. Blevins, 2009, Models for Vortex-Induced Vibration of Cylinders Based on Measured Forces, Journal of Fluids Engineering, Vol 131, issue 10.

[4] M. M. Zdravkovich, 1981, Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding, Elsevier, Journal of wind engineering and industrial aerodynamics, vol 7, issue 2, pages 145-189.

[5] R.D.Blevins, B.W.Tilden, et.al., 1997, Vortex-induced vibration and damping of thermowells, Journal of Fluids and Structures, vol.12, page 427-444.

[6] D.S.Bartran, J.M.Kinsey, et.al., 1999, Flow-induced vibration of thermowells, ISA Transactions , vol.38, page 123-132.

[7] K.H.Haslinger, 2003, Flow-induced vibration testing of replacement thermowell designs, Journal of Fluids and Structures, vol.18, page 425-440.

[8] ASME PTC 19.3 TW-2010.

[9] M. G. Prasad, 1981, Evaluation of Four-Pole Parameters for a Straight Pipe with a Mean Flow and a Linear Temperature Gradient, The Journal of the Acoustical Society of America.

[10] M. J. Every, R. King, D. S. Weaver, 1982, Vortex-excited vibrations of cylinders and cables and their suppression, Elsevier, Ocean Engineering, vol 9, issue 2, pages 135-157.

[11] ZHANG Yongbo, GUO Haiyan, LIU Xiaochun, LI Xiaomin, 2012, Investigation of a new vortex-induced vibration suppression device in laboratory experiments, Journal of Ocean University of China, vol 11, issue 2, pages 129-136.

[12] Min Lou, Peng Chen, Zhiwei Chen, 2017, Experimental investigation on the suppression of vortex-induced vibration of two interfering riser by control rods, Ships and Offshore Structures, vol 12, issue 8, pages 1117-1126.

[13] 이재성, 2016, 단독 원기둥의 후류와 유력진동 억제에 관한 연구, 강원대학교 대학원, 공학석사 학위 논문.

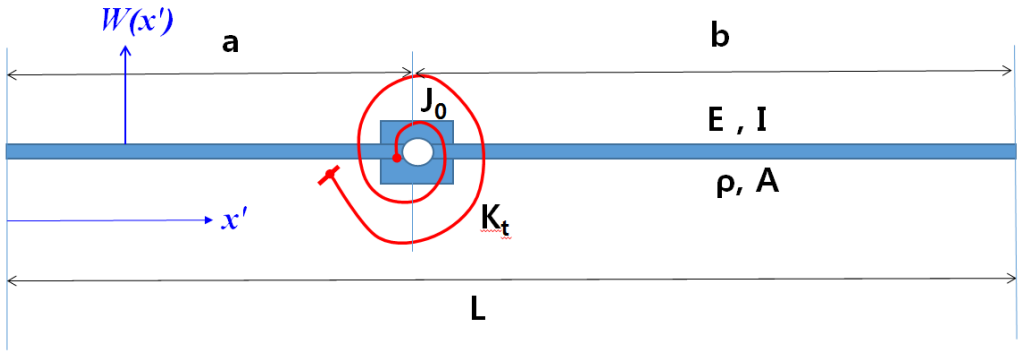
[14] 최연우, 2014, Tension based mitigation of drilling riser VIV, 포항공과대학교 대학원, 공학석사 학위 논문.

[15] Emerson, official homepage.

[16] Flow control, official homepage, how to save thermowells from vortex-induced vibrations and mechanical fatigue

APPENDIX

A. 중간 hinge 와 회전 스프링 및 질량관성을 가진 Euler 보의 고유치 해석



해당 모델의 고유치 해석을 위한 지배방정식 및 이론해는 다음과 같다.

알려진 균일 Euler 보의 모드 함수에 대한 식으로부터

$0 < x' < a$

$$\frac{d^4W(x')}{dx'^4} - \alpha^4 W(x') = 0 \qquad \left(\alpha = \sqrt{\frac{\omega}{cr}} \right) \tag{A.1.1}$$

$$W(x') = C_1 \cos \alpha x' + C_2 \sin \alpha x' + C_3 \cosh \alpha x' + C_4 \sinh \alpha x' \tag{A.1.2}$$

$a < x' < l$

$$\frac{d^4W(x')}{dx'^4} - \beta^4 W(x') = 0 \qquad \left(\beta = \sqrt{\frac{\omega}{cr}} \right) \tag{A.2.1}$$

$$W(x') = D_1 \cos \beta x' + D_2 \sin \beta x' + D_3 \cosh \beta x' + D_4 \sinh \beta x' \tag{A.2.2}$$

여기서 $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ *and* $r = \sqrt{\frac{I}{A}}$ *(A.3)*

이고 경계조건은 다음과 같다.

$W''(0) = 0$ *and* $W'''(0) = 0$; free boundary *(A.4.1)*

$W''(l) = 0$ *and* $W'''(l) = 0$; free boundary *(A.4.2)*

$W(a) = 0$ *; simple support at* $x' = a$ *(A.4.3)*

$W'(a_{-0}) = W'(a_{+0})$ *; slope continuity* *(A.4.4)*

다음은 $x' = a$ 에서 모멘트 평형을 이용하여 회전 관성에 대하여 운동 방정식을 세우면 다음과 같다. 이때 θ는 그림에서 반시계 방향의 각도가 양의 방향이다.

$$J_0\ddot{\theta} = -M_b(a_{-0}) + M_b(a_{+0}) - K_t\theta \tag{A.5}$$

여기서 θ 와 $\ddot{\theta}$ 는 다음과 같이 표현 가능하다.

$\theta = \frac{\partial w}{\partial x'}(a,t)$

$\ddot{\theta} = \frac{\partial^3 w}{\partial x' \partial t^2}(a,t)$

변수 분리를 적용하면,

$w(x',t) = W(x')T(t)$

$\theta = \frac{\partial w}{\partial x'}(a,t) = \frac{dW}{dx'}(a)T(t)$

$\ddot{\theta} = \frac{\partial^3 w}{\partial x' \partial t^2}(a,t) = -\omega^2 \frac{dW}{dx'}(a)T(t) \qquad \because T(t) = T_0\, e^{i\omega t}$

와 같이 나타낼 수 있다. 그리고

$M_b(x',t) = EI\frac{\partial w(x',t)}{\partial x'^2} = EI\frac{d^2W}{dx'^2}T(t)$ 이다.

*Eq.(A.5)*와 위의 관계를 이용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$-\omega^2 J_0 \frac{dW}{dx'}(a)T(t) = -EI\frac{d^2W}{dx'^2}(a_{-0})T(t) + EI\frac{d^2W}{dx'^2}(a_{+0})T(t) - K_t\frac{dW}{dx'}(a)T(t)$$

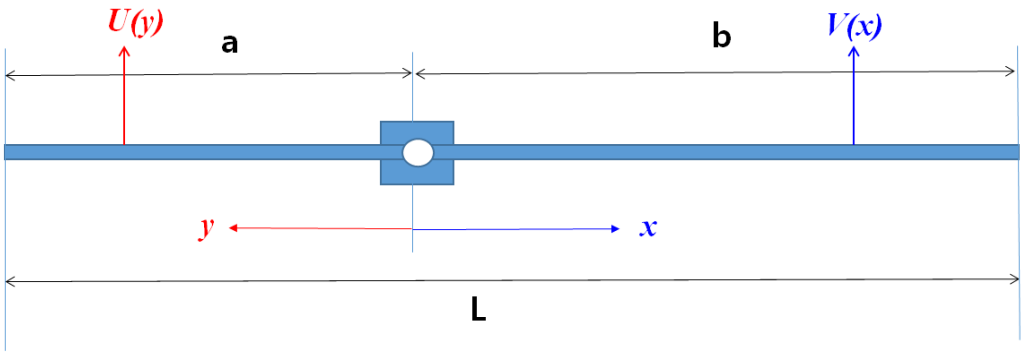
$T(t)$를 공통적으로 제거하면,

$$-\omega^2 J_0 \frac{dW}{dx'}(a) = -EI\frac{d^2W}{dx'^2}(a_{-0}) + EI\frac{d^2W}{dx'^2}(a_{+0}) - K_t\frac{dW}{dx'}(a)$$

또는

$$EI\{W''(a_{+0}) - W''(a_{-0})\} = (K_t - \omega^2 J_0)W'(a) \qquad (A.6)$$

이제, 편의를 위해 좌표를 아래와 같이 재설정하자.



$y : a \leftarrow 0$ (Reverse direction) *(A.7.1)*

$x : 0 \rightarrow b$ *(A.7.2)*

왼쪽과 오른쪽 부분을 나눠서 전개하면 먼저 왼쪽부분은 다음과 같다.

$0 < y < a$ (reverse direction)

$$U(y) = A_1 \sin \alpha y + A_2 \sinh \alpha y + A_3 \cos \alpha y + A_4 \cosh \alpha y \quad (A.8.1)$$

$$U'(y) = \alpha(A_1 \cos \alpha y + A_2 \cosh \alpha y - A_3 \sin \alpha y + A_4 \sinh \alpha y) \quad (A.8.2)$$

$$U''(y) = \alpha^2(-A_1 \sin \alpha y + A_2 \sinh \alpha y - A_3 \cos \alpha y + A_4 \cosh \alpha y) \quad (A.8.3)$$

$$U'''(y) = \alpha^3(-A_1 \cos \alpha y + A_2 \cosh \alpha y + A_3 \sin \alpha y + A_4 \sinh \alpha y) \quad (A.8.4)$$

$$U(0) = A_3 + A_4 = 0 \qquad A_4 = -A_3 \quad (A.9.1)$$

$$U''(a) = 0 \qquad -A_1 \sin \alpha a + A_2 \sinh \alpha a - A_3 \cos \alpha a - A_3 \cosh \alpha a = 0 \quad (A.9.2)$$

$$U'''(a) = 0 \qquad -A_1 \cos \alpha a + A_2 \cosh \alpha a + A_3 \sin \alpha a - A_3 \sinh \alpha a = 0 \quad (A.9.3)$$

$$A_2 = \frac{1-\sin \alpha a \sinh \alpha a + \cos \alpha a \cosh \alpha a}{1+\sin \alpha a \sinh \alpha a + \cos \alpha a \cosh \alpha a} A_1 = \mu_2(\alpha a) A_1 \quad (A.10.1)$$

$$A_3 = \frac{\cos \alpha a \sinh \alpha a - \sin \alpha a \cosh \alpha a}{1+\sin \alpha a \sinh \alpha a + \cos \alpha a \cosh \alpha a} A_1 = \mu_3(\alpha a) A_1 \quad (A.10.2)$$

여기서

$$\mu_2(z) = \frac{1-\sin z \sinh z + \cos z \cosh z}{1+\sin z \sinh z + \cos z \cosh z} \quad (A.11.1)$$

$$\mu_3(z) = \frac{\cos z \sinh z - \sin z \cosh z}{1+\sin z \sinh z + \cos z \cosh z} \quad (A.11.2)$$

로 정의되고 최종적으로,

$$U(y) = A_1\{\sin \alpha y + \mu_2(\alpha a) \sinh \alpha y + \mu_3(\alpha a)(\cos \alpha y - \cosh \alpha y)\} \quad (A.12.1)$$

$$U'(y) = \alpha A_1\{\cos \alpha y + \mu_2(\alpha a) \cosh \alpha y - \mu_3(\alpha a)(\sin \alpha y + \sinh \alpha y)\} \quad (A.12.2)$$

$$U''(y) = \alpha^2 A_1\{-\sin \alpha y + \mu_2(\alpha a) \sinh \alpha y - \mu_3(\alpha a)(\cos \alpha y + \cosh \alpha y)\} \quad (A.12.3)$$

로 주어진다.

오른쪽 부분은 길이 외에는 왼쪽과 유사하므로 다음과 같이 바로 주어진다.

$0 < x < b$ *(b = L-a)*

$$V(x) = B_1\{\sin \beta x + \mu_2(\beta b) \sinh \beta x + \mu_3(\beta b)(\cos \beta x - \cosh \beta x)\} \quad (A.13.1)$$

$$V'(x) = \beta B_1\{\cos \beta x + \mu_2(\beta b) \cosh \beta x - \mu_3(\beta b)(\sin \beta x + \sinh \beta x)\} \quad (A.13.2)$$

$$V''(x) = \beta^2 B_1\{-\sin \beta y + \mu_2(\beta b) \sinh \beta y - \mu_3(\beta b)(\cos \beta y + \cosh \beta y)\} \quad (A.13.3)$$

다음으로 hinge 부분에서의 경계조건을 살펴보면, hinge 에서의 slope continuity 는 다음과 같이 주어지는데 (-)부호는 좌표 진행방향이 반대이므로 부여된다.

$$-\frac{dU}{dy}(0) = \frac{dV}{dx}(0) \quad (A.14)$$

hinge 에서 moment equilibrium 조건과 Eq.(A.6)를 이용하면 다음과 같은 식을 얻는다.

$$EI\left\{\frac{d^2V}{dx^2}(0) - \frac{d^2U}{dy^2}(0)\right\} = (K_t - \omega^2 J_0)\frac{dV}{dx}(0) \quad (A.15)$$

여기서

$\frac{dV}{dx}(0) = \beta B_1\{1 + \mu_2(\beta b)\}$

$\frac{d^2V}{dx^2}(0) = -2\beta^2 B_1 \mu_3(\beta b)$

$\frac{d^2U}{dy^2}(0) = -2\alpha^2 A_1 \mu_3(\alpha a)$

로 주어지는데

양쪽 모두 동일한 빔 단면과 고유진동수를 가지므로 아래와 같이 단정할 수 있다.

$$\alpha = \beta = \sqrt{\frac{\omega}{cr}} \qquad (A.16)$$

따라서 slope continuity 는 다음과 같이 전개된다.

$-U'(0) = -\beta A_1\big(1 + \mu_2(\beta a)\big) = V'(0) = \beta B_1\big(1 + \mu_2(\beta b)\big)$

이로부터 양쪽 보의 진동 모드 크기간의 관계식이 아래와 같이 주어진다.

$$\frac{B_1}{A_1} = -\frac{1+\mu_2(\beta a)}{1+\mu_2(\beta b)} \qquad (A.17)$$

그리고 moment equilibrium 은 다음과 같이 전개된다.

$EI\{-2\beta^2 B_1 \mu_3(\beta b) + 2\beta^2 A_1 \mu_3(\beta a)\} = (K_t - \omega^2 J_0)\,\beta B_1\big(1 + \mu_2(\beta b)\big)$

정리하고 A_1, B_1 포함부분을 분리하면,

$2EI\beta A_1 \mu_3(\beta a) = 2EI\beta B_1 \mu_3(\beta b) + (K_t - \omega^2 J_0)\,B_1\big(1 + \mu_2(\beta b)\big)$ 혹은

$\mu_3(\beta a)\ A_1 = \left\{\mu_3(\beta b) + \frac{(K_t-\omega^2 J_0)}{2EI\beta}\ \big(1 + \mu_2(\beta b)\big)\right\}\ B_1$ 인데

이로부터 양쪽 보의 진동 모드 크기 관계식이 아래와 같이 또 하나 주어진다

$$\frac{B_1}{A_1} = \frac{\mu_3(\beta a)}{\mu_3(\beta b)+\frac{(K_t-\omega^2 J_0)}{2EI\beta}\big(1+\mu_2(\beta b)\big)} \qquad (A.18)$$

여기서 *Eq.(A.17)*과 *(A.18)*의 $\frac{B_1}{A_1}$을 등치시키면 다음과 같다.

$\frac{B_1}{A_1} = -\frac{1+\mu_2(\beta a)}{1+\mu_2(\beta b)} = \frac{\mu_3(\beta a)}{\mu_3(\beta b)+\frac{(K_t-\omega^2 J_0)}{2EI\beta}\big(1+\mu_2(\beta b)\big)}$ 혹은,

$\{1 + \mu_2(\beta a)\}\left\{\mu_3(\beta b) + \frac{(K_t-\omega^2 J_0)}{2EI\beta}\ \big(1 + \mu_2(\beta b)\big)\right\} + \{1 + \mu_2(\beta b)\}\mu_3(\beta a) = 0$

Eq.(A.16) 으로부터

$$\omega^2 = c^2 r^2 \beta^4 \qquad (A.19)$$

로 주어지므로 위 식은

$$\{1+\mu_2(\beta a)\}\left\{\mu_3(\beta b)+\frac{(K_t-c^2r^2\beta^4J_0)}{2EI\beta}\left(1+\mu_2(\beta b)\right)\right\}+\{1+\mu_2(\beta b)\}\mu_3(\beta a)=0$$

또는

$$\{1+\mu_2(\beta b)\}\mu_3(\beta a)+\{1+\mu_2(\beta a)\}\left\{\mu_3(\beta b)+\frac{(K_t-c^2r^2\beta^4J_0)}{2EI\beta}\left(1+\mu_2(\beta b)\right)\right\}=0$$

로 주어지는데 이식이 바로 고유치 결정을 위한 특성방정식(characteristic equation 혹은 transcendental equation)이 된다.

마지막으로 characteristic equation 을 통해 고유진동수와 모드를 구한다.

$$\{1+\mu_2(\beta b)\}\mu_3(\beta a)+\{1+\mu_2(\beta a)\}\left\{\mu_3(\beta b)+\frac{(K_t-c^2r^2\beta^4J_0)}{2EI\beta}\left(1+\mu_2(\beta b)\right)\right\}=0 \qquad (A.20)$$

즉 위 식의 좌변을 $f(\beta)$로 놓고 0 이 되는 β 값을 수치적으로 찾으면 되는데, 프로그램이나 그래프 방법으로 구하면 된다.

$$f(\beta)=\{1+\mu_2(\beta b)\}\mu_3(\beta a)+\{1+\mu_2(\beta a)\}*\left\{\mu_3(\beta b)+\frac{(K_t-c^2r^2\beta^4J_0)}{2EI\beta}\left(1+\mu_2(\beta b)\right)\right\}=0 \qquad (A.21)$$

결과적으로 i 번째 고유진동수는 다음과 같다

$$\omega_i = c\,r\,\beta_i^2 \qquad (A.22)$$

여기서 $c=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ 및 $r=\sqrt{\frac{I}{A}}$

이고 i 번째 모드는 다음과 같다.

$$\eta_i=\frac{B_1}{A_1}=-\frac{1+\mu_2(\beta_i a)}{1+\mu_2(\beta_i b)} \qquad (A.23)$$

$B_1=\eta_i A_1$

$0\le y\le a$ (reverse direction)

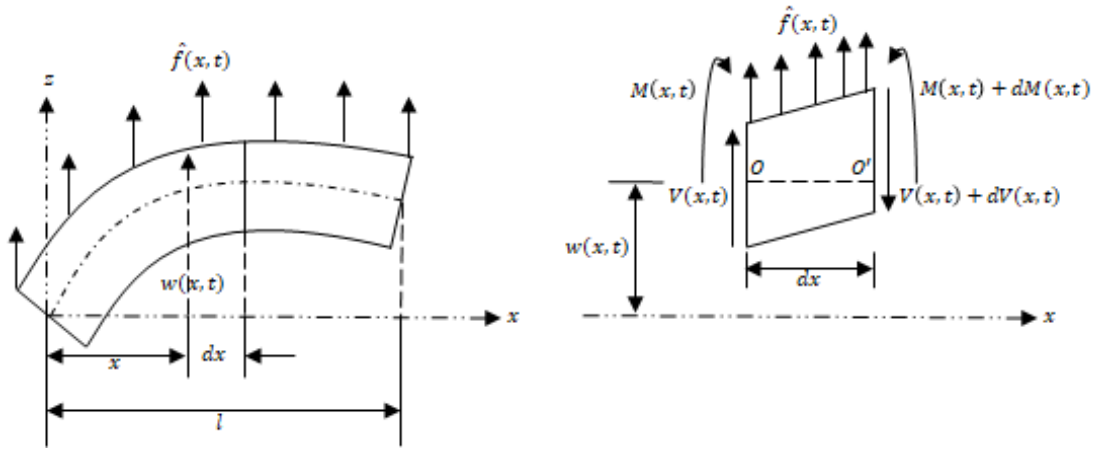
$$U_i(y)=A_1(\sin\beta_i y+\mu_2(\beta_i a)\sinh\beta_i y+\mu_3(\beta_i a)(\cos\beta_i y-\cosh\beta_i y)) \qquad (A.24)$$

$0\le x\le b$

$$V_i(x)=\eta_i A_1(\sin\beta_i x+\mu_2(\beta_i b)\sinh\beta_i x+\mu_3(\beta_i b)(\cos\beta_i x-\cosh\beta_i x)) \qquad (A.25)$$

A_1는 모드에 대한 임의의 값이고, μ_2와 μ_3은 *Eqs.(A.11)*로부터 정해진다.

B. 2 차원 Euler 보에 특정 힘이 주어질 때 가속도와 변위



운동방정식

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}=\hat{f}(x,t) \qquad (B.1)$$

조화 가진을 시간 및 공간에 대해 분리하면 다음과 같다.

$$w(x,t)=W(x)T(t)=W(x)e^{i\omega t}$$

$$\hat{f}(x,t)=f(x)T(t)=f(x)e^{i\omega t}$$

따라서,

$$EI\frac{d^4W(x)}{dx^4}T(t)+\rho A\,W(x)\frac{d^2T(t)}{dt^2}=f(x)T(t) \qquad (B.2)$$

응답의 모드 중첩

$$W(x)=\sum_{k=1}^{\infty}c_kW_k(x) \qquad (B.3)$$

$$\frac{d^4W(x)}{dx^4}=\sum_{k=1}^{\infty}c_k\beta_k{}^4W_k(x)$$

*(B.2)*에 W_j를 곱하고 양변을 적분하면 다음과 같다.

$$W_j(x)EI\frac{d^4W(x)}{dx^4}T(t)+W_j(x)\rho A\,W(x)\frac{d^2T(t)}{dt^2}=W_j(x)f(x)T(t)$$

$$\int_0^l EI\,W_j(x)\frac{d^4W(x)}{dx^4}T(t)dx+\int_0^l\rho A\,W_j(x)W(x)\frac{d^2T(t)}{dt^2}dx=\int_0^l W_j(x)f(x)T(t)dx$$

Orthogonality

$$\int_0^l W_i(x)W_j(x)\,dx=0 \quad \text{if} \quad i\neq j \qquad (B.4)$$

$$EI\,c_j\,\beta_j{}^4\int_0^l W_j^2(x)dx\;T(t)+\rho A\,c_j\int_0^l W_j^2(x)dx\;\frac{d^2T(t)}{dt^2}=\int_0^l W_j(x)f(x)dx\;T(t)$$

*(B.3)*의 마지막 식을 *(B.4)*의 Orthogonality 를 이용한다면 다음과 같이 전개된다.

$$EI\ c_j\ {\beta_j}^4 \int_0^l W_j^2(x)dx\ e^{i\omega t} + \rho A\ c_j \int_0^l W_j^2(x)dx\ (-\omega^2 e^{i\omega t}) = \int_0^l W_j(x)f(x)dx\ e^{i\omega t}$$

$$c_j\left(EI\ {\beta_j}^4 - \omega^2\rho A\right)\int_0^l W_j^2(x)dx\ = \int_0^l W_j(x)f(x)dx$$

$$c_j = \frac{\int_0^l W_j(x)f(x)dx}{\left(EI\ {\beta_j}^4 - \omega^2\rho A\right)\int_0^l W_j^2(x)dx} \qquad \text{if } f(x) \text{ is predefined.} \tag{B.5}$$

$$EI\ {\beta_j}^4 - \omega^2\rho A = EI\ \frac{\omega_j^2}{c^2r^2} - \omega^2\rho A = \left({\omega_j}^2 - \omega^2\right)\rho A \tag{B.6}$$

(${\beta_j}^4 = \frac{\omega_j^2}{c^2r^2}$, $c^2 = \frac{E}{\rho}$, $r^2 = \frac{I}{A}$)

Damping 적용시, 위 식은 다음과 같다.

$${\omega^*_j}^2 - \omega^2 = {\omega_j}^2 + 2\zeta_j\omega_j\omega\ \boldsymbol{i} - \omega^2 \qquad \boldsymbol{i} = \sqrt{-1}$$

And

$$E^*I\ {\beta_j}^4 - \omega^2\rho A = \left({\omega_j}^2 + 2\zeta_j\omega_j\ \omega\ \boldsymbol{i} - \omega^2\right)\rho A \tag{B.7}$$

1 차 모드의 공진만 고려한다면 위 식은 $2\zeta_1\omega_1^2\ \rho A\ \boldsymbol{i}$가 되고, phase shift i 를 무시하고 크기만 보면

$$W(x) = c_1W_1(x) = \frac{\int_0^l W_1(\xi)f(\xi)d\xi}{2\zeta_1\omega_1^2\ \rho A\ \int_0^l W_1^2(\xi)d\xi}W_1(x) \tag{B.8}$$

외력 항은 다음과 같다고 가정한다.

$$f(x) = 0 \qquad \text{for } 0 \le x \le l - e \tag{B.9.1}$$

$$f(x) = f_0 = \frac{1}{2}\rho_a u^2 C_L D \qquad \text{for } l - e \le x \le l \tag{B.9.2}$$

e는 tip 에서부터 일정한 유체력을 받는 한계 위치이다.

$$W(x) = c_1W_1(x) = \frac{\int_{l-e}^l W_1(\xi)f(\xi)d\xi}{2\zeta_1\omega_1^2\ \rho A\ \int_0^l W_1^2(\xi)d\xi}W_1(x) = \frac{f_0\int_{l-e}^l W_1(\xi)d\xi}{2\zeta_1\omega_1^2\ \rho A\ \int_0^l W_1^2(\xi)d\xi}W_1(x)$$

(B.10)

$$\int_{l-e}^l W_1(\xi)d\xi = \int_{b-e}^b V_1(\xi)d\xi$$

$$\int_0^l W_1^2(\xi)d\xi = \int_0^a U_1^2(\xi)d\xi + \int_0^b V_1^2(\xi)d\xi$$

따라서

$$W(x) = \frac{f_0\int_{b-e}^b V_1(\xi)d\xi}{2\zeta_1\omega_1^2\ \rho A\left\{\int_0^a U_1^2(\xi)d\xi + \int_0^b V_1^2(\xi)d\xi\right\}}W_1(x) \tag{B.10}$$

$$\int_{b-e}^b V_1(\xi)d\xi = \frac{2\zeta_1\ \rho A\left\{\int_0^a U_1^2(\xi)d\xi + \int_0^b V_1^2(\xi)d\xi\right\}\alpha}{f_0\ V_1(b)} = \frac{4\zeta_1\rho A\left\{\int_0^a U_1^2(\xi)d\xi + \int_0^b V_1^2(\xi)d\xi\right\}\alpha}{\rho_a u^2 C_L D\ V_1(b)} \tag{B.11}$$

e 는 *Eqs.(B.11)*과 같이 측정치와의 trial error 를 통해 각 경우에 해당하는 값을 구할 수 있다.

마지막으로, Tip 의 변위와 가속도는 다음과 같다.

$$\delta = W(l) = \frac{f_0 \int_{b-e}^{b} V_1(\xi)d\xi}{2\zeta_1 \omega_1^2 \rho A\left\{\int_0^a U_1^2(\xi)d\xi + \int_0^b V_1^2(\xi)d\xi\right\}} V_1(b) \qquad (B.12)$$

$$\alpha = \delta\omega_1^2 = \frac{f_0 \int_{b-e}^{b} V_1(\xi)d\xi}{2\zeta_1 \rho A\left\{\int_0^a U_1^2(\xi)d\xi + \int_0^b V_1^2(\xi)d\xi\right\}} V_1(b) \qquad (B.13)$$

여기서

ρ ; density of the thermowell pipe beam

A ; cross-sectional area of the thermowell pipe beam

a ; outer free length of the thermowell pipe beam

b ; inner free length of the thermowell pipe beam

ζ_1 ; modal damping ratio of the first mode

$U_1(\xi)$; modeshape of the first mode of outer beam

$V_1(\xi)$; modeshape of the first mode of inner beam

ρ_a ; density of flow

u ; speed of flow

C_L ; lift coefficient (0.1~1 for circular section in open flow)

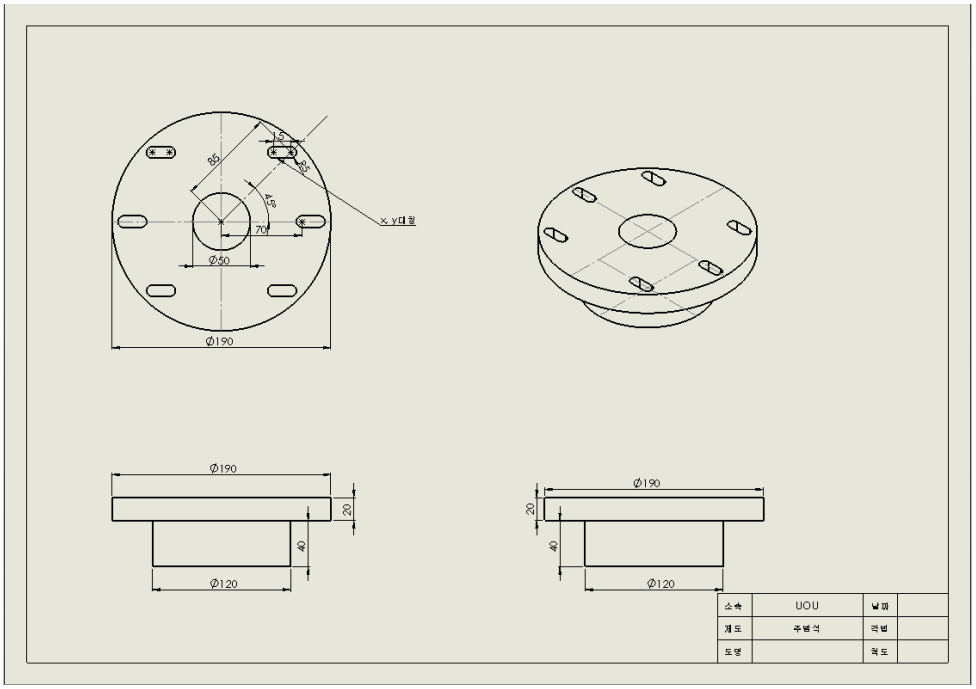
D ; diameter of thermowell pipe beam

δ ; displacement response at inner beam tip

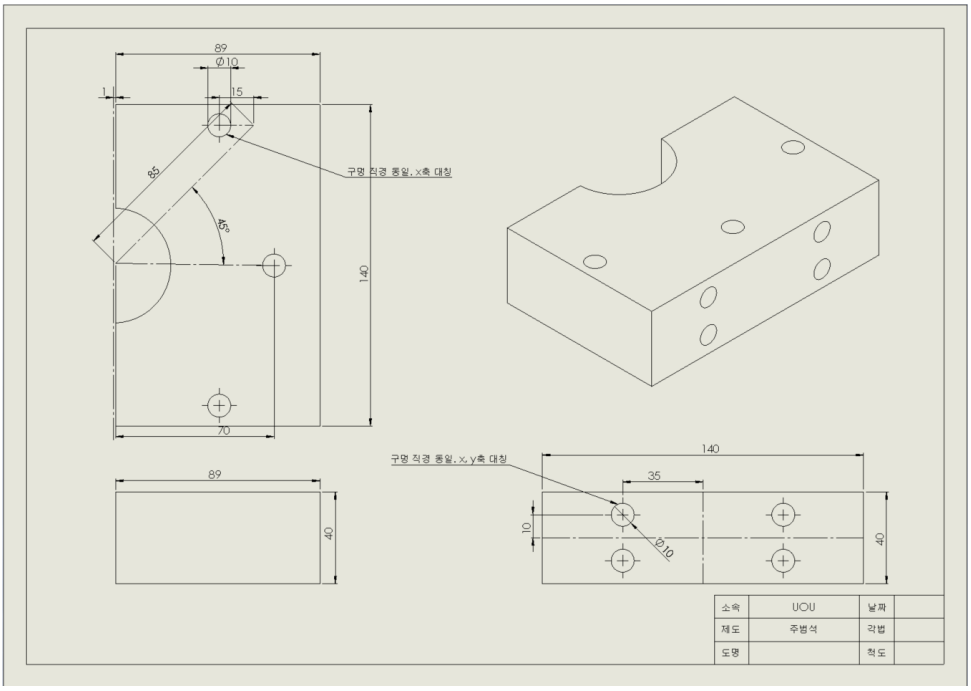
α ; acceleration response at inner beam tip

e ; length from tip in which force is constant and zero otherwise

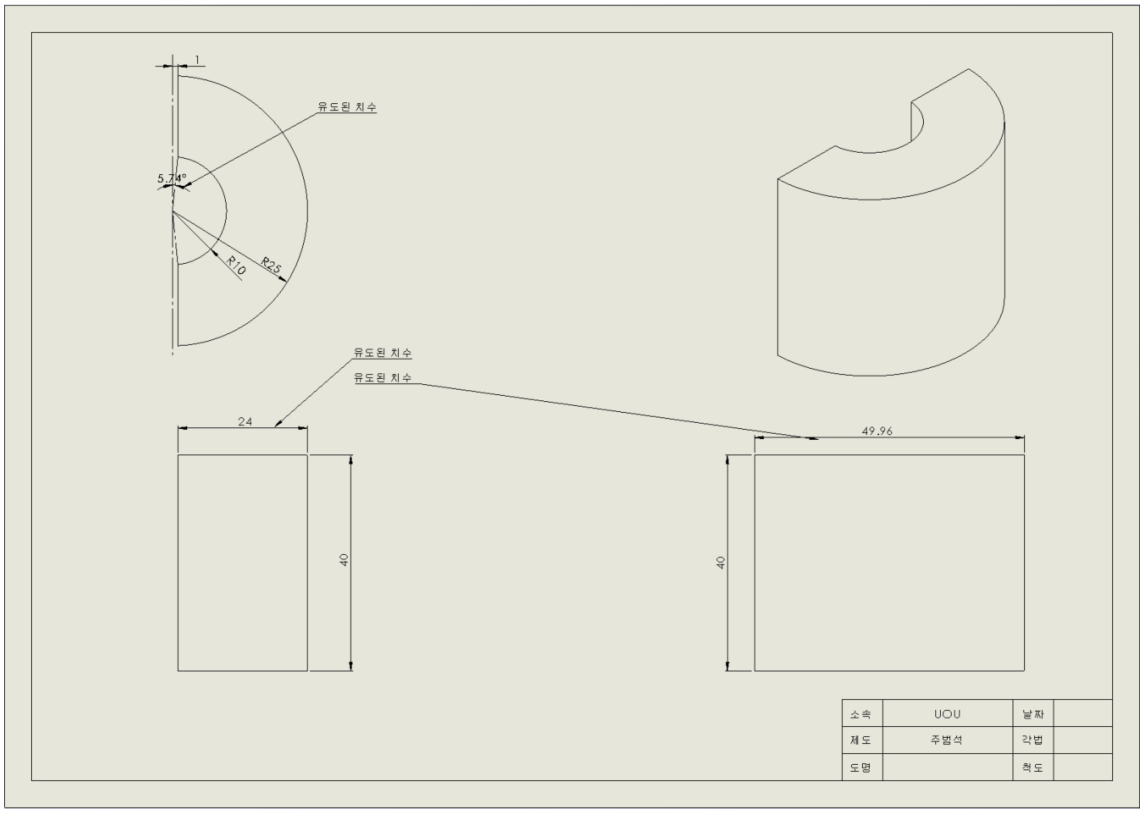
C. Mount part 도면



(a) 용접부 도면



(b) 체결부 도면



(c) 내경 20mm 부품 도면

ABSTRACT

Vortex-induced vibration characteristics of a Thermowell in piping flow

Joo, Bum-Suk

Dept. of Convergence Technology for Heavy Industries

The Graduate school

University of Ulsan

Ulsan, Korea

This paper is the result of an experimental research about the vortex-induced vibration of thermowell which is widely used protection and supporting structure of thermometer for measuring flow temperature in the piping system of many plants. The thermowell is subject to various hydrodynamic forces of gaseous or liquid flow, of which the typical is vortex shedding forces from the asymmetric flow separation. The periodic forces from this alternating vortex shedding often result in thermowell vibration and fatigue which sometimes become catastrophic failure of the entire plant system.

Many researchers including R.D.Blevins already studied the flow-induced vibration of thermowell and cylindrical shape and ASME published PTC 19.3-1974 and PTC 19.3 TW-2010 codes to avoid excessive vortex-induced vibration and to present safe design criteria of thermowells which may be more or less conservative.

This study performed experimental work to realize the vortex-induced vibration of thermowell in piping flow and to observe the effect of primary parameters on the thermowell vibration. The thermowells are represented with simple aluminum pipes fixed on the duct surface and the variables of the tests are thermometer diameter, inserted length to duct and flow speed. Three types of test specimen were prepared with 20, 25 and 30 mm diameters and all the same length of 500 mm where each different insertion length were adjusted by a holding device. In most cases strong resonances between thermowell natural frequency and vortex shedding

frequency were observed but the magnitudes of peak resonant vibration showed different and irregular pattern according to the diameter and insertion length.

In order to confirm the effect of helical strakes on the suppression of thermowell vibration, wires are attached to thermowell surface and tested. Variations are done to numbers of wire set, attaching angles and wire size. The effect of VIV suppression as whole was very remarkable and far above the initial expectation

Analytical approaches were also done in parallel to estimate the natural frequency and vibration response of thermowell. To calculate the natural frequency both theoretical method and numerical FE method are tried and their results showed good agreements with experimental data if some adequate stiffness is given at the boundary. The forced response of thermowell is theoretically derived assuming lift excitation and in turn the lift forces are estimated from the comparison between the calculated and measured responses. The lift excitation was much lower than the known prediction and the spanwise correlation was very small. The main reasons of such results are considered the turbulent flow characteristics in the tested Reynolds no. range of 10^4~10^5 and unstable flow patterns around the thermowell in closed duct flow.