



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공 학 석 사 학위논문

머신러닝을 이용한 초기 설계 단계에서의
추진 축계 비틀림 진동 추정

Estimation of torsional vibration aspect of
propulsion shafting system by utilizing machine learning
in early shaft design stage

울산대학교 산업대학원
자동차선박기술전공
조 영 준

머신러닝을 이용한 초기 설계 단계에서의
추진 축계 비틀림 진동 추정

지도교수 오 민 재

이 논문을 석사학위 논문으로 제출함

2022년 1월

울산대학교 산업대학원

자동차 선박기술전공

조 영 준

조 영 준의 공학석사 학위논문을 인준함

심 사 위 원 장 유 정 수 (인)

심 사 위 원 오 민 재 (인)

심 사 위 원 서 형 석 (인)

울 산 대 학 교 산 업 대 학 원

2022년 1월

머신러닝을 이용한 초기 설계 단계에서의 추진 축계 비틀림 진동 추정

조영준

울산대학교 산업대학원

자동차선박기술전공

추진 축계 비틀림 진동은 미분방정식의 풀이를 통해 해석이 되어왔다. 전통적인 방법으로 방진 대책을 선정하기 위한 과정은 사람이 여러 조건의 케이스 스터디를 통해 최적화하는 것으로, 여러 단계에서 사람의 판단이 개입된다. 이러한 복잡한 과정을 단순화하고 객관적인 지표를 이용하여 사람의 주관을 배제하게 되면 효율적인 방진 대책 선정에 도움이 된다.

본 연구에서는 머신러닝의 회귀분석 방법을 사용하여 비틀림 진동 해석 결과를 유추할 수 있는 방법을 찾아보았다. 이 과정에서 비틀림 진동 해석의 주요 인자들을 몇 개의 핵심 인자들로 간소화하고, 인자 간의 상관 관계를 추정하는 회귀식을 확인하였다. 추정된 고유진동수와 최대 응답은 비틀림 방진 대책의 종류에 따라 유사도에 차이가 있으며 댐퍼가 적용되지 않은 경우 비교적 높은 유사도를 확인하였다.

본 논문에 제시된 방법을 통해 프로젝트 초기 설계 단계에서 비틀림 진동 양상을 추정하고 방진 사양을 조기에 선정하는데 기여할 수 있을 것으로 기대된다.

목 차

1. 서론	1
2. 연구 배경	6
2. 1. 연구목적	6
2. 2. 이론적 배경	10
3. 연구 조건 및 자료	43
3. 1. 주요 제원	43
3. 2. 머신러닝 훈련 자료	43
3. 3. 독립변수와 종속변수	45
4. 연구 결과 및 고찰.....	46
4. 1. 고유진동수	47
4. 2. 비틀림 진동 최대 응답	50
4. 3. 축계시스템 관성모멘트와 비틀림강성 계산 간소화	56
4. 4. 관성모멘트와 비틀림강성 계산 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답	62
5. 결론	69
[참고문헌]	72
[부록1] 비틀림 진동 해석에 필요한 인자	73
[부록2] 머신러닝 훈련 자료	75
[부록3] 해석결과와 회귀식에 의한 고유진동수 비교	80
[부록4] 해석결과와 회귀식에 의한 비틀림 진동 최대 응답 비교	84
[부록5] 관성모멘트와 비틀림강성 계산 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답 비교	88

[표 차례]

<표 1> 축계시스템의 진동 양상 및 대응 방안..... - 3 -

<표 2> 비틀림 진동 해석에서의 유한요소와 집중질량 모델의 장단점 비교..... - 6 -

<표 3> 비틀림 진동 해석 프로그램 사용을 위한 필수 입력 자료..... - 8 -

<표 4> 조화 분석 결과..... - 18 -

<표 5> 손실함수의 의미..... - 38 -

<표 6> 독립변수가 하나일 때의 최소제곱법 계산표 - 39 -

<표 7> 머신러닝 훈련 자료 - 10개의 인자..... - 43 -

<표 8> 인자 별 변수 분류 - 45 -

<표 9> 회귀식에 의한 R제곱 및 평균 절대 오차 결과 - 47 -

<표 10> 실제 고유진동수와 예측된 고유진동수의 오차율 - 48 -

<표 11> 회귀식에 의한 R제곱 및 평균 절대 오차 결과 - 50 -

<표 12> 실제 최대 응답 값과 예측된 최대 응답 값의 오차율..... - 53 -

<표 13> 실제와 예측된 MOI/Stiffness 오차율..... - 57 -

<표 14> 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답 오차율 - 62 -

<표 15> 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답 오차율 (댐퍼 적용 프로젝트 제외) - 62 -

[그림 차례]

[그림 1] 선박의 에너지 효율 요구 사항 - 1 -

[그림 2] 선박의 축계시스템 (shafting system) - 2 -

[그림 3] 축의 비틀림 - 3 -

[그림 4] 비틀림 진동 응답 그래프와 연속사용금지범위 규칙 - 4 -

[그림 5] 파워 마진의 개념 - 5 -

[그림 6] 비틀림 진동 해석 및 계측 업무 순서도 - 7 -

[그림 7] 문제 해결을 위한 로드맵 - 9 -

[그림 8] Crankshaft 와 Mass-Elastic model 로 간소화한 예 - 11 -

[그림 9] 중간축, 프로펠러축 및 프로펠러의 예 - 12 -

[그림 10] 간소화된 집중질량 모델 (A Simplified Mass-Elastic data)의 예 - 12 -

[그림 11] Crankshaft 메커니즘 - 13 -

[그림 12] 하모닉 분석 - 17 -

[그림 13] 감쇠 변환 표 - 25 -

[그림 14] MAN-ES 표준 프로펠러 감쇠비 - 27 -

[그림 15] 머신러닝의 알고리즘 역사 - 33 -

[그림 16] 머신러닝의 분류 - 34 -

[그림 17] 머신러닝 지도 - 35 -

[그림 18] R제공의 설명 - 38 -

[그림 19] 해석결과와 회귀식에 의한 고유진동수 및 잔차 - 48 -

[그림 20] 해석결과와 회귀식에 의한 고유진동수 비교 - 49 -

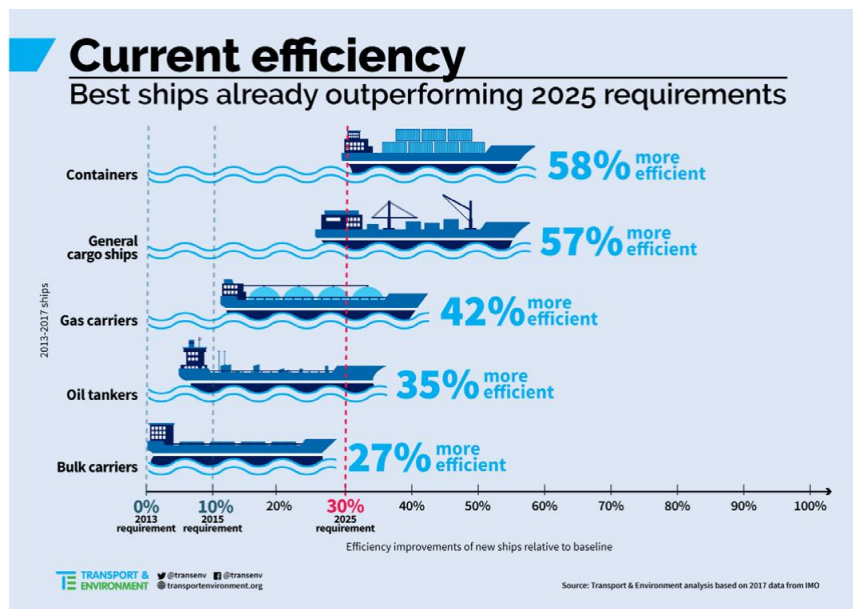
[그림 21] 실제 고유진동수와 예측된 고유진동수의 오차율 - 49 -

[그림 22] 해석결과와 회귀식에 의한 최대 응답 및 잔차 - 54 -

[그림 23] 해석결과와 회귀식에 의한 최대 응답 비교	54 -
[그림 24] 실제 최대 응답과 예측된 최대 응답의 오차율	55 -
[그림 25] MOI/Stiffness 계산을 위한 섹션 분리 및 간단한 축 모델	56 -
[그림 26] 실제 모델과 간소화 모델 간의 MOI 및 잔차.....	58 -
[그림 27] 실제 모델과 간소화 모델 간의 MOI 비교.....	58 -
[그림 28] 실제 최대 응답과 예측된 관성모멘트 (MOI)의 오차율	59 -
[그림 29] 실제 모델과 간소화 모델 간의 Stiffness 및 잔차.....	60 -
[그림 30] 실제 모델과 간소화 모델 간의 Stiffness 비교	60 -
[그림 31] 실제 최대 응답과 예측된 비틀림 강성 (Stiffness)의 오차율	61 -
[그림 32] 실제와 간소화 모델을 이용한 고유진동수 및 잔차	63 -
[그림 33] 실제 모델과 간소화 모델 간의 고유진동수 비교.....	64 -
[그림 34] 실제 모델과 간소화 모델 간의 고유진동수 오차율	65 -
[그림 35] 실제와 간소화 모델을 이용한 최대 응답 및 잔차.....	66 -
[그림 36] 실제 모델과 간소화 모델 간의 최대 응답 비교.....	67 -
[그림 37] 실제 모델과 간소화 모델 간의 최대 응답 오차율	68 -

1. 서론

1903년 미국의 라이트 형제가 인류 역사상 최초로 동력을 이용한 비행을 성공한 후 항공기는 선박과 함께 대륙을 연결해 여객과 화물을 실어 나르는 주요 운송 수단이 되었다. 선박은 항공기에 비해 운항 속도가 현저히 낮지만 현재뿐 아니라 미래에도 대량 운송 수단으로써 그 역할을 유지할 것이며, 천연가스, 암모니아, 수소 등과 같은 에너지 관련 화물 운송 수요가 폭발적으로 늘 것으로 예상하고 있다. 특히 에너지효율지수 (EEDI) 도입, 온실가스, 질소산화물, 황산화물 배출 저감 등의 환경 규제로 다양한 저탄소 함유 연료가 각광을 받게 될 것이며 그에 따른 선박 교체 수요 증가 등 조선 산업의 호황이 예상된다.



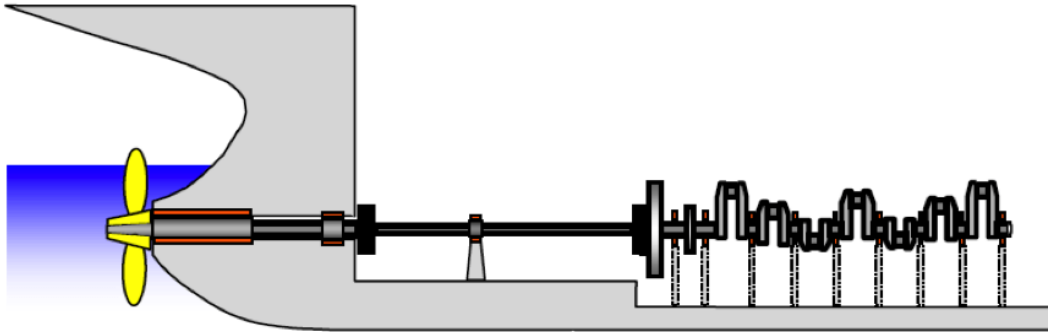
자료 출처 : <https://www.transportenvironment.org/>

[그림 1] 선박의 에너지 효율 요구 사항

일례로 Shell 은 2050년까지 LNG 병커링 선박을 현재 수준의 두 배로 늘릴 예정이며, 순 CO₂ 무 배출량을 목표로 하고 있으며 다른 주요 경쟁 회사뿐 아니라 밸류체인 까지도 목표를 만족하기 위한 노력을 시작하고 있다.

환경과 미래세대를 위한 기술 개발의 노력이 진행되고 있지만 산업 혁명과 내연 기관의 발명을 거치면서 완성된 선박의 형태와 크랭크기구 및 프로펠러가 적용된 추진

시스템은 큰 변화 없이 계속 적용되고 있다.

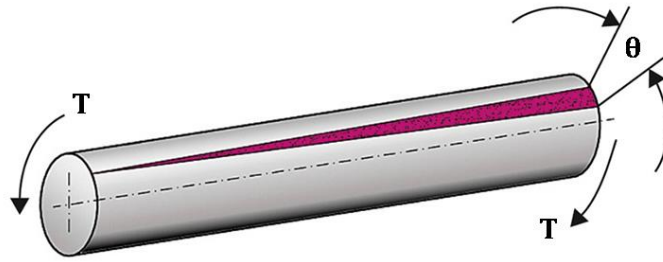


자료 출처 : <https://www.marineinsight.com/>

[그림 2] 선박의 축계시스템 (shafting system)

루돌프 디젤(Rudolf Diesel)이 1893년에 디젤엔진을 개발한 이후 박용기관으로서 증기 왕복동기관이 주로 사용되었고, 19세기말부터 20세기초에 걸쳐 원인불명의 축계 절손 사고가 발생하였다. 1900년에 독일의 Bauer 가 처음으로 비틀림 진동을 원인으로 지적하였다 [1]. 비틀림 진동의 위험속도 하에서의 운전에 따른 공진에서 발생된다는 사실을 Gumbel과 Frahm이 밝혔고 이후 Holzer, Den Hartog, Ker Wilson 등의 많은 연구 결과로 비틀림 진동의 학문이 완성되었다. 이 후 컴퓨터 성능의 발전으로 더욱 정교한 해석이 가능 해졌다.

축계 비틀림 진동은 주기 엔진과 프로펠러를 통칭하는 축계시스템에서 발생하는 진동의 한 형태로, 실린더의 착화 순서에 의해 토크가 프로펠러까지 전달될 때 약간의 시차가 발생하기 때문에 축이 비틀어지는 형상으로 변형되게 된다. 이러한 비틀림 현상이 축계시스템에 오랜 기간 반복 하중으로 작용하게 되면 피로 파괴로 동력 전달을 할 수 없는 상황을 초래할 수 있다. 따라서 선박 발주처인 선사들과 선박의 구조나 설비에 대한 규격을 제정하는 선급 모두가 축계시스템의 수명을 선박의 수명과 동일하게 간주하며 내구 안전성을 확보하기 위해 축계 비틀림 진동 해석 및 계측을 요구한다.



[그림 3] 축의 비틀림

축계 비틀림 진동의 주요 원인은 내연기관의 실린더 별 폭발 순서에 따른 변동 토크가 원인이며, 이에 대한 방진책으로 mass/stiffness 조정 등의 공진 회피 방법과 기진력 제어를 위한 댐퍼 설치 등이 있다.

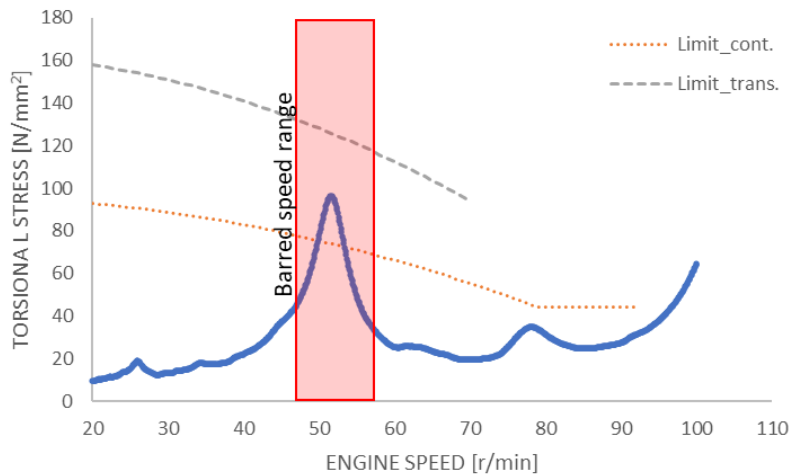
<표 1> 축계시스템의 진동 양상 및 대응 방안

명칭	설명	대응 방안
비틀림 진동 (Torsional vibration)	토크 변동에 의한 비틀림 반복 하중	공진 회피: Mass 조정 기진력 제어: 댐퍼
종 진동 (Axial vibration)	추력 변동 등에 의한 종 방향 반복 하중	기진력+공진 회피: 댐퍼
횡 진동 (Lateral vibration)	축의 휘둘림	휘둘림 공진 회피 설계

1970년 대 두 번의 석유파동을 거치며, 조선 산업에서도 효율 높은 내연 기관의 수요가 폭발적으로 늘게 되었고 그 결과 엔진의 성능 개량과 경량화가 이루어졌다. 하지만 에너지 효율이 높은 엔진은 필연적으로 내구성 저하의 결과를 초래하게 되는데 축계시스템의 비틀림 진동의 경우도 마찬가지였다. 프로펠러의 추진 효율이 높아지며 프로펠러와 해수 간의 마찰에 의한 프로펠러 감쇠도 낮아지게 되어, 기존의 진동 응답보다 높은 수준의 진동을 축계시스템이 부담하게 되었다. 또한 크랭크축의 비틀림 강성이 낮아지면서 고유진동수도 낮아져 선박의 운항 속도 내에 비틀림 진동

공진현상이 발현될 위험이 커졌다. 그 결과 선급에서는 연속사용금지범위 (barred speed range)에 대한 규칙을 강화하였다.

연속사용금지범위는 비틀림 진동의 최대 응답이 있는 위험속도 (critical speed) 근처를 장시간 운전하지 못하게 하는 것으로 이 영역은 빠른 시간 내에 통과하도록 설정하는 것을 말한다. 만약 통과 시간이 지연된다면 비틀림 응력이 누적되어 축 수명이 감소하게 된다. 즉 추진 축계의 피로 파괴를 예방하기 위해 엔진 제어 시스템 또는 Bridge maneuvering system 등을 사용하여 통과 시간을 단축하게 된다.



2.5.3 Time for passing barred speed range

Barred speed range shall be passed rapidly and within the approved passing time t_{BSR} . Unless otherwise is substantiated by a detailed fatigue evaluation of the propulsion shafting system, t_{BSR} shall not exceed:

$$t_{BSR} = 5 \left(\frac{\tau_{vmax}}{\tau_T} \right)^{-7.2} + t_{MR}$$

Where:

τ_{vmax} is peak torsional (steady state) stress [N/mm²] in the intermediate shaft within barred speed range (calculated or measured, see also [3.1.2]).

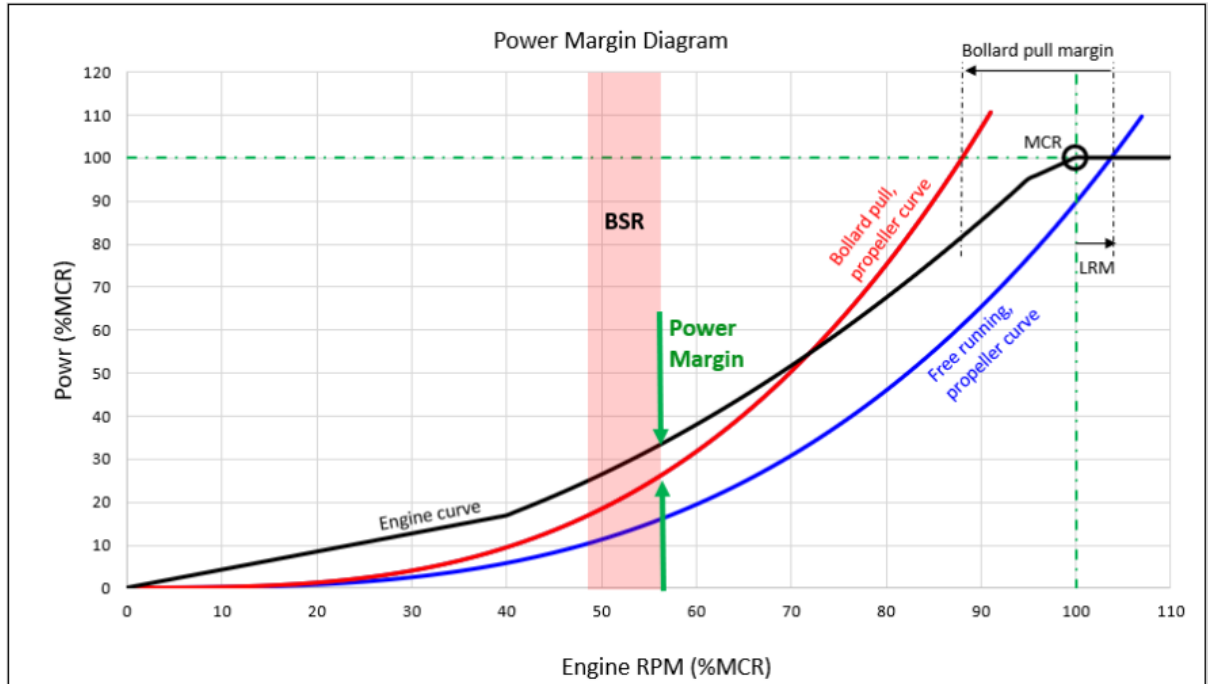
τ_T is maximum allowable transient stress [N/mm²], as calculated from relevant shafting rules (IACS UR M68 or τ_{max} in DNVGL-CG-0038).

t_{MR} is a passing time allowance [s] for intermediate shafts with design features ensuring a low stress concentration factor, $SCF \leq 1.1$. In such cases t_{MR} may be taken as 10.0 [s]. For flanged shafts this requires a multi radii fillet design (see also Ch.4 Sec.1 [2.2.8.3] and for further explanation DNVGL-CG-0038). In this

자료 출처 : DNVGL RU SHIP Pt.4 Ch.2 Section 2

[그림 4] 비틀림 진동 응답 그래프와 연속사용금지범위 규칙

이러한 시스템을 Quick Pass Through Device 라고 하며 전자 제어 엔진이 개발된 이후 엔진 제어 시스템 내의 Quick bypass 기능을 통해 구현한다. DNV 선급에서는 [그림 4]와 같은 규칙으로 Quick bypass 시간을 제시하며 엔진 가속 시 엔진의 토크 제한과 프로펠러 출력 커브 사이의 마진을 검토하도록 한다.



자료 출처 : DNVGL RU SHIP Pt.4 Ch.2 Section 2

[그림 5] 파워 마진의 개념

이처럼 축계시스템은 내연기관이 선박의 동력원으로 사용되는 동안 큰 변화가 없을 것으로 예상되나, 연료의 다양화와 환경 규제 대응 기술 개발 등은 비틀림 진동에 긍정적인 결과를 가져오지는 않을 것이다. 특히 Power take off 시스템 같은 엔진 부하 증가 장치 적용이 보편화 되면서 비틀림 진동 제어가 어려워지고 있다. 이러한 추세로 볼 때 비틀림 진동은 향후에도 선박의 안정성을 보장하기 위한 매우 중요한 요소가 될 것이며 방진 대책을 효과적으로 선정하는 것이 조선소의 경쟁력 강화 및 차별화 요소가 될 것이다.

2. 연구 배경

2. 1. 연구 목적

축계시스템은 연속체로 구성되어 있으므로 진동 해석을 수행하기 위해서 유한요소(FEM)방법의 해석 또는 여러 개의 mass 와 spring으로 구성된 집중질량 모델의 수치 해석 과정을 거친다.

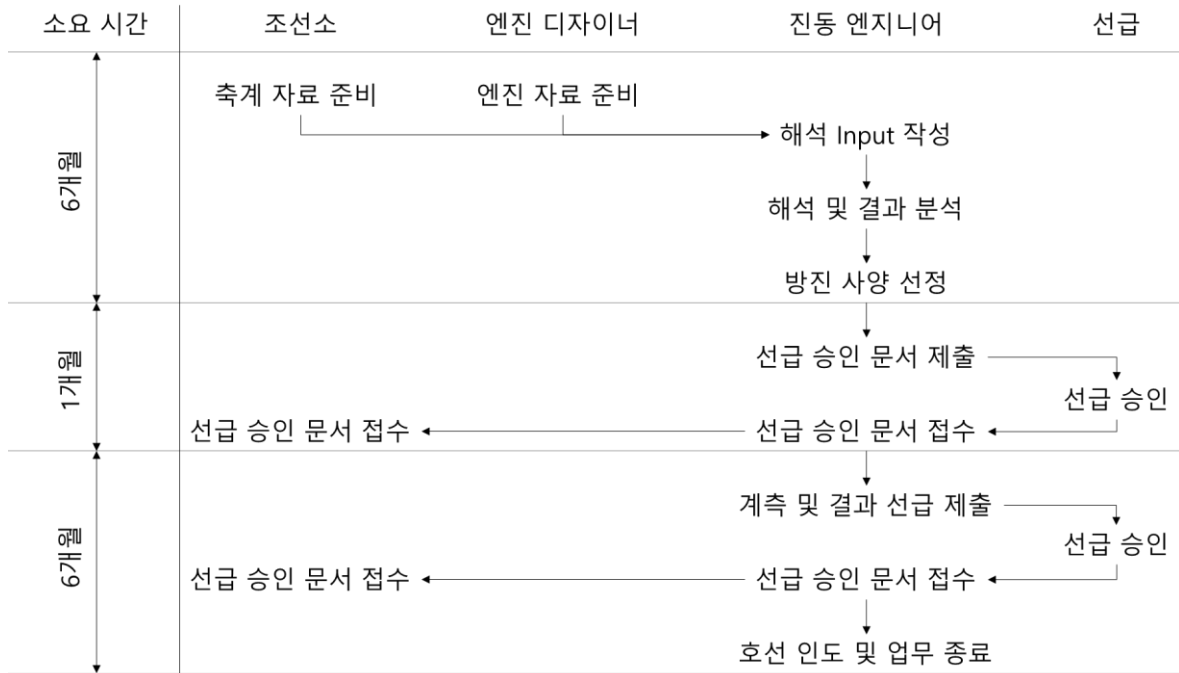
<표 2> 비틀림 진동 해석에서의 유한요소와 집중질량 모델의 장단점 비교

해석 방법	장점	단점
유한요소	정도 높은 해석 결과	격자 구성 및 경계 조건 입력의 어려움 전처리~해석 완료의 소요 시간
집중질량 모델	간단한 해석 방법	집중질량 절점에서만 결과 확인 가능

<표 2>와 같이 FEM 방식과 집중질량 모델 방식의 장단점을 나열했다. FEM 방식의 경우 크랭크축에서 프로펠러까지의 축계시스템 3D 모델링이 필요하며, 경계 조건만 정확하게 입력한다면 정확도가 높은 해석 결과를 얻을 수 있다. 그러나 격자 구성과 같은 해석 전처리 과정에서 많은 시간이 소요되며 기진력을 입력하는 것이 까다롭다. 또한 크랭크기구의 각도에 따른 관성모멘트 및 비틀림 강성 등이 달라질 수 있으므로 추진 축계의 비틀림 진동 해석에는 사용되는 빈도가 낮다. 동역학 해석 프로그램이 이러한 제약을 극복하지만 FEM처럼 해석 과정이 복잡하고 많은 시간이 소요된다.

한편 집중질량 모델의 경우 상대적으로 간단한 수식을 이용할 수 있다는 장점 때문에 선급에서 simplified method 라는 명칭으로 사용이 권장되어 있다. 예를 들어 축계시스템의 관성모멘트와 비틀림 강성을 집중질량 절점을 기준으로 모델링을 하며, 기진력의 경우 토크 곡선을 푸리에 급수 전개를 통해 몇 개의 주파수로 구분하여 해석에 이용한다. 축계시스템의 비틀림 진동의 해석 과정은 각기 다른 담당처에서 받은 도면을 해석 모델로 변환하는 과정, 기진력 자료를 엔진 제작사에서 입수하는

과정, 진동 해석 결과를 도출하고 필요한 방진 대책을 검토하는 과정, 선박의 축계시스템 사양을 확정하여 비틀림 진동 해석 결과를 선급에 제출하여 승인을 받는 과정 마지막으로 선박의 시운전 기간 실측을 통해 비틀림 진동 양상을 확인하고 선급의 승인을 받는 과정으로 구성된다.



[그림 6] 비틀림 진동 해석 및 계측 업무 순서도

이러한 일련의 과정은 진동에 대한 이론을 습득한 엔지니어가 수행하는 것이 맞으나 실제 업무에서는 그러지 못한 경우가 발생한다. 그 결과 업무를 하면서 이론을 습득하기 위한 기간 동안 잘못된 해석과 판단에 의한 경제적 손실 및 궁극적으로는 경쟁력을 떨어뜨리는 리스크가 존재한다. 특히 최근의 선주사들은 단납기 선박을 계약하는 추세이므로 새로운 프로젝트가 계약되었을 때 선박 인도 일정에 차질이 없도록 방진 사양을 적기에 확정하는 것이 중요하다. 이러한 단납기 선박 발주 추세는 앞으로도 계속될 것으로 예상되며 조선소 입장에서도 경쟁사와의 차별화 전략으로 단납기 계약을 수주할 것이다. 이러한 경우 선박 계약과 동시에 방진 사양 발주가 필요한 경우도 있다.

앞서 설명한 바와 같이 납기 일정이 촉박한 프로젝트는 비틀림 진동 해석에 필요한 자료가 제 때 준비되지 못하는 경우가 발생한다. 특히 <표 3>에 언급한 Harmonic ID

와 같이 해석 프로그램을 사용하기 위해 필수적인 입력 자료의 미비로 해석이 불가능한 상황이 종종 초래된다. 이 상황에서 비틀림 진동 방진 사양의 확정에 대한 리스크를 줄이기 위해 실무에서는 기존의 실적을 기준으로 유사한 선종, 선속, 엔진타입, 출력 등의 다양한 요소들을 추려서 방진 사양을 선정하게 된다. 이 과정에서 객관적인 지표가 아닌 엔지니어의 판단 또는 직관이 개입될 요소가 많아 엔지니어의 성향에 따라 방진 사양이 달라질 수 있으며 최적 설계와 거리가 멀 수밖에 없다. 또한 기존의 실적과 상이한 사양이 계약될 경우 방진 사양 선정이 지연되어 후행 공정인 상세 설계와 구매 업무의 부담이 증가될 수밖에 없다.

<표 3> 비틀림 진동 해석 프로그램 사용을 위한 필수 입력 자료

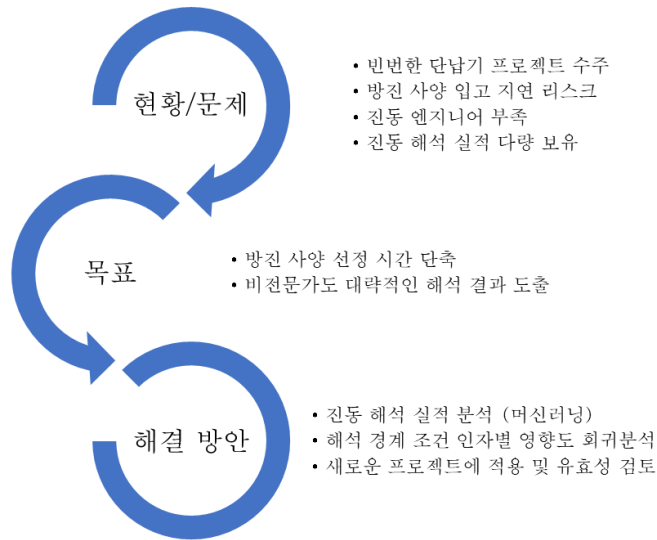
항목	단위	상세 설명
Power	[kW]	엔진의 정격 최대 출력
Speed	[rpm]	정격 최대 출력의 엔진 속도
Harmonic ID	-	가스 토크의 조화 계수
Damper damping	[Nms/rad]	비틀림 진동 댐퍼가 적용된 경우 댐퍼의 감쇠
관성모멘트	[kgm ²]	축계시스템 전체의 관성모멘트 정보
비틀림 강성	[MNm/rad]	축계시스템 전체의 비틀림 강성

머신러닝은 사람이 판단하고 결정하는 과정을 객관적인 논리나 알고리즘을 통해 구현하는 기술이다. 기존의 실적 또는 가상의 자료를 훈련하고 핵심 인자 간의 연관성을 파악하여 메타 모델과 같은 어떠한 특정 모델로 설정할 수 있다. 만약 적정한 방법의 머신러닝 기법을 사용하여 비틀림 진동을 예측할 수 있다면 새로운 프로젝트를 수주할 때에도 방진 사양을 충분한 자료가 없는 초기 설계 단계에서 추정하는 데 도움이 될 것으로 예상된다.

최근 연구동향을 보면 머신러닝 또는 딥러닝을 통한 엔진 및 기계의 상태 진단에

많은 결과가 나오고 있다. 이 결과들은 해석적인 접근 보다는 계측된 신호를 통한 실제의 상황을 분석하고 판단하는 연구의 결과물이다. 조선 산업이 아닌 다른 산업의 회전 기계 분야를 본다면 여러 변수들에 대한 민감도 분석을 수행한 실적들이 있으며 Xie, D., Liu, Z., Zhang, H 등의 연구 결과가 있다 [2].

본 연구에서는 선박용 추진 축계시스템의 비틀림 진동 해석을 기존의 방법이 아닌 머신러닝을 활용한 축계시스템 비틀림 진동 양상의 효과적인 추정 방법을 찾고자 한다. 최종 목표는 여러 인자들을 기초로 머신러닝을 통해 새로운 인자들이 주어졌을 때에도 적용 가능한 모델을 만드는 것이다. 또한 새로운 프로젝트가 추가될 때 마다 사용자가 모델을 업데이트를 하여 예측 정확도를 높일 수 있도록 지속적인 개선을 하는 것이다.



[그림 7] 문제 해결을 위한 로드맵

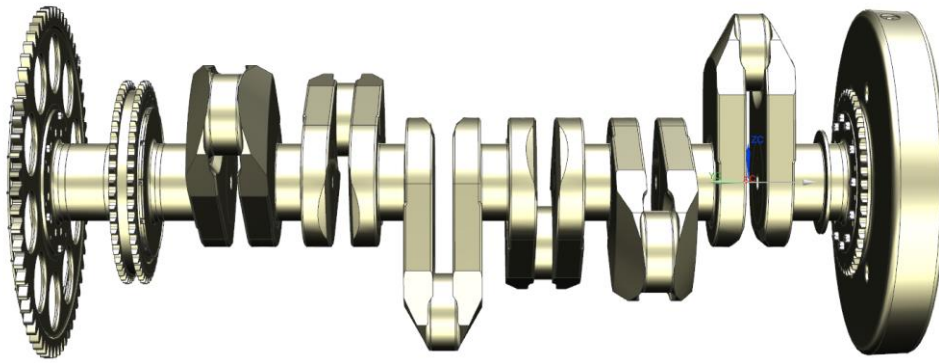
본 논문은 총 5 장으로 구성되어 있으며, 1장은 서론으로 연구 배경 및 동향에 대해 기술하였다. 2장은 축계 비틀림 진동의 이론 및 머신러닝에 대한 설명을 한다. 3장에서는 머신러닝을 위한 주기 엔진 제원 및 인자들을 포함한 연구 조건 및 자료를 설명한다. 제4장에서는 머신러닝을 통해 새로운 진동 요소의 고유진동수 및 진동 응답을 추정한 결과를 제시한다. 마지막 5장에서는 결론으로 기존의 해석과 머신러닝을 이용한 결과를 종합적으로 요약하였다.

2. 2. 이론적 배경

2. 2. 1 축계시스템 비틀림 진동

2. 2. 1. 1 진동해석 모델

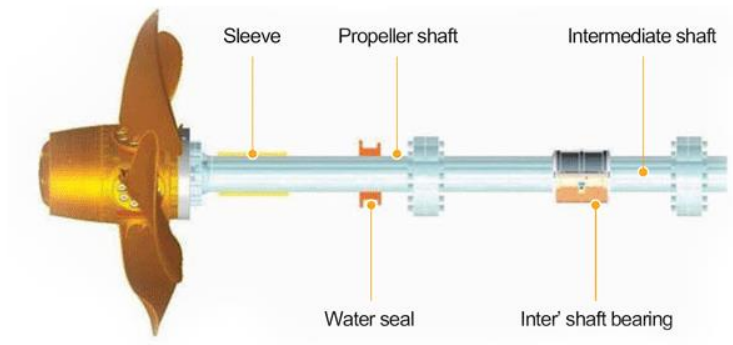
축계시스템은 연속체이므로 simplified method를 이용하여 해석을 수행하기에 적당한 형태가 아니다. 따라서 진동 해석을 위해 집중질량 모델을 이용하게 되며 여러 개의 Mass 와 Spring으로 구성된 모델로 간소화한다. 이러한 모델을 Mass-Elastic 모델이라고 부르며 엔진의 경우 크랭크축 전단의 플랜지부 (Foremost Flange), 각 실린더의 회전운동부와 왕복 운동부, 크랭크축 후단의 플랜지부 (Aft most Flange)를 구분하여 모델링을 구성한다. 엔진 제작사에서는 이러한 모델링을 엔진 타입 또는 크랭크축 모델에 따라 사전에 작성/배포하여 비틀림 진동을 수행할 수 있도록 준비한다 [그림 8]. 한편 조선소에서 설계하는 중간축의 경우 전단 플랜지부는 엔진의 플라이휠 (또는 터닝휠)에 강체로 연결하여 집중 모델을 만들게 되며, 프로펠러축 후단부는 프로펠러와 강체로 연결하여 집중 모델을 만들게 된다. 중간축 후단 플랜지부와 프로펠러축 전단 플랜지부는 각각 그 후단과 전단과 연결되는 축의 플랜지부와 강체로 연결하여 집중 모델을 구성한다. 일반적인 축계 구성인 경우 중간축과 프로펠러축은 서로 연결되는 구조이므로, 중간축 후단 플랜지와 프로펠러축 전단 플랜지를 강체로 연결하여 집중질량 모델로 만들게 된다 [그림 9] [그림 10]. 이 경우 관성 모멘트는 중간축 전단 플랜지부, 중간축 후단/프로펠러축 전단 플랜지부, 프로펠러축 후단 플랜지부의 총 3개로 구성하게 되며 비틀림 강성의 경우 중간축 및 프로펠러축 두 개의 값으로 표현된다.



	Angle deg	Inertia kgm ²	Torsional Flexibility nano rad/Nm	Mass Flexibility kg	Axial Ext Int nano m/N	Dia mm	mm
Flange		260+		2300+	0.008		
			0.942	3704	646	85	
Cylinder 1	0.0	7907	1.067	7408	4.710	646	85
Cylinder 2	102.9	7907	1.029	7408	4.424	646	85
Cylinder 3	257.1	7907	1.109	7408	3.710	646	85
Cylinder 4	205.7	7907	1.108	7408	1.243	646	85
Cylinder 5	154.3	7907	1.030	7408	3.652	646	85
Cylinder 6	308.6	7907	1.001	7408	4.336	646	85
Cylinder 7	51.4	7907	0.694	3704	2.501	646	85
Chain drive+ Thrust cam		1650		5060	0.004		
			0.523		0.011	646	85
Turning wheel		0+		0+			

자료 출처 : MAN-ES “Vibration data”

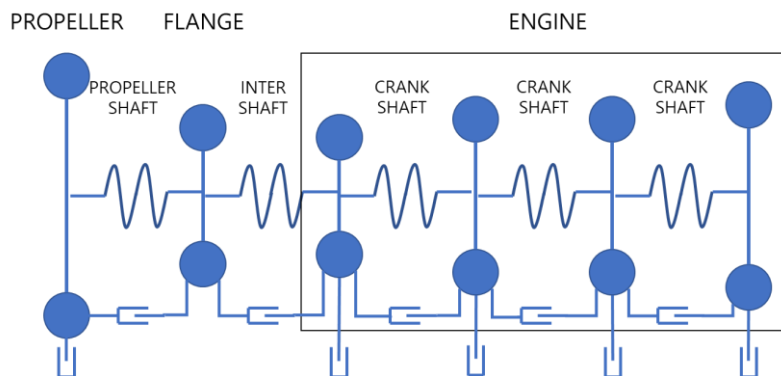
[그림 8] Crankshaft 와 Mass-Elastic model 로 간소화한 예



자료 출처 : 해양금속 홈페이지

(http://haeyangpropeller.co.kr/index.html?TPL=02_02.tpl)

[그림 9] 중간축, 프로펠러축 및 프로펠러의 예

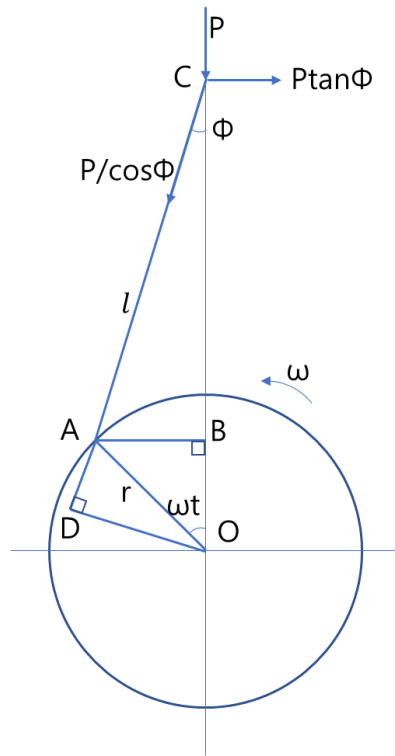


[그림 10] 간소화된 집중질량 모델 (A Simplified Mass-Elastic data)의 예

일반적으로 조선소 진동 엔지니어 또는 엔진 공급 업체의 진동 엔지니어가 상기에 언급한 과정을 수행하게 되며 최종적으로 엔진, 중간축, 프로펠러 축 및 프로펠러 전체를 통합한 Mass-Elastic model을 만든다 [그림 10]. 이를 엔진 기진력, 감쇠 등의 자료를 조합하여 비틀림 진동 해석 소프트웨어의 특성에 맞게 수정한 후 명령어 입력, 후처리 과정을 거쳐 최종 결과물을 도출한다.

2. 2. 1. 2 기진력

비틀림 진동의 주요 기진력은 가스 압력에 의한 변동 토크와, 왕복 관성력의 변동 토크로 생각할 수 있다. 가스 압력에 의한 토크의 경우 [그림 11]의 크랭크축 메커니즘을 통해 설명된다.



[그림 11] Crankshaft 메커니즘

실린더 내에서 연소한 가스 압력이 지름 D [cm]의 피스톤 상에서 작용하면, P 에 작용하는 압력은 다음과 같다

$$P = \frac{\pi}{4} D^2 p \text{ [Pa]} \quad (1)$$

여기서 p 는 크랭크축 각도에 따른 가스 압력 [Pa]

크랭크축의 토크 T는 다음의 식으로 표현된다.

$$T = \frac{P}{\cos \varnothing} \times \overline{OD} = \frac{P}{\cos \varnothing} \times \overline{CO} \sin \varnothing = P \overline{CO} \tan \varnothing \quad (2)$$

여기서 $\overline{CO} = \overline{CB} + \overline{BO}$ 이며 삼각함수를 이용하여 식을 정리하면 아래와 같다.

$$\overline{CO} = \left(l - \frac{r^2}{4l} \right) + r \cos \omega t + \frac{r^2}{4l} \cos 2\omega t \quad (3)$$

또한

$$\tan \varnothing = \frac{r}{l} \sin \omega t \left(1 + \frac{r^2}{2l^2} \sin^2 \omega t \right) \quad (4)$$

이며 최종적으로 가스 압력에 의한 토크 T는 다음과 같다.

$$T = Pr(\sin \omega t + \frac{\lambda}{2} \sin 2\omega t) \quad (5)$$

여기서 $\lambda = \frac{r}{l}$

한편, 피스톤, 연접봉 (connecting rod) 및 crankshaft 기구는 운전 중에 왕복 질량 및 회전 질량에 의하여 수직방향의 관성력을 얻는다. 왕복 질량 M_{rec} 은 피스톤, 피스톤봉 (piston rod), 크로스헤드 (cross-head), 가이드슈 (guide shoe), 연접봉 (connecting

rod)의 왕복질량의 합이며 회전 질량 M_{rot} 는 크랭크핀, 크랭크암, 연접봉 (connecting rod)의 회전 질량의 합이다.

피스톤 및 크랭크의 수직방향의 변위 x_p 는

$$x_p = r \left\{ (1 - \cos \omega t) + \left(\frac{1}{4}\lambda\right)(1 - \cos 2\omega t) \right\} \quad (6)$$

이며, 피스톤의 수직방향 가속도는 변위를 두 번 미분한 값이다.

$$\frac{d^2 x_p}{dt^2} = \ddot{x}_p = \omega^2 r (\cos \omega t + \lambda \cos 2\omega t) \quad (7)$$

크랭크의 수직방향의 변위 x_c 는

$$x_c = r(1 - \cos \omega t) \quad (8)$$

이며, 크랭크의 수직방향 가속도는

$$\frac{d^2 x_c}{dt^2} = \ddot{x}_c = \omega^2 r (\cos \omega t) \quad (9)$$

와 같다.

식 (7)과 (9)을 이용하여 수직방향의 관성력 X를 표현하면 식 (10)과 같다.

$$X = M_{rec} \ddot{x}_p + M_{rot} \ddot{x}_c = (M_{rec} + M_{rot})\omega^2 r \cos \omega t + M_{rec} r \lambda \cos 2\omega t \quad (10)$$

한편 관성력에 의한 토크 Q는 (5)의 P 대신 X로 치환하면 되며 부호는 반대가 된다.

$$Q = (M_{rec} + M_{rot})\omega^2 r \cos \omega t + M_{rec} r \lambda \cos 2\omega t \} r(\sin \omega t + \frac{\lambda}{2} \sin 2\omega t) \quad (11)$$

삼각함수를 이용하여 정리하면 위 식은 다음과 같이 정리된다.

$$Q = M_{rec} r^2 \omega^2 \left(\frac{\lambda}{4} \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t - \frac{3\lambda}{4} \sin 3\omega t - \frac{\lambda^2}{4} \sin 4\omega t \right) \quad (12)$$

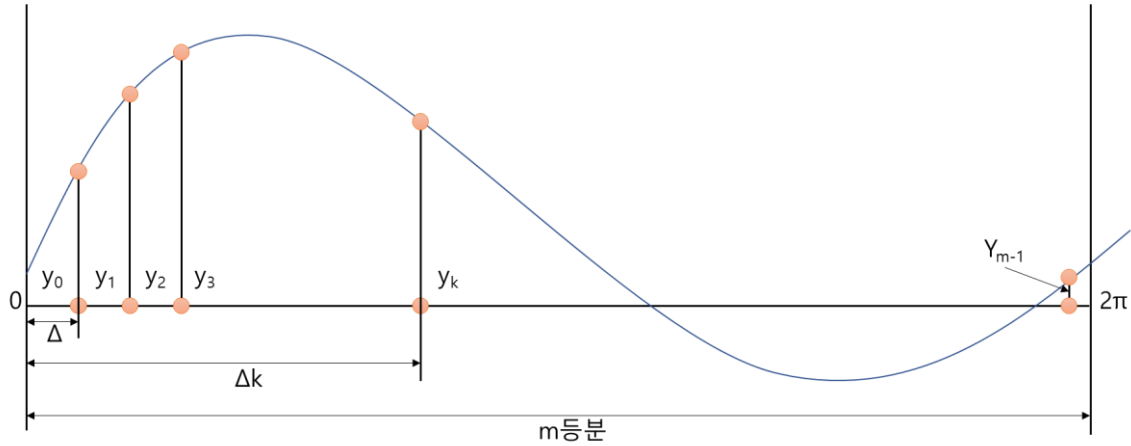
여기서 평형추 (counterweight)에 의해 M_{rot} 가 0이 된다고 가정하며 5차 이상의 항은 영향이 적으므로 무시한다.

따라서 가스 압력에 의한 토크와 관성력에 의한 토크의 합성값은 다음과 같으며 비틀림 진동의 기진력으로 작용한다.

$$T_{total} = T + Q = (P - X) r(\sin \omega t + \frac{\lambda}{2} \sin 2\omega t) \quad (13)$$

2. 2. 1. 3 하모닉 토크

2. 2. 1. 2 에서 살펴본 비틀림 진동의 기진력은 진동 해석에 직접 이용하기가 어렵다. 푸리에 급수 전개로 조화 분석 (harmonic analysis)을 거치게 되면 여러 주파수 성분的高조파를 얻을 수 있는데, 이는 해석에 사용하기 용이하다.



[그림 12] 하모닉 분석

[그림 12]와 같은 곡선 $f(\theta)$ 가 주어질 때, 세로 좌표를 $y_1, y_2, y_3 \dots y_k, \dots, y_{m-1}$ 이라 하면 임의의 k 번째 값은 $y_k = f(\Delta k)$ 이고 이들의 기호를 이용하여 적분치를 유한개의 면적의 합으로 바꾸면

$$\begin{aligned}
 a_n &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta) \cos n\theta d\theta \\
 &\cong \frac{1}{\pi} \sum_{k=0}^{m-1} y_k (\cos nk\Delta)\Delta \\
 &= \frac{\Delta}{\pi} \sum_{k=0}^{m-1} y_k (\cos nk\Delta) \\
 &= \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k (\cos nk\Delta)
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

마찬가지로 b_n 을 구하면 다음과 같다.

$$b_n = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k (\sin nk\Delta) \quad (15)$$

만약 24차 까지의 조화 분석을 한다면 그 결과는 다음과 같이 요약된다.

<표 4> 조화 분석 결과

순번	Sin 항 (b_n)	Cos 항 (a_n)	고조파 진폭 (c_n)	위상 (Φ_n)
0	-	a_0	$c_0 = a_0$	-
1	b_1	a_1	$c_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$	$\Phi_1 = \tan^{-1}(-b_1/a_1)$
2	b_2	a_2	$c_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}$	$\Phi_2 = \tan^{-1}(-b_2/a_2)$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	-	a_{24}	$c_{24} = a_{24}$	$\Phi_{24} = 0$

여기서 c_n 은 고조파 진폭이며 가스 압력에 의한 고조파 토크는

$$\begin{aligned} c_{hm} &= \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \times \frac{\pi}{4} D^2 r (Nm) \\ &= c_n \times \frac{\pi}{4} D^2 r (Nm) \end{aligned} \quad (16)$$

여기서 D 는 실린더 지름 [m], r 은 크랭크 반경 [m]

따라서 추진 축계는

$$c_{h0} = c_0 \times \frac{\pi}{4} D^2 r \text{ (Nm)} \quad (17)$$

의 토크를 받으면서 동시에 식 (16)의 고조파 토크가 겹쳐져서 축을 회전한다. 즉 엔진의 한 사이클 (1회전)동안 고조파 토크는 n 사이클을 이루며 n 회의 가진을 하게 된다. 그러므로 고조파 토크 주파수가 추진 축계의 고유진동수와 일치하면 n 차의 비틀림 진동이 크게 발현된다.

고조파 토크는 가스 압력에 의한 것뿐 아니라 관성력에 의한 토크도 고려해야한다. 식 (12)와 같이 관성력에 의한 토크는 4차까지 고려가 된다.

$$Q = M_{rec} r^2 \omega^2 \left(\frac{\lambda}{4} \sin \omega t - \frac{1}{2} \sin 2\omega t - \frac{3\lambda}{4} \sin 3\omega t - \frac{\lambda^2}{4} \sin 4\omega t \right)$$

이때 $\frac{\lambda}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3\lambda}{4}$, $\frac{\lambda^2}{4}$ 을 각각 d_1 , d_2 , d_3 , d_4 이라고 두면

1차 고조파 토크의 진폭은

$$c_{h1} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_1 + M_{rec} r^2 \omega^2 d_1\right)^2 + \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_1\right)^2} \text{ (Nm)} \quad (18)$$

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \left[\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_1 + M_{rec} r^2 \omega^2 d_1\right) / \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_1\right) \right]$$

2차 고조파 토크의 진폭은

$$c_{h2} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_2 - M_{rec} r^2 \omega^2 d_2\right)^2 + \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_2\right)^2} \text{ (Nm)} \quad (19)$$

$$\varphi_2 = \tan^{-1} \left[\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_2 - M_{rec} r^2 \omega^2 d_2 \right) / \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_2 \right) \right]$$

3차 고조파 토크의 진폭은

$$c_{h3} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_3 - M_{rec} r^2 \omega^2 d_3 \right)^2 + \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_3 \right)^2} \quad (Nm) \quad (20)$$

$$\varphi_3 = \tan^{-1} \left[\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_3 - M_{rec} r^2 \omega^2 d_3 \right) / \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_3 \right) \right]$$

4차 고조파 토크의 진폭은

$$c_{h4} = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_4 - M_{rec} r^2 \omega^2 d_4 \right)^2 + \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_4 \right)^2} \quad (Nm) \quad (21)$$

$$\varphi_4 = \tan^{-1} \left[\left(\frac{\pi}{4} D^2 r b_4 - M_{rec} r^2 \omega^2 d_4 \right) / \left(\frac{\pi}{4} D^2 r a_4 \right) \right]$$

이다.

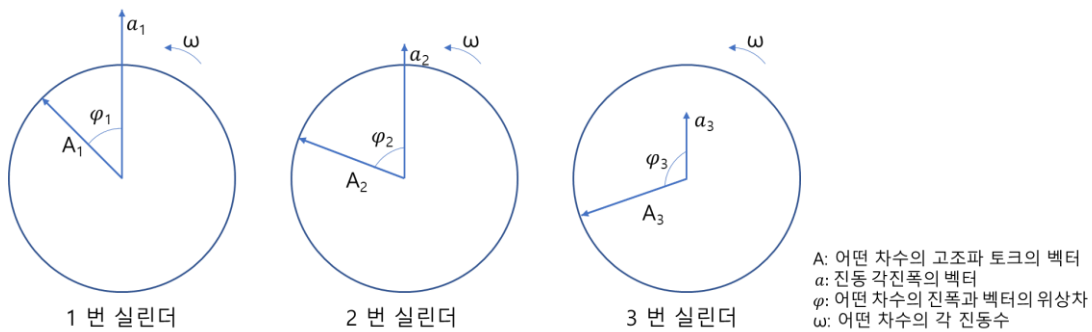
2. 2. 1. 4 기진 에너지

한 실린더에 대해 기진에너지를 살펴보면, 만약 $\alpha = a_n \sin \omega t$ 의 조화 자유진동을 하고 있는 축에 고조파 토크 $T_{hn} = \left(\frac{\pi D^2 r}{4}\right) C_n \sin(\omega t + \varphi) = A_n \sin(\omega t + \varphi)$ 가 작용하는 경우 축에 주는 1사이클당 일은

$$W = \int_0^{2\pi/\omega} T_{hn} \frac{d\alpha}{dt} dt = \int_0^{2\pi/\omega} A_n \sin(\omega t + \varphi) a_n \cos \omega t dt \quad (22)$$

$$= \pi A_n a_n \sin \varphi$$

다 실린더의 경우 각 실린더 마다 $\pi A_n a_n \sin \varphi$ 의 일을 한다. 하지만 크랭크 배치가 어긋나 있으므로 여러 위상을 가지게 된다. 따라서 각 실린더가 행하는 일의 벡터합을 취해야 한다. 각 실린더의 토크 곡선은 동일하고 고조파 크기도 동일하나 위상이 다르다. 한편 각 실린더의 진동 진폭은 같은 위상이다. [그림 13]



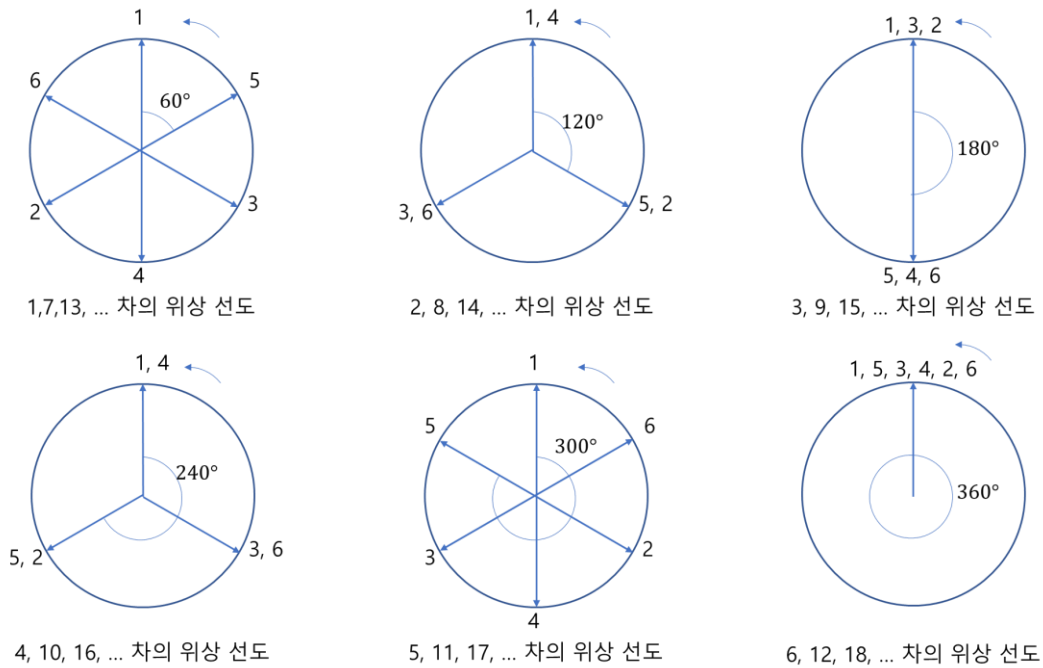
[그림 13] 기진력과 진동 변위의 위상

즉 실린더 기관의 일의 벡터합은

$$\begin{aligned} & \pi A_1 a_1 \sin \varphi_1 + \pi A_2 a_2 \sin \varphi_2 + \pi A_3 a_3 \sin \varphi_3 + \dots \\ & = \pi A_1 (a_1 \sin \varphi_1 + a_2 \sin \varphi_2 + a_3 \sin \varphi_3 + \dots) \end{aligned} \quad (23)$$

여기서 $A_1=A_2=A_3= n$ 차 고조파 토크 진폭

고조파 토크와 각 변위 벡터를 바꾸어 놓아도 일량에는 변함이 없으므로 계산을 용이하게 하기 위해 이를 이용한다. 즉 일의 총합계는 $\pi A_n \sum \bar{a}_n \sin \varphi$ 가 된다. 여기서 $\sum \bar{a}_n$ 는 $\bar{a}_1 + \bar{a}_2 + \bar{a}_3 + \dots$ 이다. \bar{a}_n 을 구하기 위해 각 실린더의 위상선도를 확인해야 한다. 2행정 6기통 기관인 경우 [그림 14]와 같은 위상선도를 가진다. 이 때 착화 순서는 1-5-3-4-2-6 으로 가정한다.



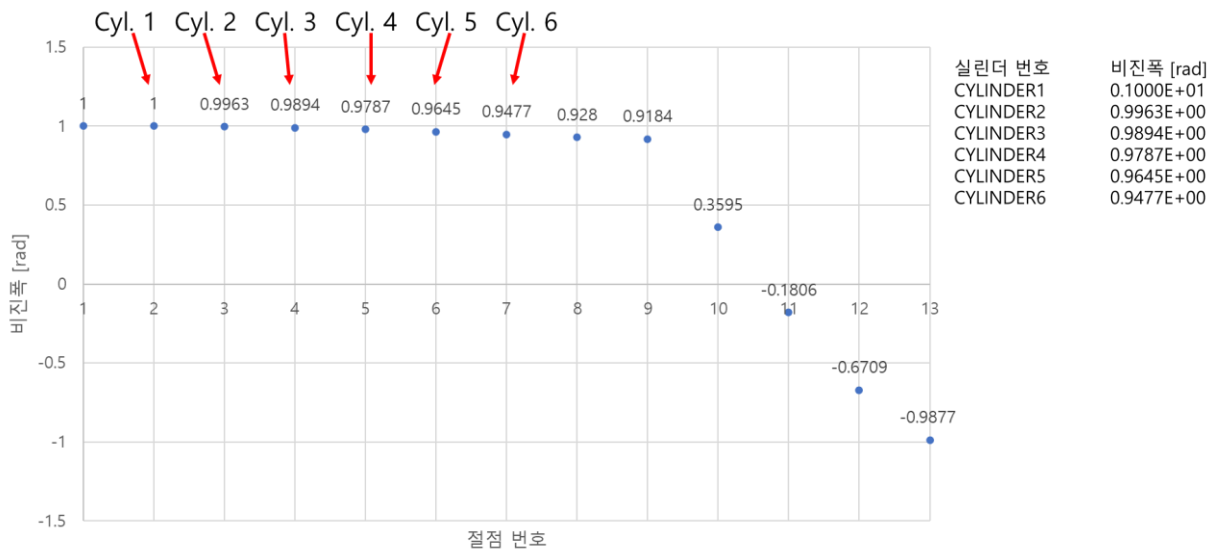
[그림 14] 2행정 6기통 기관의 여러가지 진동의 위상선도

만약 1절 비진폭 곡선이 [그림 15]와 같이 주어질 경우 1차 성분은 다음과 같이 계산이 된다.

$$y \text{ 축 성분: } 1.0000 \sin 90^\circ + 0.9963 \sin 210^\circ + 0.9894 \sin 330^\circ + 0.9787 \sin 270^\circ + 0.9645 \sin 30^\circ + 0.9477 \sin 150^\circ = -0.0155$$

$$x \text{ 축 성분: } 0.9645 \cos 30^\circ + 0.9894 \cos 30^\circ - 0.9963 \cos 30^\circ - 0.9477 \cos 30^\circ = 0.0086$$

$$\text{따라서 } a_1 = \sqrt{(-0.0155)^2 + (0.0086)^2} = 0.0177, \tan^{-1}\left(\frac{-0.0155}{0.0086}\right) = -60.97^\circ$$



[그림 15] 비진폭 곡선 예시

마찬가지 방법으로 6차까지 벡터합성의 결과는 다음의 표와 같다.

	1차	2차	3차	4차	5차	6차
φ	-151.0	-34.7	0.0	34.7	151.0	0.0
a	0.02	0.04	0.10	0.04	0.02	5.9

여기서 φ 와 a 의 단위는 각각 degree 와 radian이다.

2. 2. 1. 5 감쇠

추진 축계에 작용하는 감쇠 종류에 따라 다음과 같이 구분할 수 있다.

- 1) 베어링 및 구동부의 마찰에 의한 저항
- 2) 재료의 히스테리시스 손실
- 3) 진동 또는 소음으로 분산되는 에너지
- 4) 공기 저항
- 5) 프로펠러의 감쇠

이를 비틀림 진동 해석에 사용할 때 두 가지 형태로 감쇠를 고려하게 된다.

- 1) 상대 감쇠 (Relative damping)
- 2) 절대 감쇠 (Absolute damping)

상대 감쇠는 축계시스템, 커플링, 댐퍼 등의 재료 내부의 진동 에너지 소실과 관련된 항목으로 재료 간의 상대 마찰도 포함한다. 절대 감쇠는 프로펠러가 수중에서 회전할 때 발생하는 감쇠와 같이 동적 상호작용에 의해 발생한다. 비틀림 진동의 감쇠 모델은 선형 점성 감쇠의 형태로 고려하게 되며 다음과 같은 변환표를 사용하여 용이하게 변환할 수 있다.

	c	κ	ψ	Q	ε	M
c	1	$\frac{\kappa K}{\omega}$	$\frac{\psi K}{2\pi\omega}$	$\frac{K}{\omega} \sqrt{\frac{1}{Q^2-1}}$	$\frac{2\varepsilon K}{\omega}$	$\frac{K}{M\omega}$
κ	$\frac{c\omega}{K}$	1	$\frac{\psi}{2\pi}$	$\sqrt{\frac{1}{Q^2-1}}$	2ε	$\frac{1}{M}$
ψ	$\frac{2\pi c\omega}{K}$	$2\pi\kappa$	1	$\frac{2\pi}{\sqrt{Q^2-1}}$	$4\pi\varepsilon$	$\frac{2\pi}{M}$
Q	$\frac{\sqrt{K^2+c^2\omega^2}}{c\omega}$	$\frac{\sqrt{1+\kappa^2}}{\kappa}$	$\frac{\sqrt{4\pi^2+\psi^2}}{\psi}$	1	$\frac{\sqrt{1+4\varepsilon^2}}{2\varepsilon}$	$M\sqrt{1+\frac{1}{M}}$
ε	$\frac{c\omega}{2K}$	$\frac{\kappa}{2}$	$\frac{\psi}{4\pi}$	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{Q^2-1}}$	1	$\frac{1}{2M}$
M	$\frac{K}{c\omega}$	$\frac{1}{\kappa}$	$\frac{2\pi}{\psi}$	$\sqrt{Q^2-1}$	$\frac{1}{2\varepsilon}$	1

c: linear viscous damping [Nms/rad]

κ : undimensioned damping factor

ψ : ratio of damping energy

Q: vibration magnifier

ε : percent of critical damping [%]

M: dynamic magnifier

ω : phase velocity of vibration [rad/s]

K: Stiffness [Nm/rad]

[그림 16] 감쇠 변환 표

여러 감쇠 종류 중 프로펠러의 감쇠가 가장 영향이 크며 프로펠러가 추력을 내기 위해 회전할 때 해수에 의한 저항으로 감쇠가 되며, 다양한 연구를 통한 프로펠러 감쇠 추정 방법이 제시되었다.

Frahm 은 식 (24)와 같은 프로펠러 감쇠 계수 D_F 를 제시하였는데 보통 2.9~3.7 정도의 값을 가진다.

$$b_{AP} = D_F \cdot \frac{30}{\pi} \cdot \frac{T_P}{n_p} = D_F \cdot \left(\frac{30}{\pi}\right)^3 \cdot \frac{P_0}{n_{p0}^3} \cdot \omega_p \quad [\text{kNms/rad}] \quad (24)$$

Archer는 Wageningen B-propeller series의 수중 특성을 실험하면서 식 (25)와 같은 Archer damping factor D_A 를 제안하였는데 보통 25~35 정도의 값을 가진다. 이는 Frahm의 식과 유사하다 [3].

$$b_{AP} = D_A \cdot \frac{T_P}{n_p} = D_A \cdot \left(\frac{30}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{P_0}{n_{p0}^3} \cdot \omega_p \quad [\text{kNms/rad}] \quad (25)$$

식 (24), (25)에서,

b_{AP} : Frahm propeller damping, absolute [kNms/rad]

P_0 : Specific engine power rating (SMCR) [kW]

n_0 : Engine speed at SMCR [r/min]

n_{p0} : Propeller speed at SMCR [r/min]

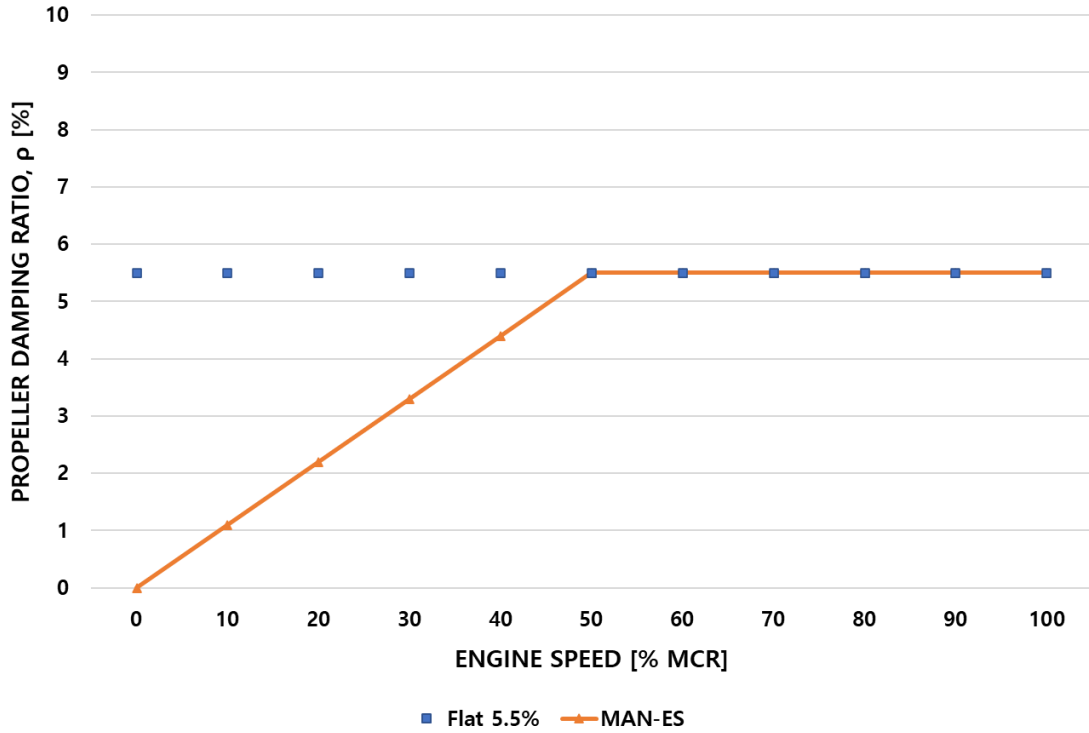
ω_p : Propeller angular velocity, $\frac{\pi \cdot n_p}{30}$ [rad/s]

n_p : propeller speed [r/min]

T_0 : Engine torque, $\frac{30}{\pi} \cdot \frac{P_0}{n_0}$ [kNm]

T_p : Propeller torque curve, $T_0 \left(\frac{n_p}{n_{p0}}\right)^2$ [kNm]

선박용 2행정 엔진 메이커인 스위스 WinGD의 경우 Archer 식을 사용하고 있으며 MAN-ES는 위험속도에 따른 감쇠비를 제안한다. 본 논문에서는 덴마크 엔진 메이커인 MAN-ES 엔진이 적용된 축계시스템을 이용하며 따라서 프로펠러 감쇠는 위험속도에 따른 감쇠비를 사용한다. 다음 [그림 17] 및 식 (26)는 MAN-ES 표준 프로펠러 감쇠비를, 식 (27)는 감쇠 C를 보여준다.



[그림 17] MAN-ES 표준 프로펠러 감쇠비

$$\rho = 5.5 \cdot \frac{\text{main critical speed [r/min]}}{50\% \text{ of MCR speed [r/min]}}, \text{ MAX}(\rho) = 5.5 \text{ [%]} \quad (26)$$

$$C = 2 \cdot J \cdot \omega \cdot \rho = 2 \cdot J \cdot \frac{\pi \cdot n_{rev} \cdot Z}{30} \cdot \rho \text{ [Nms/rad]} \quad (27)$$

여기서

J : Inertia at mass point [kgm^2]

ω : Angular frequency [s^{-1}]

ρ : Fraction of critical damping [-]

z : Order under consideration

n_{rev} : Engine speed [r/min]

여러 연구 결과에도 불구하고 프로펠러 감쇠는 비틀림 진동을 해석할 때 필요한 주요 인자 중 가장 모호한 요소이다. 해석의 정도를 높이기 위해 MAN-ES 에서는 2012년 식 (26)와 같은 프로펠러 감쇠 수식을 개정하기도 하였다[4]. 이러한 모호성 때문에 비틀림 진동 해석 시 허용치 기준 안전율은 최소 15% 이상을 가지도록 하고 있다.

2. 2. 1. 6 비틀림 진동 방정식

비틀림 진동은 다자유도 강제 감쇠 진동으로 간주할 수 있으므로 다음의 식으로 표현 가능하다.

$$[M] \{\ddot{\theta}\} + [C] \{\dot{\theta}\} + [K] \{\theta\} = \{f_{(t)}\} \quad (28)$$

여기서,

$[M]$: 질량 관성모멘트 매트릭스

$[C]$: 감쇠 매트릭스

$[K]$: 비틀림 강성 매트릭스

$\{f_{(t)}\}$: 기진력 벡터

$\{\theta\}$: 각 변위의 2차 도함수 벡터

$\{\dot{\theta}\}$: 각 변위의 1차 도함수 벡터

$\{\theta\}$: 각 변위 벡터

위의 질량 관성모멘트 매트릭스, 감쇠 매트릭스 및 비틀림 강성 매트릭스는 n자유도의 경우 $n \times n$ 의 정방 매트릭스 (square matrix)로 되며 기진력 벡터는 Fourier 급수로 표시할 수 있는 임의의 기진력 벡터이다. 관성 모멘트 매트릭스 $[M]$ 과 비틀림 강성 매트릭스 $[K]$ 는 다음과 같이 대각 매트릭스 (diagonal matrix)가 되며, 대각선상에서만 값을 갖는다.

$$\begin{aligned}
 [M] &= \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & m_n \end{bmatrix}, \\
 [K] &= \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ -k_1 & (k_1 + k_2) & -k_2 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & -k_2 & (k_2 + k_3) & -k_3 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & -k_n \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad (29)
 \end{aligned}$$

감쇠 매트릭스는 다음과 같이 구성되며 여기서 c_{e1} 는 기관감쇠, c_{h1} 는 히스테리시스 감쇠, c_p 는 프로펠러 감쇠이며 기관감쇠는 기관부분에, 히스테리시스 감쇠는 모든 절점 간에, 프로펠러 감쇠는 프로펠러에 적용한다. 식 (30)은 대칭 매트릭스 (Symmetric matrix)이다.

$$\begin{bmatrix} (c_{e1} + c_{h1}) & -c_{h1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & (c_{e2} + c_{h1} + c_{h2}) & -c_{h2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & -c_{hn} \\ 0 & \dots & \dots & \dots & -c_{hn} & (c_{hn} + c_p) \end{bmatrix} \quad (30)$$

기진토크 벡터 (exciting torque vector) $\{f_{(t)}\}$ 는 $f_i \cos(\omega t + \alpha_i)$ 를 요소로 하는 열벡터이며, 여기서 $f_{(i)}$ 는 기진력 하모닉스에 의하여 계산하고 ω 는 기관의 회전 각속도 (rad/s)에 진동의 차수를 곱한 것으로서 공진 위험 속도에서 고유 각진동수와 일치하여 공진 상태로 된다. 또한 α_i 는 기준 실린더에 대한 위상차 β_i 와 각 차수의 기진력 하모닉스간의 위상차 γ_i 의 합으로써 $\alpha_i = \beta_i + \gamma_i$ 이다. 따라서 α_i 는 착화 순서에 따른 크랭크간 위상차에 차수를 곱한 β_i 와 기진력 하모닉스간의 위상차를 합한 것이다. 기진토크는 각 실린더에 해당하는 절점에만 작용한다. 식 (28) 의 풀이를 통해 감쇠 강제 진동의 고유진동수와 응답을 구할 수 있다. 하지만 고유진동수는 시스템의 특성을 보는 관점에서 자유 진동 조건을 고려한다.

2. 2. 1. 7 비감쇠 자유 진동의 고유진동수 해석 방법

일반적으로 비틀림 진동 고유진동수를 구할 때 외력과 감쇠가 없는 비감쇠 자유진동의 상황을 고려한다. 비감쇠 조건의 이유는 해석 과정이 단순해지고 감쇠를 고려한 결과와 차이가 크지 않기 때문이다. 비틀림 진동에서 자유 진동의 고유진동수 해석 방법은 다양하나 실용적인 측면에서 크게 두 가지로 나눌 수 있다. 하나는 Holzer 방법으로, Holzer는 관성토크와 잔류토크를 이용하여 간단한 표를 작성하면서 고유진동수 계산을 할 수 있는 방법을 제시했다. 다른 하나는 모드해석법으로 특성방정식을 이용하여 고유진동수와 모드를 구한다. 모드법은 식 (28) 에서 감쇠 없이 $\theta = \theta \sin \omega t$ 라 가정하면,

$$-\omega^2 [M] \{\theta\} + [K] \{\theta\} = 0 \quad (31)$$

이 된다. 식 (31)에서 θ 가 0 이 아닌 해를 가지기 위해서는 $-\omega^2[M] + [K]$ 이 0 이 되어야 한다.

$$\begin{bmatrix} k_{11} - \omega^2 m_{11} & k_{12} - \omega^2 m_{12} & \dots & k_{1n} - \omega^2 m_{1n} \\ k_{21} - \omega^2 m_{21} & k_{22} - \omega^2 m_{22} & \dots & k_{2n} - \omega^2 m_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k_{n1} - \omega^2 m_{n1} & k_{n2} - \omega^2 m_{n2} & \dots & k_{nn} - \omega^2 m_{nn} \end{bmatrix} = 0 \quad (32)$$

위 식은 n 차의 방정식이며, 해를 구하면 n 개의 고유진동수가 결정된다.

고유진동수를 구하기 위해 식 (31)을 정리하면 $[K]\{\theta\} = \omega^2[M]\{\theta\}$ 가 되고 양변 왼쪽에 $[M]^{-1}$ 을 곱하고 ω^2 를 λ 로 두면,

$$[A]\{\theta\} = \lambda\{\theta\} \quad (33)$$

$$([A] - \lambda[I])\{\theta\} = 0 \quad (34)$$

가 된다. 여기서 $[I]$ 는 단위행렬, $[A]$ 는 $[M]^{-1}[K]$ 이며 결국 고유치를 구하는 문제가 되며 특성 방정식은 식 (35)과 같이 표현된다. 이 특성 방정식을 풀면 모드 별 고유진동수를 구할 수 있다.

$$\det([A] - \lambda[I]) = 0 \quad (35)$$

2. 2. 2 머신러닝

2. 2. 2. 1 머신러닝의 역사

머신러닝 또는 기계학습은 인공지능의 한 분야로 간주되며 성능을 개선하거나 정확하게 예측하기 위해 경험을 이용하는 계산학 방법들 [5] 이며 보통 컴퓨터 알고리즘으로 표현된다. 머신러닝의 태동은 1949년 Hebb이 Hebbian Learning Theory를 발표하는 것으로 시작되었다. 1950년대부터 Bayes 정리를 기초로 확률 기반의 분류기가 연구되었다. Bayes 정리는 두 확률 변수의 사전 확률과 사후 확률 사이의 관계를 나타내는 것으로 사전 확률을 기반으로 사후 확률을 예측할 수 있다[6].

$$\Pr(A|B) = \frac{\Pr(B|A)\Pr(A)}{\Pr(B)} \quad (36)$$

식 (36)은 Bayes 정리이며 여기에서,

$\Pr(A)$: A의 사전 확률. 사건 B에 대한 정보를 알지 못함

$\Pr(A|B)$: B의 값이 주어진 경우에 대한 A의 사후 확률

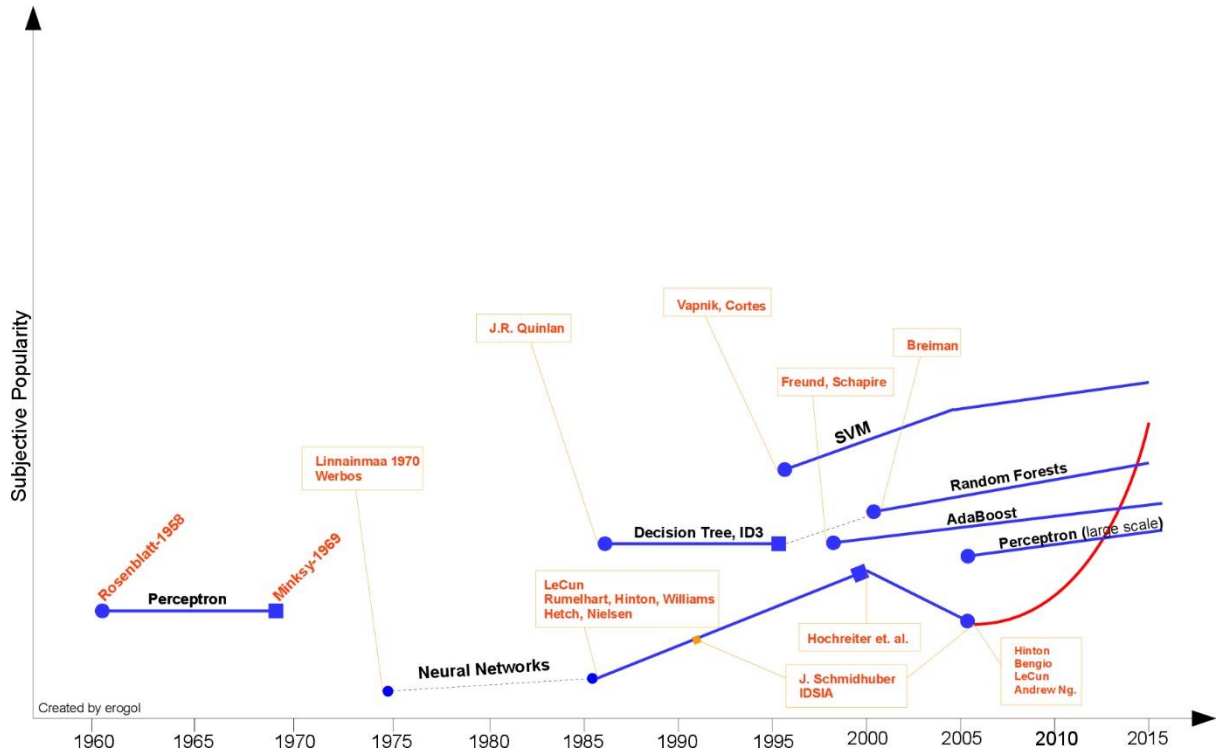
$\Pr(B|A)$: A가 주어졌을 때 B의 조건부 확률

$\Pr(B)$: B의 사전 확률. 정규화 상수의 역할

A는 불확실성을 계산해야 하는 대상이며, B는 관측하여 값을 알아낼 수 있는 대상으로 생각한다면, A의 확률은 B가 관측된 후 $P(A)$ 에서 $P(A|B)$ 로 변화하며, Bayes 정리는 이 때의 변화를 계산하는 방법을 제공한다.

한편 1957년 Frank Rosenblatt는 Perceptron이라는 개념을 발표하였고 1990년대에 이르러 많은 연구 결과가 발표되었다. 1995년 Vapnik와 Cortes가 SVM(Support Vector Machine)을 Leo Breiman은 1997년 Gradient Boosting이란 개념을 제안하였고 1995년 Tin Kam Ho가 일반적인 방법의 Random Decision Forests라는 개념을 최초로 발표하였다. 2000년 대에는 Random Forest라는 알고리즘이 발표되었고 2010년 이후 deep learning 알고리즘이 개발되어 현재 사회 여러 곳에서 사용을 하고 있다[7].

특히 알파고가 공개된 이후에는 머신러닝이 사람을 대신하여 직업을 대체하거나 오히려 사람을 지배할 지도 모른다는 우려도 있었으나 다소 과장된 면이 있다. 현재 딥러닝이 머신러닝의 주류를 이루고 있다.

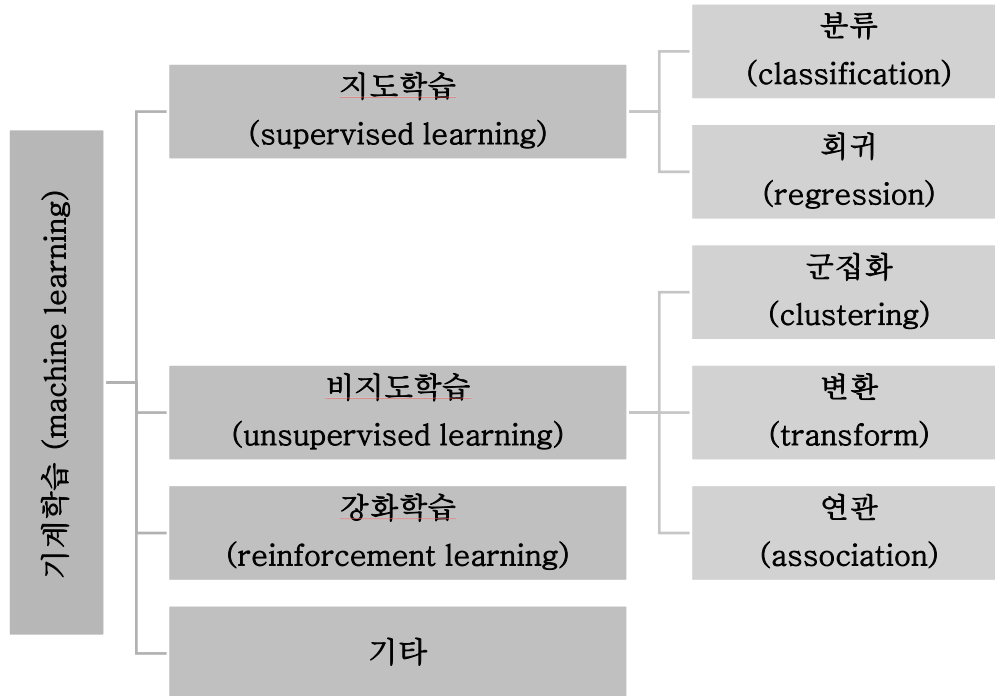


출처: <https://erogol.com/brief-history-machine-learning/>

[그림 18] 머신러닝의 알고리즘 역사

2. 2. 2. 2 머신러닝의 분류와 특징

머신러닝은 특징에 따라 [그림 19]와 같이 분류할 수 있다.



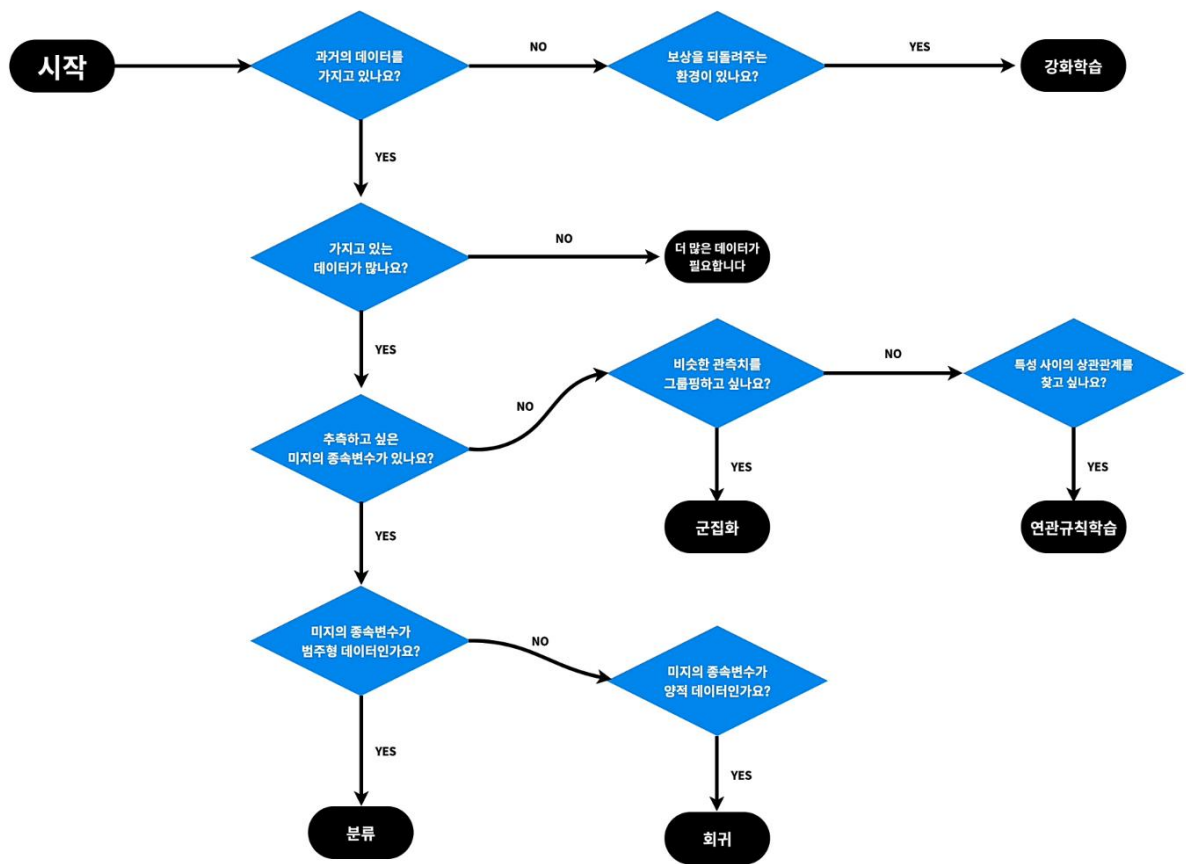
[그림 19] 머신러닝의 분류

지도학습은 정답이 있는 문제를 해결할 때 사용하며, 기존의 자료를 학습시켜 모델을 만들고 새로운 상황에서 어떠한 결과를 예측하는 것이 목적이다. 원인과 결과가 명확해야 하며 독립변수는 원인, 종속변수는 결과로 나타나는 변수이다. 지도학습은 분류와 회귀로 좀 더 상세히 구분할 수 있으며 종속변수가 숫자로 표현될 때 회귀를 사용하고 종속변수가 숫자로 표현될 수 없는 형식 (예, 이름 등)일 때 분류를 이용한다.

비지도학습은 지도학습에 포함되지 않는 방법으로 데이터들의 성격을 파악하는 것이 목적이다. 즉 독립변수와 종속변수의 구분이 중요치 않으며 군집화, 변환, 연관으로 세분화된다. 군집화의 경우 대상들을 구분하여 그룹으로 만드는 것이며 군집화로 정리된 대상들을 분류를 통해 어느 그룹에 속하는지 판단할 수 있다. 변환은 데이터를 사람이나 알고리즘이 원래의 데이터보다 쉽게 해석할 수 있도록 만드는 것이며, 연관은 서로 연관된 특징을 찾아내는 것이다. 쇼핑 아이템 추천, 음악 추천, 검색어 추천 등이 연관규칙학습을 사용한 결과이다.

지도학습이 배움을 통해 학습하는 반면, 강화학습은 경험을 통해 학습을 한다. 강화학습은 더 많은 보상을 받을 수 있는 행동이나 결정을 할 수 있도록 정책을 만드는 것으로 사람이 게임을 반복 경험하면서 상벌에 따라 미션을 수행하고 그 결과 실력자가 되는 것과 동일한 과정이다.

본 논문에서는 독립변수와 종속변수가 구분되며 예측하려는 데이터가 숫자형 이므로 지도학습의 회귀 방법을 사용한다. [그림 20]은 어떤 방법이 적절한지를 추천해주는 머신러닝 지도이다.



자료 출처 : Machine learning 1, <https://opentutorials.org>

[그림 20] 머신러닝 지도

2. 2. 2. 3 회귀분석

회귀분석이란 통계학에서 사용하는 분석 방법의 하나로 관측된 데이터를 기반으로 변수간 적합도를 측정하는 방법이다. 회귀분석에는 단순회귀, 다중회귀, 로지스틱회귀와 같은 다양한 방법이 소개되어 있다. 단순회귀 중 단순선형회귀는 가장 간단한 방법 중 하나로 독립변수와 종속변수가 각각 하나인 경우에 적용 가능하며 두 변수를 선형관계로 가정한다.

$$H = Wx + b \quad (37)$$

통계학에서는 어떤 변수와 다른 변수 간의 관계에 대한 주장을 가설(hypothesis)이라고 한다. 식 (37)의 H는 선형 회귀 모델이며 hypothesis를 의미한다. W는 독립변수 x에 곱해지는 계수(coefficient)며 기울기를 나타낸다. 머신러닝에서는 이 계수를 가중치(weight)라고 한다. 편향 b(bias)는 절편을 의미한다. 만약 독립변수가 두 개 이상인 경우에는 (38)과 같은 다중선형회귀로 표현할 수 있다.

$$H = \omega_1 W_1 + \omega_2 W_2 + \omega_3 W_3 + \dots + \omega_n W_n + b \quad (38)$$

관측된 데이터를 이용하여 회귀식의 W(weight)와 b(bias)를 결정하게 되며 이를 예측하는 손실함수를 사용하여 회귀계수를 구한다. 손실함수는 실제값과 예측값의 차이를 표현하는 지표이며, 보통은 값이 작을수록 예측 모델의 정확도가 높음을 의미한다. 해결하려는 문제에 따라 다양한 손실함수를 사용할 수 있으며 대표적으로, 평균 제곱 오차 손실 (Mean Squared Error, MSE), 평균 절대 오차 (Mean Absolute Error, MAE), R제곱 (R-Squared, 결정계수) 등이 있으며 각각의 정의는 다음과 같다.

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (39)$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (|y_i - \hat{y}_i|) \quad (40)$$

$$R^2 = 1 - \frac{\text{SSE}}{\text{SST}} \quad (41)$$

여기서,

$$\text{SSE} (\text{오차}) = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$\text{SST} (\text{편차}) = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

X에 대한 정보가 없을 때

\bar{y} : y의 평균

$y - \bar{y}$: 추정 에러

$\sum (y - \bar{y})^2$: Total Sums of Squares (SST)

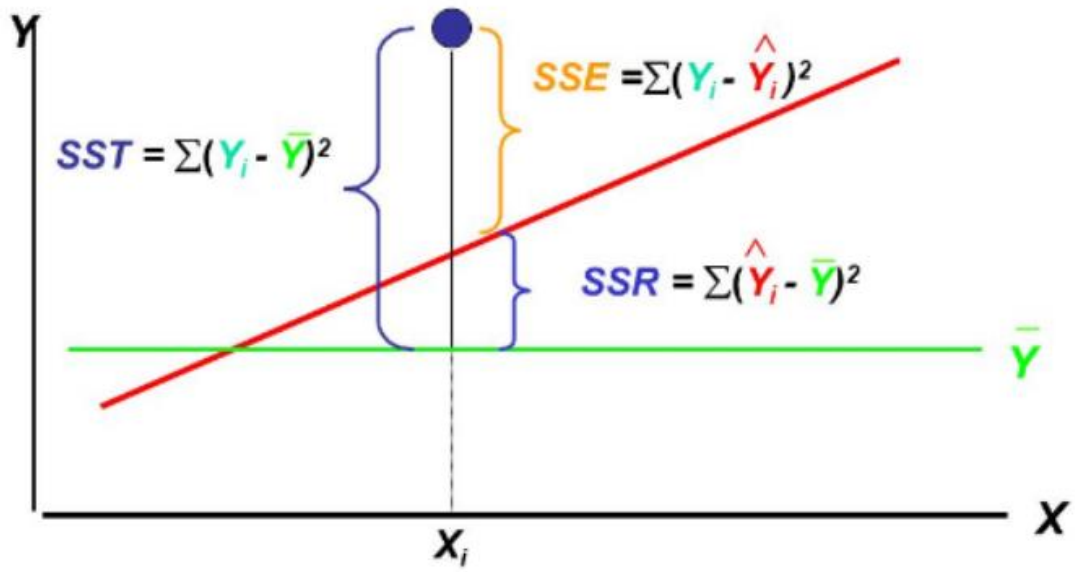
x에 대한 정보가 있을 때

\hat{y} : 회귀식 (예 $\hat{y} = a + bx$)에 의한 예측 값

$y - \hat{y}$: 추정 에러

$\sum (y - \hat{y})^2$: Explained Sum of Squares (SSE)

다음은 R제곱을 도식적으로 나타낸 것이다.



자료 출처 <https://hyen4110.tistory.com/39?category=934053>

[그림 21] R제곱의 설명

앞서 언급한 손실함수의 값에 따른 특징은 다음과 같다.

<표 5> 손실함수의 의미

손실 함수	의미
MSE, MAE	0 에 가까울수록 좋은 성능
R 제곱	1 에 가까울수록 좋은 성능

2. 2. 2. 4 최소제곱법과 다변량 다항 회귀

최소제곱법 (최소자승법, Least Square Method)는 근사적으로 구하려는 해와 실제 해의 오차의 제곱이 최소가 되는 해를 구하는 방법이다. 즉 식 (41)의 SSE 를 최소화 하는 것이다.

예를 들어 $y = ax + b$ 형태의 1차 회귀식이 있을 때, 다음의 방법으로 a와 b를 추정할 수 있다. 이 때 <표 6>을 이용하여 다음의 순서를 따르면 된다.

<표 6> 독립변수가 하나일 때의 최소제곱법 계산표

데이터 번호	x	y	xy	x^2
1				
2				
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n-1				
n				
-	$\sum x$	$\sum y$	$\sum xy$	$\sum x^2$
-	$a = \frac{n \sum(xy) - \sum y \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$			
-	$b = \frac{\sum y - m \sum x}{n}$			

순서 1: <표 6>을 기입

순서 2: 다음의 식을 이용하여 회귀식의 기울기 a 구하기

$$a = \frac{n \sum(xy) - \sum y \sum x}{n \sum x^2 - (\sum x)^2} \quad (42)$$

순서 3: 다음의 식을 이용하여 회귀식의 y 절편 b 구하기

$$b = \frac{\sum y - m \sum x}{n} \quad (43)$$

또는 행렬을 이용하여 a와 b를 추정할 수 있다. n 개의 x 와 y 의 데이터가 있을 때, 앞선 1차 선형 회귀 모델은

$$ax_1 + b = y_1$$

$$ax_2 + b = y_2$$

$$\vdots$$

$$ax_n + b = y_n$$

와 같고 행렬식으로 표현하면 식 (44)가 된다.

$$\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad (44)$$

$AX = B$ 형태의 해를 구하기 위해 의사역행렬 (pseudo inverse, 무어-펜로즈 역행렬)을 이용하는데 $X = (A^T A)^{-1} A^T B$ 가 되며 이렇게 구한 X 는 잔차의 합을 최소로

만든다. 여기서 의사역행렬 A^+ 는 $(A^T A)^{-1} A^T$ 이며 다음과 같은 성질을 가진다.

1. $AA^+A = A$
2. $A^+AA^+ = A^+$
3. $(AA^+)^T = AA^+$
4. $(A^+A)^T = A^+A$
5. $(A^+)^T = (A^T)^+$
6. $A^{++} = A$

한편, 변수가 여러 개로 구성되는 경우에는 <표 5>와 같은 방법으로 최소 제곱 모델의 계수를 구하기가 어렵다. 또한 회귀 모델 변수 간의 상호 영향이 있다는 가정하에 비선형 모델을 구성할 수 있다. 다변량 다항회귀 (Multivariate Polynomial Regression, 이하 MPR)는 이러한 모델을 말하며 3차 이상의 고차에도 적용 가능하다. 특히 MPR 에는 변수 상호 간의 영향을 고려하는 항이 추가가 된다. 예를 들어, 변수가 2개인 2차 다항식 모델을 회귀식으로 가정한다면 행렬식 (45)와 같은 형태가 된다.

$$\begin{aligned}
 a + bx_1 + cy_1 + dx_1y_1 + ex_1^2 + fy_1^2 + gx_1^2y_1^2 &= z_1 \\
 a + bx_2 + cy_2 + dx_2y_2 + ex_2^2 + fy_2^2 + gx_2^2y_2^2 &= z_2 \\
 &\vdots \\
 a + bx_n + cy_n + dx_ny_n + ex_n^2 + fy_n^2 + gx_n^2y_n^2 &= z_n
 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 & x_1^2 & y_1^2 & x_1^2y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 & x_2^2 & y_2^2 & x_2^2y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_ny_n & x_n^2 & y_n^2 & x_n^2y_n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} \quad (45)$$

상기 식을 의사역행렬을 이용하여 풀면 회귀식의 계수를 구할 수 있다.

변수와 최고차수의 양이 증가할수록 계산양도 늘게 되므로 과소적합 과대적합 등의 다양한 요소를 고려하여 변수의 양과 최고차수의 선정이 필요하다.

본 논문에서는 Ahmet Cecen 이 제안한 MPR 모델을 이용하였다 [8] [9] [10].

3. 연구 조건 및 자료

3.1. 주요 제원

머신러닝을 위해 일련의 훈련 자료를 엔진 제작사, 엔진 타입별, 출력 등의 여러 인자들로 구성하였다. 이는 비틀림 진동 해석을 위해 조선소, 엔진 제작사 등을 통해 입수하는 정보이다. 본 논문에서는 덴마크 엔진 메이커인 MAN-ES 엔진을 다루며 엔진 타입은 6G50ME-C, 7G50ME-C, 6G60ME-C, 7G60ME-C, 6G70ME-C 및 7G80ME-C를 선정하였다. 위의 엔진 타입은 대부분의 프로젝트에 사용되는 것으로 중복이 되지 않도록 자료를 선정하였다. 훈련 자료는 가상의 축계시스템이 적용되는 것으로 가정하였으며 총 130 개로 준비하였다. 130개의 자료는 앞서 언급한 인자들을 포함한 총 71개의 개별 인자들로 구성되었다 [부록1].

3.2. 머신러닝 훈련 자료

수십 개의 인자를 머신러닝의 훈련 자료로 사용하는 것은 최소한의 인자로 효율적인 해석 결과를 추정하는 데에 유용하지 않다. 따라서 개별 인자 별로 상호 연관성이 있는 것들은 최대한 배제하여 훈련 자료용 인자들을 정리하였다. 이러한 전처리 과정을 통해 종속변수를 추정하는데 필요한 최소 독립변수의 수를 확정하였다. <표 7>은 전처리 된 10개의 인자를 보여준다.

<표 7> 머신러닝 훈련 자료 - 10개의 인자

SMCR	Power [kW]
	Speed [rpm]
Harmonic	MIP [Bar]
	LTVF
Damping	Propeller [%]
	Damper [Nms/rad]
Total [Eng.~Prop.]	MOI [kgm ²]
	Stiffness [MNm/rad]
N.F.	1ST [Hz]
Int. Shaft	Stress [MPa]

각 인자의 정의는 다음과 같다.

- 1) Power [kW]: 엔진의 정격 최대 출력
- 2) Speed [rpm]: 정격 최대 출력의 엔진 속도
- 3) MIP [Bar]: Mean Indicated Pressure의 약자로 실린더 내부의 평균 압력을 의미함. 실린더 압력은 크랭크각도별로 다르므로 이를 평균값으로 취하면 엔진 성능과 관계된 지표로써 의미를 가짐. 엔진의 출력과 실린더 부피와 관계가 있으며 MIP 가 높으면 비틀림 진동의 기진력도 커짐.
- 4) LTVF: LowTV Function의 약자로 축계시스템의 위험속도 및 연속사용금지범위에서 엔진의 기진력을 낮추도록 MIP를 감소시킴. 예를 들어 연료 분사 시점을 늦추면 최대 압력이 떨어져 기진력이 감소되는 효과를 봄. 본 지표를 머신러닝에 학습을 시킬 때 적용과 미적용에 따라 임의의 숫자로 치환하였음.
- 5) Propeller [%]: 프로펠러 감쇠
- 6) Damper [Nms/rad]: 비틀림 진동 댐퍼가 적용된 경우 댐퍼의 감쇠
- 7) MOI [kgm²]: 관성모멘트 (moment of inertia), 여기서는 축계시스템 전체의 관성모멘트 합
- 8) Stiffness [MNm/rad]: 비틀림 강성. 여기서는 축계시스템 전체의 비틀림 강성
- 9) 1ST [Hz]: 1절 비틀림 고유진동수. 대부분의 진동 최대 응답이 1절 비틀림 모드에서 발현됨. 8기통 이상의 엔진을 제외하면 비틀림 진동 방진 사양도 대부분 1절 비틀림 진동을 저감하기 위함
- 10) Stress [MPa]: 1절 비틀림 진동의 최대 응답. 축계시스템의 내구성을 평가하기 위해 응력의 형태로 결과를 보며, 최대 응답이 발현되는 엔진 속도 기준으로 연속사용금지범위가 결정됨

머신러닝에 사용한 가상의 프로젝트는 [부록2] 에 수록하였다.

3. 3. 독립변수와 종속변수

머신러닝을 통해 최종 결과물로 도출해야 하는 것이 1절 비틀림 고유진동수와 1절 비틀림 모드의 최대 응답이다. 따라서 종속 변수는 고유진동수 및 최대 응답이다. 고유진동수는 재료의 특성인 관성모멘트와 비틀림 강성과 연관되므로 이 두 가지를 독립변수로 정의하였다. 최대 응답의 경우, 기진력, 감쇠와 관련된 Power, Speed, MIP, LTVF, Propeller damping, Damper damping을 독립변수로 정의하며, 최대 응답은 고유진동수와도 연관성이 있으므로 MOI와 stiffness도 독립변수에 포함하였다.

<표 8> 인자 별 변수 분류

인자 \ 추정 대상	고유진동수	최대 응답
Power [kW]	해당 없음	독립변수
Speed [rpm]	해당 없음	독립변수
MIP [Bar]	해당 없음	독립변수
LTVF	해당 없음	독립변수
Propeller [%]	해당 없음	독립변수
Damper [Nms/rad]	해당 없음	독립변수
MOI [kgm ²]	독립변수	독립변수
Stiffness [MNm/rad]	독립변수	독립변수

4. 연구 결과 및 고찰

2. 2. 2. 4 에서 살펴본 MPR을 사용하여 다항식의 최고 차수를 변경하며 결과를 확인하였다. 각각의 최고 차수 별 예측 값을 얻고, 회귀 모델을 구성하였다. 그리고 회귀 모델의 적합성을 확인하기 위해 R제곱 및 평균 절대 오차 (MAE)를 확인하였다.

이 과정에서 R제곱이 경우에 따라 최고 차수에 따라 음수가 나오는 경우를 확인할 수 있었다. 이는 식 (41)에서 나타낸 것 처럼 편차보다 오차가 더 큰 상황이 된다.

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$$

$$SSE (\text{오차}) = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SST (\text{편차}) = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

즉 평균 값으로 평가된 편차가 예측된 모델로 얻은 오차보다 작은 것으로 예측 성능이 비정상적인 경우를 의미한다. 이는 R제곱의 단점으로 주어진 데이터가 매우 단순하거나 데이터 자체에 문제가 있는 경우에 발생한다. 예측 모델과 실제의 오차가 충분히 작을 때에는 모델 성능이 좋은 나쁜 편차와 유사한 지표가 측정될 수 있는데, 이때에는 편차가 매우 작아지고, 오차도 동시에 매우 작아지게 된다..

4. 1. 고유진동수

고유진동수를 추정할 수 있는 회귀식은 최고 차수를 변경하며 4차식 까지 확인해 보았다. 그 회귀식에 따른 예측된 고유진동수의 R제곱 및 평균 절대 오차 결과는 다음의 <표 9>와 같고 상세한 결과는 [부록3] 에 정리하였다.

<표 9> 회귀식에 의한 R제곱 및 평균 절대 오차 결과

손실함수	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
R 제곱	0.61	0.87	-1.33	-13.24
MAE	0.06	0.03	0.17	0.43

상기 손실함수 값 기준 다항식의 최고차항이 2차인 회귀식이 고유진동수를 예측하는데 가장 높은 정확도를 가지는 것으로 확인되며 이 회귀식은 (46)과 같이 표현된다.

$$0.015622 * X_2 - 4.3873E - 06 * X_1 - 6.8929E - 08 * x1 * x2 + 4.4295 * 1 + 3.5307E - 12 * X_1^2 + 0.00054336 * X_2^2 \quad (46)$$

여기서 X_1 은 MOI, X_2 는 Stiffness 이다.

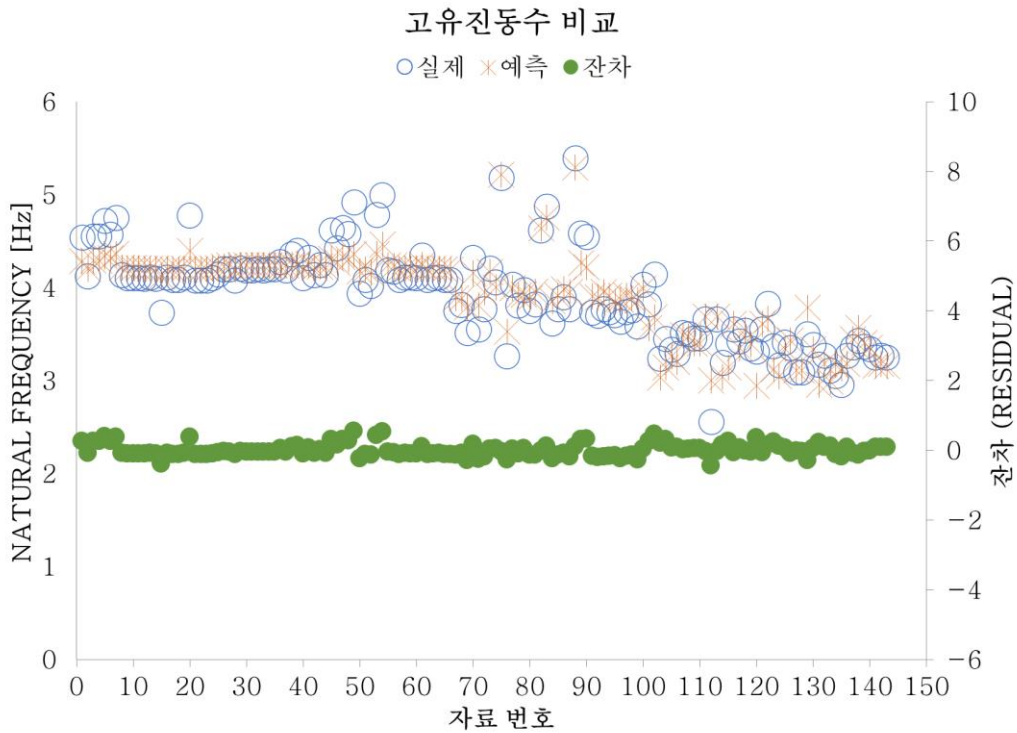
[그림 22]는 실제 해석 값과의 비교 그래프이다. [그림 23]에서는 실제 고유진동수와 예측을 통해 얻은 고유진동수가 유사함을 보여준다. 이 결과를 실제값과 예측값의 오차를 비율로 나타내면 <표 10>, [그림 24]과 같다. 일반적으로 초기 축계 설계 단계에서는 10% 내의 오차는 감안될 수 있으므로 예측된 고유진동수를 신뢰할 수 있다.

<표 10> 실제 고유진동수와 예측된 고유진동수의 오차율

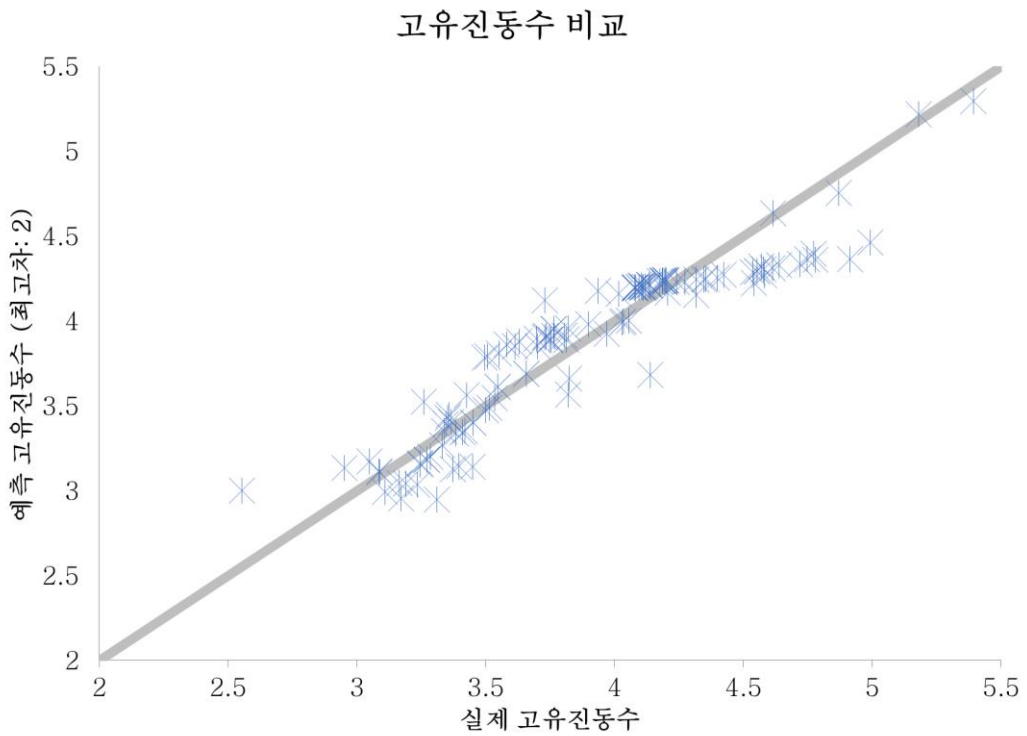
오차율 범위	5% 이하	5~10%	10% 이상
프로젝트 수	108 개	30 개	5 개
구성 비율	76%	21%	3%

오차율이 큰 프로젝트의 경우, 추진 축계 디자인이 특이한 경우로 다음의 조건으로 확인된다.

- 1) Shaft generator 등 특이 축계 디자인
- 2) 비틀림 진동 댐퍼 적용

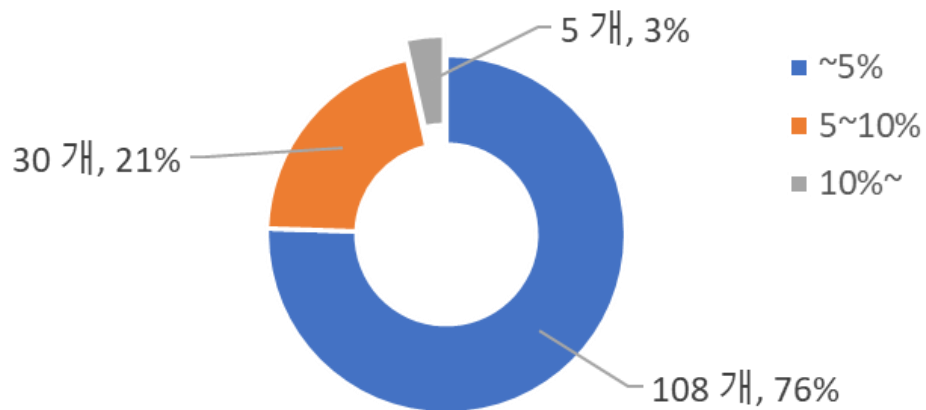


[그림 22] 해석결과와 회귀식에 의한 고유진동수 및 잔차



[그림 23] 해석결과와 회귀식에 의한 고유진동수 비교

실제/예측된 고유진동수의 오차율



[그림 24] 실제 고유진동수와 예측된 고유진동수의 오차율

4. 2. 비틀림 진동 최대 응답

최대 응답을 추정할 수 있는 회귀식은 최고 차수를 변경하며 4차식 까지 확인해 보았다. 그 회귀식에 따른 예측된 최대 응답의 R제곱 및 평균 절대 오차 결과는 다음의 <표 11>와 같고 상세한 결과는 [부록4] 에 정리하였다

<표 11> 회귀식에 의한 R제곱 및 평균 절대 오차 결과

손실함수	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
R 제곱	0.43	0.86	0.92	0.76
MAE	0.10	0.04	0.03	0.05

R제곱의 값 기준 다항식의 최고차항이 3차인 회귀식이 고유진동수를 예측하는데 가장 높은 정확도를 가지는 것으로 확인되며 이 회귀식은 (47)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 &0 \cdot X_8 + 0 \cdot X_8^2 + 0 \cdot X_7 + 0 \cdot X_7 \cdot X_8 + -8.711E-07 \cdot X_7 \cdot X_8^2 + 3.6592E-08 \cdot X_7^2 + 2.1436E- \\
 &10 \cdot X_7^2 \cdot X_8 + 0 \cdot X_6 + 0 \cdot X_6 \cdot X_8 + 0 \cdot X_6 \cdot X_8^2 + 0 \cdot X_6 \cdot X_7 + -3.4904E-09 \cdot X_6 \cdot X_7 \cdot X_8 + 6.3657E- \\
 &14 \cdot X_6 \cdot X_7^2 + 0 \cdot X_6^2 + 3.9434E-09 \cdot X_6^2 \cdot X_8 + 1.6765E- \\
 &13 \cdot X_6^2 \cdot X_7 + 0 \cdot X_5 + 0 \cdot X_5 \cdot X_8 + 0 \cdot X_5 \cdot X_8^2 + 0 \cdot X_5 \cdot X_7 + 5.3609E-06 \cdot X_5 \cdot X_7 \cdot X_8 + -2.5987E- \\
 &09 \cdot X_5 \cdot X_7^2 + 0 \cdot X_5 \cdot X_6 + 0 \cdot X_5 \cdot X_6 \cdot X_8 + 6.5232E-11 \cdot X_5 \cdot X_6 \cdot X_7 + 1.076E- \\
 &09 \cdot X_5 \cdot X_6^2 + 0 \cdot X_5^2 + 0 \cdot X_5^2 \cdot X_8 + -8.3205E- \\
 &05 \cdot X_5^2 \cdot X_7 + 0 \cdot X_5^2 \cdot X_6 + 0 \cdot X_4 + 0 \cdot X_4 \cdot X_8 + 0 \cdot X_4 \cdot X_8^2 + 0 \cdot X_4 \cdot X_7 + 1.0249E-07 \cdot X_4 \cdot X_7 \cdot X_8 + 5.2993E- \\
 &11 \cdot X_4 \cdot X_7^2 + 0 \cdot X_4 \cdot X_6 + 0 \cdot X_4 \cdot X_6 \cdot X_8 + -6.0153E-10 \cdot X_4 \cdot X_6 \cdot X_7 + -9.132E- \\
 &09 \cdot X_4 \cdot X_6^2 + 0 \cdot X_4 \cdot X_5 + 0 \cdot X_4 \cdot X_5 \cdot X_8 + 5.4884E-
 \end{aligned}
 \tag{47}$$

$$06 * X_4 * X_5 * X_7 + 0 * X_4 * X_5 * X_6 + 0 * X_4 * X_5^2 + 0 * X_4^2 + 0 * X_4^2 * X_8 + -1.3117E-$$

$$05 * X_4^2 * X_7 + 0 * X_4^2 * X_6 + 0 * X_4^2 * X_5 + 0 * X_3 + 0 * X_3 * X_8 + 0 * X_3 * X_8^2 + 0 * X_3 * X_7 + -4.2773E-$$

$$06 * X_3 * X_7 * X_8 + -1.1389E-09 * X_3 * X_7^2 + 0 * X_3 * X_6 + 0 * X_3 * X_6 * X_8 + 2.3714E-09 * X_3 * X_6 * X_7 + -2.3511E-$$

$$09 * X_3 * X_6^2 + 0 * X_3 * X_5 + 0 * X_3 * X_5 * X_8 + 7.2953E-$$

$$05 * X_3 * X_5 * X_7 + 0 * X_3 * X_5 * X_6 + 0 * X_3 * X_5^2 + 0 * X_3 * X_4 + 0 * X_3 * X_4 * X_8 + 4.443E-$$

$$06 * X_3 * X_4 * X_7 + 0 * X_3 * X_4 * X_6 + 0 * X_3 * X_4 * X_5 + 0 * X_3 * X_4^2 + 0 * X_3^2 + 0 * X_3^2 * X_8 + -1.6356E-$$

$$05 * X_3^2 * X_7 + 0 * X_3^2 * X_6 + 0 * X_3^2 * X_5 + 0 * X_3^2 * X_4 + 0 * X_2 + 0 * X_2 * X_8 + 0 * X_2 * X_8^2 + 0 * X_2 * X_7 + 5.8012E-$$

$$07 * X_2 * X_7 * X_8 + 3.5332E-11 * X_2 * X_7^2 + 0 * X_2 * X_6 + 0 * X_2 * X_6 * X_8 + -7.8417E-10 * X_2 * X_6 * X_7 + 5.9126E-$$

$$10 * X_2 * X_6^2 + 0 * X_2 * X_5 + 0 * X_2 * X_5 * X_8 + -4.8433E-$$

$$06 * X_2 * X_5 * X_7 + 0 * X_2 * X_5 * X_6 + 0 * X_2 * X_5^2 + 0 * X_2 * X_4 + 0 * X_2 * X_4 * X_8 + 8.6662E-$$

$$07 * X_2 * X_4 * X_7 + 0 * X_2 * X_4 * X_6 + 0 * X_2 * X_4 * X_5 + 0 * X_2 * X_4^2 + 0 * X_2 * X_3 + 0 * X_2 * X_3 * X_8 + -3.086E-$$

$$06 * X_2 * X_3 * X_7 + 0 * X_2 * X_3 * X_6 + 0 * X_2 * X_3 * X_5 + 0 * X_2 * X_3 * X_4 + 0 * X_2 * X_3^2 + 0 * X_2^2 + 0 * X_2^2 * X_8 + 1.1449E-$$

$$06 * X_2^2 * X_7 + 0 * X_2^2 * X_6 + 0 * X_2^2 * X_5 + 0 * X_2^2 * X_4 + 0 * X_2^2 * X_3 + 0 * X_1 + 0 * X_1 * X_8 + 1.7997E-$$

$$05 * X_1 * X_8^2 + -2.8288E-06 * X_1 * X_7 + -8.9903E-09 * X_1 * X_7 * X_8 + 8.6373E-13 * X_1 * X_7^2 + 0 * X_1 * X_6 + -$$

$$5.5981E-08 * X_1 * X_6 * X_8 + -3.9112E-12 * X_1 * X_6 * X_7 + 6.5585E-$$

$$12 * X_1 * X_6^2 + 0 * X_1 * X_5 + 0 * X_1 * X_5 * X_8 + 1.8058E-$$

$$07 * X_1 * X_5 * X_7 + 0 * X_1 * X_5 * X_6 + 0 * X_1 * X_5^2 + 0 * X_1 * X_4 + 0 * X_1 * X_4 * X_8 + -3.2608E-09 * X_1 * X_4 * X_7 + 2.059E-$$

$$07 * X_1 * X_4 * X_6 + 0 * X_1 * X_4 * X_5 + 0 * X_1 * X_4^2 + 0 * X_1 * X_3 + 0 * X_1 * X_3 * X_8 + 1.1562E-$$

$$07 * X_1 * X_3 * X_7 + 0 * X_1 * X_3 * X_6 + 0 * X_1 * X_3 * X_5 + 0 * X_1 * X_3 * X_4 + 0 * X_1 * X_3^2 + 0 * X_1 * X_2 + -6.8421E-$$

$$06 * X_1 * X_2 * X_8 + -4.6323E-09 * X_1 * X_2 * X_7 + 1.8332E-08 * X_1 * X_2 * X_6 + 0 * X_1 * X_2 * X_5 + -4.1703E-$$

$$06 * X_1 * X_2 * X_4 + 0.00012498 * X_1 * X_2 * X_3 + -2.1862E-05 * X_1 * X_2 ^2 + 5.0409E-05 * X_1 ^2 + 1.6655E-$$

$$07 * X_1 ^2 * X_8 + -2.3929E-11 * X_1 ^2 * X_7 + -4.9E-11 * X_1 ^2 * X_6 + -3.6278E-06 * X_1 ^2 * X_5 + -8.9259E-$$

$$09 * X_1 ^2 * X_4 + -1.6826E-06 * X_1 ^2 * X_3 + -4.9416E-08 * X_1 ^2 * X_2 + 0 * 1 + 3.0779E-$$

$$10 * X_1 ^3 + 0 * X_2 ^3 + 0 * X_3 ^3 + 0 * X_4 ^3 + 0 * X_5 ^3 + -3.028E-13 * X_6 ^3 + -1.5191E-14 * X_7 ^3 + 0 * X_8 ^3$$

여기서

X_1 = Power

X_2 = Speed

X_3 = MIP

X_4 = LTVF 적용 여부

X_5 = Propeller damping

X_6 = Damper damping

X_7 = MOI (축계시스템 전체)

X_8 = Stiffness (축계시스템 전체)

[그림 25] 는 실제 해석 값과의 비교 그래프이다. [그림 26] 에서는 실제 최대 응답과 예측을 통해 얻은 최대 응답 값이 유사함을 보여준다. 이 결과를 실제값과 예측값의 오차를 비율로 나타내면 <표 12>, [그림 27]과 같다.

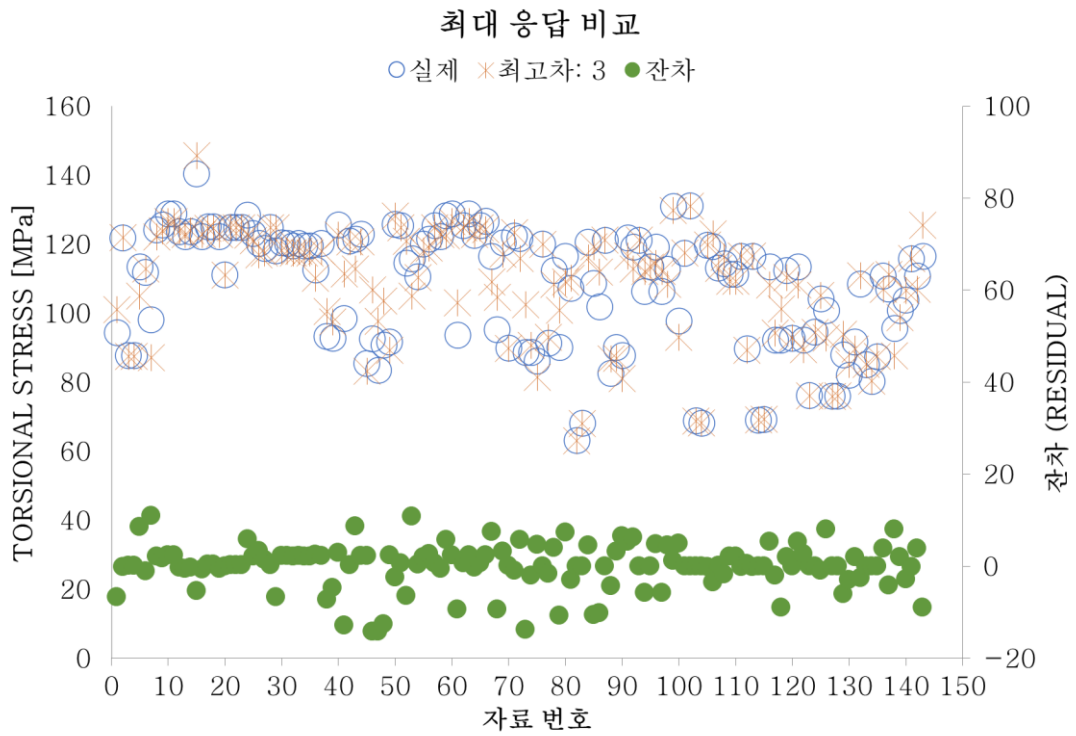
<표 12> 실제 최대 응답 값과 예측된 최대 응답 값의 오차율

오차율 범위	10% 이하	10~15%	15% 이상
프로젝트 수	135 개	8 개	0 개
구성 비율	94%	6%	0%

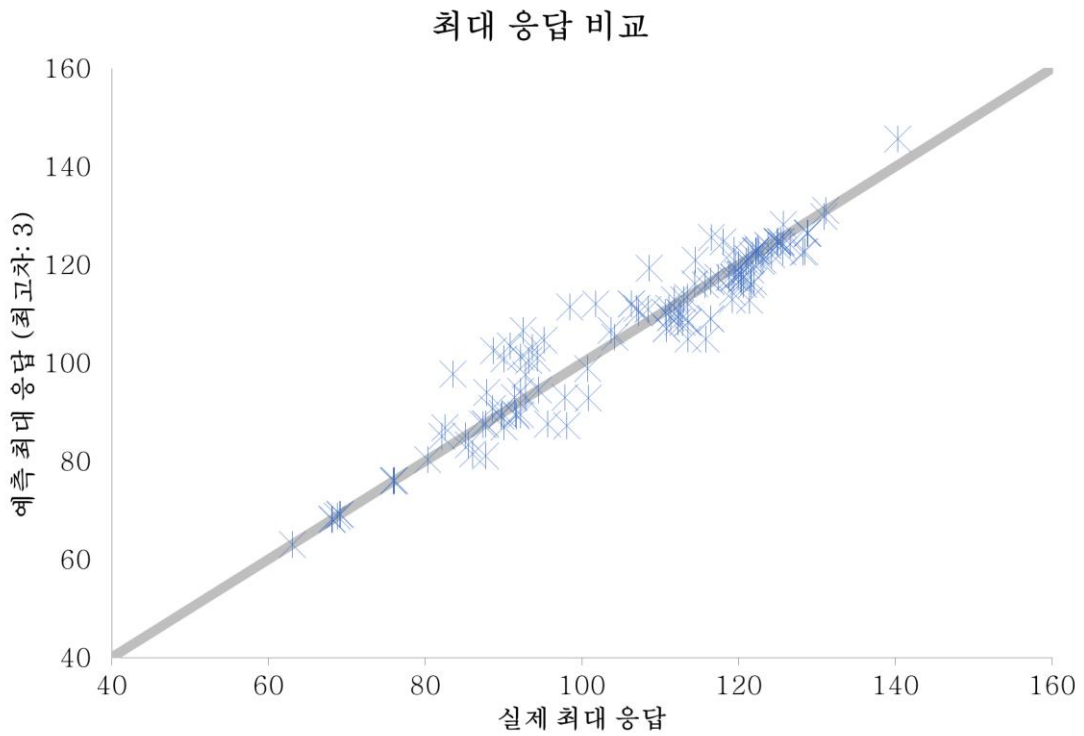
오차율 10% 이상의 프로젝트의 경우, 추진 축계 디자인이 특이한 경우로 다음의 조건으로 확인된다.

- 1) Shaft generator 등 특이 축계 디자인
- 2) 비틀림 진동 댐퍼 적용

일반적으로 초기 축계 설계 단계에서는 15% 내의 오차는 감안될 수 있으므로 예측된 최대 응답은 신뢰할 수 있는 수준이다.

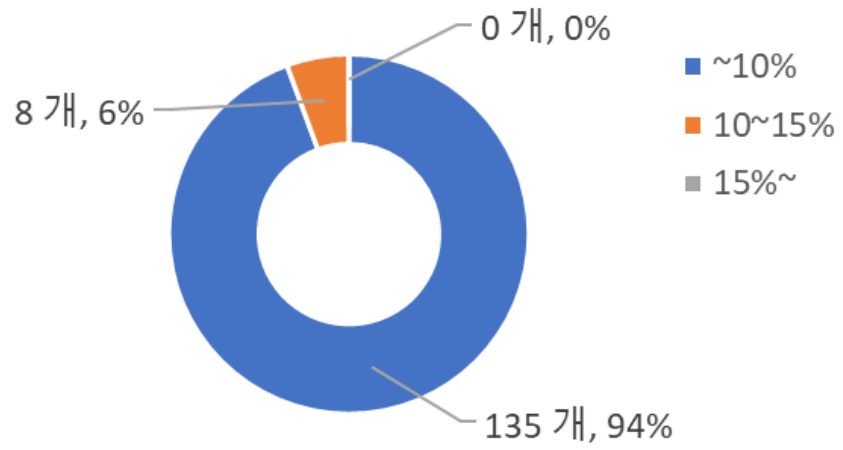


[그림 25] 해석결과와 회귀식에 의한 최대 응답 및 잔차



[그림 26] 해석결과와 회귀식에 의한 최대 응답 비교

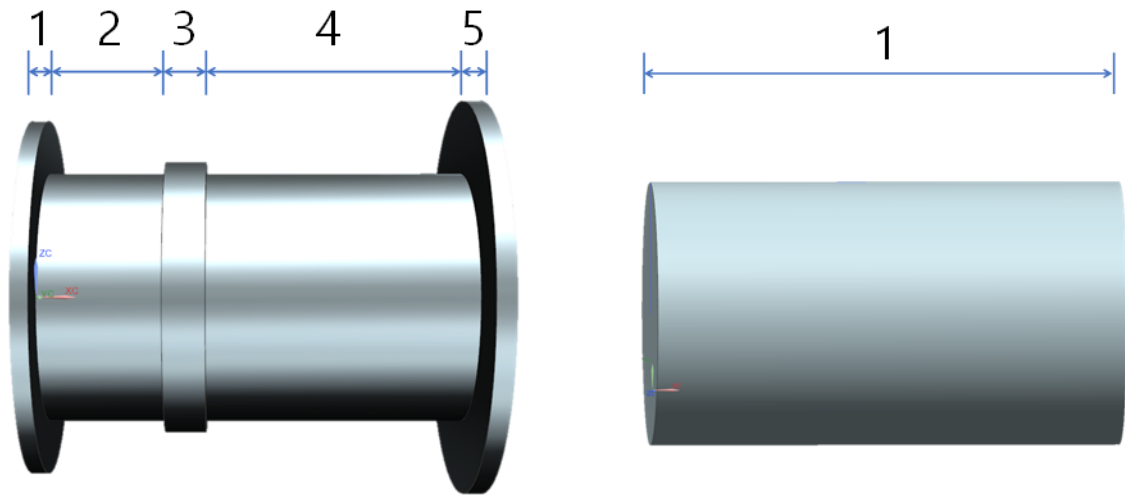
실제/예측된 최대 응답의 오차율



[그림 27] 실제 최대 응답과 예측된 최대 응답의 오차율

4. 3. 축계시스템 관성모멘트와 비틀림강성 계산 간소화

고유진동수와 비틀림 진동 응답의 주요 인자 중 하나인 MOI 와 Stiffness 는 각 축의 상세 치수를 이용하여 계산을 하며 [그림 28]의 좌측 그림과 같이 직경이 다른 섹션을 기준으로 모델링을 한다. 엔진 크랭크축의 경우 정형화 된 값이 정리가 되어 있으나 프로젝트별로 엔진~프로펠러 사이 각 축의 MOI 및 Stiffness 는 섹션별로 도출한 후 엔진과 프로펠러의 MOI/Stiffness 와 합산을 하며 앞서 인자로 정리한 MOI 와 Stiffness 는 이러한 과정을 거친 결과물이다.



[그림 28] MOI/Stiffness 계산을 위한 섹션 분리 및 간단한 축 모델

하지만 [그림 28]의 좌측 그림의 섹션 1~5 까지를 각각 모델링 하는 것 보다, 우측 그림과 같이 동일한 길이의 최소 직경으로 구성된 축으로 간소화하여 MOI 와 Stiffness 를 계산하는 것이 초기 설계 단계에서 비틀림 진동 해석 효율을 증가시킨다. [그림 29] 와 [그림 30] 은 모델링 방법에 따른 MOI 의 차이를 보여주며, 와 [그림 32] 와 [그림 33] 은 Stiffness 의 차이를 보여준다. 결과적으로 간소화 모델을 사용하여도 실제 세분화한 모델링 방법과 큰 차이가 없음을 보여준다. 이 결과를 MOI 와 Stiffness 실제값과 예측값의 오차를 비율로 나타내면 <표 13>, [그림 31] 및 [그림 34]와 같다.

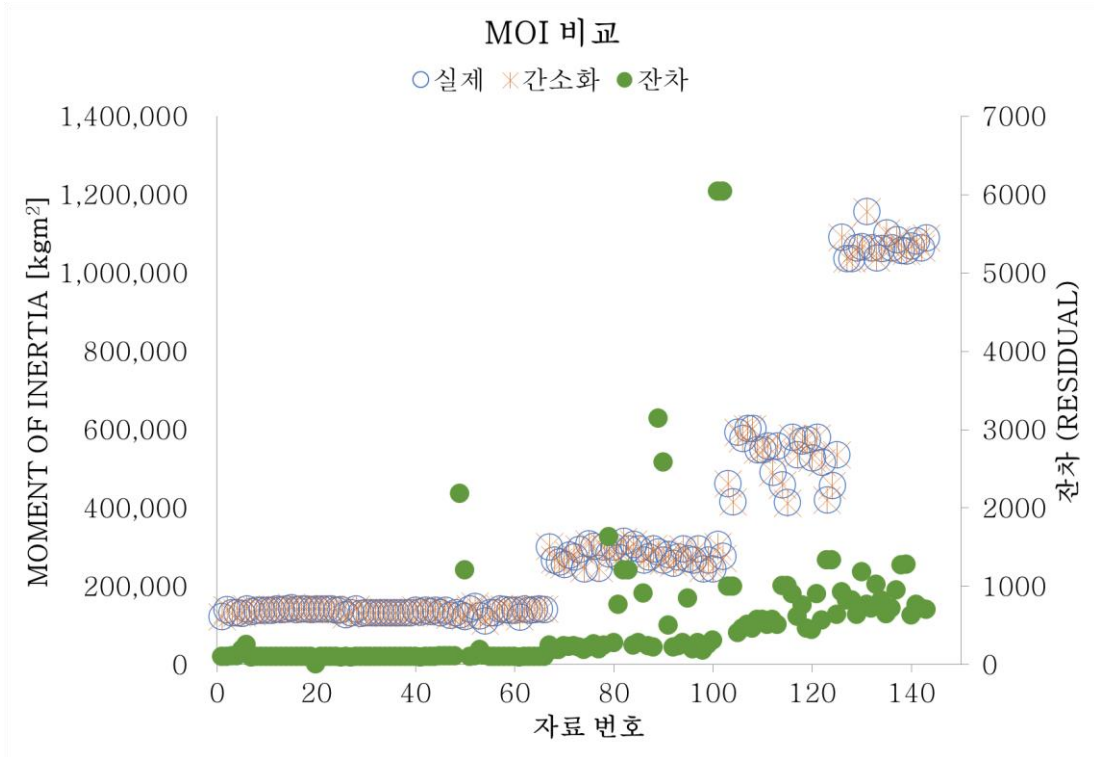
<표 13> 실제와 예측된 MOI/Stiffness 오차율

오차율 범위	MOI			Stiffness		
	5% 이하	5~10%	10% 이상	5% 이하	5~10%	10% 이상
프로젝트 수	143 개	0 개	0 개	114 개	21 개	8 개
구성 비율	100%	0%	0%	80%	15%	5%

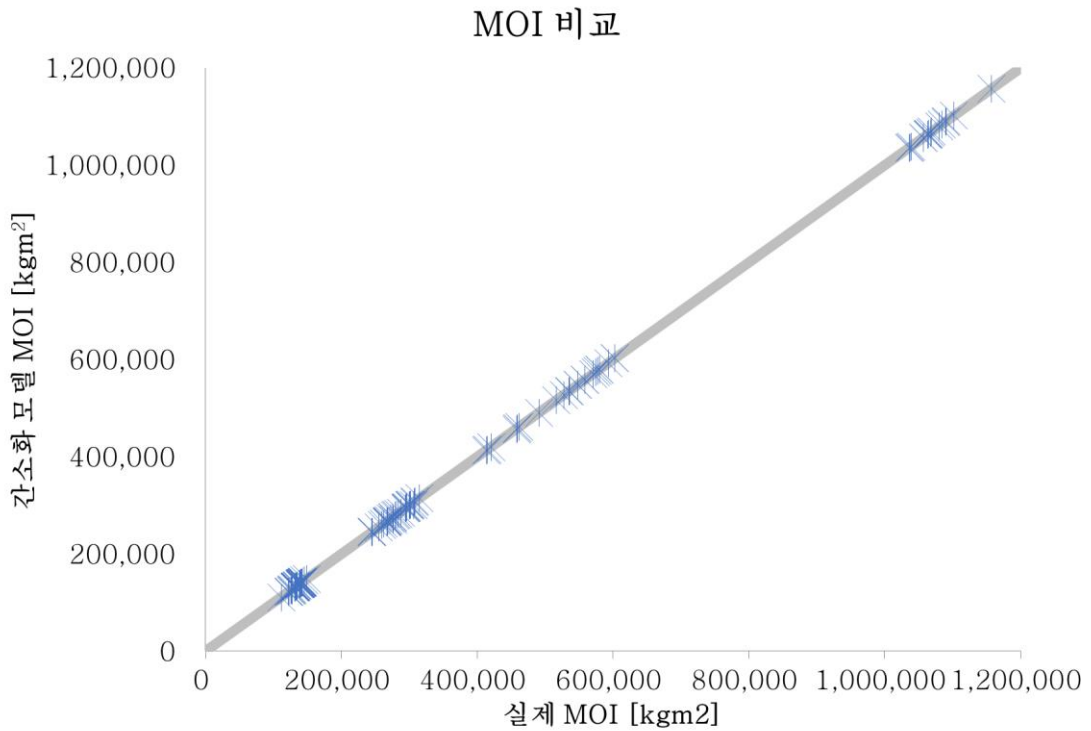
오차율 10% 이상의 프로젝트의 경우, 추진 축계 디자인이 특이한 경우로 다음의 조건으로 확인된다.

- 1) Shaft generator 등 특이 축계 디자인
- 2) 비틀림 진동 댐퍼 적용

일반적으로 초기 축계 설계 단계에서는 10% 내의 오차는 감안될 수 있으므로 상기 언급한 특이한 경우를 제외하고 예측된 값은 신뢰할 수 있는 수준이다.

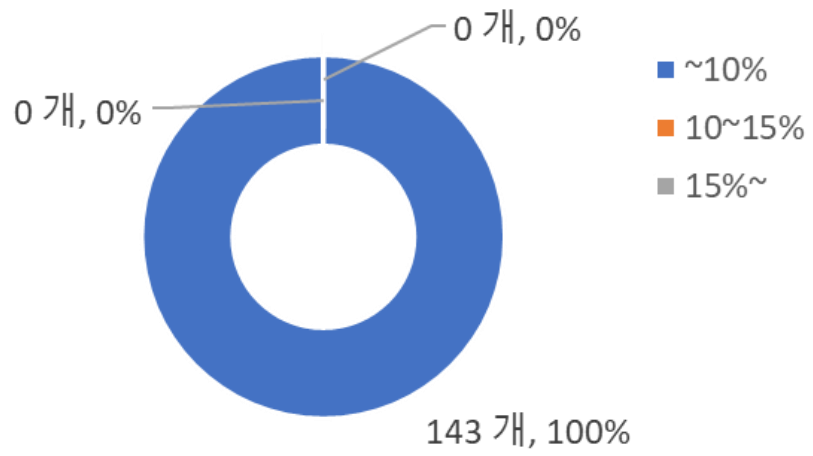


[그림 29] 실제 모델과 간소화 모델 간의 MOI 및 잔차

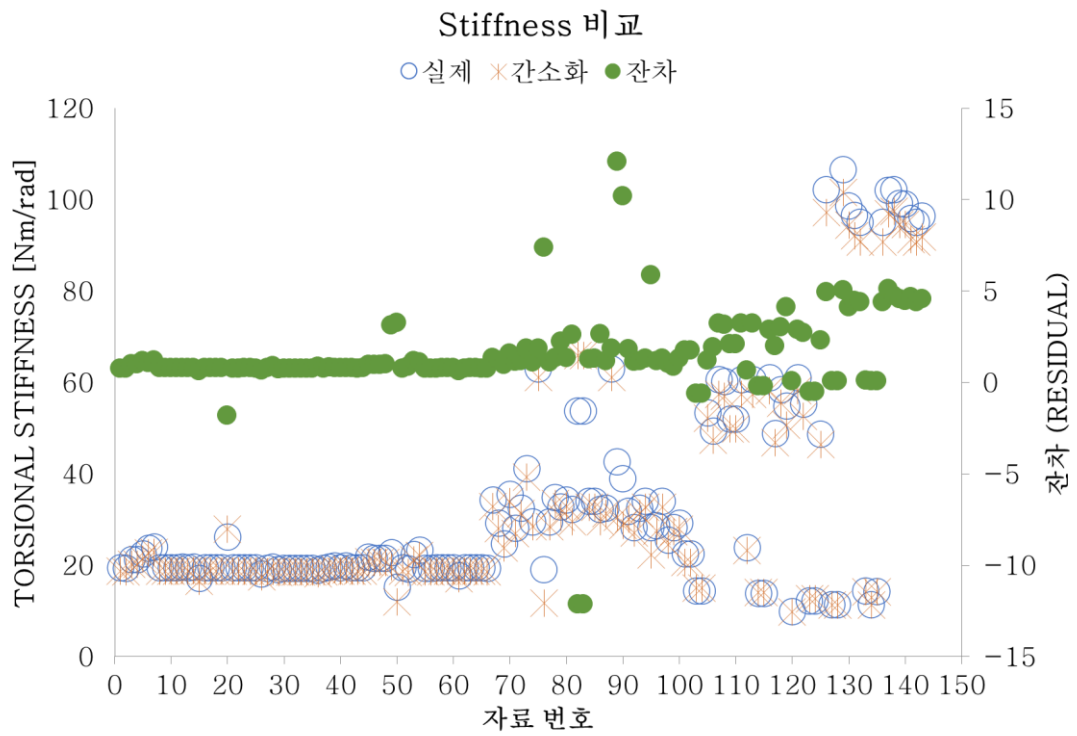


[그림 30] 실제 모델과 간소화 모델 간의 MOI 비교

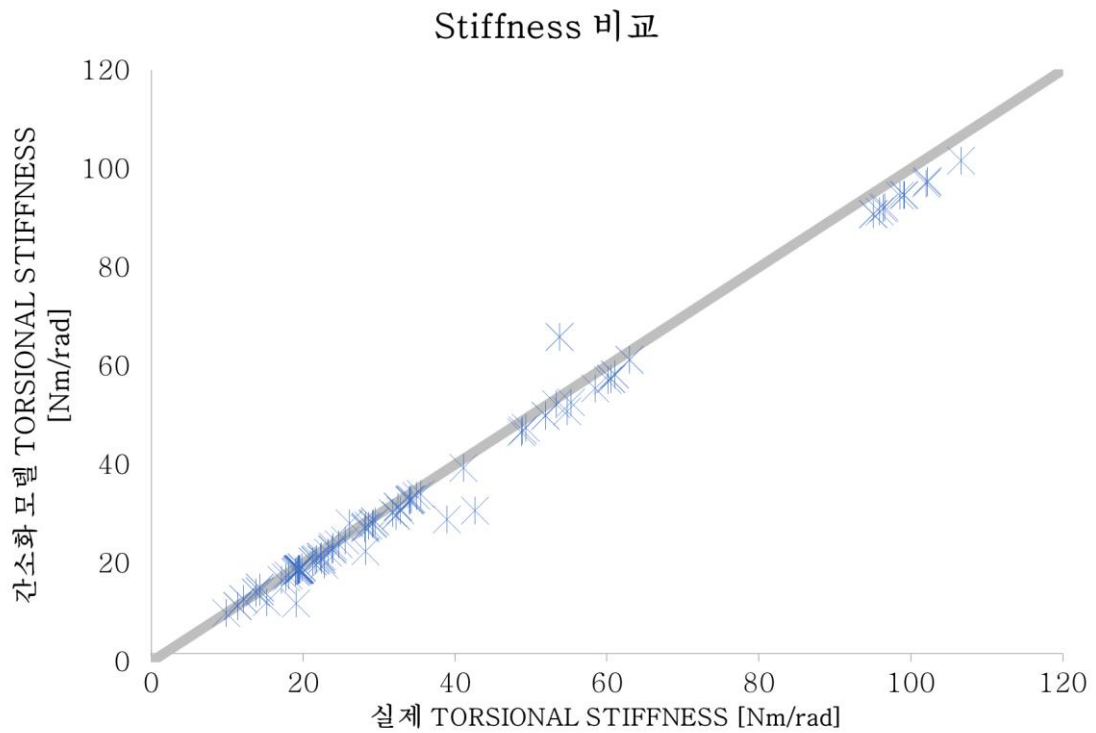
실제/간소 축 모델의 MOI 오차율



[그림 31] 실제 최대 응답과 예측된 관성모멘트 (MOI)의 오차율

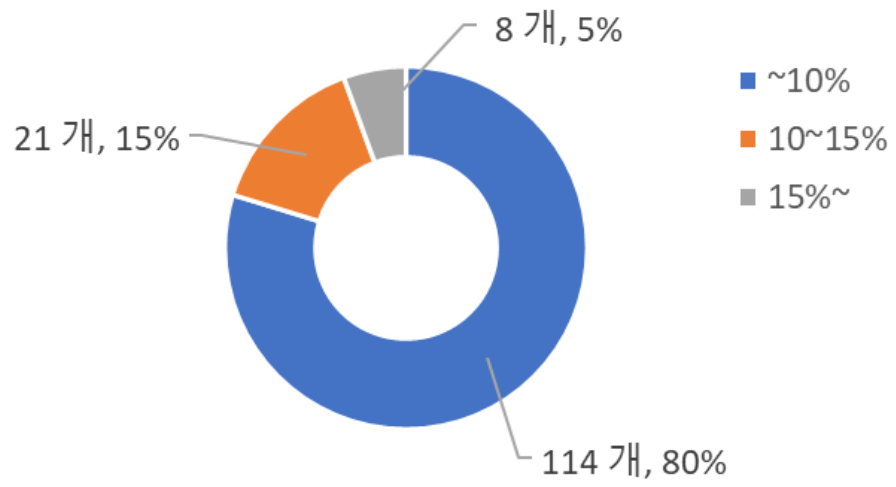


[그림 32] 실제 모델과 간소화 모델 간의 Stiffness 및 잔차



[그림 33] 실제 모델과 간소화 모델 간의 Stiffness 비교

실제/간소 축 모델의 비틀림 강성 오차율



[그림 34] 실제 최대 응답과 예측된 비틀림 강성 (Stiffness)의 오차율

4. 4. 관성모멘트와 비틀림강성 계산 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답

4.3. 을 통해 살펴본 것과 같이 비틀림 진동 댐퍼 및 특이 축계 디자인이 적용된 프로젝트를 제외하면 축을 간소화 한 모델의 MOI와 Stiffness 의 예측이 매우 유효하였다. 간소화 모델의 MOI 와 Stiffness 값과 앞서 얻은 회귀식에 따른 예측된 고유진동수와 최대 응답의 결과는 [그림 35], [그림 36], [그림 38], [그림 39]와 [부록5] 에 나타내었다. 특히 비틀림 진동 댐퍼의 적용 유무에 따라 예측 정확도가 크게 달라지므로 댐퍼 적용 유무에 따라 결과를 표현하였다.

이 결과를 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답의 오차를 비율로 나타내면 <표 14>, <표 15>, [그림 37] 및 [그림 40]과 같다.

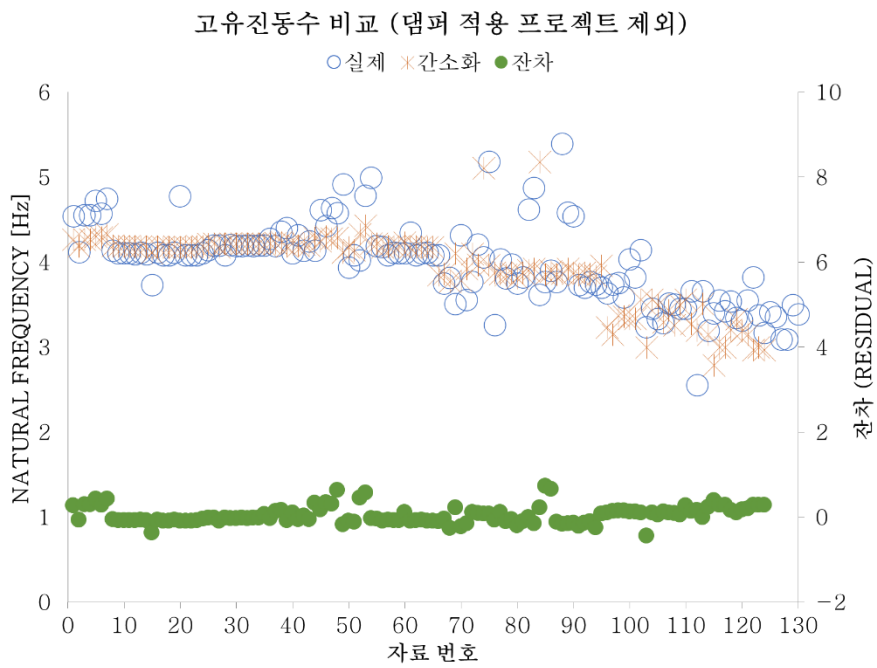
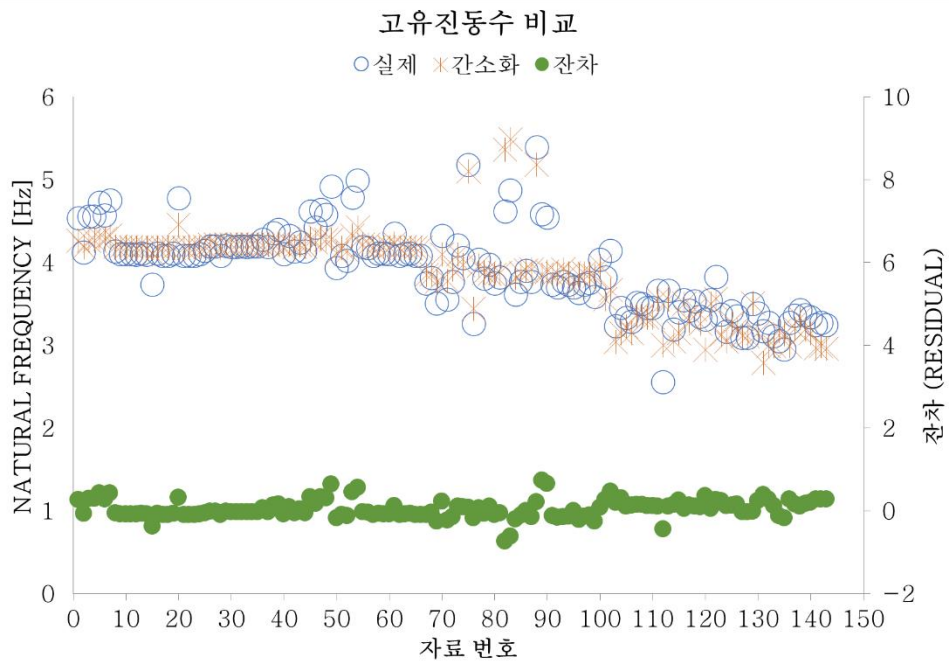
<표 14> 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답 오차율

	고유진동수			최대 응답		
	5% 이하	5~10%	10% 이상	10% 이하	10~15%	15% 이상
오차율 범위	5% 이하	5~10%	10% 이상	10% 이하	10~15%	15% 이상
프로젝트 수	98 개	34 개	11 개	92 개	15 개	36 개
구성 비율	68%	24%	8%	64%	11%	25%

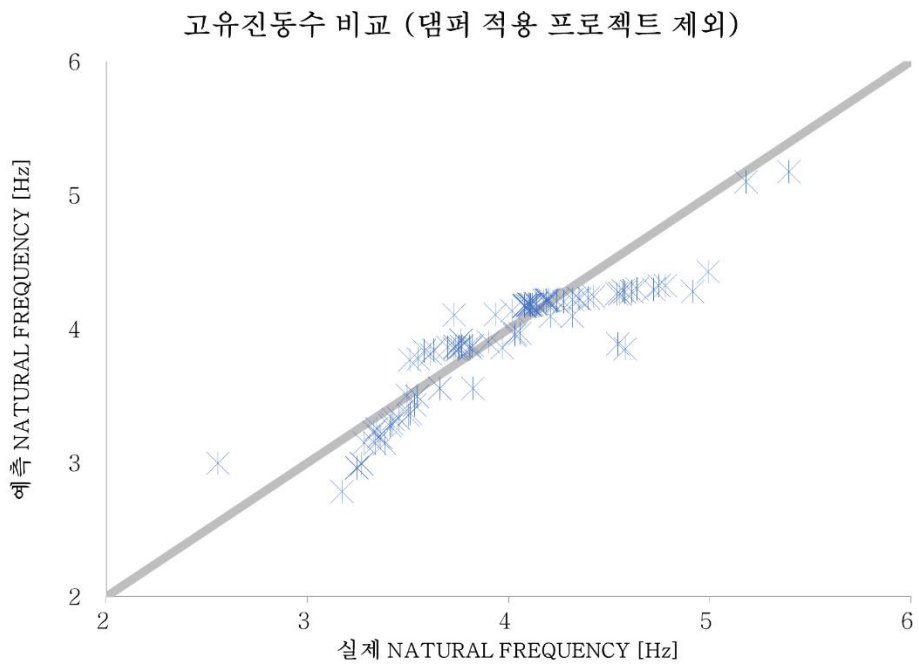
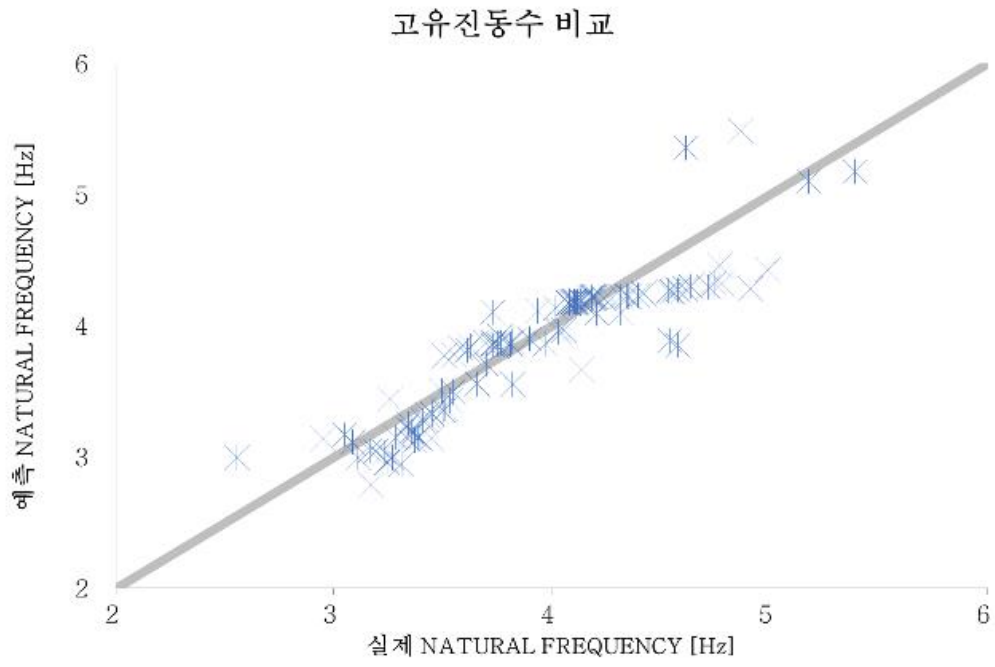
<표 15> 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답 오차율 (댐퍼 적용 프로젝트 제외)

	고유진동수			최대 응답		
	5% 이하	5~10%	10% 이상	10% 이하	10~15%	15% 이상
오차율 범위	5% 이하	5~10%	10% 이상	10% 이하	10~15%	15% 이상
프로젝트 수	91 개	26 개	7 개	92 개	15 개	17 개
구성 비율	73%	21%	6%	74%	12%	14%

즉, 비틀림 진동 댐퍼가 없는 경우, 고유진동수 및 최대 응답의 허용 오차 (각각 10% 및 15%)를 고려한 예측 정도는 각각 94% 및 86% 이다.

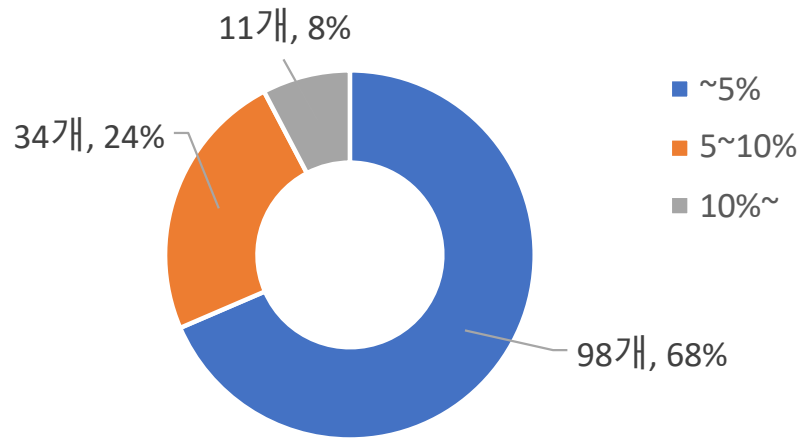


[그림 35] 실제와 간소화 모델을 이용한 고유진동수 및 잔차

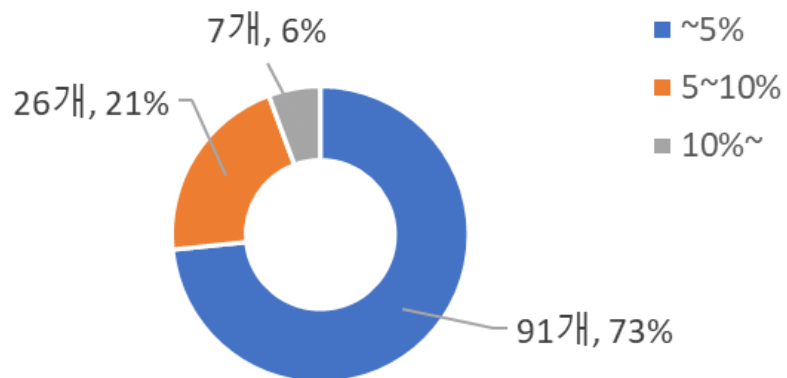


[그림 36] 실제 모델과 간소화 모델 간의 고유진동수 비교

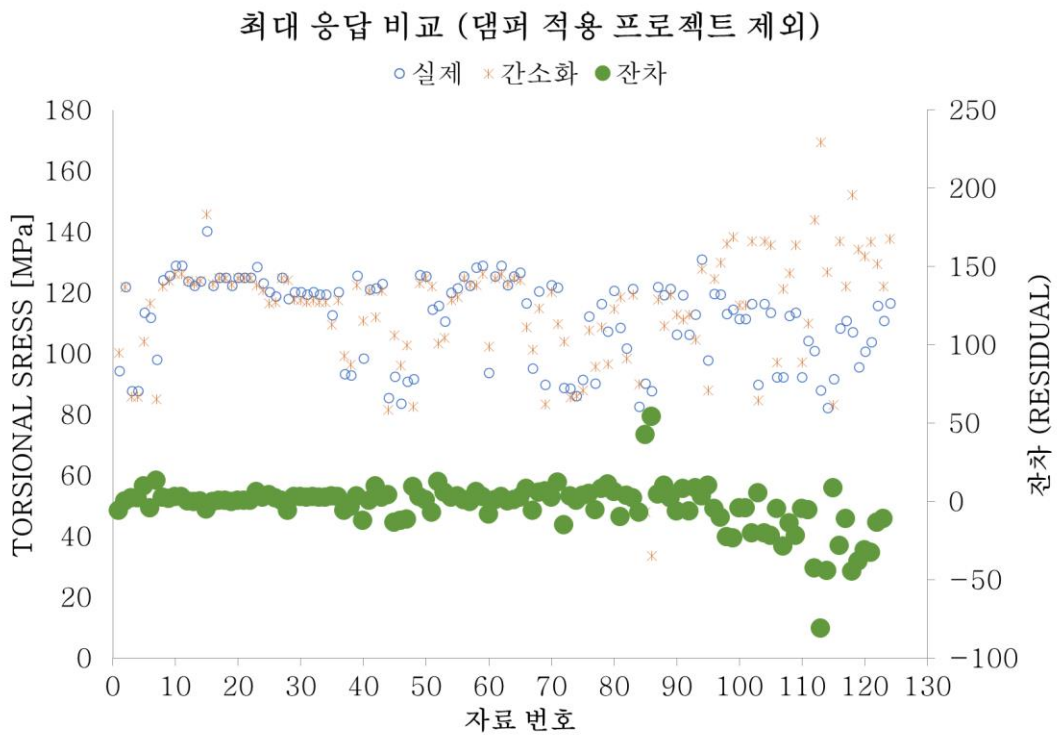
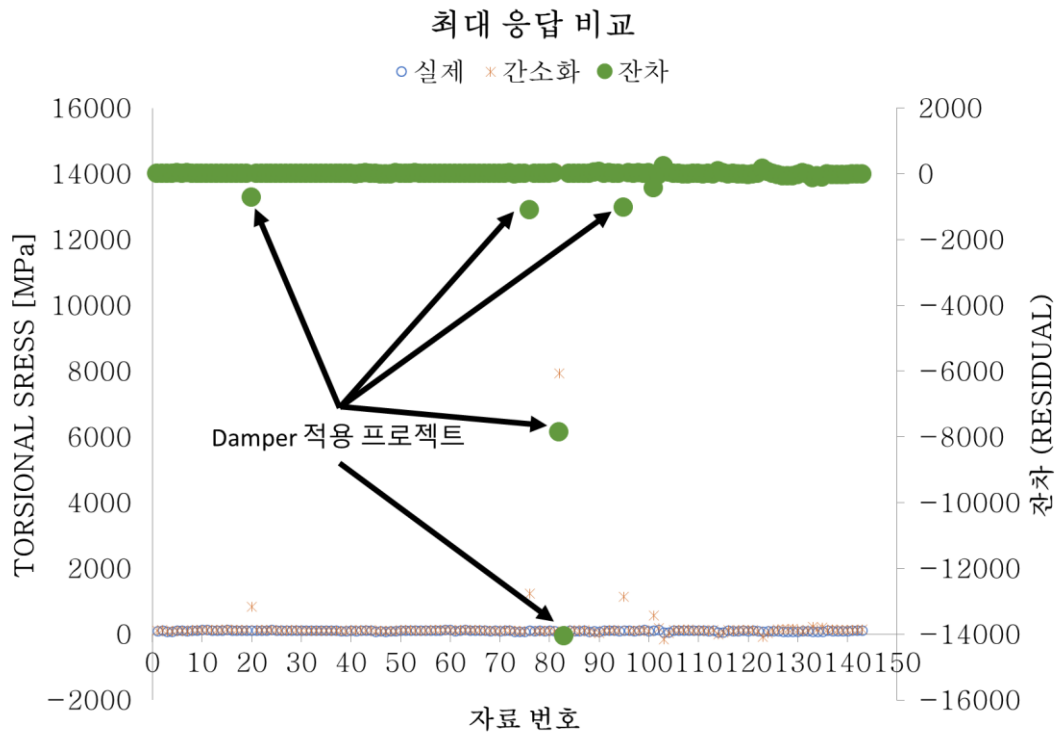
실제/간소 축 모델의 고유진동수 오차율



실제/간소 축 모델의 고유진동수 오차율 (댐퍼 적용 프로젝트 제외)

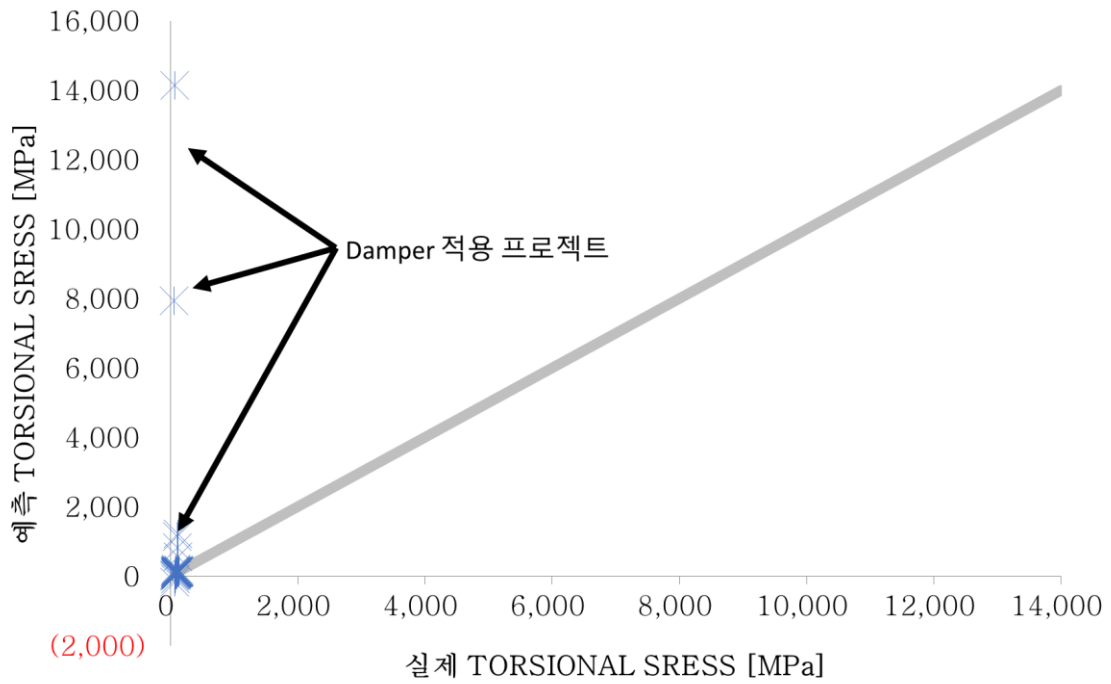


[그림 37] 실제 모델과 간소화 모델 간의 고유진동수 오차율

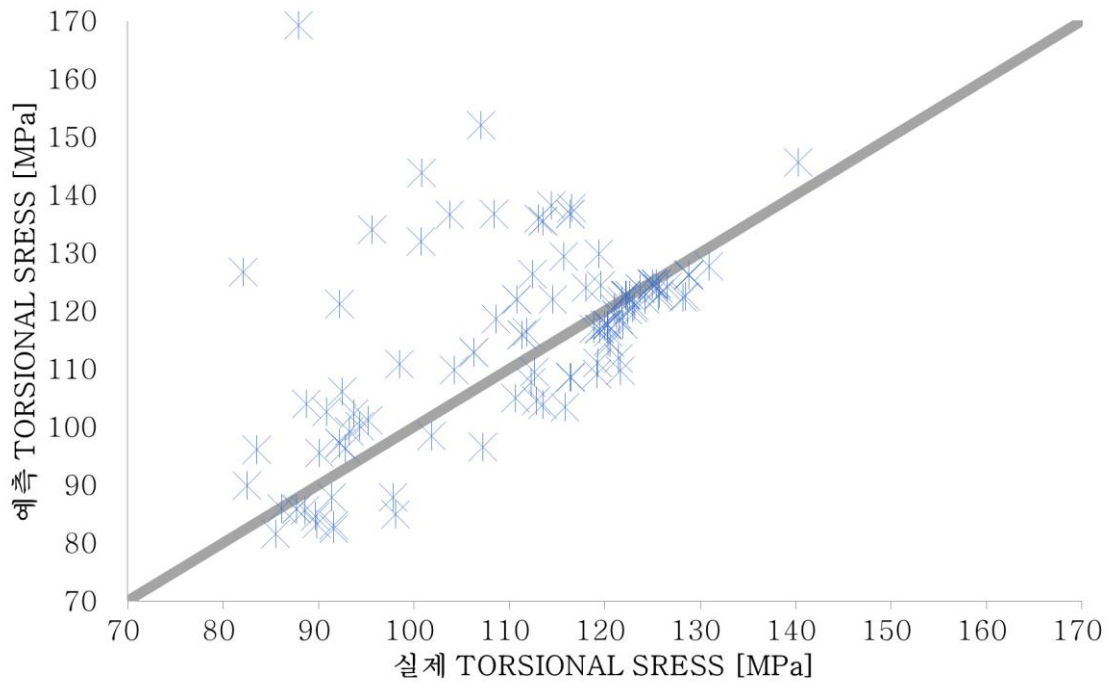


[그림 38] 실제와 간소화 모델을 이용한 최대 응답 및 잔차

최대 응답 비교

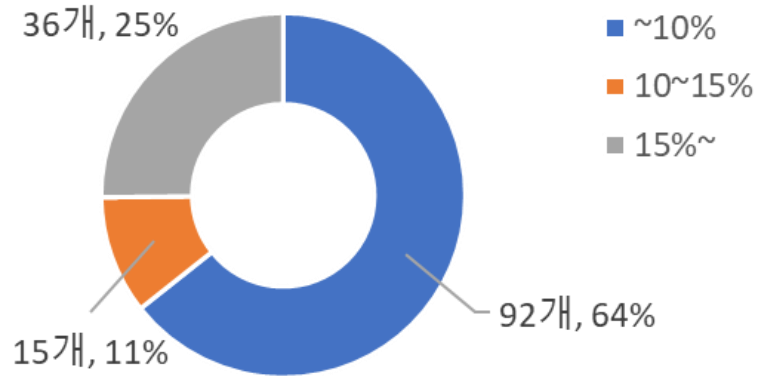


최대 응답 비교 (댐퍼 적용 프로젝트 제외)

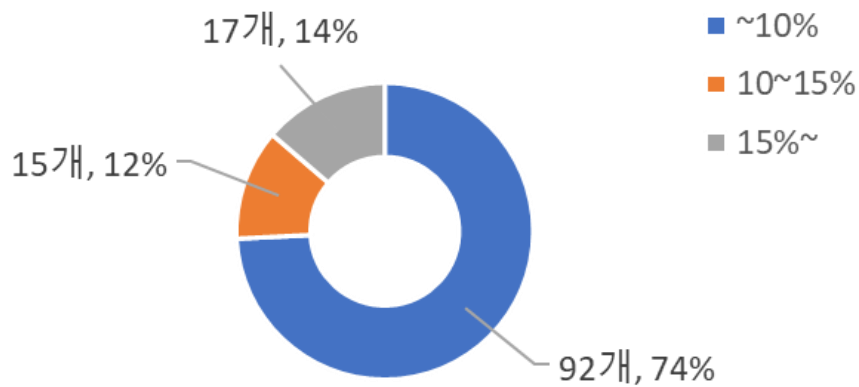


[그림 39] 실제 모델과 간소화 모델 간의 최대 응답 비교

실제/간소 축 모델의 최대 응답 오차율



실제/간소 축 모델의 최대 응답 오차율 (댐퍼 적용 프로젝트 제외)



[그림 40] 실제 모델과 간소화 모델 간의 최대 응답 오차율

5. 결론

본 연구에서는 머신러닝의 회귀분석 방법 중 하나인 최소제곱법 중 MPR 기법을 이용하여 선박 축계시스템의 비틀림 진동 해석 결과를 추정하는 방법을 찾아보았다. 이를 위해 기존의 해석 과정에서 사용하는 인자들을 분석하고 연관 관계가 적은 변수들로 자료를 간소화하여 머신러닝의 훈련 자료로 사용하였다. 머신러닝을 이용하여 예측한 고유진동수와 최대 응답을 훈련 자료와 비교하는 과정에서 확인한 사실은 다음과 같이 요약할 수 있다. 이 때 고유진동수와 최대 응답의 오차 기준은 각각 10%, 15% 로 고려하였으며 실무적인 관점에서 결정된 값이다.

1) 기존의 진동 해석을 위한 인자들을 간소화하여 10개 내외로 훈련 자료를 정리하였다.

2) 10개 내외의 인자로도 1절 비틀림 진동 고유진동수 및 1절 비틀림 진동 최대 응답을 추정할 수 있다.

3) 고유진동수는 관성모멘트와 비틀림 강성의 2차 다항식으로 회귀 모델을 구성할 수 있으며 이 때 결정계수 R제곱은 0.87, 평균 절대 오차 (MAE)는 0.03으로 계산되었다. 예측된 고유진동수의 오차 기준을 만족하는 프로젝트는 97% 수준이다.

4) 최대 응답은 엔진의 출력, 정격 속도, 실린더 압력, 실린더 압력 제어 (LTVF), 감쇠, 관성모멘트 및 비틀림 강성의 3차 다항식으로 회귀 모델을 구성할 수 있으며 이 때 결정계수 R제곱은 0.92, 평균 절대 오차 (MAE)는 0.03으로 계산되었다. 예측된 최대 응답의 오차 기준을 만족하는 프로젝트는 100% 수준이다.

5) 예측된 1절 비틀림 진동 최대 응답은 실제 해석을 통해 구한 값보다 높은 경향을 가진다.

6) 1절 비틀림 진동 고유진동수를 간편하게 구하기 위해 엔진과 프로펠러 사이의 중간축, 프로펠러축을 최소 직경의 단 직경 축으로 가정하였다. 이러한 간소화 모델을 이용하여 관성모멘트와 비틀림 강성을 추정하여도 됨을 확인하였다.

7) 6)에서 확인된 값으로 고유진동수와 최대 응답을 예측할 수 있다. 하지만 축 간소화 모델을 사용할 경우, 고유진동수 예측 시 오차 기준을 만족하는 수준은 92%로 실제 모델을 이용한 것 보다 5%p 낮아졌다. 마찬가지로 최대 응답의 경우 오차 기준을 만족하는 수준은 75%로 25%p 낮아졌다.

8) 비틀림 진동을 제어하는 댐퍼가 적용되는 경우 최대 응답 예측값의 정확도가 미 적용되는 경우보다 낮다. 즉 예측된 최대 응답의 크기가 비정상적으로 클 경우, 비틀림 진동 방진 사양 중 하나인 댐퍼 적용 가능성이 높아진다.

위의 결과를 통해, 추진 축계의 초기 설계 단계에서 머신러닝을 이용한다면 다음과 같은 효과를 기대할 수 있다

1) 비틀림 진동 해석에 필요한 자료가 충족되지 않아도 비틀림 진동을 추정할 수 있다.

2) 복잡한 이론이 아닌 인자들 간의 연관성을 이용하므로, 비 전문가도 비틀림 진동 양상을 추정할 수 있다.

3) 1절 비틀림 진동의 고유진동수와 최대 응답을 확인하는 과정이 간략해진다.

4) 프로젝트 초기 단계에서 방진 사양 선정 시간이 단축되며, 이 때 고유진동수 회피 방안 또는 감쇠 증가 방안에 대한 의사 결정 속도가 빨라진다.

머신러닝을 통해 비틀림 진동을 추정하는 방법은 정교한 해석 과정에 의한 결과는 아니므로 정확도가 떨어질 수 있다. 특히 댐퍼가 적용될 경우에는 회귀식으로 추정된 결과의 정확도가 상대적으로 떨어지는 것을 확인하였다. 이에 회귀식을 보정하거나 예측 정도를 높일 수 있는 추가 연구가 필요할 것으로 보인다. 예측 정도를 높이는 방안은 다음과 같은 것이 있다.

- 1) 10개 내외로 간소화 한 인자들의 추가
- 2) 더 많은 비틀림 진동 자료를 이용하여 회귀 모델 재 선정
- 3) 엔진 타입별 또는 방진 사양별 자료 재정리 및 그에 맞는 개별 회귀 모델 구성
- 4) 인자별 가중치를 고려한 회귀 모델 구성
- 5) 딥러닝을 이용한 예측 정확도 향상

상기 서술한 방법을 이용하여 예측 정확도를 높이는 것도 중요하나, 본 논문에서 사용한 방법으로도 비틀림 진동의 양상을 쉽게 추정할 수 있으므로 초기 설계 단계에서 가장 중요한 방진 사양 선정에 대한 의사 결정에 많은 도움이 될 것으로 기대한다.

[참고문헌]

- [1] 전효중 · 이돈출 (2003). 추진 축계진동론 (Vibration of Propulsion shafting). 부산: 다솜출판사
- [2] Xie, D. & Liu, Z., Zhang, H. (2007). Sensitivity analysis of torsional vibration behavior of the shafting of a turbo generator set to changes of its mechanical parameters. *Front. Energy Power Eng.*
- [3] Nenad Vulić & Đorđe Dobrota & Ivan Komar (2016). Damping and excitation in the torsional vibrations calculation of ship propulsion systems. *Contemporary issues in economy & technology*. S-165-S174.
- [4] MAN-ES (2012). Propeller damping for torsional vibration calculation.
- [5] Mehryar Mohri & Afshin Rostamizadeh & Ameet Talwalkar (2018). *Foundations of Machine Learning*. MIT Press.
- [6] 위키 백과. Bayes 정리.
https://ko.wikipedia.org/wiki/%EB%B2%A0%EC%9D%B4%EC%A6%88_%EC%A0%95%EB%A6[%AC
- [7] 문기효. (2019). 머신러닝의 역사. 삼성SDS 인사이트리포트.
- [8] Multivariate Polynomial Regression
(<https://github.com/ahmetcecen/MultiPolyRegress-MatlabCentral>), GitHub.
Retrieved October 23, 2021.)
- [9] Agrawal et al. (2014). Exploration of data science techniques to predict fatigue strength of steel from composition and processing parameters. *Integrating Materials and Manufacturing Innovation* 2014, 3:8
- [10] D. A. Vaccari & H. -K. Wang (2007) Multivariate polynomial regression for identification of chaotic time series, *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, 13:4, 395-412, DOI: 10.1080/13873950600883691.

[부록1] 비틀림 진동 해석에 필요한 인자

Hull No.	
Vessel type	Capacity
	Type
Licensor	
Class.	Name
	ICE
Engine type	No. of Cylinder
	Engine type
	Fuel
	Eng. Ver.
SMCR	Power [kW]
	Speed [rpm]
Harmonic (Gas/T3/ECA 우선)	Engine Tuning
	MIP [Bar]
	ID
	LTVF
Crankshaft	Throw ID
Inter shaft (2 개 이상일 때는 병합)	Diameter [mm]
	Length [mm]
	MOI
	Stiffness
	T.S. [N/mm ²]
Prop. Shaft	Diameter [mm]
	Length [mm]
	MOI
	Stiffness
	T.S. [N/mm ²]
OD shaft (slot 기준)	Diameter [mm]
	Length [mm]
	MOI
	Stiffness
	T.S. [N/mm ²]
Slot hole part	Ck
Radial hole part	Ck

Gen. Shaft	GS. Add. MOI
	Diameter [mm]
	Length [mm]
	MOI
	Stiffness
	T.S. [N/mm ²]
Generator	GEN.Add. MOI
	Power [kW]
	Efficiency [%]
	Start rpm
Propeller	Type
	MOI [kgm ²]
	Weight [kg]
	No. of blades
	Diameter [m]
	Damping [%]
	MOI [kgm ²]
	Weight [kg]
	MOI [kgm ²]
	Weight [kg]
	Type
	Name
	Total MOI [kgm ²]
	Stiffness [MNm/rad]
	D damping [Nms/rad]
	FWD
	AFT
	MOI [kgm ²]
	Stiffness [MNm/rad]
	MOI [kgm ²]
	Stiffness [MNm/rad]
	1ST [Hz]
	2ND [Hz]
	3RD [Hz]
	Stress [MPa]
	MOI [kgm ²]
	Stiffness [MNm/rad]

[부록2] 머신러닝 훈련 자료

자료 번호	SMCR		Harmonic		Damping		Total [Eng.~Prop.]		N.F.	Int. Shaft
	Power [kW]	Speed [rpm]	MIP [Bar]	LTVF	Propeller [%]	Damper [Nms/rad]	MOI [kgm ²]	Stiffness [MNm/rad]	1ST [Hz]	Stress [MPa]
1	7410	87.9	18.17	1	5.50	0	122,956.3	19.41	5	94.3
2	7180	86.9	17.83	1	5.21	0	140,090.4	19.35	4	121.8
3	7820	94.8	17.80	1	5.28	0	132,375.5	21.23	5	87.7
4	7820	94.8	17.80	1	5.28	0	132,375.5	21.23	5	87.7
5	7300	88	17.90	1	5.50	0	131,571.4	22.43	5	113.5
6	7600	84.4	19.34	1	2.41	0	142,758.4	23.77	2	111.8
7	8630	92.4	20.03	1	5.50	0	135,552.5	23.97	5	98.1
8	7180	86.9	18.00	1	5.23	0	138,771.6	19.43	4	124.2
9	7180	86.9	18.00	1	5.19	0	139,868.6	19.43	4	125.6
10	7800	89.3	18.79	1	5.05	0	139,869.9	19.43	4	128.8
11	7800	89.3	18.79	1	5.05	0	139,868.7	19.43	4	128.8
12	7180	86.9	17.83	1	5.18	0	142,376.8	19.57	4	123.7
13	7180	86.9	17.83	1	5.20	0	141,272.3	19.42	4	122.2
14	7180	86.9	17.83	1	5.18	0	142,376.8	19.57	4	123.7
15	8400	92.8	19.44	1	4.42	0	145,918.1	17.15	4	140.3
16	7180	86.9	17.83	1	5.20	0	141,272.0	19.43	4	122.2
17	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,369.5	19.43	4	125.0
18	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,369.5	19.43	4	125.0
19	7180	86.9	17.83	1	5.20	0	141,272.0	19.43	4	122.2
20	9200	89.2	22.01	1	5.50	469497	142,891.9	26.13	5	111.1
21	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,369.4	19.43	4	125.0
22	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,369.4	19.43	4	125.0
23	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,369.5	19.43	4	125.0
24	7180	86.9	17.83	1	5.19	0	139,869.4	19.43	4	128.5
25	7180	86.9	17.83	1	5.24	0	140,098.5	19.50	4	123.1
26	7580	88.5	18.45	1	5.21	0	127,535.6	18.10	4	120.3
27	7180	86.9	17.83	10	5.31	0	132,590.4	19.35	4	118.8
28	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,369.4	19.55	4	125.0
29	8260	87.9	20.14	10	5.26	0	131,347.6	19.10	4	118.0
30	7180	86.9	17.83	10	5.30	0	132,918.5	19.34	4	120.3
31	7180	86.9	17.83	10	5.30	0	132,910.7	19.35	4	120.3
32	7180	86.9	17.83	10	5.31	0	132,590.4	19.35	4	119.5
33	7180	86.9	17.83	10	5.30	0	132,911.4	19.35	4	120.3
34	7180	86.9	17.83	10	5.31	0	132,590.4	19.35	4	119.5

자료 번호	SMCR		Harmonic		Damping		Total [Eng.~Prop.]		N.F.	Int. Shaft
	Power [kW]	Speed [rpm]	MIP [Bar]	LTVF	Propeller [%]	Damper [Nms/rad]	MOI [kgm ²]	Stiffness [MNm/rad]	1ST [Hz]	Stress [MPa]
35	7180	86.9	17.83	10	5.31	0	132,590.4	19.35	4	119.5
36	7250	88.7	17.65	1	5.30	0	132,515.6	18.98	4	112.6
37	7180	86.9	17.83	10	5.30	0	132,905.9	19.35	4	120.3
38	7860	95	17.86	1	5.04	0	132,237.9	19.55	4	93.2
39	7860	95	17.86	1	5.09	0	132,164.4	19.88	4	92.8
40	7180	86.9	17.83	1	5.19	0	139,869.4	19.43	4	125.6
41	7580	88.5	18.45	1	5.37	0	134,251.2	19.82	4	98.5
42	7180	86.9	17.83	1	5.23	0	138,771.2	19.43	4	121.0
43	8630	92.4	20.03	1	5.05	0	135,224.9	19.45	4	121.4
44	7180	86.9	17.83	1	5.23	0	138,772.0	19.43	4	122.9
45	7860	95	17.86	1	5.34	0	132,385.2	21.76	5	85.5
46	7200	88	17.67	1	5.50	0	138,504.5	21.56	4	92.5
47	7860	90.6	18.67	10	5.50	0	127,064.5	21.56	5	83.5
48	7200	88	17.67	1	5.50	0	132,216.6	21.57	5	90.8
49	8410	91.7	19.7	1	5.50	0	127,823.1	22.78	5	91.6
50	9240	94.6	20.9	1	4.58	0	123,100.5	15.22	4	125.7
51	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,552.6	19.47	4	125.4
52	7320	80	19.6	1	5.50	0	148,881.1	19.24	4	114.5
53	7300	88	17.9	10	5.50	0	125,483.4	22.28	5	115.8
54	8860	91.9	17.8	10	5.12	0	111,381.8	23.25	5	110.7
55	7180	86.9	17.83	10	5.30	0	132,908.9	19.35	4	120.0
56	7180	86.9	17.83	10	5.28	0	133,370.4	19.35	4	121.5
57	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,552.9	19.48	4	125.4
58	7180	86.9	17.83	1	5.20	0	141,272.0	19.43	4	122.2
59	7180	86.9	17.83	1	5.20	0	139,777.4	19.43	4	128.2
60	7800	89.3	18.79	1	5.05	0	139,869.5	19.43	4	128.8
61	7410	87.9	18.2	10	5.44	0	121,925.0	17.71	4	93.7
62	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,552.9	19.48	4	125.4
63	7800	89.3	18.79	1	5.05	0	139,869.5	19.43	4	128.8
64	7180	86.9	17.83	1	5.20	0	141,272.3	19.42	4	122.6
65	7180	86.9	17.83	1	5.16	0	142,552.9	19.48	4	125.4
66	7180	86.9	17.83	1	5.17	0	141,361.4	19.31	4	126.6
67	13520	87.1	20.68	1	4.73	0	301,118.0	34.23	4	116.5
68	11941	92.4	17.38	1	4.54	0	267,535.0	29.21	4	95.2

자료 번호	SMCR		Harmonic		Damping		Total [Eng.~Prop.]		N.F.	Int. Shaft
	Power [kW]	Speed [rpm]	MIP [Bar]	LTVF	Propeller [%]	Damper [Nms/rad]	MOI [kgm ²]	Stiffness [MNm/rad]	1ST [Hz]	Stress [MPa]
69	11765	91.9	17.23	1	4.20	0	262,430.8	24.71	4	120.4
70	12535	90	18.66	1	5.28	0	255,255.6	35.47	4	89.8
71	13700	92.5	19.78	1	4.22	0	279,335.2	28.12	4	122.4
72	15029	94	21.27	1	4.41	0	275,473.0	32.47	4	121.6
73	12600	82	20.48	1	5.50	0	294,747.1	41.11	4	88.7
74	12256	93.2	17.67	1	4.79	0	245,179.1	29.49	4	88.6
75	11350	87.7	17.41	1	5.50	0	308,148.0	63.00	5	86.1
76	12000	78.8	20.30	1	4.55	320000	302,023.8	11.85	3	120.0
77	12365	93.5	17.76	1	4.75	0	246,260.0	29.50	4	91.4
78	13520	87.1	20.68	1	4.81	0	300,210.8	34.87	4	112.3
79	13972	88.3	21.06	1	4.95	0	283,910.8	46.64	4	90.1
80	13520	87.1	20.68	1	4.73	0	301,146.4	34.23	4	116.4
81	15000	93.5	21.34	1	4.49	0	273,183.2	32.20	4	107.2
82	15646	94.4	22.0	1	5.38	722901	315,538.4	53.72	5	63.1
83	3990	94.4	6.4	1	1.75	722901	295,837.4	53.72	5	68.1
84	13000	86	20.16	10	5.50	0	307,644.3	33.97	4	120.6
85	13000	86	20.16	10	4.82	0	295,240.2	34.01	4	108.6
86	14369	94.3	20.32	1	4.55	0	267,871.3	32.24	4	101.8
87	12429	88.2	18.86	1	4.70	0	275,473.0	32.47	4	121.2
88	11350	87.7	17.41	1	5.50	0	296,328.0	63.00	5	82.5
89	13972	88.3	21.06	1	5.50	0	287,510.6	42.62	5	90.1
90	13972	88.3	21.06	1	5.50	0	267,589.9	38.92	5	87.7
91	11350	80	18.99	10	5.13	0	281,762.7	31.85	4	121.9
92	12713	90.5	18.81	10	4.49	0	259,802.9	28.21	4	119.2
93	12429	88.2	18.86	1	4.70	0	275,473.0	32.47	4	121.2
94	11100	81.8	18.05	10	5.02	0	295,324.6	34.05	4	106.3
95	14188	93.8	20.17	10	4.34	281744	270,076.5	28.21	4	113.4
96	12764	90.6	18.86	10	4.41	0	266,988.6	28.67	4	119.2
97	11100	81.8	18.05	10	5.02	0	295,324.6	34.05	4	106.3
98	11900	92.3	17.34	1	4.47	0	245,084.3	25.50	4	112.8
99	12713	90.5	18.81	1	4.35	0	267,882.1	28.21	4	130.9
100	11900	92.3	17.48	1	4.80	0	245,252.7	29.16	4	97.8
101	19880	103	21.97	10	3.50	120000	306,822.6	22.44	4	117.4
102	2000	103	3.11	10	3.79	120000	276,576.6	22.44	4	131.1

자료 번호	SMCR		Harmonic		Damping		Total [Eng.~Prop.]		N.F.	Int. Shaft
	Power [kW]	Speed [rpm]	MIP [Bar]	LTVF	Propeller [%]	Damper [Nms/rad]	MOI [kgm ²]	Stiffness [MNm/rad]	1ST [Hz]	Stress [MPa]
103	16190	76.2	17.96	1	4.66	370000	461,945.0	14.33	3	68.8
104	3267	76.2	4.42	1	1.75	370000	415,842.0	14.33	3	68.2
105	15210	71.4	18.00	1	5.13	0	593,370.0	53.33	3	119.6
106	15690	71.4	18.54	1	5.05	0	577,724.7	49.30	3	119.4
107	16120	72.7	18.70	1	5.3	0	603,008.8	60.56	4	113.0
108	16120	72.7	18.70	1	5.3	0	602,813.1	60.15	4	114.4
109	15200	72	17.85	1	5.27	0	548,208.2	51.92	3	111.3
110	15200	72	17.85	1	5.27	0	548,208.2	51.92	3	111.3
111	16120	72.7	18.70	1	5.5	0	558,626.3	60.56	4	116.4
112	11755	67.6	17.64	1	6.45	0	491,493.8	23.90	3	89.7
113	16120	72.7	18.70	1	5.5	0	558,626.3	60.56	4	116.4
114	14570	73.6	16.80	1	4.84	370000	459,460.3	13.81	3	69.1
115	2943.78	73.6	4.19	1	1.75	370000	413,578.3	13.81	3	69.2
116	15650	68.2	19.31	10	5.5	0	580,007.2	61.08	4	113.5
117	15100	72	17.74	10	5.22	0	535,462.8	48.88	3	92.2
118	15300	70	18.44	10	5.37	0	570,926.5	58.46	4	92.2
119	14500	70.2	17.49	10	5.24	0	574,335.0	54.80	3	112.4
120	15300	71.4	18.11	1	5.1	240000	527,773.0	54.78	3	92.8
121	15650	68.2	19.31	10	5.5	0	580,007.2	61.08	4	113.5
122	15135	73.1	17.52	1	5.5	0	516,660.0	55.29	4	92.2
123	15300	70.8	18.25	1	1.75	360000	420,967.4	12.17	3	76.1
124	2899.5	70.8	4.27	1	4.92	360000	458,114.4	12.17	3	94.5
125	15100	71	18.0	10	5.28	0	536,147.6	48.75	3	104.2
126	24500	66.1	17.99	10	4.78	0	1,091,131.9	102.17	3	100.8
127	24500	66.1	17.99	10	4.40	305000	1,036,230.0	11.37	3	75.9
128	24500	66.1	17.99	10	4.40	305000	1,037,080.0	11.37	3	76.0
129	24500	66.1	17.99	10	4.99	0	1,063,732.4	106.62	3	87.9
130	21000	58	17.60	10	5.50	0	1,067,553.8	98.59	3	82.1
131	21000	58.9	17.34	10	5.08	0	1,157,273.9	96.58	3	91.6
132	24500	66.1	17.99	10	4.66	0	1,064,301.5	95.08	3	108.4
133	22500	60.2	18.13	1	4.87	395000	1,038,962.1	14.34	3	85.1
134	24500	66.1	17.99	10	4.35	305000	1,063,205.0	11.37	3	80.3
135	25330	64	19.14	1	4.35	430000	1,102,277.0	14.28	3	87.4
136	22200	64	16.90	10	4.82	0	1,064,301.5	95.08	3	110.8

자료 번호	SMCR		Harmonic		Damping		Total [Eng.~Prop.]		N.F.	Int. Shaft
	Power [kW]	Speed [rpm]	MIP [Bar]	LTVF	Propeller [%]	Damper [Nms/rad]	MOI [kgm ²]	Stiffness [MNm/rad]	1ST [Hz]	Stress [MPa]
137	22200	64	16.9	10	4.95	0	1,084,281.0	102.00	3	107.0
138	22200	64	16.90	10	5.05	0	1,056,939.7	102.20	3	95.6
139	22200	64	16.90	10	4.96	0	1,056,839.1	99.18	3	100.8
140	22240	64	16.93	10	4.92	0	1,069,379.3	99.05	3	103.8
141	22200	64	16.9	10	4.78	0	1,080,977.4	95.90	3	115.7
142	22200	64	16.9	10	4.82	0	1,064,301.5	95.08	3	110.8
143	22200	64	16.9	10	4.78	0	1,089,673.0	96.39	3	116.5

[부록3] 해석결과와 회귀식에 의한 고유진동수 비교

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
1	4.54	4.18	4.29	3.37	1.52
2	4.12	4.15	4.20	3.67	1.88
3	4.55	4.18	4.29	3.55	1.72
4	4.55	4.18	4.29	3.55	1.72
5	4.72	4.19	4.33	3.55	1.70
6	4.57	4.18	4.32	3.74	1.94
7	4.75	4.20	4.36	3.62	1.79
8	4.13	4.15	4.21	3.65	1.86
9	4.10	4.15	4.21	3.66	1.88
10	4.10	4.15	4.21	3.66	1.88
11	4.10	4.15	4.21	3.66	1.88
12	4.10	4.14	4.20	3.70	1.93
13	4.11	4.15	4.20	3.68	1.91
14	4.10	4.14	4.20	3.70	1.93
15	3.73	4.12	4.12	3.73	2.00
16	4.11	4.15	4.20	3.68	1.91
17	4.08	4.14	4.19	3.70	1.93
18	4.08	4.14	4.19	3.70	1.93
19	4.11	4.15	4.20	3.68	1.91
20	4.77	4.20	4.40	3.75	1.94
21	4.08	4.14	4.19	3.70	1.93
22	4.08	4.14	4.19	3.70	1.93
23	4.08	4.14	4.19	3.70	1.93
24	4.10	4.15	4.21	3.66	1.88
25	4.14	4.15	4.21	3.67	1.89
26	4.20	4.16	4.23	3.45	1.62
27	4.20	4.16	4.24	3.54	1.73
28	4.08	4.14	4.20	3.70	1.93
29	4.20	4.16	4.24	3.52	1.70
30	4.19	4.16	4.24	3.55	1.73
31	4.19	4.16	4.24	3.55	1.73
32	4.20	4.16	4.24	3.54	1.73
33	4.19	4.16	4.24	3.55	1.73
34	4.20	4.16	4.24	3.54	1.73
35	4.20	4.16	4.24	3.54	1.73
36	4.27	4.16	4.23	3.54	1.72

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
37	4.19	4.16	4.24	3.55	1.73
38	4.36	4.16	4.25	3.54	1.72
39	4.40	4.16	4.26	3.54	1.72
40	4.10	4.15	4.21	3.66	1.88
41	4.32	4.16	4.24	3.57	1.76
42	4.13	4.15	4.21	3.65	1.86
43	4.24	4.16	4.23	3.59	1.78
44	4.13	4.15	4.21	3.65	1.86
45	4.61	4.18	4.31	3.56	1.72
46	4.42	4.17	4.27	3.66	1.85
47	4.64	4.19	4.33	3.46	1.61
48	4.58	4.18	4.30	3.55	1.72
49	4.91	4.20	4.36	3.48	1.62
50	3.94	4.14	4.18	3.35	1.52
51	4.08	4.14	4.19	3.70	1.94
52	4.02	4.13	4.16	3.80	2.07
53	4.78	4.20	4.36	3.44	1.57
54	4.99	4.23	4.46	3.16	1.28
55	4.19	4.16	4.24	3.55	1.73
56	4.18	4.16	4.23	3.56	1.74
57	4.08	4.14	4.19	3.71	1.94
58	4.11	4.15	4.20	3.68	1.91
59	4.11	4.15	4.21	3.66	1.88
60	4.10	4.15	4.21	3.66	1.88
61	4.35	4.16	4.25	3.34	1.50
62	4.08	4.14	4.19	3.71	1.94
63	4.10	4.15	4.21	3.66	1.88
64	4.11	4.15	4.20	3.68	1.91
65	4.08	4.14	4.19	3.71	1.94
66	4.08	4.14	4.20	3.68	1.91
67	3.75	4.01	3.89	4.93	5.14
68	3.81	4.02	3.89	4.83	4.56
69	3.51	3.99	3.79	4.74	4.41
70	4.32	4.10	4.15	4.92	4.39
71	3.55	3.99	3.81	4.82	4.73
72	3.77	4.04	3.95	4.91	4.73

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
73	4.21	4.08	4.17	5.07	5.09
74	4.06	4.06	4.00	4.79	4.17
75	5.18	4.26	5.22	5.14	4.29
76	3.26	3.87	3.53	4.59	4.82
77	4.03	4.06	4.00	4.79	4.19
78	3.81	4.02	3.91	4.95	5.14
79	3.97	4.03	3.92	4.92	4.87
80	3.75	4.01	3.89	4.93	5.14
81	3.82	4.04	3.95	4.90	4.69
82	4.62	4.16	4.64	5.22	5.16
83	4.87	4.20	4.75	5.19	4.77
84	3.61	4.00	3.85	4.91	5.22
85	3.77	4.02	3.91	4.93	5.06
86	3.90	4.05	3.98	4.89	4.60
87	3.77	4.04	3.95	4.91	4.73
88	5.39	4.28	5.29	5.08	4.02
89	4.58	4.11	4.27	5.09	4.96
90	4.54	4.11	4.22	5.01	4.62
91	3.73	4.02	3.90	4.90	4.83
92	3.70	4.02	3.90	4.80	4.42
93	3.77	4.04	3.95	4.91	4.73
94	3.73	4.02	3.91	4.93	5.06
95	3.70	4.01	3.85	4.82	4.59
96	3.63	4.02	3.88	4.82	4.55
97	3.73	4.02	3.91	4.93	5.06
98	3.75	4.02	3.89	4.72	4.12
99	3.58	4.01	3.86	4.81	4.55
100	4.03	4.06	3.99	4.78	4.17
101	3.82	3.89	3.57	4.64	4.95
102	4.14	3.94	3.68	4.70	4.58
103	3.23	3.55	3.04	3.23	4.24
104	3.45	3.63	3.14	3.74	4.84
105	3.33	3.69	3.27	2.48	2.86
106	3.28	3.68	3.20	2.52	3.00
107	3.51	3.74	3.49	2.73	3.27
108	3.50	3.73	3.47	2.71	3.24

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
109	3.45	3.75	3.40	3.12	4.22
110	3.45	3.75	3.40	3.12	4.22
111	3.66	3.81	3.69	3.40	4.60
112	2.55	3.59	3.00	2.93	3.74
113	3.66	3.81	3.69	3.40	4.60
114	3.19	3.55	3.04	3.26	4.29
115	3.40	3.63	3.14	3.76	4.86
116	3.55	3.78	3.61	3.11	4.05
117	3.42	3.74	3.35	3.16	4.32
118	3.53	3.77	3.55	3.11	4.11
119	3.34	3.73	3.39	2.86	3.68
120	3.31	3.40	2.95	2.48	3.07
121	3.55	3.78	3.61	3.11	4.05
122	3.82	3.84	3.66	3.74	5.24
123	3.37	3.60	3.13	3.68	4.80
124	3.17	3.54	3.05	3.28	4.35
125	3.41	3.7	3.3	3.15	4.29
126	3.35	3.3	3.4	3.92	5.43
127	3.09	2.5	3.1	2.65	1.73
128	3.09	2.5	3.1	2.67	1.82
129	3.50	3.4	3.8	4.10	5.49
130	3.38	3.3	3.3	3.13	2.38
131	3.17	3.1	3.0	4.49	8.01
132	3.27	3.3	3.2	2.66	0.60
133	3.11	2.6	3.0	2.09	-1.39
134	3.05	2.5	3.2	3.46	4.93
135	2.95	2.5	3.1	4.14	6.70
136	3.27	3.3	3.2	2.66	0.60
137	3.36	3.3	3.4	3.80	4.90
138	3.43	3.3	3.6	3.46	3.40
139	3.37	3.3	3.4	3.08	2.13
140	3.34	3.3	3.4	3.21	2.68
141	3.25	3.2	3.2	2.97	1.79
142	3.27	3.3	3.2	2.66	0.60
143	3.25	3.2	3.2	3.16	2.51

[부록4] 해석결과와 회귀식에 의한 비틀림 진동 최대 응답 비교

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
1	122.2	115.74	122.44	122.84	120.65
2	123.7	115.90	123.79	123.94	122.00
3	140.3	123.31	140.92	145.63	144.27
4	122.2	115.74	122.44	122.84	120.65
5	125.0	116.00	124.71	124.64	122.29
6	125.0	116.00	124.71	124.64	122.29
7	122.2	115.74	122.37	122.80	120.63
8	111.1	93.91	109.79	111.10	111.10
9	125.0	116.01	124.78	124.69	122.30
10	125.0	116.01	124.78	124.69	122.30
11	125.0	116.01	124.78	124.69	122.30
12	128.5	115.68	122.74	122.61	118.78
13	123.1	115.47	120.22	120.96	118.78
14	120.3	116.11	114.33	116.93	104.59
15	118.8	117.72	116.80	117.41	112.95
16	125.0	116.00	124.94	124.68	122.12
17	118.0	122.64	118.77	124.71	137.25
18	120.3	117.80	117.48	118.10	113.27
19	120.3	117.80	117.42	118.05	113.25
20	119.5	117.72	116.80	117.41	112.95
21	120.3	117.80	117.42	118.05	113.26
22	119.5	117.72	116.80	117.41	112.95
23	119.5	117.72	116.80	117.41	112.95
24	112.6	114.33	107.69	110.08	109.61
25	122.2	115.74	122.44	122.84	120.65
26	123.7	115.90	123.79	123.94	122.00
27	140.3	123.31	140.92	145.63	144.27
28	122.2	115.74	122.44	122.84	120.65
29	125.0	116.00	124.71	124.64	122.29
30	125.0	116.00	124.71	124.64	122.29
31	122.2	115.74	122.37	122.80	120.63
32	111.1	93.91	109.79	111.10	111.10
33	125.0	116.01	124.78	124.69	122.30
34	125.0	116.01	124.78	124.69	122.30
35	125.0	116.01	124.78	124.69	122.30
36	128.5	115.68	122.74	122.61	118.78

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
37	120.3	117.80	117.42	118.05	113.25
38	93.2	116.04	105.27	100.44	112.13
39	92.8	115.76	102.37	97.56	111.07
40	125.6	115.68	122.74	122.61	118.78
41	98.5	115.68	107.78	111.35	112.18
42	121.0	115.42	120.35	120.71	117.12
43	121.4	120.43	112.46	112.77	112.58
44	122.9	115.42	120.35	120.71	117.12
45	85.5	114.39	87.43	83.27	106.25
46	92.5	113.59	101.97	106.67	112.53
47	83.5	117.93	105.74	97.72	116.60
48	90.8	113.16	100.83	103.47	103.92
49	91.6	116.75	92.03	89.19	88.62
50	125.7	123.84	122.89	128.16	105.93
51	125.4	116.01	124.79	124.71	122.47
52	114.5	118.75	128.28	120.91	124.44
53	115.8	116.22	114.65	104.93	101.87
54	110.7	111.52	105.37	110.25	102.58
55	120.0	117.80	117.42	118.05	113.25
56	121.5	117.90	118.24	118.92	113.68
57	125.4	116.01	124.80	124.71	122.46
58	122.2	115.74	122.37	122.80	120.63
59	128.2	115.67	122.58	122.48	118.65
60	128.8	118.33	124.02	126.48	123.75
61	93.7	117.16	101.26	103.07	112.95
62	125.4	116.01	124.80	124.71	122.46
63	128.8	118.33	124.02	126.48	123.75
64	122.6	115.74	122.44	122.84	120.65
65	125.4	116.01	124.80	124.71	122.46
66	126.6	115.94	124.37	124.22	121.12
67	116.5	112.12	116.34	109.03	110.25
68	95.2	106.96	110.01	104.64	101.50
69	120.4	108.62	125.86	117.15	121.53
70	89.8	103.53	79.52	89.74	91.36
71	122.4	111.28	126.77	123.30	120.94
72	121.6	110.44	113.15	115.91	115.83

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
73	88.7	108.65	104.70	102.53	124.96
74	88.6	104.22	87.73	90.65	90.46
75	86.1	103.39	86.79	81.38	83.44
76	120.0	96.88	124.41	120.00	120.00
77	91.4	104.49	89.66	92.97	90.81
78	112.3	111.64	114.25	108.33	108.12
79	90.1	109.95	108.83	100.81	95.81
80	116.4	112.12	116.34	109.01	110.29
81	107.2	110.08	111.88	110.22	123.95
82	63.1	63.41	63.35	63.06	63.06
83	68.1	69.05	67.79	68.10	68.10
84	120.6	111.69	102.26	116.01	121.06
85	108.6	114.23	120.84	119.25	109.17
86	101.8	108.45	106.72	111.98	108.59
87	121.2	108.64	115.07	121.18	121.00
88	82.5	102.57	83.33	86.84	83.21
89	90.1	106.70	86.56	86.97	70.45
90	87.7	105.60	84.35	81.10	80.35
91	121.9	112.23	119.22	116.53	132.67
92	119.2	111.42	114.05	112.88	119.29
93	121.2	108.64	115.06	121.19	120.97
94	106.3	111.61	120.29	112.06	107.82
95	113.4	96.02	113.05	113.42	113.42
96	119.2	112.32	116.97	114.45	111.38
97	106.3	111.61	120.29	112.06	107.82
98	112.8	105.99	106.88	108.30	107.24
99	130.9	109.55	123.29	129.75	121.84
100	97.8	104.62	90.78	92.93	94.71
101	117.4	99.00	116.57	117.40	117.40
102	131.1	98.50	130.34	131.10	131.10
103	68.8	76.81	70.64	68.80	68.80
104	68.2	90.66	69.99	68.20	68.20
105	119.6	105.66	121.51	119.69	115.10
106	119.4	105.32	122.72	122.90	122.62
107	113.0	104.24	111.39	112.94	116.73
108	114.4	104.26	112.40	116.15	116.15

자료 번호	해석 결과	최고차: 1 차	최고차: 2 차	최고차: 3 차	최고차: 4 차
109	111.3	101.61	116.14	109.21	112.74
110	111.3	101.61	116.14	109.21	112.74
111	116.4	100.17	103.96	116.61	111.62
112	89.7	106.22	90.02	89.25	88.85
113	116.4	100.17	103.96	116.61	111.62
114	69.1	77.25	68.63	69.10	69.10
115	69.2	90.09	68.88	69.20	69.20
116	113.5	107.48	100.33	108.20	107.67
117	92.2	104.32	104.27	94.26	85.29
118	92.2	106.46	105.22	101.18	102.13
119	112.4	107.42	104.86	110.41	114.87
120	92.8	90.05	89.91	92.80	92.80
121	113.5	107.48	100.33	108.20	107.67
122	92.2	97.41	102.99	89.49	94.49
123	76.1	92.20	74.28	76.10	76.10
124	94.5	77.62	94.04	94.50	94.50
125	104.2	104.6	102.6	105.23	109.57
126	100.8	99.7	103.8	92.84	97.88
127	75.9	86.2	75.8	75.90	75.90
128	76.0	86.2	75.9	76.00	76.00
129	87.9	96.5	94.5	93.92	91.66
130	82.1	105.3	89.6	85.09	83.32
131	91.6	113.1	97.6	89.56	91.03
132	108.4	99.0	110.5	110.94	108.64
133	85.1	82.2	83.7	85.14	85.14
134	80.3	88.3	81.5	80.30	80.30
135	87.4	80.3	88.0	87.40	87.40
136	110.8	103.0	106.6	106.95	112.57
137	107.0	103.3	102.1	111.14	108.73
138	95.6	100.8	100.6	87.60	98.45
139	100.8	101.5	102.3	98.80	91.09
140	103.8	102.6	103.6	106.60	100.04
141	115.7	104.3	106.9	115.85	115.13
142	110.8	103.0	106.6	106.95	112.57
143	116.5	104.9	109.5	125.57	120.50

[부록5] 관성모멘트와 비틀림강성 계산 간소화 모델의 고유진동수와 최대 응답 비교

자료 번호	고유진동수		최대 응답	
	해석 결과	최고차:2 차	해석 결과	최고차:3 차
1	4.54	4.27	94.3	100.2
2	4.12	4.18	121.8	121.7
3	4.55	4.26	87.7	85.8
4	4.55	4.26	87.7	85.8
5	4.72	4.30	113.5	103.8
6	4.57	4.29	111.8	116.4
7	4.75	4.33	98.1	84.9
8	4.13	4.19	124.2	121.9
9	4.10	4.19	125.6	123.8
10	4.10	4.19	128.8	126.2
11	4.10	4.19	128.8	126.2
12	4.10	4.18	123.7	123.9
13	4.11	4.18	122.2	122.7
14	4.10	4.18	123.7	123.9
15	3.73	4.11	140.3	145.6
16	4.11	4.18	122.2	122.7
17	4.08	4.17	125.0	124.6
18	4.08	4.17	125.0	124.6
19	4.11	4.18	122.2	122.7
20	4.77	4.46	111.1	832.6
21	4.08	4.17	125.0	124.6
22	4.08	4.17	125.0	124.6
23	4.08	4.17	125.0	124.6
24	4.10	4.19	128.5	122.5
25	4.14	4.19	123.1	120.8
26	4.20	4.21	120.3	116.4
27	4.20	4.22	118.8	116.9
28	4.08	4.17	125.0	124.6
29	4.20	4.22	118.0	124.0
30	4.19	4.22	120.3	117.6
31	4.19	4.22	120.3	117.5
32	4.20	4.22	119.5	116.9
33	4.19	4.22	120.3	117.6
34	4.20	4.22	119.5	116.9
35	4.20	4.22	119.5	116.9
36	4.27	4.21	112.6	109.4

자료 번호	고유진동수		최대 응답	
	해석 결과	최고차:2 차	해석 결과	최고차:3 차
37	4.19	4.22	120.3	117.6
38	4.36	4.22	93.2	116.9
39	4.40	4.22	92.8	116.9
40	4.10	4.21	125.6	109.4
41	4.32	4.22	98.5	117.5
42	4.13	4.22	121.0	99.2
43	4.24	4.23	121.4	96.3
44	4.13	4.19	122.9	122.5
45	4.61	4.22	85.5	110.8
46	4.42	4.19	92.5	120.5
47	4.64	4.21	83.5	111.8
48	4.58	4.19	90.8	120.5
49	4.91	4.28	91.6	81.5
50	3.94	4.25	125.7	106.0
51	4.08	4.30	125.4	96.0
52	4.02	4.28	114.5	102.6
53	4.78	4.28	115.8	82.5
54	4.99	4.11	110.7	123.0
55	4.19	4.18	120.0	124.6
56	4.18	4.14	121.5	121.9
57	4.08	4.32	125.4	103.4
58	4.11	4.43	122.2	105.0
59	4.11	4.22	128.2	117.5
60	4.10	4.22	128.8	118.4
61	4.35	4.18	93.7	124.6
62	4.08	4.18	125.4	122.7
63	4.10	4.19	128.8	122.3
64	4.11	4.19	122.6	126.2
65	4.08	4.23	125.4	102.3
66	4.08	4.18	126.6	124.6
67	3.75	4.19	116.5	126.2
68	3.81	4.18	95.2	122.7
69	3.51	4.18	120.4	124.6
70	4.32	4.18	89.8	124.1
71	3.55	3.85	122.4	108.6
72	3.77	3.86	121.6	101.1

자료 번호	고유진동수		최대 응답	
	해석 결과	최고차:2 차	해석 결과	최고차:3 차
73	4.21	4.10	88.7	103.9
74	4.06	3.97	88.6	85.6
75	5.18	5.10	86.1	85.9
76	3.26	3.44	120.0	1230.2
77	4.03	3.96	91.4	87.8
78	3.81	3.87	112.3	107.7
79	3.97	3.86	90.1	95.6
80	3.75	3.85	116.4	108.6
81	3.82	3.88	107.2	96.5
82	4.62	5.36	63.1	7929.8
83	4.87	5.49	68.1	14138.6
84	3.61	3.81	120.6	114.5
85	3.77	3.87	108.6	118.6
86	3.90	3.90	101.8	98.4
87	3.77	3.92	121.2	119.3
88	5.39	5.18	82.5	89.8
89	4.58	3.85	90.1	47.9
90	4.54	3.89	87.7	33.5
91	3.73	3.85	121.9	117.7
92	3.70	3.87	119.2	109.1
93	3.77	3.92	121.2	119.3
94	3.73	3.87	106.3	112.8
95	3.70	3.71	113.4	1142.7
96	3.63	3.84	119.2	111.0
97	3.73	3.87	106.3	112.8
98	3.75	3.86	112.8	104.6
99	3.58	3.84	130.9	127.7
100	4.03	3.95	97.8	87.8
101	3.82	3.56	117.4	559.5
102	4.14	3.67	131.1	179.4
103	3.23	3.04	68.8	-166.6
104	3.45	3.14	68.2	27.9
105	3.33	3.23	119.6	124.4
106	3.28	3.15	119.4	129.8
107	3.51	3.37	113.0	135.9
108	3.50	3.36	114.4	138.2

자료 번호	고유진동수		최대 응답	
	해석 결과	최고차:2 차	해석 결과	최고차:3 차
109	3.45	3.33	111.3	115.8
110	3.45	3.33	111.3	115.8
111	3.66	3.56	116.4	136.7
112	2.55	3.00	89.7	84.5
113	3.66	3.56	116.4	136.7
114	3.19	3.04	69.1	0.7
115	3.40	3.15	69.2	43.1
116	3.55	3.50	113.5	135.5
117	3.42	3.29	92.2	97.1
118	3.53	3.43	92.2	121.2
119	3.34	3.26	112.4	126.4
120	3.31	2.95	92.8	126.3
121	3.55	3.50	113.5	135.5
122	3.82	3.56	92.2	97.2
123	3.37	3.13	76.1	-83.4
124	3.17	3.05	94.5	31.6
125	3.41	3.28	104.2	109.8
126	3.35	3.19	100.8	143.8
127	3.09	3.11	75.9	145.0
128	3.09	3.11	76.0	145.1
129	3.50	3.51	87.9	169.3
130	3.38	3.15	82.1	126.7
131	3.17	2.79	91.6	83.0
132	3.27	2.99	108.4	136.7
133	3.11	2.99	85.1	214.5
134	3.05	3.17	80.3	150.7
135	2.95	3.13	87.4	198.9
136	3.27	2.99	110.8	122.0
137	3.36	3.20	107.0	152.0
138	3.43	3.32	95.6	134.0
139	3.37	3.19	100.8	132.0
140	3.34	3.14	103.8	136.6
141	3.25	2.96	115.7	129.4
142	3.27	2.99	110.8	122.0
143	3.25	2.96	116.5	137.7

Abstract

Estimation of torsional vibration aspect of propulsion shafting system by utilizing machine learning in early shaft design stage

YungJoon Jo

Graduate School of Industrial Technology

University of Ulsan

Ulsan, Korea

Torsional vibration of marine shafting system has been analyzed by solving differential equation. Conventional practice to decide countermeasure against high torsional vibration especially torsional stress guided by classification societies relies on not only various case studies but also subjective judgement of engineers who carry out the analysis. It will be beneficial for an optimized countermeasure if the experience-based determination is replaced by coherent decision making.

Recent trend of shipbuilding industry is based on short delivery due to heavier competition of ship owners. They increase fleets as various transportation demands especially for energy industry. In addition, shipyards have to prepare their production capability to conform customer's demands. This makes an agile company have competitiveness.

In the study a sample set of data was utilized to find regression equations for the torsional vibration aspect – natural frequency and peak torsional response. Multivariate Polynomial Regression (MPR) as one of the machine learning methods is considered the most probable as it enables to provide regression equation with high order and interactions between variables. Through the regression with various orders, natural frequency can be estimated by 2nd order regression equations. In case

of peak response, 3rd order regression equation showed best fit. However, it was found a torsional vibration damper gives much error.

Nonetheless, this approach with the machine learning is one of the probable methods to make the analysis process of torsional vibration simpler and provides an assistance for an optimized countermeasure by estimation of natural frequency and response in the early shaft design stage.